

ESTRUTURAS AEROESPACIAIS II

Prof. Mauricio V. Donadon

ITA-IEA



ESTABILIDADE E FALHA DE COLUNAS DE PAREDES FINAS E PAINÉIS REFORÇADOS



Curva Típica de Colunas de Paredes Finas

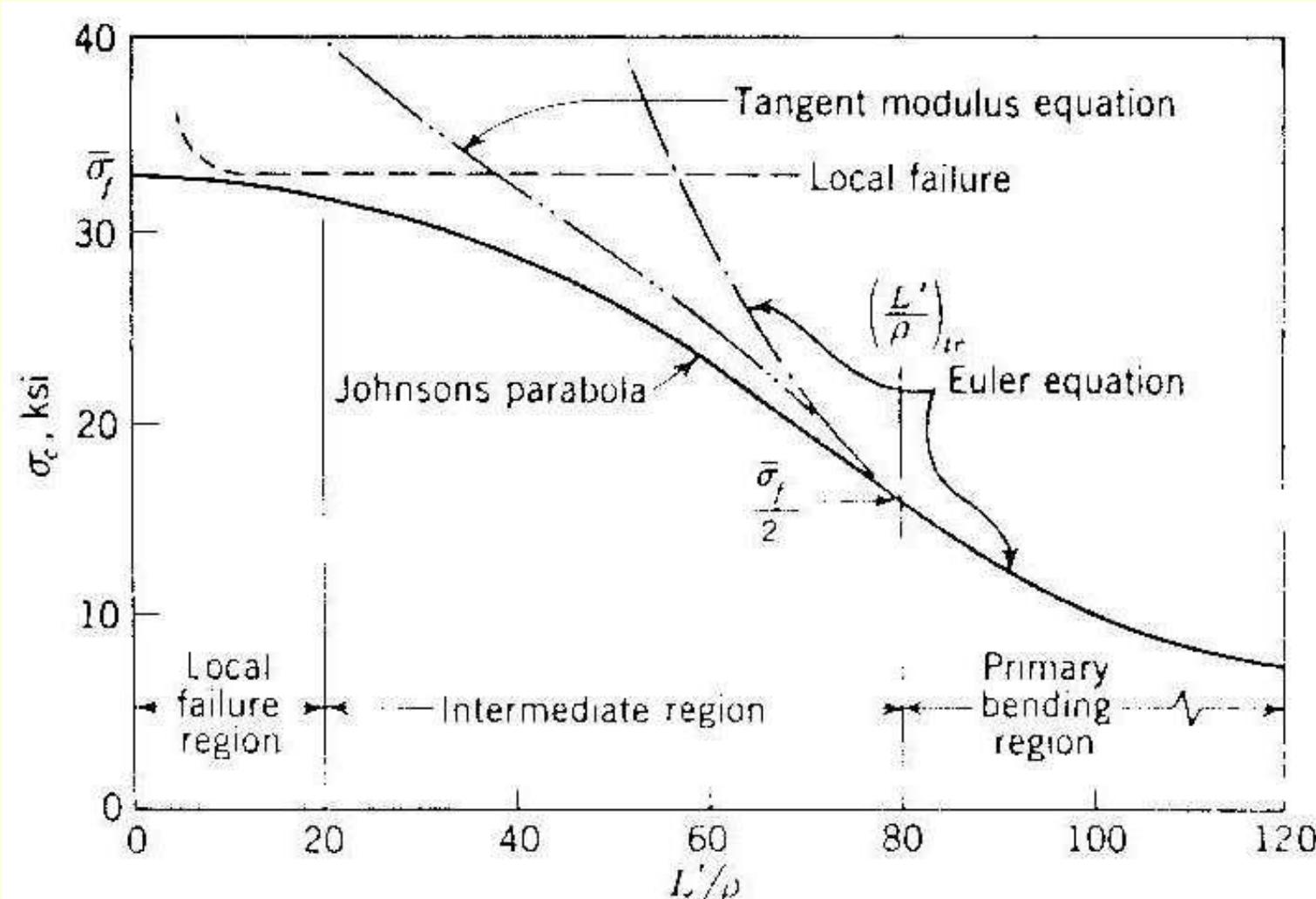


Fig. 6-1 Curva de Coluna Típica para Seção de Paredes Finais



Seções Típicas de Reforçadores

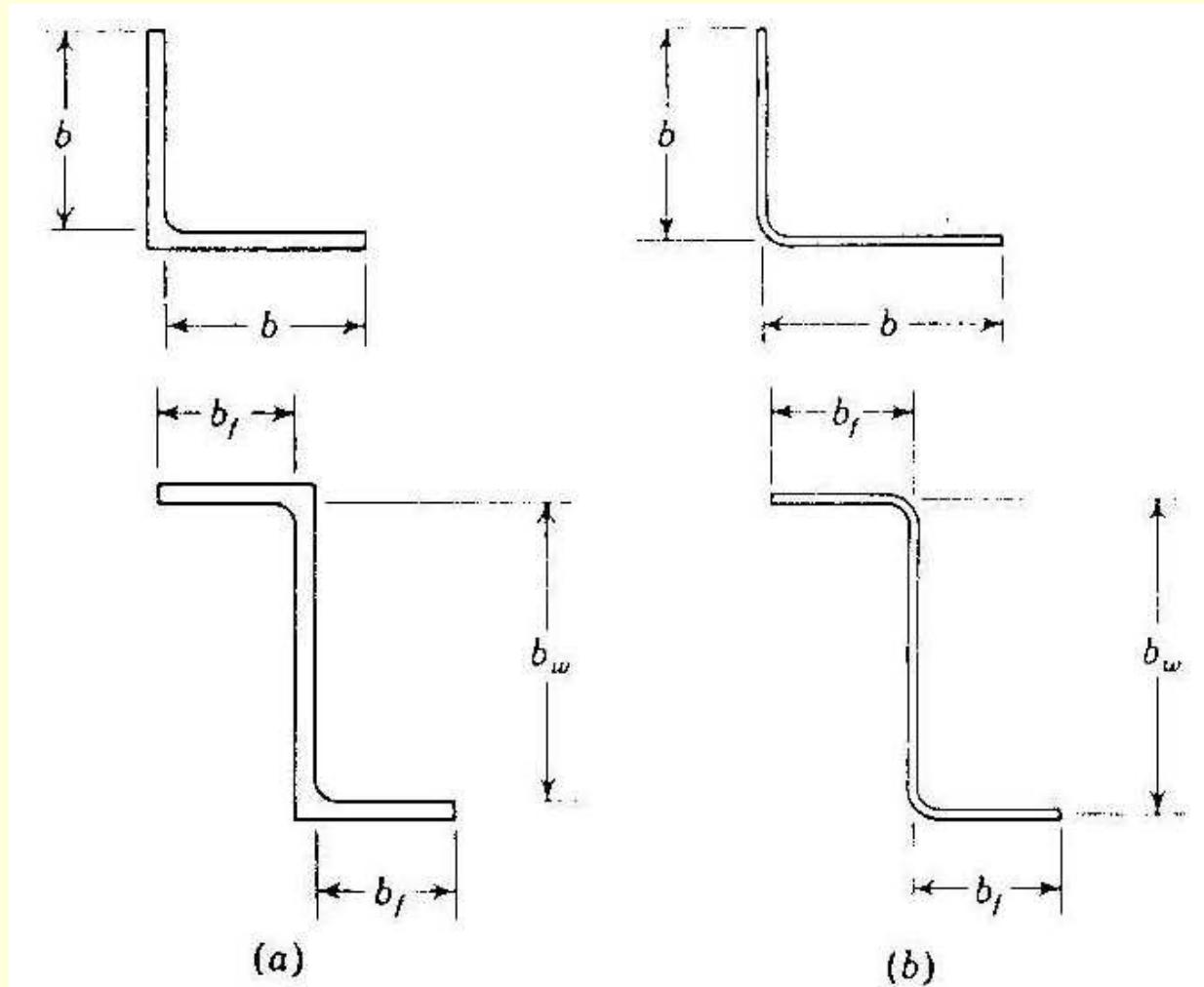


Fig. 6-2 Reforçadores (a) Extrudados e (b) Conformados Típicos



Seção Transversal em Ângulo

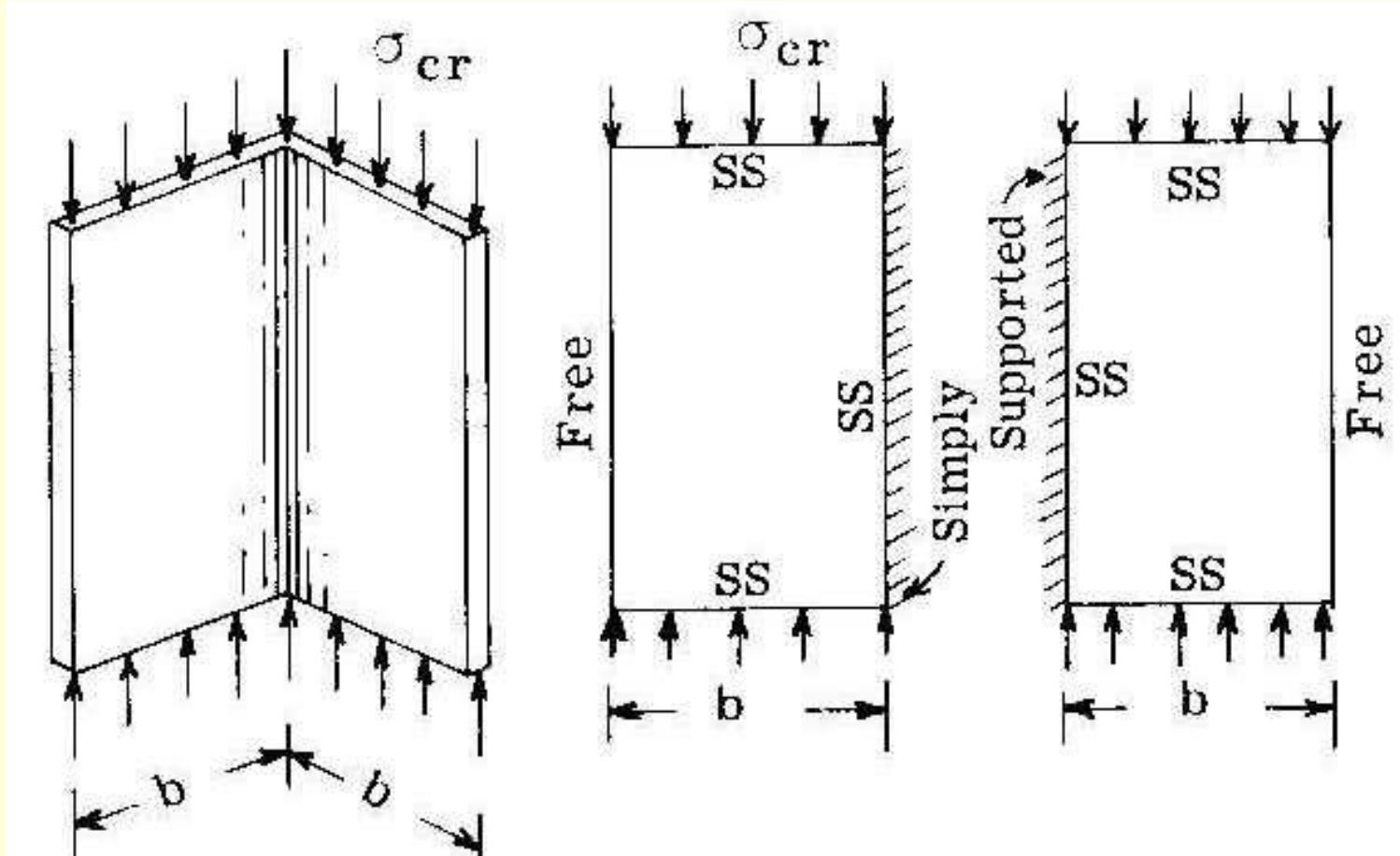


Fig. 6-3 Coluna com Seção Transversal em Ângulo



Tensão Crítica de Flanges e Almas Longas

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Flange Simplesmente Apoiado $k = 0,43$

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{0,43\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 0,388E \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Placa Simplesmente Apoiada (Alma) $k = 4$

$$\sigma_{\text{cr}} = \frac{4\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 3,617E \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Correção de Plasticidade: Alma (Fig. 5-54); Flanges (Fig. 5-55)



Flambagem de Colunas de Seção Composta

$$0,388 \left(\frac{t_{\text{flange}}}{b_{\text{flange}}} \right)^2 = 3,617 \left(\frac{t_{\text{alma}}}{b_{\text{alma}}} \right)^2$$

Seções Conformadas: b é medido da superfície média do elemento adjacente

Seções Extrudadas: b é medido internamente, até a superfície do elemento adjacente



Flambagem de Colunas de Paredes Finas

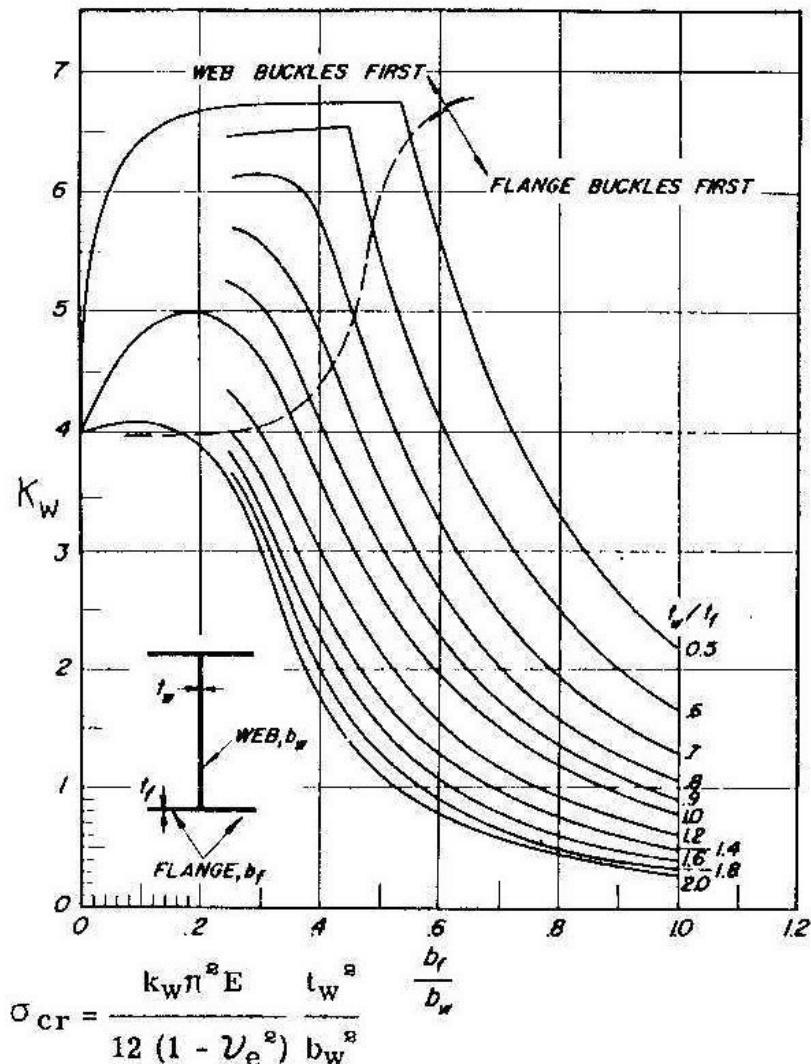


Fig. 6-5 Reforçadores com Seções em H

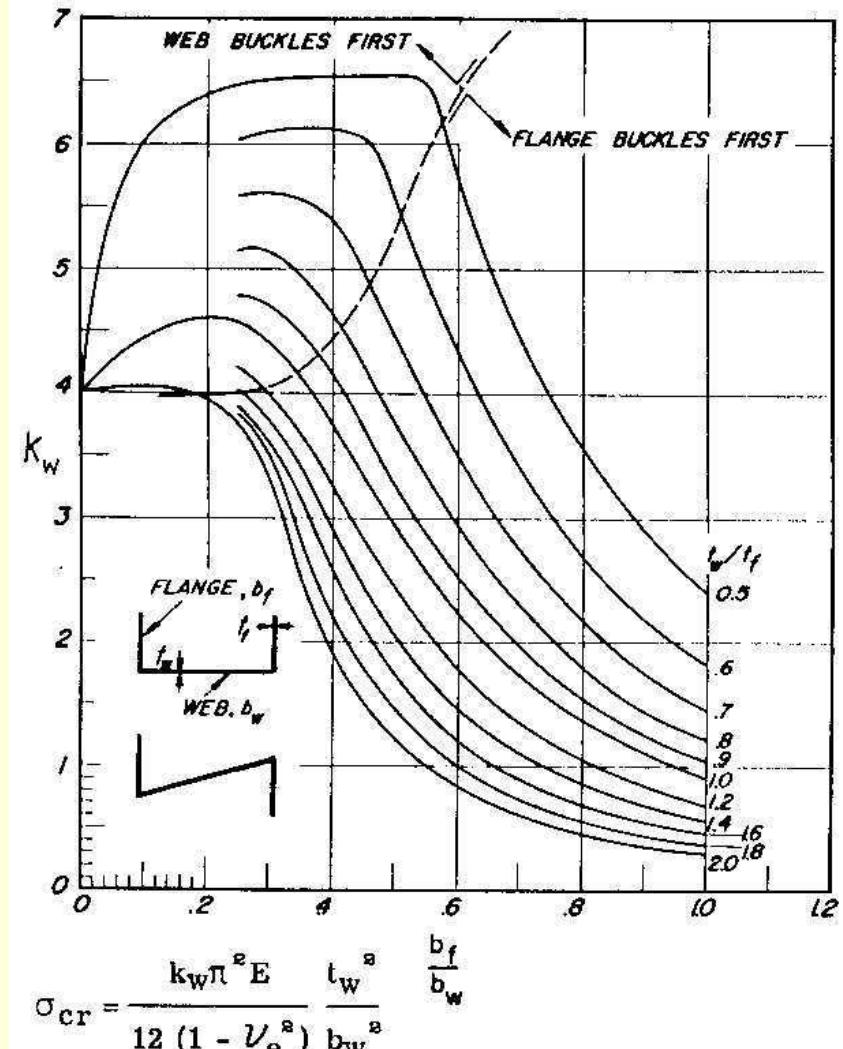
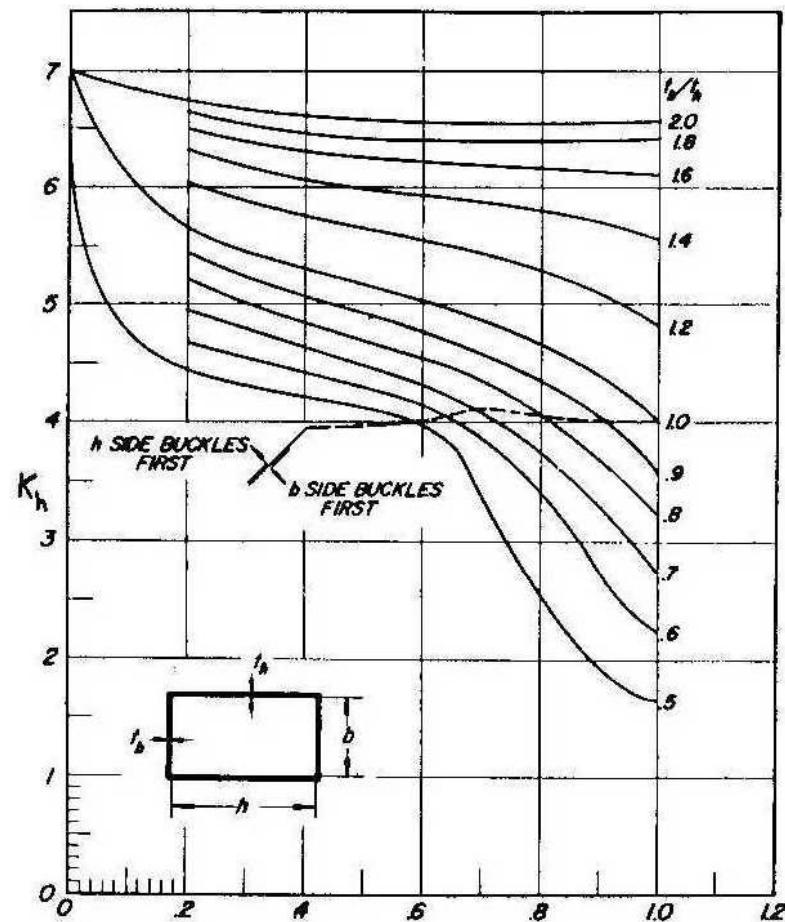


Fig. 6-4 Reforçadores com Seções em Canal e Z

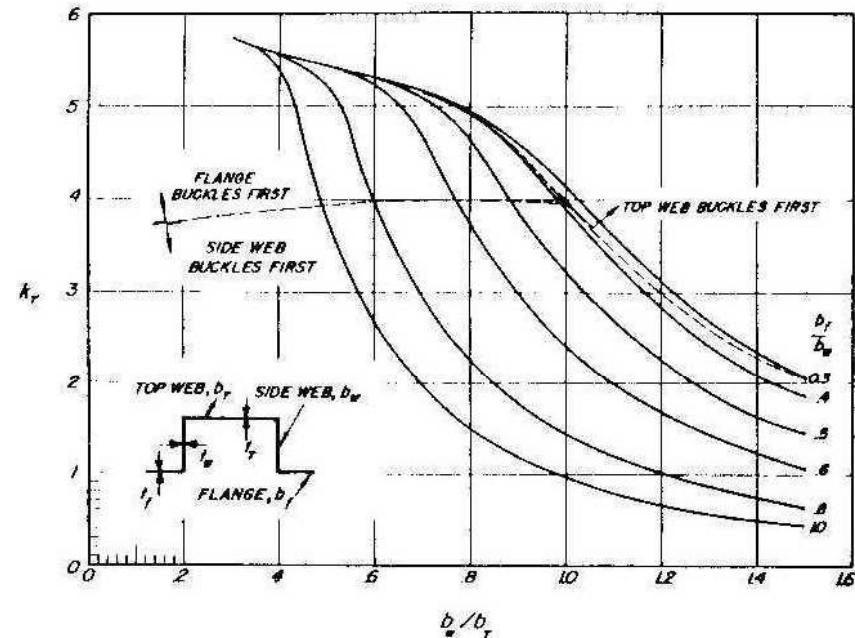


Flambagem de Colunas de Paredes Finas



$$\sigma_{cr} = \frac{k_h \pi^2 E}{12(1 - \nu_e^2)} \left(\frac{t_h}{h} \right)^2 \frac{b/h}{K_h}$$

Fig. 6-6 Reforçadores com Seção Tubo-Retangular

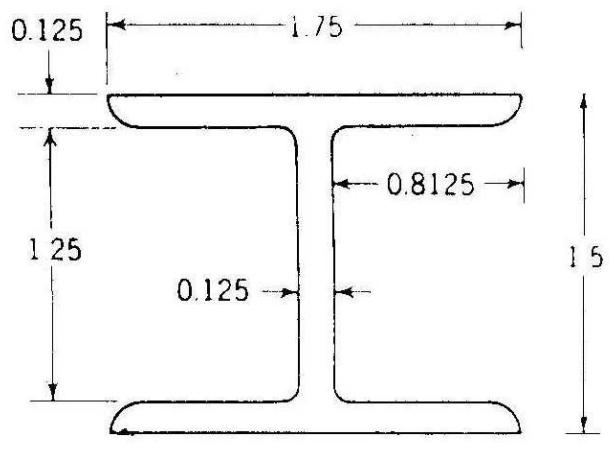


$$t = t_f = t_w = t_T; \quad \sigma_{cr} = \frac{k_T \pi^2 E}{12(1 - \nu_e^2)} \frac{t^2}{b_T^2}.$$

Fig. 6-7 Reforçadores com Seção Chapéu



Exemplo



Determine a tensão de flambagem local da coluna com seção em H dada na figura e manufaturada em extrusão de liga de alumínio 7075-T6 ($E = 10.500 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 72 \text{ ksi}$, $n = 16,6$).

Solução:

Como a seção é extrudada, as dimensões das larguras têm de ser tomadas interiormente:

$$b_f = 0,8125 \text{ in} ; b_w = 1,5 - 2 \times 0,125 = 1,25 \text{ in}$$

$$b_f / b_w = 0,8125 / 1,25 = 0,65 \text{ e } t_f / t_w = 1 \Rightarrow \text{Fig. 6-5} \Rightarrow k_w = 1,75$$

(flange flamba primeiro)

$$\left\{ k_w \pi^2 E / \left[12(1 - v_e^2) F_{0.7} \right] \right\} (t_w / b_w)^2 = \left\{ 1,75 \pi^2 10500 / [12 \times 0,91 \times 72] \right\} (0,125 / 1,25)^2 = 2,31$$

Com este valor e $n = 16,6$, a extração na Fig. 5-55 (para flanges) fornece $F_{cr}/F_{0.7} = 1,06$, de modo que $F_{cr} = 1,06 \times 72 = 76,3 \text{ ksi}$.



Correção de Plasticidade para Almas

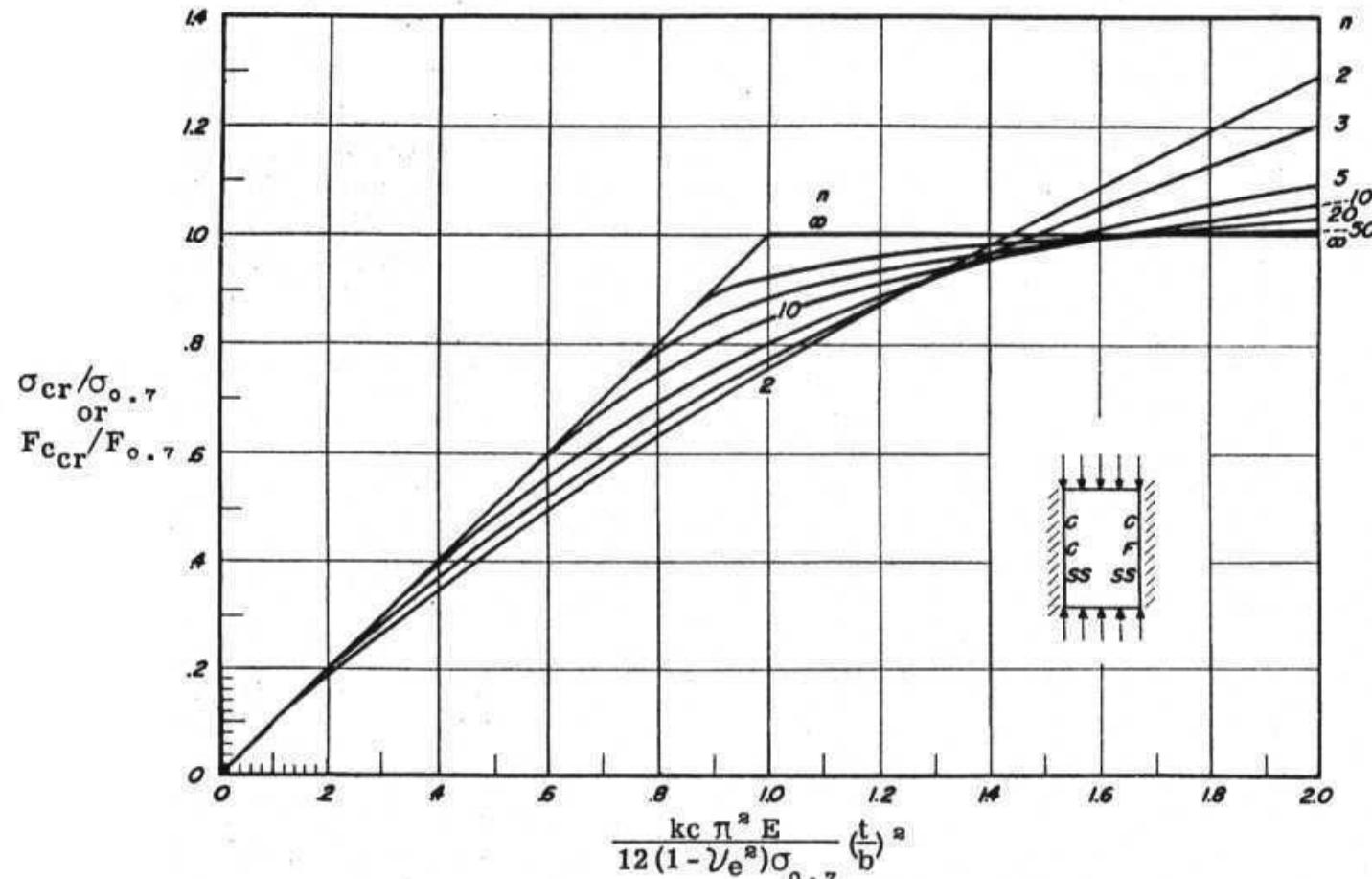


Fig. 5-54 Gráfico Adimensional para Tensão de Flambagem em Compressão ou Flexão para Flanges Longos Engastados ou Placas Apoiadas com Restrições Elásticas nas Bordas

$$\eta = (E_s/2E) \left\{ 1 + 0.5 \left[1 + (3E_t/E_s) \right]^{1/2} \right\} (1 - \nu_e^2)/(1 - \nu^2).$$



Correção de Plasticidade para Flanges

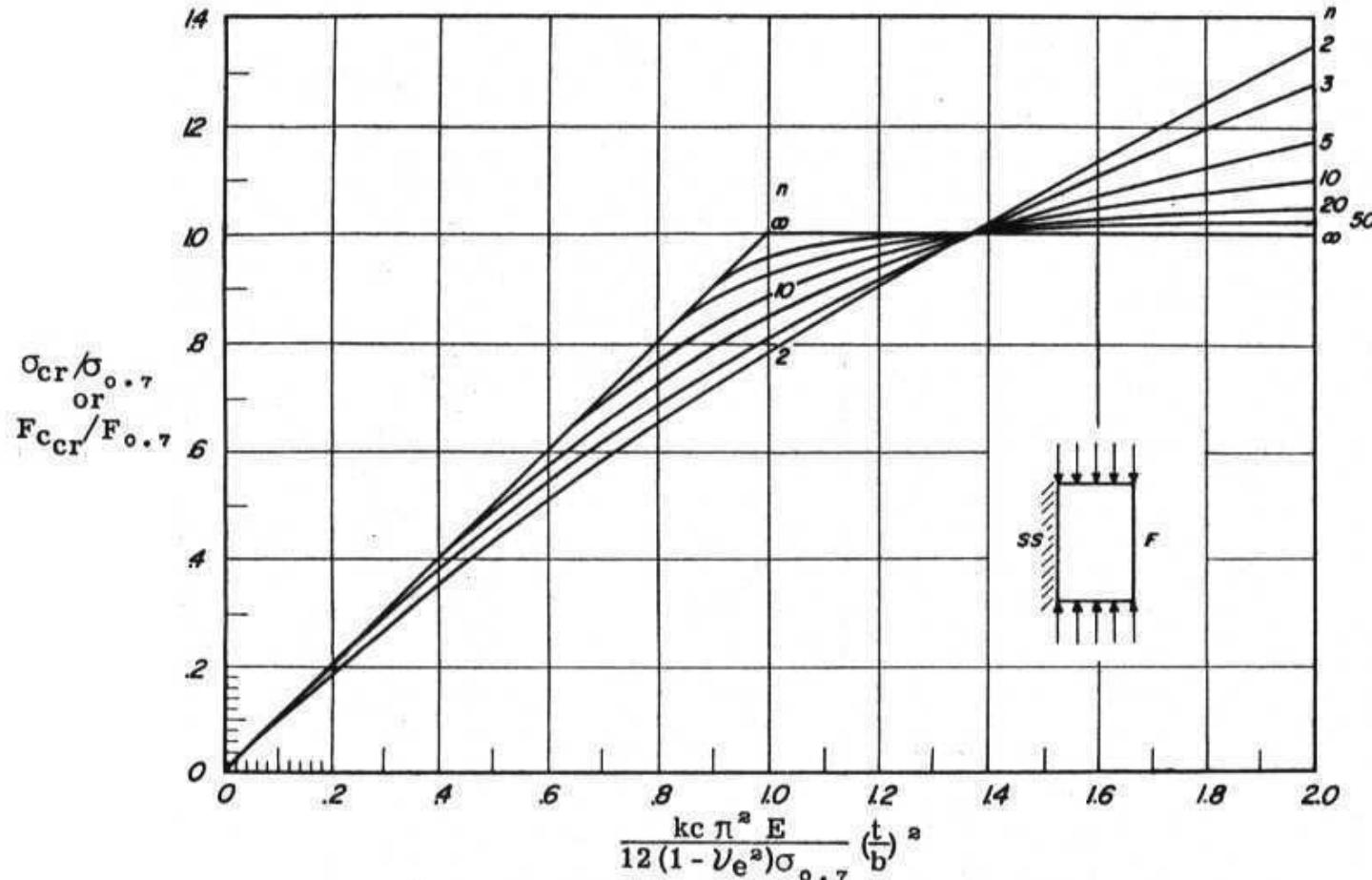


Fig. 5-55 Gráfico Adimensional para Tensão de Flambagem em Compressão de Flanges Longos Simplesmente Apoiados.

$$\eta = (E_s/E)(1 - \nu_e^2)/(1 - \nu^2).$$



Lábios e Bulbos

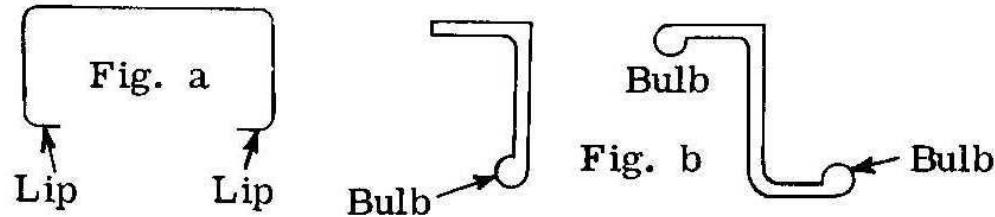


Fig. 6-8 Lábio (a) e Bulbos (b) Típicos

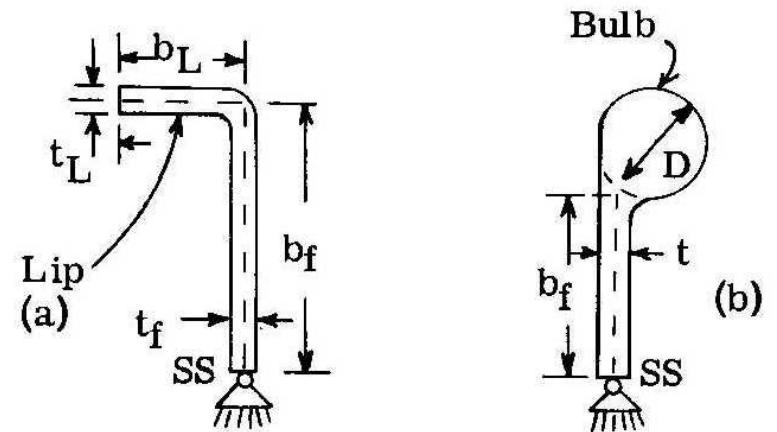


Fig. 6-9 Dimensões Geométricas de (a) Lábio e (b) Bulbo

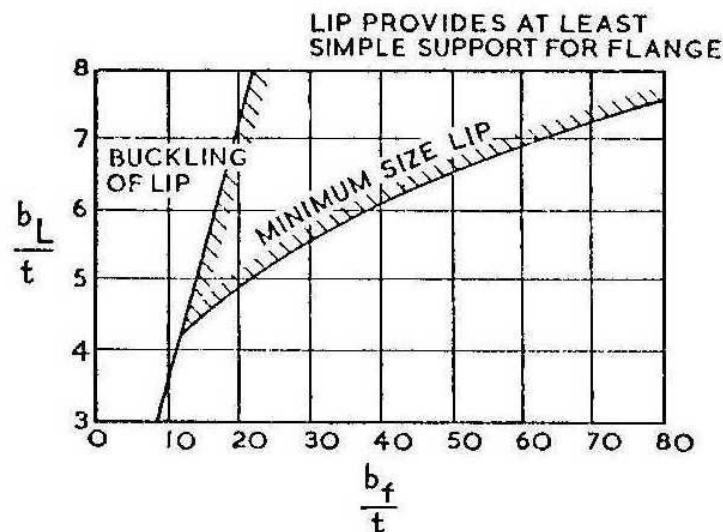


Fig. 6-10 Dimensões Mínimas de Lábio Requeridas para que o Flange Flambe como Placa Simplesmente Apoiada

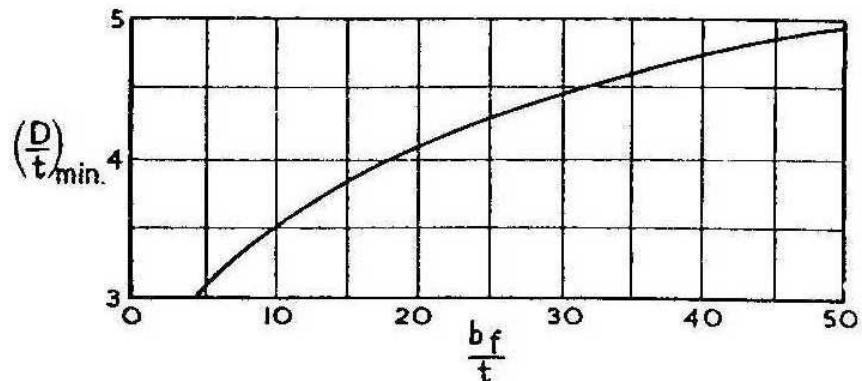


Fig. 6-11 Dimensões Mínimas de Bulbo Requeridas para que o Flange Flambe como Placa Simplesmente Apoiada



Lábios e Bulbos

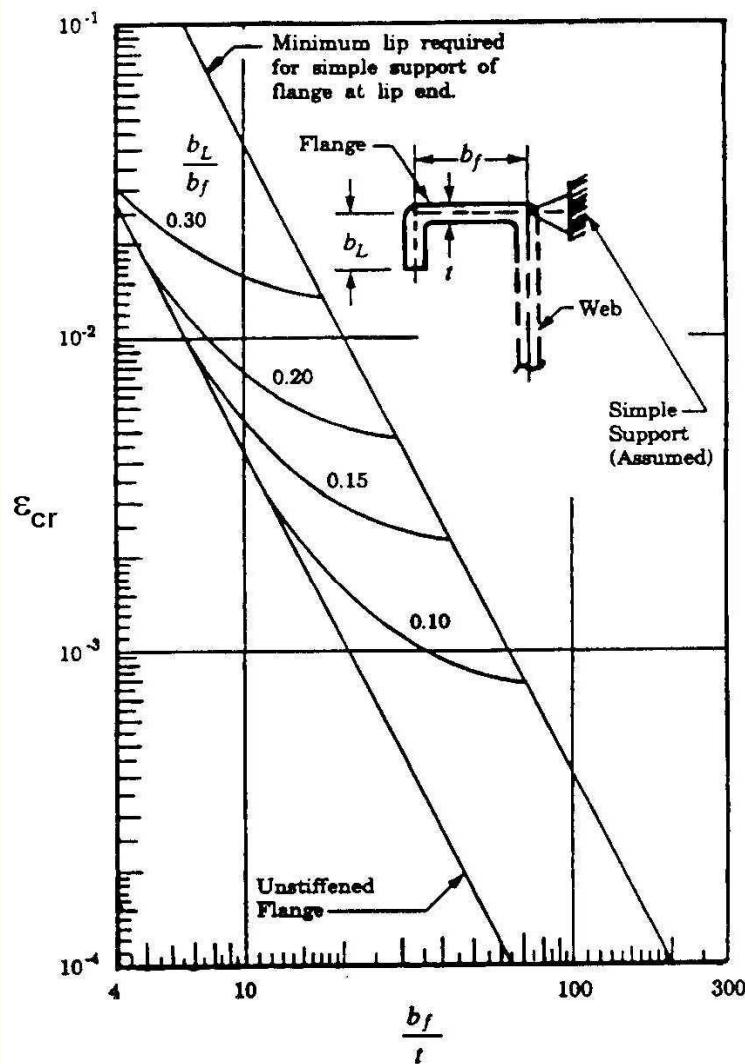


Fig. 6-12 Comprimento de Lábio Mínimo para Produzir Ação de Alma em Flange

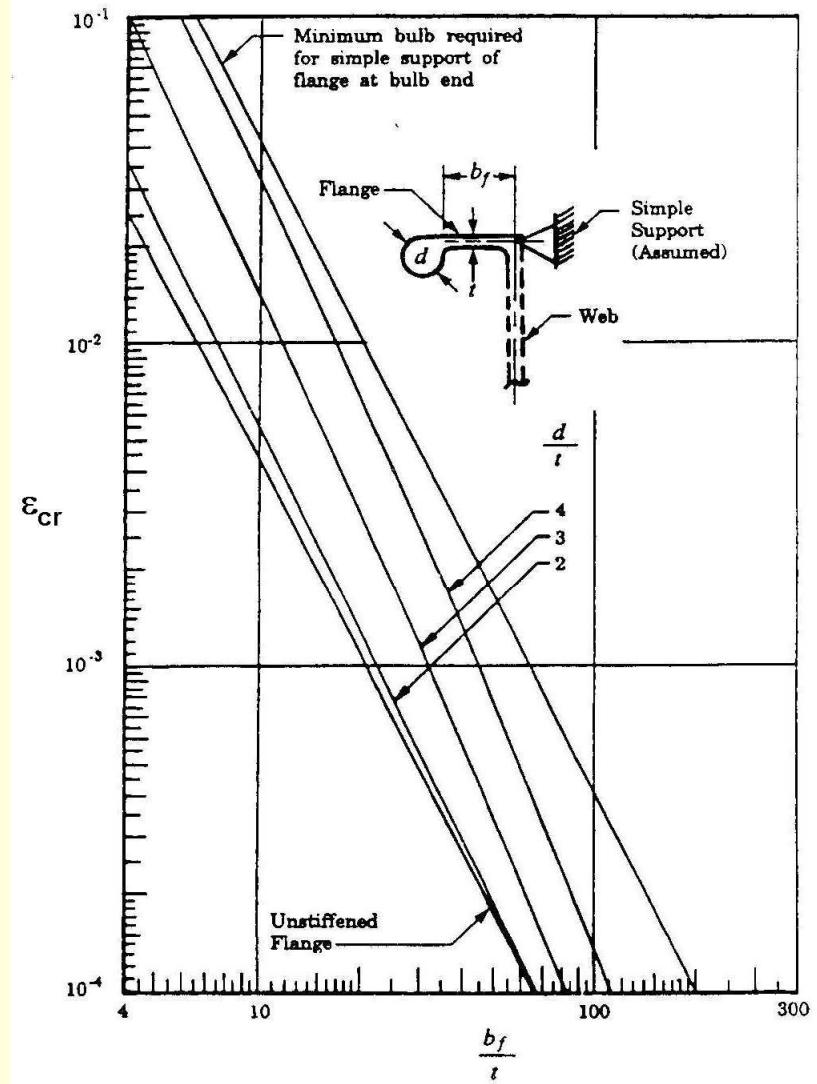


Fig. 6-13 Diâmetro Mínimo de Bulbo para Produzir Ação de Alma em Flanges



Mecanismo da Falha Local de Colunas

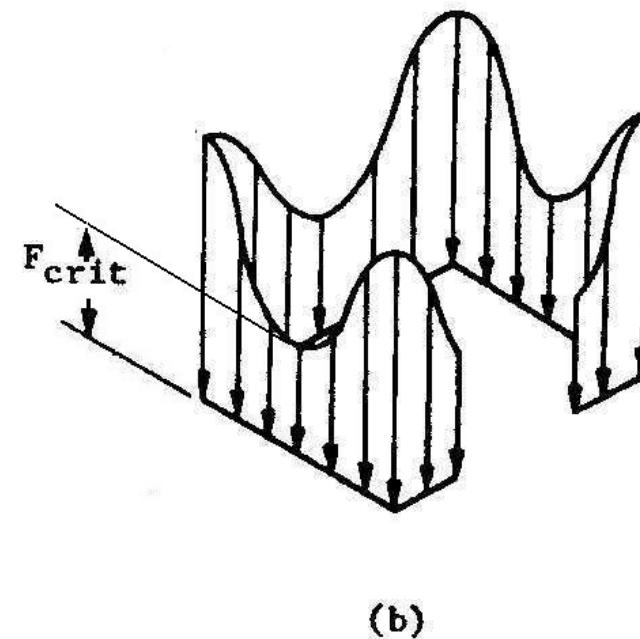
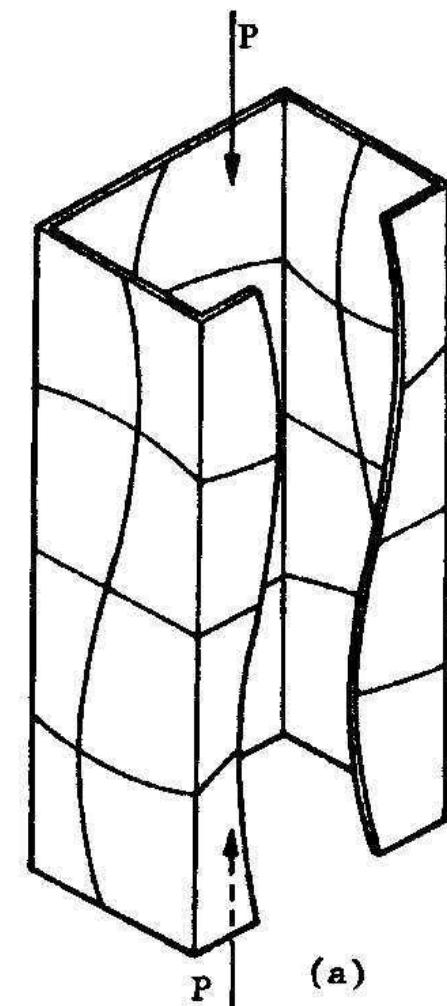


Fig. 6-14 Distribuição de Tensões em Coluna de Paredes Finas



Mecanismo de Falha Local de Colunas

- Elementos de placa flambam localmente
- Aumento de carga implica em aumento das “flambas” mas a maior parte do diferencial de carga é transferida para a região muito mais rígida dos cantos
- Falha local = distorção plástica da seção transversal em seu próprio plano, resultando em deformações permanentes
- Tensão média de falha local é um artifício introduzido para possibilitar um tratamento analítico de um problema altamente complexo
- Falha local normalmente induz outros modos de falha
- Seções com elementos idênticos normalmente falham localmente sob cargas menores do que seções cujos elementos flambam com comprimentos de onda distintos
- Não existe solução teórica geral para a tensão de falha local



Método de Needham para Falha Local

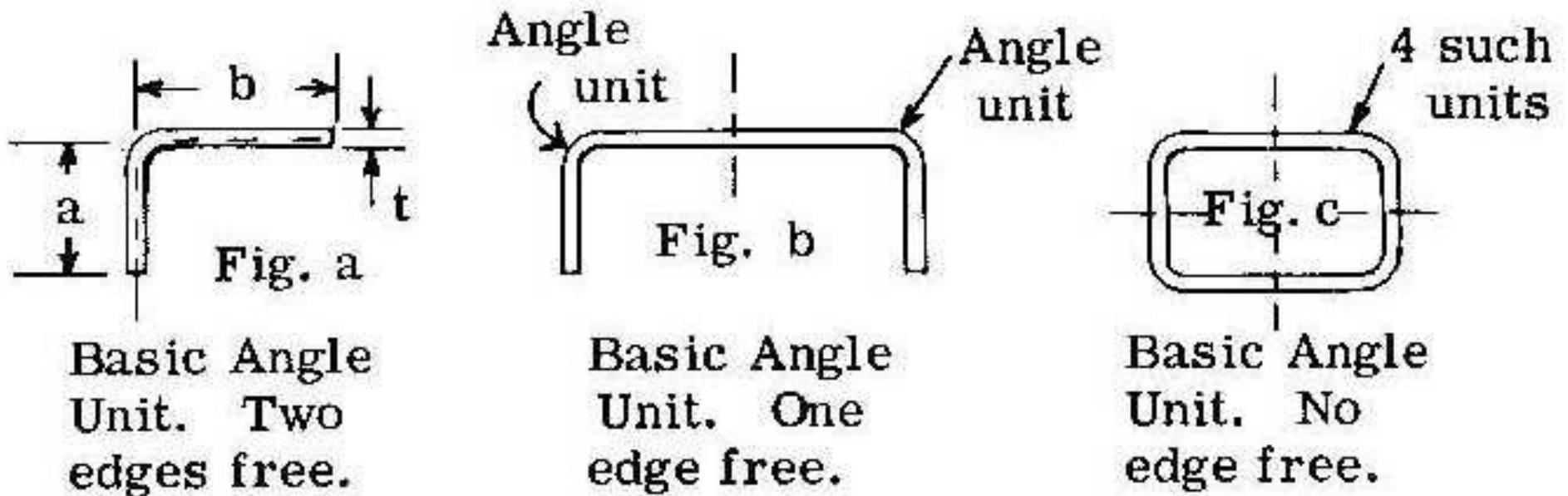


Fig. 6-15 Ângulos de Needham com Duas, Uma e Nenhuma Borda Livre



Método de Needham para Falha Local

Aplica-se em seções conformadas

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E}} = \frac{C_e}{\left(\frac{b'}{t}\right)^{0,75}}$$

onde F_{cc} = tensão de falha local da unidade
 F_{cy} = tensão de escoamento em compressão
 E = módulo de elasticidade
 b'/t = b/t equivalente da unidade = $(a + b)/2t$
 C_e = coeficiente que depende do grau de suporte ao longo das bordas de unidades de ângulo contíguas:
 $C_e = 0,316$ (duas bordas livres) ;
 $C_e = 0,342$ (uma borda livre)
 $C_e = 0,366$ (nenhuma bordas livre)

$$P_{cc} = F_{cc} A$$

Para ângulos, Zs, tubos retangulares, etc.



Método de Needham – Seção qualquer

- Dividir a seção em elementos de ângulo
- Achar o F_{cc} para cada elemento de ângulo
- Achar a carga suportada na falha local por cada elemento de ângulo
- Achar a tensão média de falha local para o seção

$$F_{cc} = \frac{\sum(\text{cargas de falha local dos ângulos})}{\sum(\text{área dos ângulos})}$$

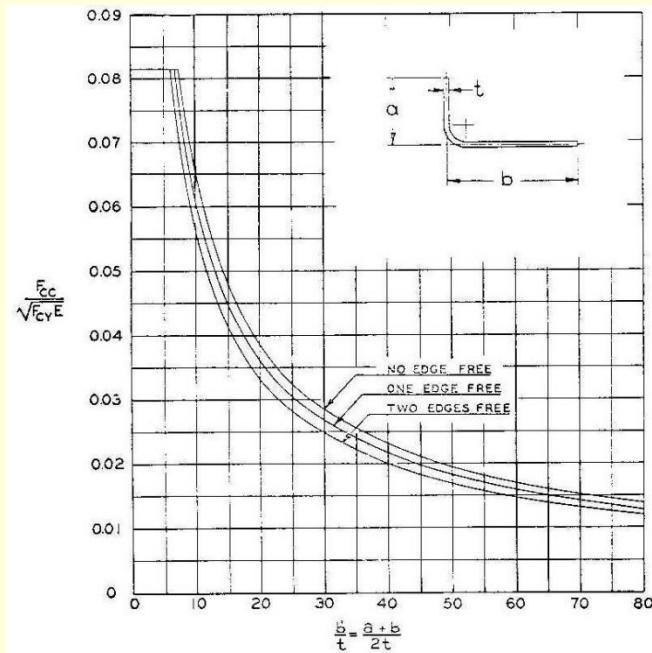


Fig. 6-16 Método de Needham - Tensão de Falha Local Adimensionalizada

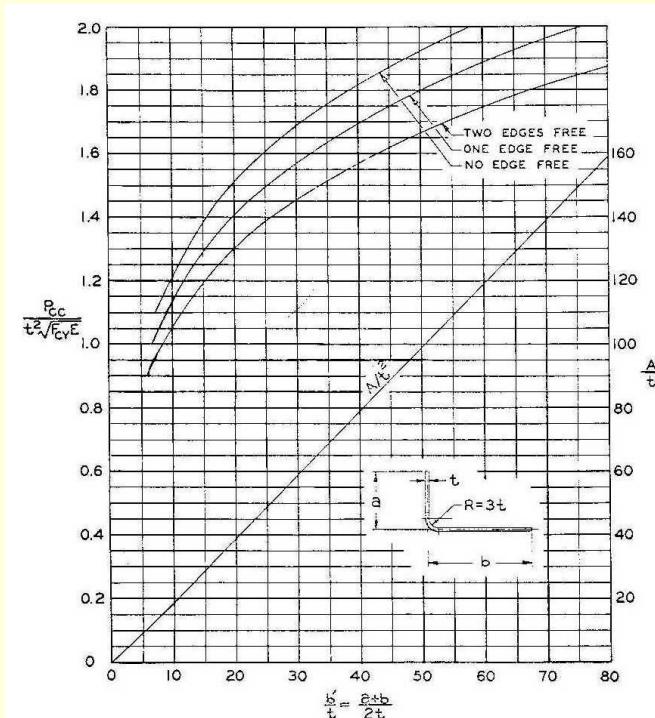


Fig. 6-17 Método de Needham - carga de Falha Adimensionalizada



Método da Boeing para Falha Local

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E}} = \frac{B_{10}}{(b/10g_f t)^m}$$

- onde m = inclinação da reta $\log(F_{cc}/\sqrt{F_{cy}E})$ vs $\log(b/g_f t)$
 B_{10} = valor de $F_{cc}/\sqrt{F_{cy}E}$ em $b/g_f t = 10$
 b = largura do segmento
 t = espessura do segmento
 g_f = termo que distingue as diferenças na estabilidade de segmentos com uma borda livre e segmentos com nenhuma borda livre ($g_f = 1,0$ para uma borda livre)
 E = módulo de Young
 F_{cy} = tensão de escoamento em compressão
 F_{cc} = tensão de falha local

m , B_{10} e g_f específicos para material e processo de fabricação!



Método da Boeing para Falha Local

Tabela 6.1 Coeficientes para Falha Local - Método Boeing

Alloy	Temper	Form	m	B ₁₀	δ_f^*
Aluminum 2024	T3, T351, T42	Bare Sheet & Plate	.82	.063	2.5
	T3, T351, T42	Clad Sheet & Plate	.80	.054	3.4
	T4, T351x	Extrusion < .25	.75	.059	2.3
7075	T6, T651	Bare Sheet & Plate	.80	.05275	2.65
	T6, T651	Clad Sheet & Plate	.82	.061	1.9
	T6, T651x	Extrusion < .25 thick	.75	.063	2.3
Titanium ① CP-70A	Annealed	Sheet & Plate	.80	.060	2.7
6Al-4V	Annealed	Sheet	.80	.060	2.7
	Soln. Heat Treat & Age @ 1000°F	Sheet	.80	.060	2.7
Magnesium HK31A-H24		Sheet	.815	.0527	2.7
		Sheet	.78	.053	2.7
	T5	Extrusion	.75	.061	2.7
All ② Average Values		Sheet & Plate	.80	.053	2.7
		Extruded and/or Machined	.75	.061	2.3

* For No Edge Free ($\delta_f = 1.0$ for one edge free)

① See discussion of Titanium

② For use in Preliminary Design only



Método Boeing para Falha Local – Curva Típica

Seção Conformada

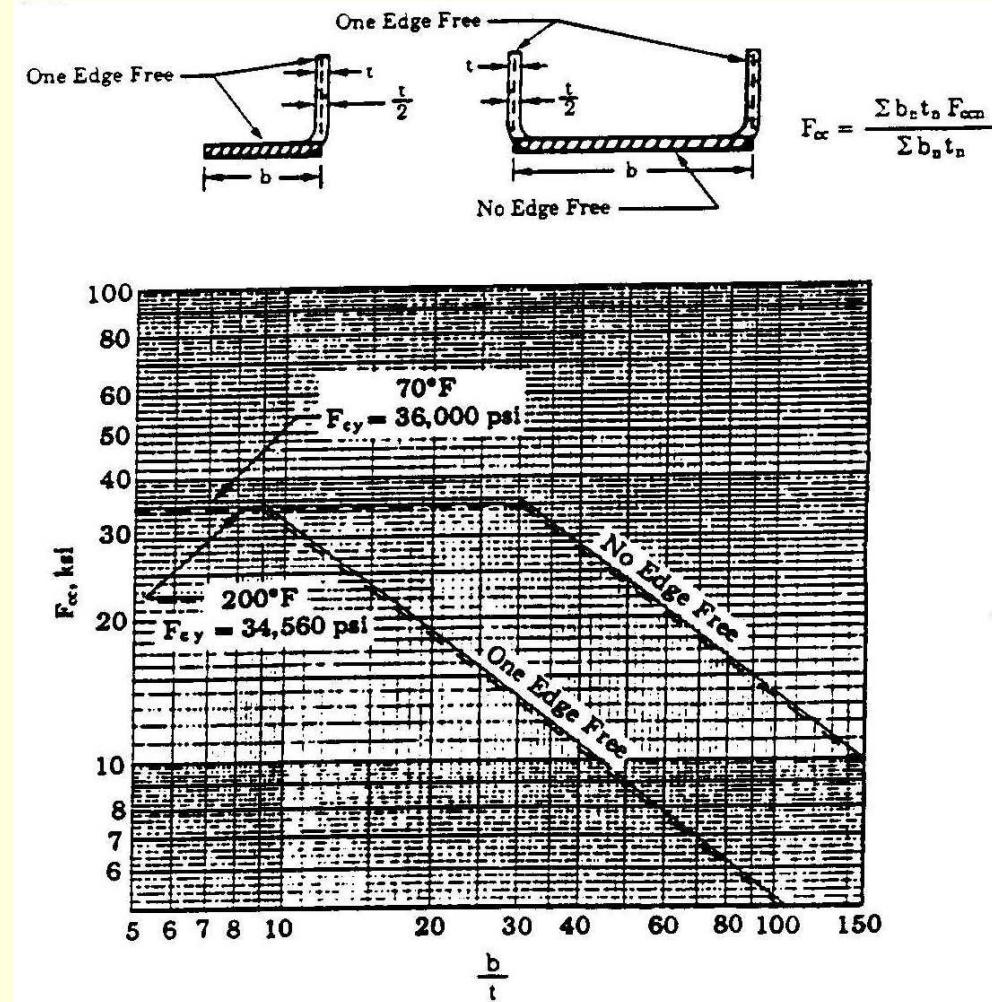


Fig. 6-18 Tensão de Falha Local para Seções Conformadas.
Método Boeing - Material Al Clad 2024-T3. -T351



Método Boeing para Falha Local – Curva Típica

Seção Extrudada ou Usinada

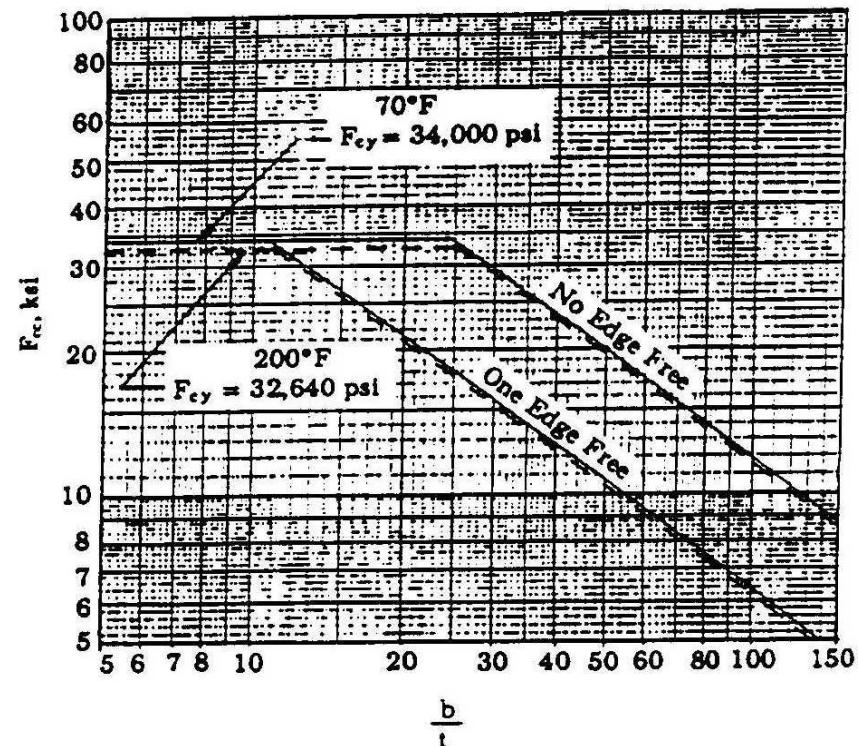
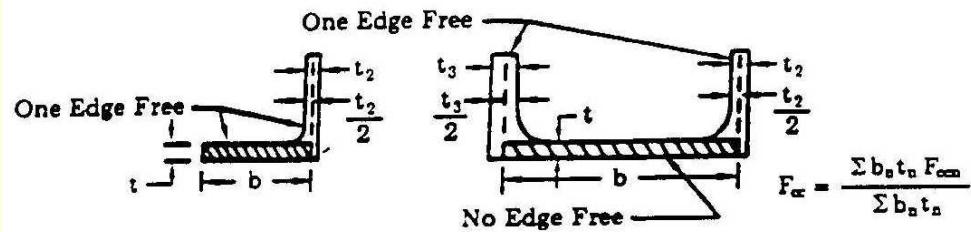


Fig. 6-19 Tensão de Falha Local para Seções Extrudadas
Método Boeing - Al Bare 2024-T4 - T351X



Método Boeing para Falha Local

- As seções são analisadas da seguinte forma:
- A seção é dividida em segmentos individuais, como mostrado no esboço abaixo
- A tensão admissível de falha local de cada segmento é achada a partir da curva do material associado
- A tensão de falha local para a seção é computada através da equação

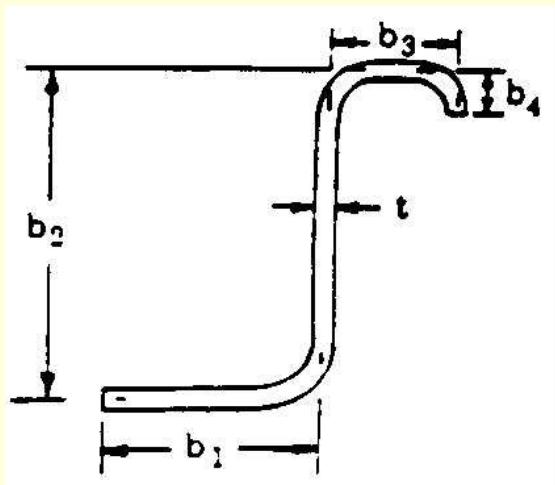
$$F_{cc} = \frac{\sum_i F_{cci} b_i t_i}{\sum_i b_i t_i}$$

Onde

b_1, b_2, \dots = comprimentos dos segmentos individuais

t_1, t_2, \dots = espessura dos segmentos individuais

F_{cc1}, F_{cc2}, \dots = tensão de falha local correspondendo aos valores computados de b/t para os segmentos individuais.



Há regras para tratamento de lábios e bulbos!

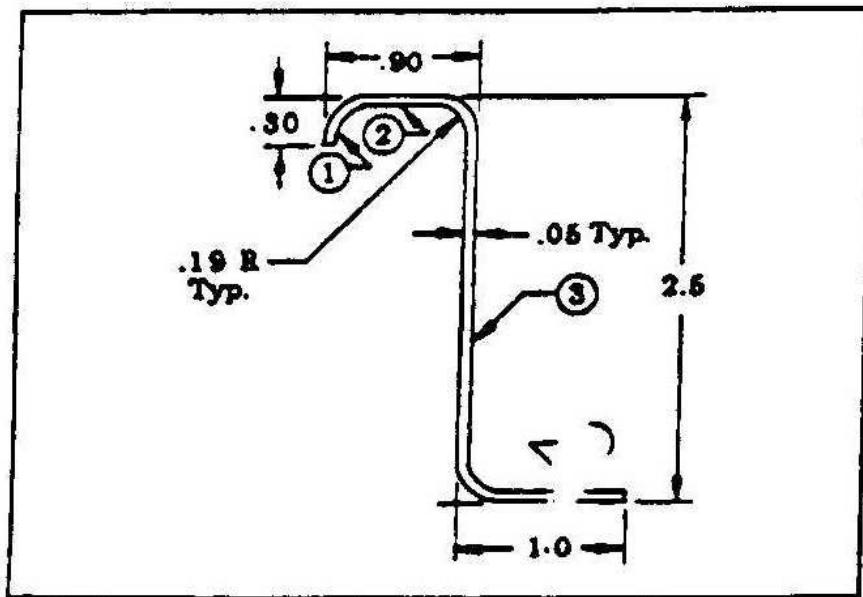


Exemplo

Exemplo 6.2

Find: Crippling for the section shown below.

Given: The material is 2024 clad, $F_{cy} = 36$ ksi.



Step 1: Determine whether the lip segment, ①, provides sufficient stability to the adjacent flange segment.

$$\frac{b_L}{t} = \frac{.275}{.05} = 5.5 \quad \frac{b_F}{t} = \frac{.85}{.05} = 17$$

These values lie within the acceptable range in Fig. 6-10

Step 2: Prepare tabular form and calculate F_{cc} .

The solution of crippling stress lends itself to a tabular format as follows:

Segment	Free Edges	b_n	t_n	b_n/t_n	$b_n t_n$	F_{ccn}^*	$t_n b_n F_{ccn}$
①	1	.275	.05	5.5	.01375	36	.495
②	0	.85	.05	17	.04250	36	1.53
③	0	2.45	.05	49	.12250	24.5	3.001
Σ		.975	.05	19.5	.04875	19	.926
					227.50		5.952

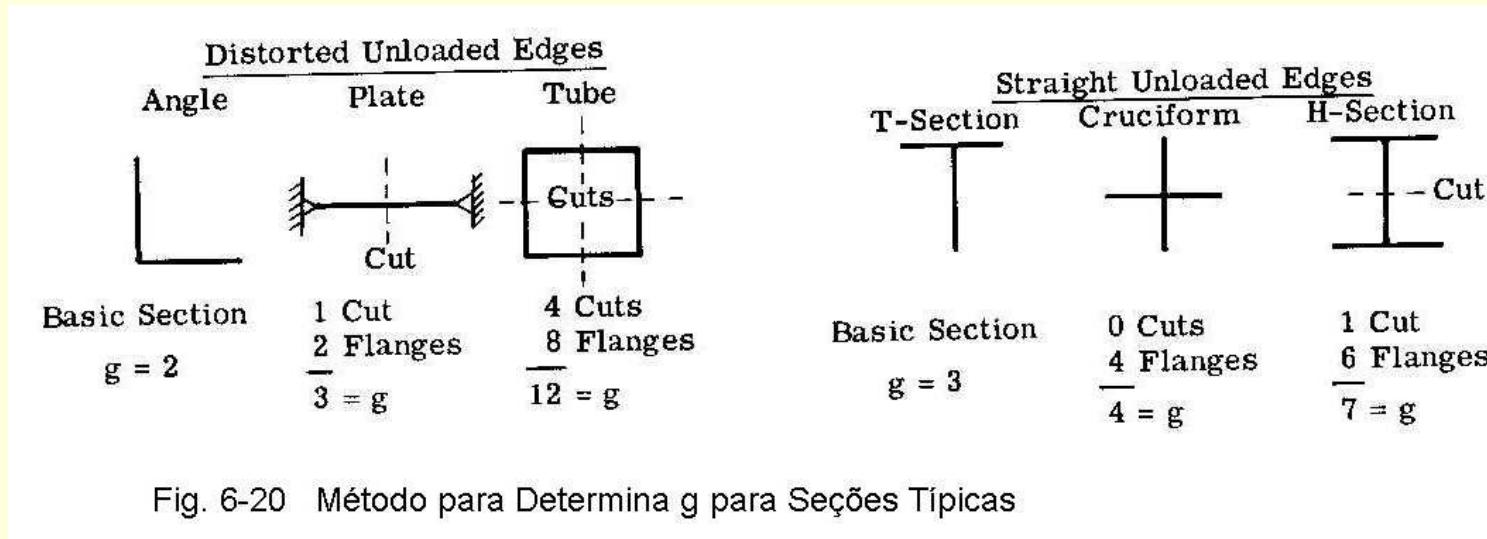
$$\text{Solution: } F_{cc} = \frac{\sum b_n t_n F_{ccn}^*}{\sum b_n t_n} = \frac{5.952}{227.50} = 26.16 \text{ ksi.}$$



Método de Gerard para Falha Local

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E}{F_{cy}}} \right]^m$$

β_g e m (e F_{cut} =tensão de corte) tabelados



$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta \left[\frac{t^2}{A} \left(\frac{E}{F_{cy}} \right)^{1/3} \right]^{0,75}$$

Para seções com dois cantos (Z e Canal)



Método de Gerard para Falha Local

Fator de correção de β para seções com dois cantos

Seções de múltiplos cantos OK

se F_{cc} (como calculado) > F_{cut}

$$F_{cc} = \max(F_{cut}, F_{cr})$$

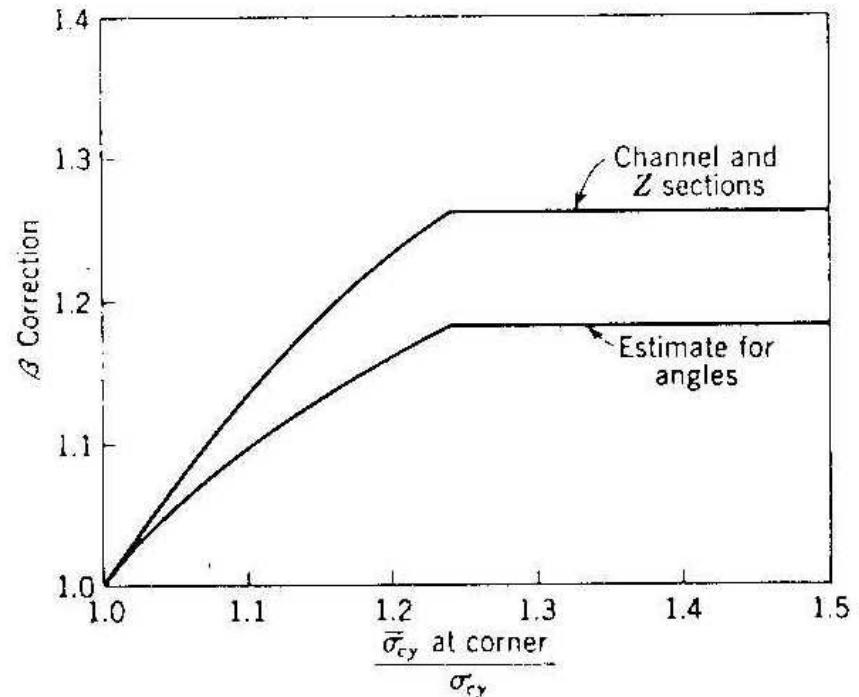


Fig. 6-21 Fator de Correção de β para Seções Conformadas

Seções extrudadas de espessura não-constante:

$$\bar{t} = \frac{\sum b_i t_i}{\sum b_i}$$

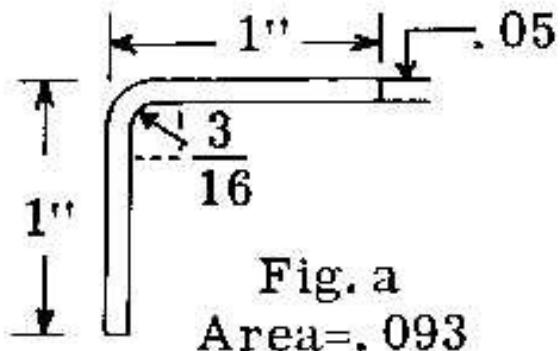


Método de Gerard – Valores dos Parâmetros

<i>Seção</i>	<i>Equação</i>	<i>g</i>	β_g ou β	<i>m</i>	F_{cut}
1. ângulo extrudado	(6.15)	2	0,56	0,85	$0,8F_{cy}$
2. placa, bordas livres para empenar	(6.15)	3	0,56	0,85	$0,9F_{cy}$
3. tubo retangular extrudado	(6.15)	12	0,56	0,85	$0,75F_{cy}$
4. seção multi-canto conformada	(6.15)	*	0,55	0,85	$0,75F_{cy}$
5. placa, bordas retas	(6.15)	3	0,65	0,40	$0,8F_{cy}$
6. T extrudado	(6.15)	3	0,67	0,40	$0,8F_{cy}$
7. cruciforme extrudado	(6.15)	4	0,67	0,40	$0,8F_{cy}$
8. H extrudado	(6.15)	7	0,67	0,40	$0,8F_{cy}$
9. seções de dois cantos	(6.16)	-	3,2	0,75	**



Exemplo 1



Ache a tensão de falha local para a seção ângulo de pernas iguais da figura. O material é alumínio 2024-T3 ($E = 10700\text{ksi}$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$)

a) Solução pelo Método de Needham

$$(a+b)/2t = (1 - 0,025 + 1 - 0,025) / 0,1 = 19,5$$

Fig. 6-16, duas bordas livres \Rightarrow

$$F_{cc} / (F_{cy} E)^{1/2} = 0,033$$

$$F_{cc} = 0,033 (40 \times 10700)^{1/2} = 21,6 \text{ ksi}$$

b) Solução pelo método de Gerard
Caso 1 da Tabela 6.2

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E}{F_{cy}}} \right]^m =$$

$$0,56 \left[\frac{2 \times 0,05^2}{0,093} \sqrt{\frac{10700}{40}} \right]^{0,85} = 0,502 < \frac{F_{cut}}{F_{cy}} \Rightarrow F_{cc} = 20,1 \text{ ksi}$$



Exemplo 2

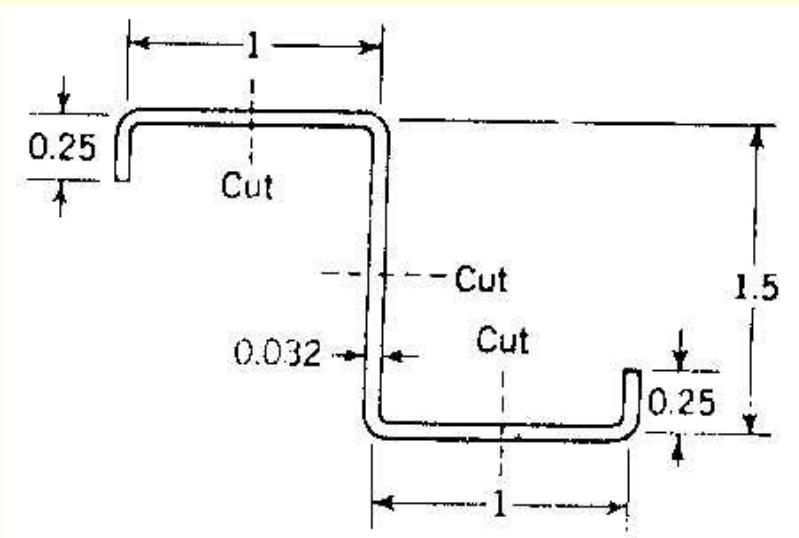
Ache a tensão de falha local para a seção da figura. O material é alumínio 2024-T3 ($E = 10700\text{ksi}$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$)

a) Solução pelo Método de Gerard

Caso 4 da Tabela 6.2 – g = 3 cortes + 8 flanges = 11

$$A = (0,25 + 1 + 1,5 + 1 + 0,25) \times 0,032 = 0,128 \text{ in}^2$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0,55 \left[\frac{11 \times 0,032^2}{0,128} \sqrt{\frac{10700}{40}} \right]^{0,85} = 0,750 = \frac{F_{cut}}{F_{cy}} \Rightarrow F_{cc} = 30 \text{ ksi}$$

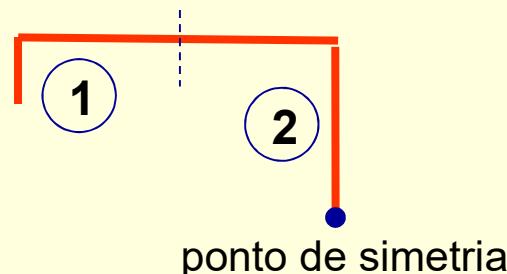


Exemplo 2 (continuação)

b) Solução pelo Método de Needham

Como a seção é ponto-simétrica é necessário analisar somente a metade.

Unid- dade	$\frac{b'}{t} = \frac{a+b}{2t}$	Bordas livres	$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E}}$	F_{cc} (ksi)	A (in ²) $(a+b)t$	P_{cc} (kips) $F_{cc} A$
1	$\frac{0,25+0,5}{2 \times 0,032} = 29,48$	1	0,027	17,67	0,024	0,424
2	$\frac{0,5+0,5}{2 \times 0,032} = 11,72$	0	0,058	37,94	0,032	1,214
Σ					0,056	1,638



$$F_{cc} = \frac{\sum P_{cc}}{\sum A} = \frac{1,638}{0,056} = 29,3 \text{ ksi}$$



Exemplo 3

Ache a tensão de falha local para a seção da figura. O material é extrusão de alumínio 7075-T6 ($E = 10500\text{ksi}$, $F_{cy} = 70 \text{ ksi}$)

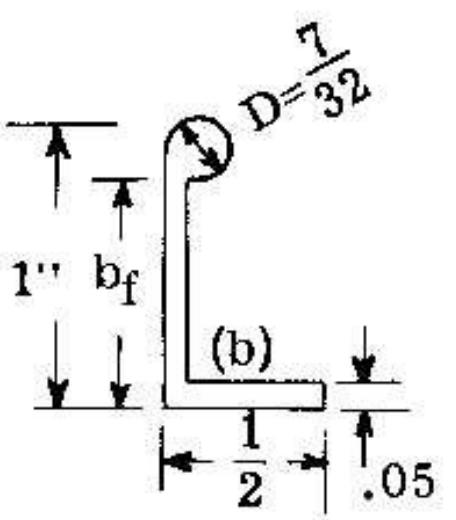
a) Solução pelo Método da Boeing

Da Tabela 6.1: $m = 0,75$, $B_{10} = 0,061$, $g_f = 2,3$

1- Verificação se o bulbo fornece suporte completo:

$$b_f/t = 0,78/0,05 = 15 \Rightarrow \text{Fig. 6-11 : } D_{min}/t = 3,8$$

como $D/t = 7/(32 \times 0,05) = 4,38$ o bulbo fornece apoio completo, e o elemento de comprimento b_f comporta-se como uma alma.



Exemplo 3 - Boeing

Seg- mento	A (in ²)	Bor- das Li- vres	g_f	b/t	$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E}} = \frac{0.061}{(b/10g_f t)^{0.75}}$	F_{cc} (ksi)	$\frac{P_{cc}}{F_{cc} A}$
bulbo	$\pi D^2/4 = 0,0376$	-	-	-	-	70,0	2,632
2	$0,475 \times 0,05 = 0,0238$	0	2,3	15,2	0,0816	70,0	2,660
3	$0,76 \times 0,05 = 0,0380$	1	1	9,5	0,0634	54,4	1,295
Σ	0,0994						6,587

$$F_{cc} = \frac{\sum P_{cc}}{\sum A} = \frac{6,587}{0,994} = 66,3 \text{ ksi}$$



Falha de Colunas de Paredes Finas

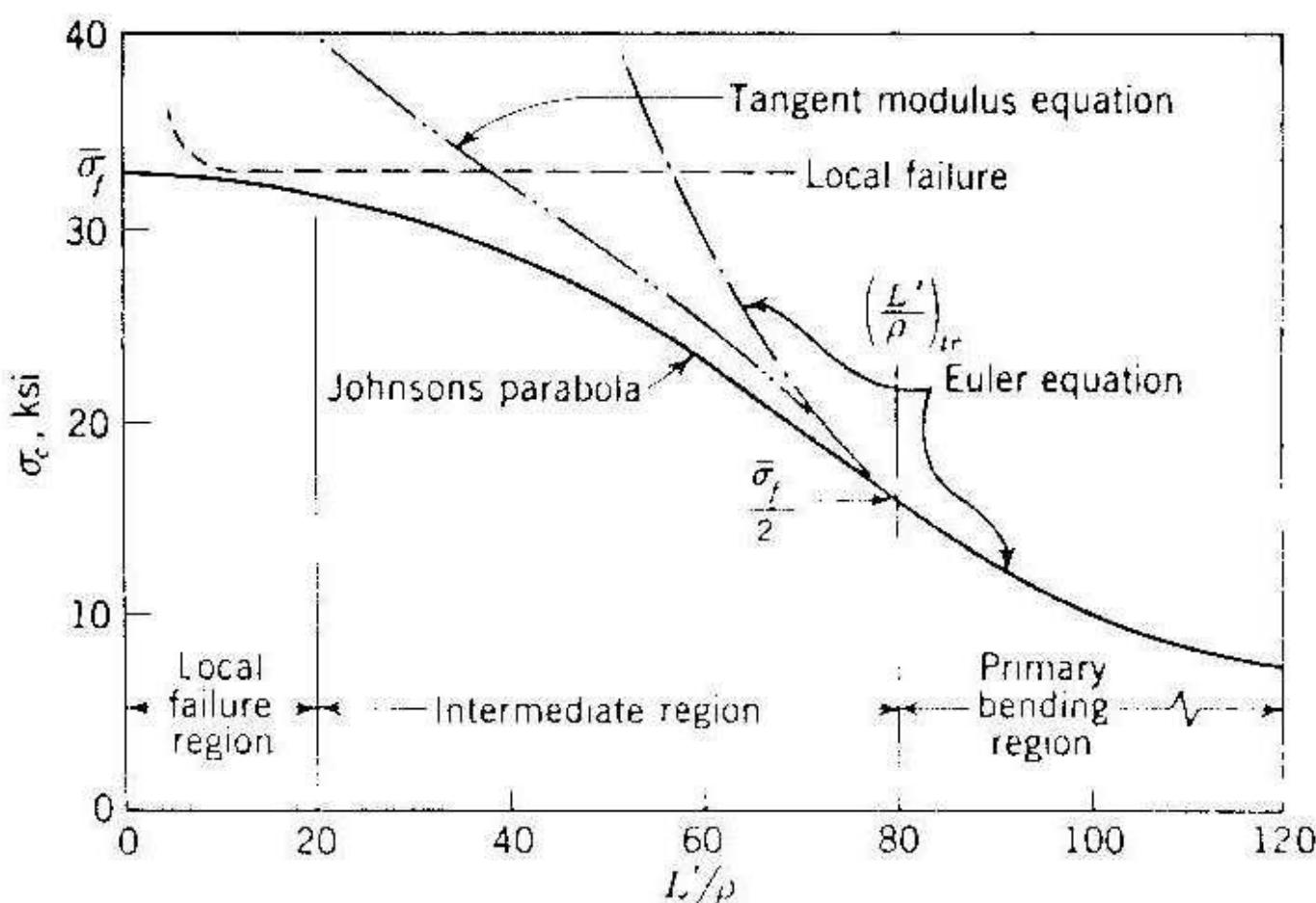
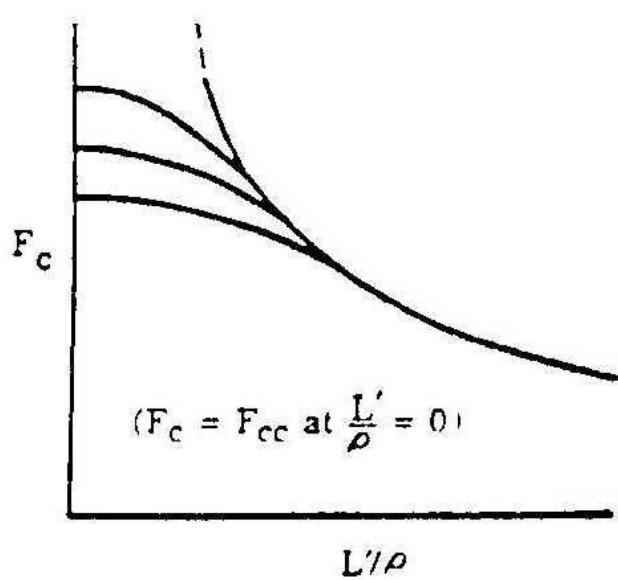


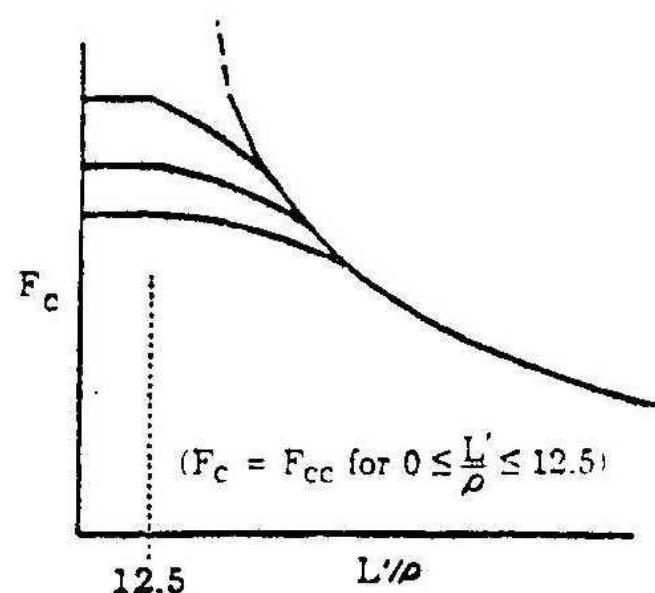
Fig. 6-1 Curva de Coluna Típica para Seção de Paredes Finais



Parábola de Johnson



(a) Parábola de Johnson Padrão



(b) Parábola de Johnson Modificada

Fig. 6-22 Evolução das Parábolas de Johnson



Falha de Colunas de Paredes Finas

$$F_c = F_{cc} \left[1 - \frac{F_{cc}}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 \right] \quad \text{se} \quad \left(\frac{L'}{\rho} \right)_{tr} \leq \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{cc}}} \quad \text{Johnson}$$

$$F_c = \frac{\pi^2 E_t}{(L'/\rho)^2} \quad \text{se} \quad \left(\frac{L'}{\rho} \right)_{tr} > \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{cc}}} \quad \text{Euler}$$

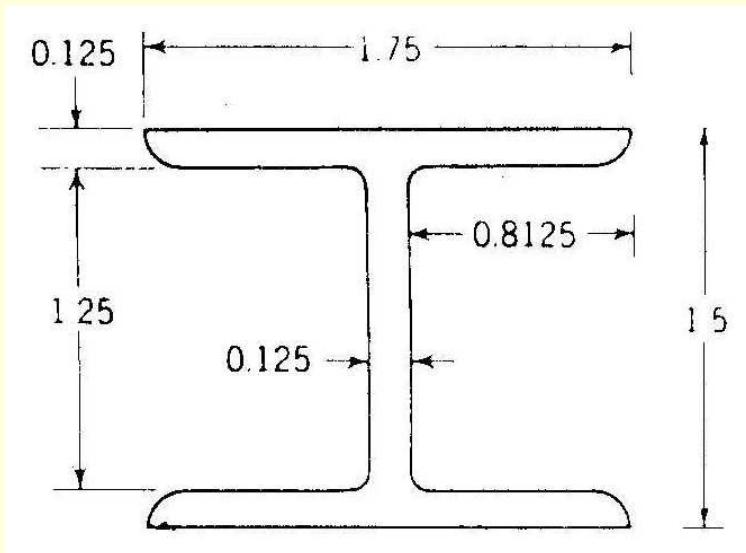
$$0 \leq \frac{L'}{\rho} \leq 12,5 \quad \Rightarrow \quad F_c = F_{cc} \quad \text{Boeing}$$

$$12,5 < \frac{L'}{\rho} < \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{co}}} \quad \Rightarrow \quad F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 \right] \quad \begin{matrix} \text{Johnson} \\ \text{modificado} \end{matrix}$$

onde $F_{co} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2F_{cc}}{\phi}} \right)$ com $\phi = 2E \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2$



Exemplo



A área da seção transversal da coluna do Exemplo 6.1 é 0.594 in² e o momento de inércia mínimo é de 0.1023 in⁴. A tensão de escoamento do material em compressão é 70 ksi. Determine a carga de falha da coluna, para comprimentos de 20 in e 40 in, se o coeficiente de fixação (engastamento) é 1.5.

Calculando a tensão de falha local pelo método de Gerard

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0,67 \left[\frac{7 \times 0,125^2}{0,594} \sqrt{\frac{10500}{70}} \right]^{0,4} = 0,928 > \frac{F_{cut}}{F_{cy}} = 0,8$$

$$\Rightarrow \text{Exemplo 6.1 } F_{cc} = 76,3 \text{ ksi}$$



Exemplo (continuação)

$$\rho = \sqrt{I/A} = \sqrt{0,1023/0,594} = 0,415 \quad (L'/\rho)_{tr} = \pi \sqrt{2 \times 10500/76,3} = 52,1$$

Coluna de comprimento 20 in

$$L' = 20/\sqrt{1,5} = 16,33 \text{ in} \quad L'/\rho = 16,33/0,415 = 39,4 < (L'/\rho)_{tr}$$

$$F_c = 76,3 \left[1 - \frac{76,3}{4\pi^2 10500} 39,4^2 \right] = 54,5 \text{ ksi} \quad P_c = 54,5 \times 0,594 = 32,7 \text{ kips}$$

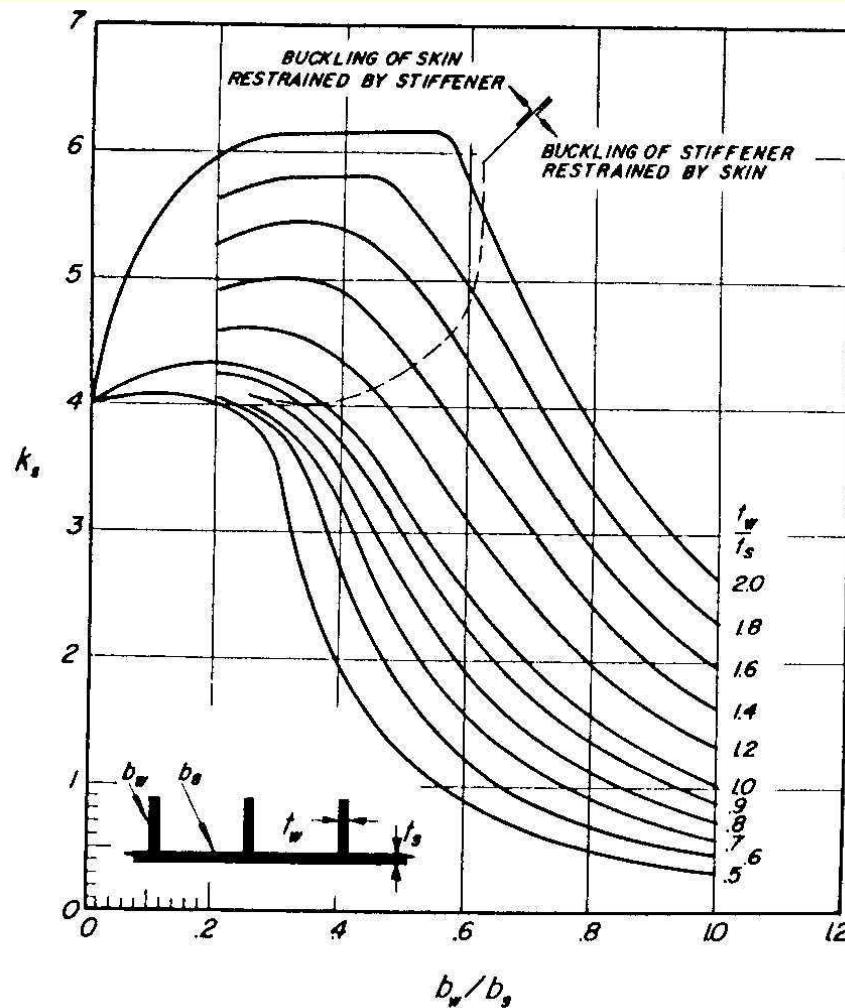
Coluna de comprimento 40 in

$$L' = 40/\sqrt{1,5} = 32,66 \text{ in} \quad L'/\rho = 32,66/0,415 = 78,7 > (L'/\rho)_{tr}$$

$$P_c = \frac{c\pi^2 EI}{L^2} = \frac{1,5\pi^2 10500 \times 0,1023}{40^2} = 9,94 \text{ kips}$$



Flambagem de Painéis Reforçados

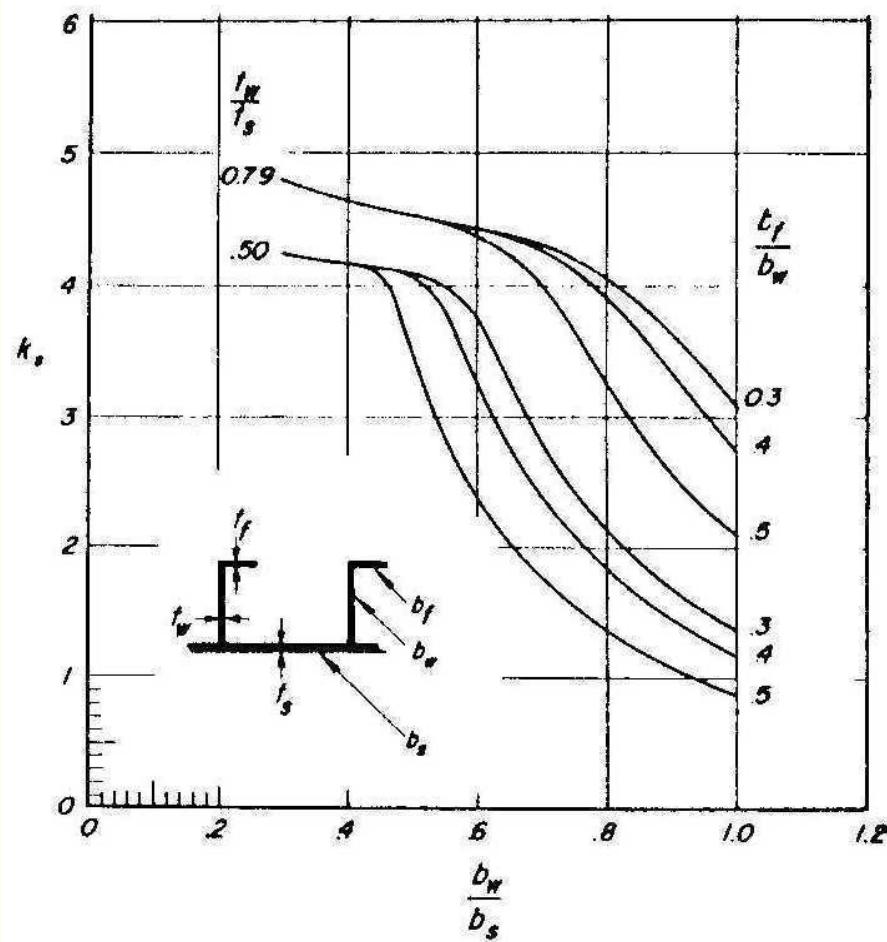


Web stiffeners. $0.5 < t_w/t_s < 2.0$

Fig. 6-23 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção sem Flange

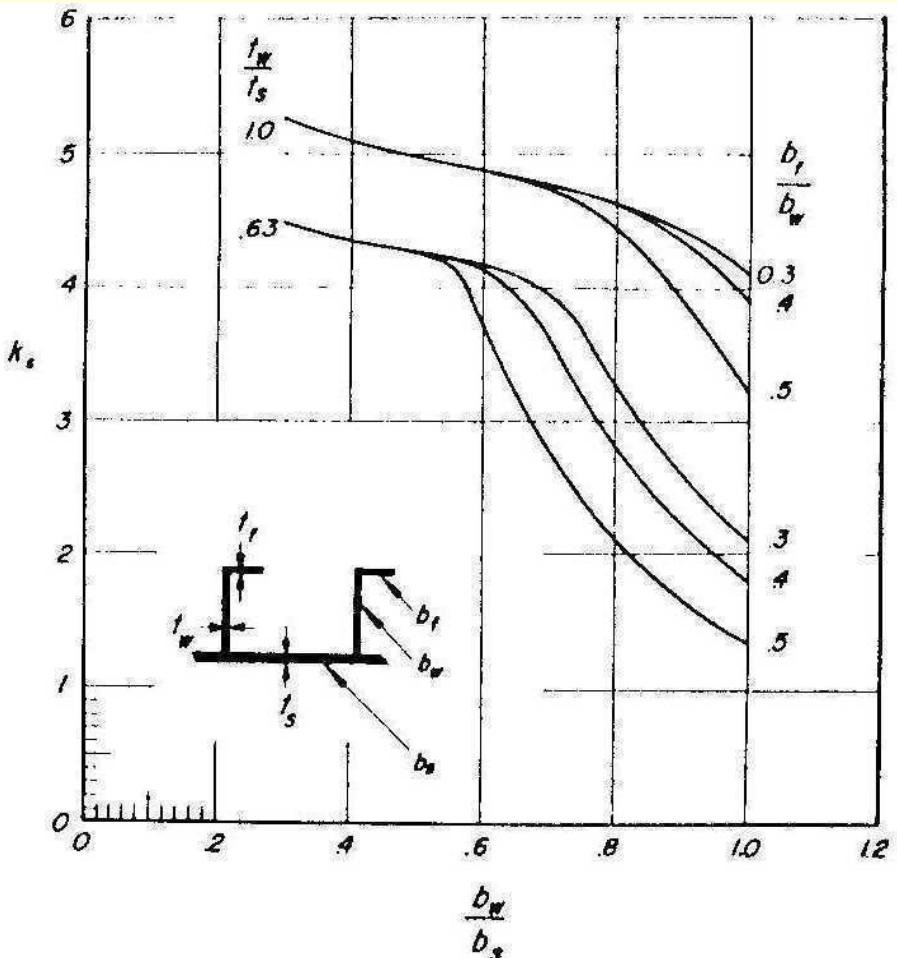


Flambagem Local de Painéis Reforçados



$$t_w/t_s = 0.50 \text{ and } 0.79$$

Fig. 6-24 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção em Z



$$t_w/t_s = 0.63 \text{ and } 1.0.$$

Fig. 6-25 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção em Z



Flambagem Local de Painéis Reforçados

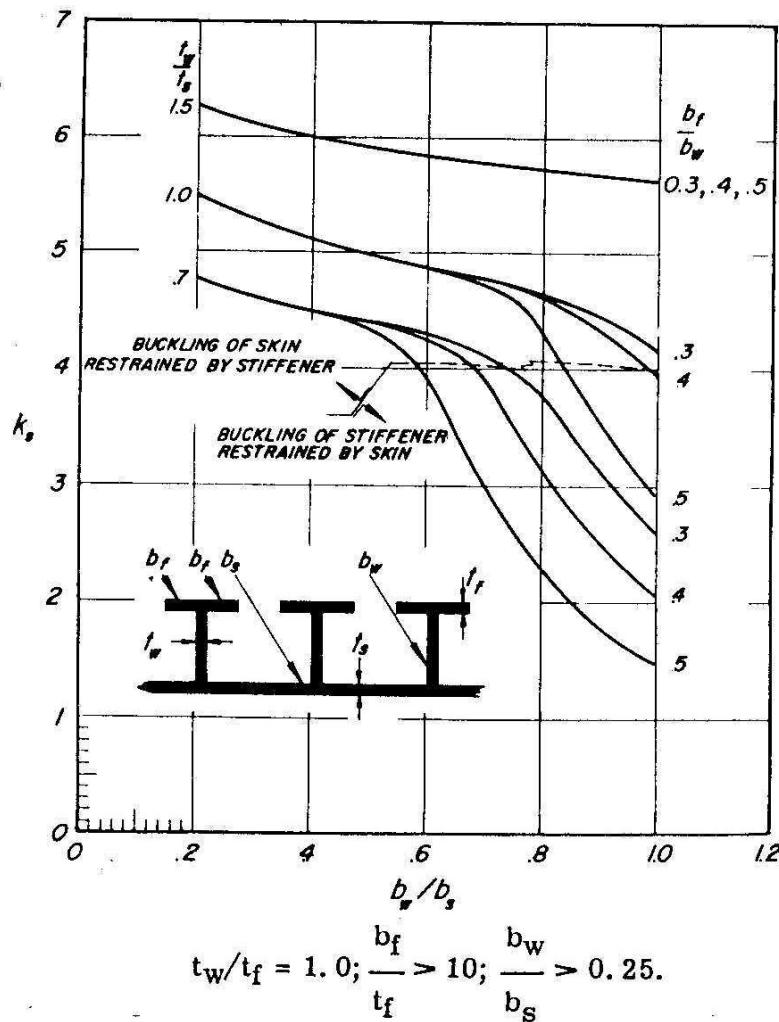


Fig. 6-26 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção em T

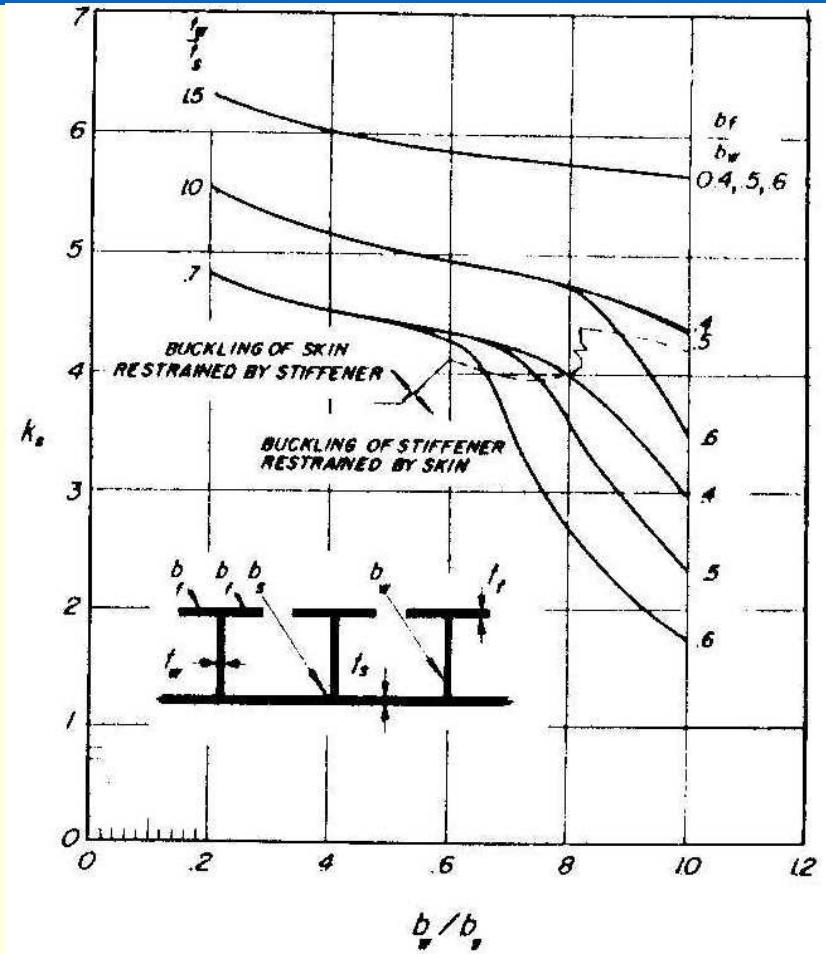


Fig. 6-27 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção em T

