EES-60 – Sensores e Sistemas para Navegação e Guiamento
Prof. Jacques Waldmann
Preâmbulo da lista computacional 1 – 20 de agosto de 2019.
Concomitantemente ao aprendizado do conteúdo sobre parametrização e determinação de atitude, nesta etapa nos ocuparemos com a geração da solução analítica da atitude de um movimento chamado de cone (*coning*) que servirá de gabarito (*ground-truth*) para avaliar erros incorridos por algoritmos de determinação de atitude.

1 – Obtenha, <u>*com o emprego do piograma*</u>, a solução analítica para a matriz de cossenos diretores (DCM) $\mathbf{D}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{NED}}(\psi(t),\theta(t),\phi(t))$, $t\geq 0$, que transforma de uma representação segundo o sistema de referência $S_{\mathbf{NED}}$ para uma segundo o do corpo $S_{\mathbf{B}}$ usando os ângulos de Euler $\psi(t), \theta(t), \phi(t)$ associados à sequência de rotações a seguir:

$$S_{NED} \rightarrow \frac{3 \quad\; 2 \quad\; 3}{\dot{\psi}t \;\; \theta_c \;\; \dot{\phi}t} \rightarrow S_B$$

Neste movimento, $\dot{\psi}$ e $\dot{\phi}$ são derivadas temporais constantes e $\theta_c \neq 0$ também é constante. Note que os sistemas de coordenadas não estão alinhados em t=0.

2 – Seja o movimento angular de $S_{\mathbf{NED}}$ em relação a $S_{\mathbf{B}}$ descrito pela velocidade angular $\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{BNED}}$ de $S_{\mathbf{B}}$ em relação a $S_{\mathbf{NED}}$ com representação em $S_{\mathbf{B}}$ conforme a seguir:

$$\boldsymbol{\omega}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{BNED}} = \left[-\Omega_{prec}s(\theta_c)c(\Omega_{prec}t) \quad -\Omega_{prec}s(\theta_c)s(\Omega_{prec}t) \quad \Omega_{prec}(c(\theta_c)-1)\right]^T$$

Com auxílio do piograma, obtenha as funções $\psi(t)$, $\theta(t)$ e $\phi(t)$, as quais representam as variações temporais dos ângulos de Euler referidos no item anterior. $\Omega_{\text{prec}} \neq 0$ é constante e representa a velocidade angular de precessão do eixo de *spin* em torno de um certo eixo – este eixo deverá se tornar de claro entendimento na resolução deste item 2.

Note que as funções $\psi(t)$, $\theta(t)$ e $\phi(t)$ são a solução analítica do movimento de cone quando parametrizada por ângulos de Euler. Obtém-se, portanto, a DCM analítica $\mathbf{D}_{\mathbf{B}}^{\mathbf{NED}}(\psi(t),\theta(t),\phi(t))$, o quatérnion de rotação associado e o correspondente vetor rotação – o eixo de rotação única e o correspondente ângulo de rotação a cada instante.

3 – Desenhe como, durante o movimento de cone, se desenvolve o movimento do eixo de *spin* em torno do eixo de precessão. Busque se informar sobre o que são o cone espacial e o cone do corpo.