

Exercícios: Pós-flambagem de placas

Exercício 1.1

A2 2024-T6

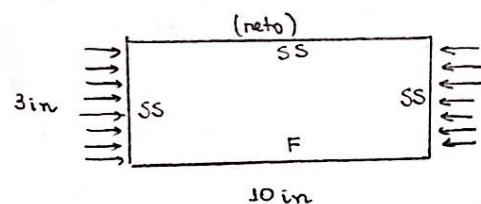
$$E_c = 10700 \text{ ksi}$$

$$f_{cy} = 49 \text{ ksi}$$

$$f_{0,7} = 49 \text{ ksi}$$

$$n = LL$$

$$\nu_c = 0,3$$



$$Fig 5-9: a/b = 10/3 = 3,33$$

$$k \approx 0,50$$

$$a) N_x = 5 \text{ kips/in}$$

$$F_{cr} = \eta \cdot k \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_c}{12(1-\nu_c^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \Rightarrow \frac{N_x}{t} = \eta \cdot k \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_c}{12(1-\nu_c^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \Rightarrow t^3 = N_x \cdot \frac{b^2 \cdot 12(1-\nu_c^2)}{\eta \cdot k \cdot \pi^2 \cdot E_c}$$

$$\Rightarrow t^3 = 5 \cdot \frac{3^2 \cdot 12(1-0,3^2)}{1 \cdot 0,50 \cdot \pi^2 \cdot 10700} \Rightarrow t = 0,21 \text{ in}$$

O menor valor para t ocorre com o maior valor para η .
 $\eta = 1$ (flambagem regime elástico)

$$b) Tensão de falha da Placa$$

$$F_{cr,e} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot E_c}{12(1-\nu_c^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \Rightarrow F_{cr,e} = \frac{N_x}{t} \Rightarrow F_{cr,e} = \frac{5}{0,21} \Rightarrow F_{cr,e} = 23,77 \text{ ksi}$$

Vamos calcular a tensão de proporcionalidade:

$$E = E_{el} + E_{inel}$$

$$E = \frac{f}{E_c} + C \left(\frac{f}{E_c}\right)^n \Rightarrow \frac{dE}{df} = \frac{1}{E_c} + C \cdot n \cdot \frac{f^{n-1}}{E_c^n} \Rightarrow \frac{1}{E_T} = \frac{1}{E_c} + C \cdot n \cdot \frac{f^{n-1}}{E_c^n}$$

$$\frac{1}{E_T} = \frac{1}{E_c} + C \cdot n \cdot \frac{f_{0,7}^{n-1}}{E_c^n} \cdot \left(\frac{f}{f_{0,7}}\right)^{n-1} \Rightarrow E_T = \frac{E_c}{1 + C \cdot n \cdot \frac{f_{0,7}^{n-1}}{E_c^{n-1}} \cdot \left(\frac{f}{f_{0,7}}\right)^{n-1}}$$

$$\Rightarrow C = \frac{3}{7} \frac{E_c^{n-1}}{f_{0,7}^{n-1}} \Rightarrow C = \frac{3}{7} \left(\frac{10700}{49}\right)^{10} \Rightarrow C = 1,057 \cdot 10^{23}$$

$$e E_{inel} = C \left(\frac{f_p}{E_c}\right)^n = 0,0001 \Rightarrow f_p = \frac{0,0001}{C^{1/n}} \cdot E_c \Rightarrow f_p = \left(\frac{0,0001}{1,057 \cdot 10^{23}}\right)^{1/10} \cdot 10700 \Rightarrow f_p = 37,38 \text{ ksi}$$

e o limite de proporcionalidade.

Tensão de falha da Placa: segundo o método de Von Karman:

Como $F_{cr,e} = 23,77 \text{ ksi} < f_p = 37,38 \text{ ksi} \Rightarrow$ Placa flambar no regime elástico com Tensão de Falha: $F_u = 23,77 \text{ ksi}$

Segundo Von Karman, a carga de falha será:

$$P_u = b \cdot t \cdot f_{cy} \sqrt{\frac{F_{cr}}{F_{cy}}} \Rightarrow P_u = 3 \cdot 0,21 \cdot 49 \sqrt{\frac{23,77}{49}} \Rightarrow P_u = 21,50 \text{ kips}$$

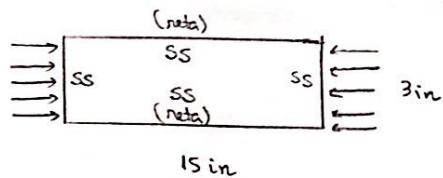
Segundo Gerard, como o sistema é uma flange simplesmente apoiada com borda reta, então $\alpha = 0,80$ e $n = 0,80$. Logo:

$$\alpha^{1/n} \cdot F_{cy} = 0,81^{1/0,80} \cdot 49 = 37,65 \text{ ksi} > F_u = 23,77 \text{ ksi} \Rightarrow$$

$$\frac{F_u}{F_{cr}} = \alpha \left(\frac{F_{cy}}{F_{cr}}\right)^n \Rightarrow P_u = b \cdot t \cdot F_{cr} \cdot \alpha \left(\frac{F_{cy}}{F_{cr}}\right)^n \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_u = 3 \cdot 0,21 \cdot 23,77 \cdot 0,81 \left(\frac{49}{23,77}\right)^{0,80} \Rightarrow P_u = 21,64 \text{ kips}$$

Exercício 1.2 Corrigir esse erro



Método de Gerold:

Teoria para placa simetricamente apoiada, com bordos descarregados retos:

$$\alpha = 0,78$$

$$\gamma = 0,80$$

AL 2024-T3

$$E_c = 10700 \text{ ksi} \quad t = 0,04 \text{ in}$$

$$\gamma = 0,3$$

$$F_{0,7} = 39 \text{ ksi}$$

$$\gamma = 11,5$$

$$F_y = 40 \text{ ksi}$$

Vamos inicialmente calcular o limite de proporcionalidade do material:

$$c = \frac{3}{7} \left(\frac{E_c}{F_{0,7}} \right)^{\gamma-1} \quad e \quad F_p = E_c \left(\frac{0,0001}{c} \right)^{1/\gamma}$$

$$\Rightarrow F_p = 10700 \left(\frac{0,0001}{\frac{3}{7} \cdot 10700^{10,5}} \cdot 39^{11,5} \right)^{1/11,5} \Rightarrow F_p = 30,71 \text{ ksi}$$

Vamos calcular a tensão crítica de flambagem elástica:

$$F_{u,e} = \frac{k \pi^2 E_c}{12(1-\gamma_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \xrightarrow{\text{Fig 5.9}} F_{u,e} = \frac{4 \pi^2 E_c}{\gamma(1-\gamma_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \xrightarrow{\gamma \approx \gamma_e} F_{u,e} = \frac{4 \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,04}{3} \right)^2 \Rightarrow$$

$F_{u,e} = 6,88 \text{ ksi}$ é a tensão de flambagem no regime elástico.

Como $F_b = 4 \text{ ksi} < F_{u,e} = 6,88 \text{ ksi}$, então a placa ainda não flambou. Vamos calcular a largura efetiva para essa tensão:

Pela açoaria, a única configuração possível de equilíbrio para uma placa plana perfeita quando $F < F_u$ é a posição plana estável. A placa pode suportar cargas acima da carga de flambagem quando a flexão lateral dos bordos descorregidos é prevista, mas a distribuição das tensões de compressão não é uniforme através da largura da placa, como é o caso quando $F < F_u$.

$$\text{Largura efetiva de Von Karman} \Rightarrow b_e = 1,70 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{\gamma E}{F_b}} \xrightarrow{\substack{\text{Regime} \\ \text{elástico} \\ \gamma=1}} b_e = 1,90 \cdot 0,04 \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot 10700}{4}} \quad \begin{array}{l} \text{Atenção: posic} \\ \text{ura o } \gamma \text{ para} \\ \text{flambando} \\ \text{elásticamente} \end{array}$$

$$\text{Tab 5.1} \quad \gamma = \frac{E_s}{E_c} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(\frac{E_s}{F_{0,7}} \right)^{\gamma-1}} \right) = \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{E_s}{F_{0,7}} \right)^{\gamma-1}} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(1 + \frac{3}{7} \left(\frac{E_s}{F_{0,7}} \right)^{\gamma-1} \right) \cdot \left(1 + \frac{3}{7} \gamma \cdot 11,5 \cdot \left(\frac{E_s}{F_{0,7}} \right)^{\gamma-1} \right)^{-1}} \right]$$

$$\gamma(F=4 \text{ ksi}) = \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{4}{39} \right)^{10,5}} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left(1 + \frac{3}{7} \left(\frac{4}{39} \right)^{10,5} \right) \left(1 + \frac{3}{7} \cdot 11,5 \cdot \left(\frac{4}{39} \right)^{10,5} \right)^{-1}} \right]$$

$$\gamma(F=4 \text{ ksi}) \approx 1,0 \quad (\text{já esperado}) \Rightarrow b_e(F=4 \text{ ksi}) = 1,90 \cdot 0,04 \sqrt{\frac{10700}{4}} = 3,93 \text{ in} \Rightarrow b_e = 3,93 \text{ in} \quad \text{p/ } F=4 \text{ ksi.}$$

$$\text{Com isso: } P(F=4 \text{ ksi}) = F_e \cdot t \cdot b_e \Rightarrow P(F=4 \text{ ksi}) = 4 \cdot 0,04 \cdot 3,93 \Rightarrow P(F=4 \text{ ksi}) = 0,63 \text{ kips}$$

Para $F_b = 24 \text{ ksi} < F_p = 30,71 \text{ ksi} \Rightarrow$ flambagem no regime elástico.

$$\text{Largura efetiva de Von Karman} \Rightarrow b_e = 1,90 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{\gamma E}{F_b}} \Rightarrow b_e = 1,90 \cdot 0,04 \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot 10700}{24}} \Rightarrow b_e = 1,64 \sqrt{\gamma}$$

$$\text{Tab 5.1} \quad \gamma = \frac{E_s}{E_c} \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_s}{F_{0,7}}} \right) \Rightarrow \gamma(F=24 \text{ ksi}) \approx 0,9924 \Rightarrow b_e(F=24 \text{ ksi}) = 1,60 \text{ in} \quad \text{para } F=24 \text{ ksi}$$

Vamos determinar a carga de fatura da placa:

1) Método de Von Karman.

$$P_u = b \cdot t \cdot F_{Ug} \sqrt{\frac{F_{Ug}}{F_{Uc}}} \Rightarrow P_u = 3 \cdot 0,04 \cdot 40 \cdot \sqrt{\frac{6,728}{40}} \Rightarrow P_u = 1,99 \text{ kips}$$

e a carga de fatura da placa

2) Método de Gerard:

$$\begin{aligned} a &= 0,78 \\ n &= 0,80 \end{aligned} \Rightarrow \frac{\bar{F}_u}{F_{Uc}} = a \left(\frac{F_{Ug}}{F_{Uc}} \right)^n \Rightarrow \bar{F}_u = 0,78 \cdot 0,78 \left(\frac{40}{6,728} \right)^{0,80} \Rightarrow \bar{F}_u = 21,94 \text{ kips}$$

com $a^n F_{Ug} = 0,78^{1/0,80} \cdot 40 = 23,32 \text{ kips}$

que é maior que 6,728 kips

Mantenhamos das hipóteses aplicadas no item b) quanto da carga critica estimada pelo método de Von Karman ou de Gerard.

Exercício 1.3 (reforço, estai errado)

$$a = 3 \text{ in}$$

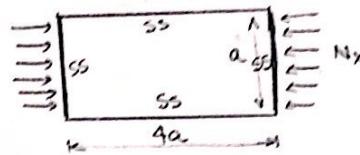
$$t = 0,07 \text{ in}$$

$$M_{sg} = 4431 \text{ kNm}$$

$$E_c = 6500 \text{ ksi} \quad n = 6,2$$

$$F_{Ug} = 19 \text{ ksi} \quad r = 0,3$$

$$F_{Uc} = 17,3 \text{ ksi}$$



Reforço nos bordos carregados impede liberação de movimento transversal dos bordos livres.

Método de Gerard: $a = 0,80$
 $n = 0,50$

Vamos calcular o limite de proporcionalidade:

$$F_p = E_c \left(\frac{0,0001}{C} \right)^{1/n} \Rightarrow F_p = 6500 \left(\frac{0,0001}{3,8600 \cdot 10^{-12}} \right)^{1/6,2} \Rightarrow F_p = 11,68 \text{ ksi}$$

$$C = \frac{3}{7} \left(\frac{E_c}{F_{Uc}} \right)^{n-1}$$

Vamos calcular a tensão crítica estática:

$$F_{Ue,c} = \frac{k \pi^2 E_c}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \xrightarrow{\nu_e \approx 0} F_{Ue,c} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 6500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,07}{3} \right)^2 \Rightarrow F_{Ue,c} = 12,79 \text{ ksi}$$

Como $F_{Ue,c} > F_p$, então a placa flamba no regime plástico, sendo necessária a correção para o η .

Como não é cladding, não precisa de correção de buckling.

$$F_{U,p} = \eta (F_{Ue,p}) \cdot F_{U,e} \Rightarrow F_{U,p} = \eta (F_{Ue,p}) \cdot 12,79 \Rightarrow \eta = \frac{F_{U,p}}{12,79}$$

$$\text{Como } C = \frac{E_c}{E_t} \text{ e } \eta = \frac{E_c}{E_t} \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,25 \cdot E_t/E_c} \right) \text{ com } \eta \text{ para correção de } \delta \approx 1 \text{ e } T_{0,5,1}$$

Panberg-Osgood:

$$E_c = \frac{E_c}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F}{F_{Uc}} \right)^{n-1}} \Rightarrow \frac{E_c}{E_c} = \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{U,p}}{F_{Uc}} \right)^{n-1}}$$

Método de Relaxação:

$$E_t = \frac{E_t}{1 + \frac{3}{7} n \left(\frac{F}{F_{Uc}} \right)^{n-1}} \Rightarrow \frac{E_t}{E_t} = \frac{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{U,p}}{F_{Uc}} \right)^{n-1}}{1 + \frac{3}{7} n \left(\frac{F_{U,p}}{F_{Uc}} \right)^{n-1}} \Rightarrow F_{U,p} = 11,69 \text{ ksi}$$

Para a tensão critica no regime plástico, vamos calcular o comprimento efetivo:

$$b_e = 2,52 \cdot 0,07 \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{u,p}}{F_{0,7}} \right)^{n-1}}} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{n} \frac{\left(\frac{A}{A_n} \left(\frac{F_{u,p}}{F_{0,7}} \right)^{n-1} \right)}{1 + 3 \frac{A}{A_n} \left(\frac{F_{u,p}}{F_{0,7}} \right)^{n-1}}} \right) \frac{1}{F_{u,p}}$$

$$b_e = 2,52 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{\gamma E_c}{F_b}}$$

com $F_{u,p} = 14,69 \text{ ksi}$
 $n = 6,2$
 $F_{0,7} = 17,3 \text{ ksi}$

$$b_e = 14,69 \cdot 10^{-2} \text{ in} = 14,69 \cdot 0,07 \cdot 0,07 =$$

Com isso, a carga total no instante da flambagem será:

$$P = F_{u,p} \cdot b_e \cdot t \Rightarrow P = 14,69 \cdot 10^{-2} \cdot 14,69 \cdot 0,07 \Rightarrow P = 3,82 \cdot 10^{-2} \text{ kips.}$$

Vamos calcular a carga total quando $f_b = 16 \text{ ksi}$, para tal, precisamos calcular o novo comprimento efetivo.

$$b_e = 2,52 \cdot 0,07 \cdot \sqrt{\gamma (16) \cdot E_c / 16} \Rightarrow b_e = 2,52 \cdot 0,07 \cdot 0,24 \Rightarrow b_e = 4,23 \cdot 10^{-2} \text{ in}$$

Portanto, a carga será:

$$P = b_e \cdot t \cdot f_b = 4,23 \cdot 10^{-2} \cdot 0,07 \cdot 16 = 4,74 \cdot 10^{-2} \text{ kips.}$$

Para o momento de falha, vamos fazer mão do método de Von Karman e de Gerard:

1) Método de Von Karman:

$$P_u = F_{u,p} \cdot b_e \Rightarrow P_u = F_{u,p} \cdot t \cdot b \cdot \sqrt{\frac{F_{u,p}}{F_{u,p}}} \Rightarrow P_u = 19 \cdot 0,07 \cdot 3 \cdot \sqrt{\frac{11,69}{19}} \Rightarrow P_u = 3,13 \text{ kips}$$

2) Método de Gerard:

$$P_u = \bar{F}_u \cdot b \cdot t \Rightarrow P_u =$$

$$\alpha = 0,80 \Rightarrow \alpha^n F_{u,p} = 0,8^{1/0,58} \cdot 19 = 12,93 > F_{u,p} = 14,69 \text{ ksi} \Rightarrow \bar{F}_u = \alpha \cdot F_{u,p} \left(\frac{F_{u,p}}{F_{u,p}} \right)^n$$

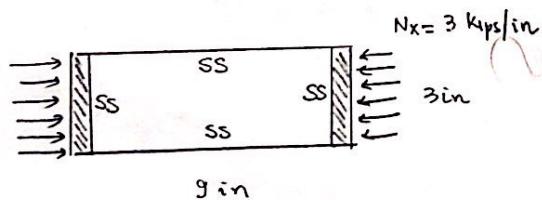
$$\Rightarrow \bar{F}_u = 0,80 \cdot 14,69 \cdot \left(\frac{19}{14,69} \right)^{0,58} \Rightarrow \bar{F}_u = 12,40 \text{ ksi} \Rightarrow P_u = 12,40 \cdot 3 \cdot 0,07 \Rightarrow P_u = 2,60 \text{ kips}$$

Tomando

$$\alpha = 0,78 \quad n = 0,80 \Rightarrow \alpha^n F_{u,p} = 0,78^{1/0,80} \cdot 19 = 13,93 > F_{u,p} = 14,69 \text{ ksi} \Rightarrow \bar{F}_u = \alpha \cdot F_{u,p} \left(\frac{F_{u,p}}{F_{u,p}} \right)^n$$

$$\Rightarrow \bar{F}_u = 0,78 \cdot 14,69 \left(\frac{19}{14,69} \right)^{0,80} \Rightarrow \bar{F}_u = 13,45 \text{ ksi} \Rightarrow P_u = 13,45 \cdot 3 \cdot 0,07 \Rightarrow P_u = 2,82 \text{ kips}$$

Exercício 1.4



$A_p = 0,8 \text{ in}^2$
 bordos descarregados permanecem retos \Rightarrow Método de
 (não empalam) Gerard

$$\alpha = 0,78 \text{ e } n = 0,80.$$

A2 2024-T3

$$E = 10700 \text{ ksi}$$

$$n = 11,5$$

$$\nu_e = 0,3$$

$$F_{0,7} = 39 \text{ ksi}$$

$$F_{u,p} = 14,69 \text{ ksi}$$

Supondo que os
 reforçadores longitudinais
 e transversais não
 flambam.

Espessura mínima para a placa não falhar com o carregamento dado:

$$F_u = \frac{N_x}{t} = \frac{3}{t} \text{ ksi com } t \text{ em in. (1)}$$

Vamos calcular o limite de proporcionalidade do material:

$$F_p = E_c \left(\frac{0,0001}{C} \right)^{1/n} \text{ e } C = \frac{3}{7} \left(\frac{E_c}{F_{0,7}} \right)^{n-1}$$

$$F_p = 10700 \left[\frac{0,0001}{\frac{3}{7} \cdot \left(\frac{10700}{39} \right)^{10,5}} \right]^{1/11,5} \Rightarrow F_p = 30,71 \text{ ksi}$$

Nossos calcular a tensão critica plástica: (sem correção de cladding)

$$F_{u,p} = \gamma \cdot \frac{k \cdot \pi^2 \cdot E_c}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad . \text{ Como a placa está simetricamente apoiada, então: } k=4.$$

Da Tab. 5.1:

$$\gamma = \frac{1-\nu_p^2}{1-\nu^2} \quad \text{com} \quad r = r_p - \frac{E_s}{E_c} (r_p - \nu_p) \quad , \quad r_p = 0,5 \quad (\text{processo isodinâmico})$$

$$\frac{\gamma}{\gamma} = \frac{E_s}{E_c} \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_t}{E_s}} \right) \quad \text{com} \quad E_s = \frac{E_c}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F}{F_{0,s}} \right)^{n-1}} \quad \text{e} \quad E_t = \frac{E_c}{1 + \frac{3}{7} n \left(\frac{F}{F_{0,t}} \right)^{n-1}}$$

$$F_{u,p} = \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_t}{E_s}} \right) \cdot \frac{k \cdot \pi^2}{12(1-\nu^2)} \cdot \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2)$$

Pelo Método de Von Karman:

$$F_u = F_{u,y} \sqrt{\frac{F_{c,y}}{F_{u,y}}} \stackrel{(1) e (2)}{\Rightarrow} \frac{3}{t} = \sqrt{F_{u,y}} \cdot \left\{ \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_t}{E_s}} \right) \cdot \frac{k \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \right\}^{1/2}$$

$$t^2 = 3b \cdot \left\{ F_{u,y} \cdot \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_t}{E_s}} \right) \frac{k \pi^2}{12(1-\nu^2)} \right\}^{-1/2} \Rightarrow t = \left\{ \frac{1}{9b^2} \cdot F_{u,y} \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_t}{E_s}} \right) \frac{k \pi^2}{12(1-\nu^2)} \right\}^{-1/4}$$

$$E_t = E_t(t) \quad \Rightarrow \quad \text{Iteração por relaxação na equação acima} \Rightarrow t \approx 0,0865 \text{ in}$$

$$E_s = E_s(t)$$

$$\nu = \nu(t)$$

Pelo Método de Gerard:

$$\text{Adotando} \quad d^{1/n} F_{c,y} \geq F_{u,p} \Rightarrow \hat{F}_u = F_{u,p,d} \left(\frac{F_{c,y}}{F_{u,p}} \right)^n$$

$$\frac{3}{t} = \alpha \cdot F_{u,y}^n \cdot F_{u,p}^{1-n} \Rightarrow \frac{3}{t} = \alpha \cdot F_{u,y}^n \cdot \left\{ \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_t}{E_s}} \right) \cdot \frac{k \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \right\}^{1-n}$$

$$\text{com} \quad \alpha = 0,78 \quad , \quad n = 0,180 \Rightarrow \frac{3}{t} = 0,78 \cdot F_{u,y}^{0,80} \left\{ \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_t}{E_s}} \right) \frac{k \pi^2}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \right\}^{0,120}$$

$$\text{Iteração por relaxações da equação acima} \Rightarrow t \approx 0,0989 \text{ in}$$

Obs: Usou duas iterações para cada valor de $F_{u,y}$ acima. A iteração do próprio $F_{u,p}$ é a do t .

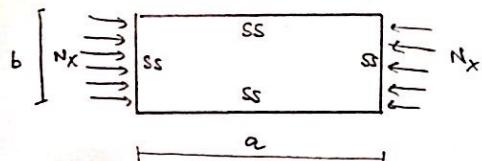
Utilizando o método de Von Karman:

$$F_{u,p} = 30,05 \text{ ksi}$$

Utilizando o método de Gerard:

$$F_{u,p} = 34,34 \text{ ksi}$$

Exercício 3.5



Al 2024-T4

$$\begin{aligned} a &= 8'' & E_c &= 10700 \text{ ksi} & n &= 15,6 \\ b &= 4'' & F_{y1} &= 38 \text{ ksi} & v &= 0,3 \\ t &= 0,156'' & F_{0,7} &= 36,37 \text{ ksi} \end{aligned}$$

Adotaremos: $v \approx v_e \approx 0,3$.

Lados retos e sem empenamento → $\alpha = 0,78$
 Inicialmente vamos determinar as constantes k e a correção de plasticidade, valendo ressaltar que não há correção de cladding.

$k = 4$ da Fig 5.9

Vamos determinar o limite de proporcionalidade do material através dos parâmetros de Ramberg-Osgood:

$$F_p = E_c \left(\frac{0,0001}{C} \right)^{1/n} \quad \text{e} \quad C = \frac{3}{7} \left(\frac{E_c}{F_{0,7}} \right)^{n-1}$$

$$F_p = 10700 \left[\frac{0,0001}{\frac{3}{7} \left(\frac{10700}{36,37} \right)^{14,6}} \right]^{1/15,6} \Rightarrow F_p = 30,89 \text{ ksi}$$

Vamos determinar a carga crítica de flambagem:

$$F_{cr,e} = \frac{k \cdot \pi^2 E_c}{12(1-v_e^2)} \left(\frac{b}{t} \right)^2 \Rightarrow F_{cr,e} = 58,84 \text{ ksi}$$

Como é maior que o limite de proporcionalidade, então a placa flambará plasticamente.

Vamos calcular a correção de plasticidade: Tab. 5.1

$$\eta = \frac{E_s}{E_c} \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_t}{E_s}} \right) \quad \text{com} \quad E_s = \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F}{F_{0,7}} \right)^{n-1}}$$

Portanto:

$$F_{cr,p} = F_{cr,e} \cdot \eta \Rightarrow F_{cr,p} = 58,84 \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{cr,p}}{F_{0,7}} \right)^{n-1}} \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \cdot \frac{1 + \frac{3}{7} \left(F_{cr,p}/F_{0,7} \right)^{n-1}}{1 + \frac{3}{7} \left(F_{cr,p}/F_{0,7} \right)^{n-1}}} \right)$$

Através de iterações por relaxação:

$$F_{cr,p} = 36,37 \text{ ksi}$$

Carga crítica de flambagem

$$be = 1,90 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{E_c}{F_{cr,p}}} \Rightarrow be = 1,90 \cdot 0,156 \cdot \sqrt{\frac{10700}{36,37}} = 1,90 \cdot 0,156 \cdot \sqrt{58,84}$$

Posso usar 1,70 também (atréio)

$$be \approx 4,00 \text{ in}$$

$$\Rightarrow P_{cr,p} = F_{cr,p} \cdot b \cdot t = 22,70 \text{ kips}$$

$| P_{cr,p} = 22,70 \text{ ksi} |$ é a carga crítica de flambagem.

Vamos agora determinar a carga de falso:

1) Método de Von-Kármán:

$$F_u = F_{y1} \sqrt{\frac{F_{cr,p}}{F_{y1}}} \Rightarrow F_u = \sqrt{F_{y1} \cdot F_{cr,p}} \Rightarrow F_u = \sqrt{38 \cdot 36,37} \Rightarrow F_u = 37,18 \text{ ksi}$$

$\Downarrow \times(b \cdot t)$

$$| P_u = 23,20 \text{ kips} |$$

2) Método de Gerard:

$$\alpha^{4/n} \cdot F_{y1} = 0,78 \cdot 10700 \cdot 38 = 27,86 < F_{cr,p} = 36,37 \text{ ksi} . \text{ Portanto:}$$

$$F_u = F_{cr,p} \Rightarrow F_u = 36,37 \text{ ksi} \Rightarrow P_u = 36,37 \cdot 0,156 \cdot 4 = 22,70 \Rightarrow P_u = 22,70 \text{ kips}$$

Espessura mínima para uma carga de $N_x = 4 \text{ kips/in}$:

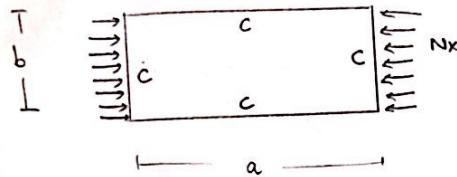
$$\text{Método de Von-Kármán} \Rightarrow \frac{N_x}{t} = F_u \Rightarrow t = \frac{N_x}{F_u} = \frac{4}{37,18} = 0,108 \text{ in} \Rightarrow | t = 0,108 \text{ in} |$$

$$\text{Método de Gerard} \Rightarrow \frac{N_x}{t} = F_u \Rightarrow t = \frac{N_x}{F_u} = \frac{4}{36,37} = 0,110 \text{ in} \Rightarrow | t = 0,110 \text{ in} |$$

Exercício 1.6

placa engastada com os 4 bordos livres para empenar.

Engastada nos 4 bordos: Fig 5.9



$$\frac{a}{b} = 3 \Rightarrow K = 7,3$$

Tab 5.1: Caso D

$$\frac{\gamma}{j} = \frac{E_S}{E_C} \left(0,352 + 0,648 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{E_C}{E_S}} \right)$$

A1 2024-T3

$$\begin{aligned} a &= 12 \text{ in} & E_C &= 10700 \text{ ksi} & n &= 11,5 \\ b &= 4 \text{ in} & F_{C,y} &= 40 \text{ ksi} & v &= 0,3 \\ t &= 0,156 \text{ in} & F_{0,7} &= 39 \text{ ksi} & & \end{aligned}$$

$$\text{Adotaremos } \gamma_e \approx v = 0,3. \Rightarrow j \approx 1$$

Vamos calcular o limite de proporcionalidade do material:

$$F_p = E_C \left(\frac{0,0001}{c} \right)^{1/n} \quad c = \frac{3}{7} \left(\frac{E_C}{F_{0,7}} \right)^{n-1} \Rightarrow F_p = 10700 \left(\frac{0,0001}{\frac{3}{7} \left(\frac{10700}{39} \right)^{10,5}} \right)^{1/11,5} \Rightarrow F_p = 30,71 \text{ ksi}$$

Vamos calcular a tensão critica para flambagem elástica:

$$F_{u,e} = k \frac{\pi^2 \cdot E_C}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \Rightarrow F_{u,e} = 7,3 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,156}{4} \right)^2 \Rightarrow F_{u,e} = 107,38 \text{ ksi}$$

menor que o limite de proporcionalidade \Rightarrow flamba plasticamente.

Flambagem plástica:

$$F_{u,p} = \gamma \cdot F_{u,e} \Rightarrow F_{u,p} = 107,38 \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{u,p}}{39} \right)^{10,5}} \cdot \left[0,352 + 0,648 \sqrt{0,25 + 0,75 \cdot \frac{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{u,p}}{39} \right)^{10,5}}{1 + \frac{3}{7} \cdot 11,5 \cdot \left(\frac{F_{u,p}}{39} \right)^{10,5}}} \right]$$

$$F_{u,p} = 41,93 \text{ ksi}$$

$$\text{com } \gamma = \frac{F_{u,p}}{F_{u,e}} \Rightarrow \gamma = 0,39$$

Cálculo do comprimento efetivo: Von-Kármán

$$b_e = 2,52 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot E_C}{F_{u,p}}} \Rightarrow b_e = 2,52 \cdot 0,156 \cdot \sqrt{\frac{10700}{107,38}} \Rightarrow b_e = 3,92 \text{ in}$$

$$P_{u,p} = b_e \cdot t \cdot F_{u,p} \Rightarrow P_{u,p} = 3,92 \cdot 0,156 \cdot 41,93 \Rightarrow P_{u,p} = 25,67 \text{ kips}$$

é a carga crítica de flambagem.

Vamos agora determinar a carga de falha:

1) Von-Kármán:

$$P_u = b \cdot t \cdot F_{C,y} \sqrt{\frac{F_{u,p}}{F_{C,y}}} \Rightarrow P_u = 4 \cdot 0,156 \cdot \sqrt{40 \cdot 41,93} \Rightarrow P_u = 25,56 \text{ kips}$$

é a carga de falha (Critério de Von-Kármán considera o escoramento).

2) Método de Gerard:

$$\alpha^{1/n} \cdot F_{C,y} = 0,80^{1/0,58} \cdot 40 = 27,26 \text{ ksi} < F_{u,p} = 41,93 \text{ ksi} \Rightarrow F_u = F_{u,p}$$

$$\text{Logo: } P_u = F_u \cdot b \cdot t \Rightarrow P_u = 41,93 \cdot 0,156 \cdot 4 \Rightarrow P_u = 26,16 \text{ kips}$$

é a carga de falha segundo o critério de Gerard.

Exercício 1.7

Flange sujeitamente apoiado
borda apoiada reta

Método de Gerard:

$$\alpha = 0,81 ; n = 0,80$$

$$a = 9\text{ in} \quad N_x = 3000 \text{ lb/in}$$

materiais: Al 2024-T4

$$E_c = 10700 \text{ ksi}$$

$$r_e = 0,3$$

$$F_{0,7} = 36,7 \text{ ksi}$$

$$F_{cy} = 38 \text{ ksi}$$

$$n = 15,6$$

esta é incorreta a condição de contorno.

Fig 5.9: Caso D

$$a/b = 4,5 \Rightarrow k = 1,2$$

Tab. 5.1: Caso A

$$\frac{M}{J} = \frac{E_s}{E_c}$$

Método de Von Karman:

$$P_u = b \cdot t \cdot F_{cy} \Rightarrow P_u = b \sqrt{\frac{F_{cr}}{F_{cy}}} \cdot t \cdot F_{cy} \Rightarrow P_u = b \cdot t \sqrt{F_{cy} \cdot F_{cr}}$$

$$\text{Tomamos } P_u = N_x \cdot a$$

$$\Rightarrow N_x \cdot a = b \cdot t \cdot \sqrt{F_{cy} \cdot F_{cr}}$$

Método de Gerard:

$$P_u = b \cdot t \cdot \bar{F}_u \quad \text{com} \quad \bar{F}_u = \begin{cases} \alpha \cdot F_{cr} \left(\frac{F_{cy}}{F_{cr}} \right)^n & \text{para } F_{cr} \leq \alpha^{1/n} F_{cy} \\ F_{cr} & \text{para } F_{cr} > \alpha^{1/n} F_{cy} \end{cases}$$

Vamos determinar o limite de proporcionalidade:

$$F_p = E_c \left(\frac{0,0001}{c} \right)^{1/n} \quad \text{e} \quad c = \frac{3}{7} \left(\frac{E_c}{F_{0,7}} \right)^{n-1} \Rightarrow F_p = 10700 \left[\frac{0,0001}{\frac{3}{7} \left(\frac{10700}{36,7} \right)^{14,6}} \right]^{1/15,6} \Rightarrow \boxed{F_p = 30,89 \text{ ksi}}$$

Vamos calcular agora a tensão crítica elástica:

$$F_{cr,e} = \frac{k \pi^2 \cdot E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \Rightarrow F_{cr,e} = \frac{1,2 \cdot \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{t}{2} \right)^2 \Rightarrow \boxed{F_{cr,e} = 2901,23 \cdot t^2}$$

Calculo da tensão crítica plástica:

$$F_{cr,p} = F_{cr,e} \cdot \eta \Rightarrow F_{cr,p} = j \cdot \frac{E_s}{E_c} \cdot 2901,23 \cdot t^2 \Rightarrow F_{cr,p} = \frac{1-r_e^2}{1-r^2} \cdot \frac{1}{1+\frac{3}{7} \left(\frac{F_{cr,p}}{F_{0,7}} \right)^{n-1}} \cdot 2901,23 \cdot t^2$$

$$r = r_p - \frac{E_s}{E_c} (r_p - r_e) \quad \text{com} \quad r_p = 0,5 \quad (\text{Isovolumétrico})$$

$$F_{cr,p} = 2640,12 \cdot \frac{t^2}{1 - \left[0,5 - \frac{0,2}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{cr,p}}{36,7} \right)^{14,6}} \right]^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{cr,p}}{36,7} \right)^{14,6}}$$

Pelo Método de Von-Karman:

$$\frac{3}{t} = \sqrt{38 \cdot \frac{2640,12 \cdot t^2}{1 - \left[0,5 - \frac{0,2}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{cr,p}}{36,7} \right)^{14,6}} \right]^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{cr,p}}{36,7} \right)^{14,6}}} \Rightarrow$$

Iteração por relaxando variando dois parâmetros: t e $F_{cr,p}$

$$F_{cr,e} = 26,19 \text{ ksi}$$

$$F_{cr,p} = 25,89 \text{ ksi}$$

$$t = 0,095 \text{ in}$$

Pelo Método de Gerard:

$$\frac{3}{t} = 0,81 \cdot \left\{ 2640,12 \cdot t^2 \cdot \frac{1}{1 - \left[0,5 - \frac{0,2}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{cr,p}}{36,7} \right)^{14,6}} \right]^2} \cdot \left\{ 1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{cr,p}}{36,7} \right)^{14,6} \right\} \right\}^{0,80} \Rightarrow$$

Iteração por relaxando variando dois parâmetros: t e $F_{cr,p}$

$$F_{cr,e} = 30,78 \text{ ksi}$$

$$F_{cr,p} = 29,09 \text{ ksi}$$

$$t = 0,103 \text{ in}$$

Exercícios: Estabilidade e Falha de Colunas de Paredes Finais e Painéis Reforçados

Exercício 2.1

Ângulo extrudado

A2 7075-T6

E = 10500 ksi

F_{0,7} = 72 ksi

F_{0,7} = 72 ksi

n = 16,6

Propriedades Geométricas:

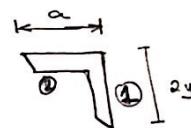
a = 0,75 in

t = 1/16 in

R = 1/8 in

y = 0,199 in

A = 0,089 in²



a) Tensão de flambagem local

1º Passo: Observar nas fig. 2.4 a 2.7 se há reforçador da questão.

Como não há, vamos calcular por componentes.

2º Passo: Analise dos componentes individualmente

2.1 Componente 1: Flange

$$\begin{cases} t_1 = 1/16 \text{ in} \\ \text{Geometria extrudada} \end{cases}$$

$$e \quad A_1 = b_1 \cdot t_1 = 0,02097 \text{ in}^2$$

$$b_1 = 2y - t = 2 \cdot 0,199 - \frac{1}{16} = 0,3355 \text{ in}$$

$$\text{Tensão crítica elástica: } \sigma_{n,e} = \frac{k \cdot \pi^2 E}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{n,e} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot 10500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{1/16}{0,3355} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{n,e} = 329,34 \text{ k}$$

$$\text{Da fig 5.9} \Rightarrow k=0,43 \quad \Rightarrow \boxed{\sigma_{n,e} = 141,62 \text{ ksi}} \quad (1)$$

$$\text{Cálculo do limite de proporcionalidade: } \sigma_p = \sigma_{0,7} \left(\frac{0,0007 \cdot E}{3 \cdot \sigma_{0,7}} \right)^{1/n} \Rightarrow \sigma_p = 72 \left(\frac{0,0007 \cdot 10500}{3 \cdot 72} \right)^{1/16,6} = 58,73 \Rightarrow \boxed{\sigma_p = 58,73 \text{ ksi}}$$

Como $\sigma_{n,e} > \sigma_p$, irá flambar no regime plástico.

$$\text{Considerando } a/b > 3 \Rightarrow \frac{1}{j} = \frac{E_s}{E} = \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,7}} \right)^{n-1}} \Rightarrow \frac{1}{j} = \frac{\frac{1}{r}}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,7}} \right)^{n-1}} \quad e \quad j = \frac{1-r_e^2}{1-r^2}$$

$$r = r_p - \frac{E_s}{E} (r_p - r_e) \quad r_p = 0,5 \text{ (isovolumétrico)}$$

$$\sigma_{n,p} = \frac{1}{j} \cdot \sigma_{n,e} \Rightarrow \sigma_{n,p} = 141,62 \cdot \frac{(1-0,3^2)}{1 - \left(0,5 - 0,2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_{n,p}}{72} \right)^{15,6}} \right)^{15,6}} \cdot \frac{E_s}{E}$$

$$\sigma_{n,p} = \frac{141,62 \cdot (1-0,3^2)}{\left\{ 1 - \left[0,5 - 0,2 \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_{n,p}}{72} \right)^{15,6}} \right]^{15,6} \right\}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_{n,p}}{72} \right)^{15,6}}$$

Iteração por relaxamento

$$\boxed{\sigma_{n,p}^{(1)} = 76,10 \text{ ksi}}$$

2.2 Componente 2: Flange

$$\begin{cases} t_2 = 1/16 \text{ in} \\ \text{Geometria extrudada} \end{cases}$$

$$b_2 = 0,75 - 1/16 = 0,6875 \text{ in}$$

$$e \quad A_2 = b_2 \cdot t_2 = 0,042969 \text{ in}^2$$

$$\text{Tensão crítica elástica: } \sigma_{n,e} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{n,e} = \frac{k \cdot \pi^2 \cdot 10500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{1/16}{0,6875} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_{n,e} = 33,73 \text{ ksi}}$$

Fig 5.9

Como $\sigma_{n,e} < \sigma_p$; irá flambar no regime elástico.

(2)

$$\text{Considerando } \alpha/b > 3 \Rightarrow \frac{1}{j} = \frac{E_s}{E_c} = \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{0,2}} \right)^{n-1}} \quad \text{Logo:}$$

$$\sigma_{n,p} = 33,73 \cdot j \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_{n,p}}{\sigma_{0,2}} \right)^{n-1}} \Rightarrow \sigma_{n,p} = 33,73 \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_{n,p}}{\sigma_{0,2}} \right)^{n-1}} \cdot \frac{(1 - 0,3^2)}{\left\{ 1 - \left[0,5 - 0,2 \left(1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_{n,p}}{\sigma_{0,2}} \right)^{n-1} \right) \right] \right\}}$$

$$\Rightarrow \sigma_{n,p} = \sigma_{n,e} \quad (\text{não há correção de plasticidade}) \Rightarrow \boxed{\sigma_n = 33,73 \text{ ksi}}$$

Logo: Tensão de flambagem local

$$\sigma_{fl} = \frac{\sum_{i=1}^2 \sigma_n^{(i)} \cdot A_i}{\sum_{i=1}^2 A_i} \Rightarrow \sigma_a = \frac{76,10 \cdot 0,02097 + 33,73 \cdot 0,04297}{0,02097 + 0,04297} = 47,62 \text{ ksi}$$

$$\boxed{\sigma_n = 47,62 \text{ ksi}}$$

b) Tensão de Falha Local

b.1 Método de Needham para Falha local: Como é material extrudado, então não uso. (Método de Needham é usado apenas para seção conformada).

b.2 Método Boeing

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{uy} \cdot E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10g_f t} \right)^m} \quad g_f^{(1)} = g_f^{(2)} = 1,0 \quad (\text{uma borda livre})$$

material Al 7075 - T6 \rightarrow extrudado \Rightarrow último caso T6 da Tab 2.1

$m = 0,75$; $B_{10} = 0,063$.

Componente 1:

$$b_1 = 0,3355 \text{ in} \quad \Rightarrow \quad \frac{F_{cc}^{(1)}}{\sqrt{F_{uy} \cdot E_c}} = \frac{0,063}{\left(\frac{0,3355}{10 \cdot 1 \cdot 1/16} \right)^{0,75}} \Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(1)} = 86,12 \text{ ksi}}$$

$$t_1 = 1/16 \text{ in}$$

$$A_1 = 0,02097 \text{ in}^2$$

Componente 2:

$$b_2 = 0,6875 \text{ in} \quad \Rightarrow \quad \frac{F_{cc}^{(2)}}{\sqrt{F_{uy} \cdot E_c}} = \frac{0,063}{\left(\frac{0,6875}{10 \cdot 1 \cdot 1/16} \right)^{0,75}} \Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(2)} = 50,29 \text{ ksi}}$$

$$t_2 = 1/16 \text{ in}$$

$$A_2 = 0,04297 \text{ in}^2$$

$$F_{cc} = \frac{\sum_{i=1}^2 F_{cc}^{(i)} A_i}{\sum_{i=1}^2 A_i} \Rightarrow F_{cc} = \frac{86,12 \cdot 0,02097 + 50,29 \cdot 0,04297}{0,02097 + 0,04297} = 62,04 \text{ ksi}$$

$$\boxed{F_{cc} = 62,04 \text{ ksi}}$$

b.3 Método de Gerard

$$g=2$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{g t^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E_c}{F_{cy}}} \right]^m \quad \text{com } F_{cc} = \max \{ F_{ut}, F_{cc} \}$$

A = área dada no enunciado. $\Rightarrow A = 0,089 \text{ in}^2$

Caso temos um ângulo extrudado, então, da Tab 2.2 da pag 2.22 \Rightarrow Caso 1 $\Rightarrow g=2; \beta_g=0,56$ e $m=0,85$
com $F_{ut}=0,8 F_{cy}$.

c) diâmetro mínimo do bulbo para lado vertical se comportar como uma alça em vez de flange

$$\frac{b_F}{t} = \frac{b_1}{t} = \frac{0,3355}{1/16} = 16 \cdot 0,3355 = 5,368 \quad \xrightarrow{\text{Fig 2.11}} \left(\frac{D}{t} \right)_{\min} = 3,15$$

portanto, $D_{\min} = 0,196875 \text{ in}$

Exercício 2.2

Extrudada

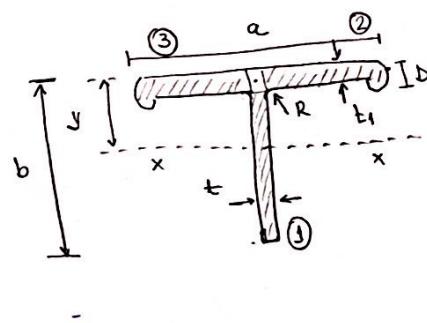
Al 7075-T6

$E_c = 10500 \text{ ksi}$

$F_{cy} = 70 \text{ ksi}$

$F_{ut} = 72 \text{ ksi}$

$m = 16,6$



$$\begin{aligned} a &= 13/8 \text{ in} & t &= 1/16 \text{ in} \\ b &= 11/16 \text{ in} & t_1 &= 1/16 \text{ in} \\ D &= 11/8 \text{ in} & y &= 0,133 \text{ in} \\ R &= 1/16 \text{ in} & A &= 0,137 \text{ in}^2 \end{aligned}$$

a) Tensão de Flambagem local

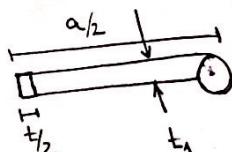
1º Passo: Analisar se há algum gráfico nas Fig. 2.4 a 2.7 \Rightarrow como não tem reforçador em T, então

vamos para o passo 2.

2º Passo: Determinar a efetividade do bulbo

$$b_F \approx \left(\frac{a}{2} - \frac{t}{2} \right) - \frac{D}{2} \quad ; \quad t_F = t_1$$

comprimento total



$$b_F = 0,6646 \text{ in} \quad \Rightarrow \quad \frac{b_F}{t_F} = 10,63 \quad \Rightarrow \quad \text{Fig 2.23} \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{D}{t_F} \right)_{\min} = 3,53 \quad (\text{Calculado foi } 3,52)$$

Portanto, os elementos 2 e 3 se comportam como flanges. Obs: caso o bulbo proveve condições de apoio simples, terímos 5 componentes (contaríamos os dois bulbos).

3º Passo: Analisar cada componente da reta

3.1 Componente 1: Flange (considerando a condição de apoio simples na outra extremidade para termos conservativos)

$$b^{(1)} = 11/16 - 1/16 = 10/16 \text{ in}$$

$$t^{(1)} = 1/16 \text{ in}$$

$$A_L = b^{(1)} \cdot t^{(1)} = 10/256 \text{ in}^2$$

$$\text{Tensão crítica: } \sigma_{c,c}^{(1)} = \frac{k \pi^2 E_c}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t^{(1)}}{b^{(1)}} \right)^2 = \frac{0,43 \pi^2 \cdot 10500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{1/16}{10/16} \right)^2$$

$$\boxed{\sigma_{c,c}^{(1)} = 40,81 \text{ ksi}}$$

(2.3)

Com $\sigma_p = 58,73 \text{ ksi} \Rightarrow \sigma_{n,e}^{(1)}$, então

$$\sigma_n^{(1)} = \sigma_{n,e}^{(1)} = 40,81 \text{ ksi}$$

3.2 Componentes 2 e 3.

$$\frac{b_F}{t_F} = 10,63 \quad \Rightarrow \quad E_{cr} = \frac{k\pi^2}{4(1-\nu^2)} \left(\frac{t_F}{b_F} \right)^2 = \frac{168 \cdot 2 \cdot 10}{1 - 0,3^2} \quad \begin{matrix} \text{Propriedades Geométricas:} \\ A_2 = A_3 = 0,054 \text{ in}^2 \end{matrix}$$

\downarrow

$$E_{cr} \approx 6,08 \cdot 10^{-3}$$

$$\sigma_{cr}^{(2)} = E_s E_{cr} \Rightarrow \sigma_{cr}^{(2)} = E_{cr} \cdot \frac{E_c}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_{cr}^{(2)}}{\sigma_{n,e}^{(1)}} \right)^{n-1}} \Rightarrow \sigma_{cr}^{(2)} = \frac{6,08 \cdot 10,5}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_{cr}^{(2)}}{72} \right)^{15,6}}$$

Iteração
por relaxamento

$$\sigma_n^{(2)} = \sigma_n^{(3)} = 61,55 \text{ ksi}$$

4º Passo: Tensão de Flambagem Local do Conjunto

$$\sigma_n = \frac{\sum_{i=1}^3 \sigma_n^{(i)} \cdot A_i}{\sum_{i=1}^3 A_i} = \frac{40,81 \cdot 0,039 + 61,55 \cdot 2 \cdot 0,054}{0,039 + 2 \cdot 0,054} = 56,04 \text{ ksi}$$

$$\sigma_n = 56,04 \text{ ksi}$$

b) Tensão de Falha Local

Extrudado: não usaremos o método de Needham

b.1 Método de Gerard

Tabela 2.2 \Rightarrow Caso 6 T extrudado pois o bulbo não provê apoio simples

$$g_f = 3; \beta_g = 0,67; m = 0,40 \text{ e } F_{ult} = 0,8 F_{uy}$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{uy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E_c}{F_{uy}}} \right]^m \Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 0,67 \left[\frac{3 \cdot (1/16)^2}{0,137} \sqrt{\frac{10500}{70}} \right] \Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 0,683$$

Como $\frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 0,683 < 0,8 \Rightarrow F_{cc} = 47,78 \text{ ksi}$

Método de Gerard deve ser evitado quando a seção do bulbo for grande.

b.2 Método Boeing

$$\text{Tab. 2.1} \Rightarrow m = 0,75$$

$$\beta_{10} = 0,063$$

$$g_f = 2,3 \text{ ou } 1,0 \text{ (um bordo livre)}$$

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{uy} E_c}} = \frac{\beta_{10}}{\left(\frac{b}{10 g_f t} \right)^m}$$

Componente 1's

$$\frac{F_{cc}^{(1)}}{\sqrt{F_{uy} E_c}} = \frac{0,063}{\left(\frac{10/16}{10 \cdot 1 - 1/16} \right)^{0,75}} \Rightarrow F_{cc}^{(1)} = 54,01 \text{ ksi}$$

Componentes 2 e 3:

$$\frac{F_{cc}^{(2)}}{\sqrt{F_{cy} \cdot E_c}} = \frac{0,063}{\left(\frac{0,16646}{10 \cdot 2 \cdot 1/16}\right)^{0,25}} \Rightarrow F_{cc}^{(2)} = 51,58 \text{ ksi}$$

com isso, a tensão de falha local para a região verá:

$$F_{cc} = \frac{\sum_{i=1}^3 F_{cc}^{(i)} A_i}{\sum_{i=1}^3 A_i} \Rightarrow F_{cc} = 52,36 \text{ ksi}$$

Exercício 2.3

AI 7075-T2 (extremado)

$$T.A: E_c = 10500 \text{ ksi}$$

$$450^\circ F: E_c = 7800 \text{ ksi}$$

$$F_{cy} = 70 \text{ ksi}$$

$$F_{cy} = 22,5 \text{ ksi}$$

$$F_{0,7} = 72 \text{ ksi}$$

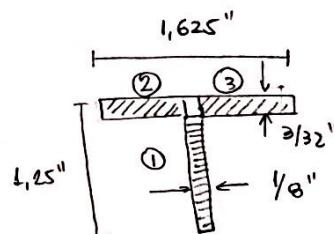
$$F_{0,7} = 21,3 \text{ ksi}$$

$$r_e = 0,3$$

$$\gamma = 0,3$$

$$n = 16,6$$

$$n = 7,2$$



Vamos resolver todos os itens literalmente e no fim, solucionaremos para os dois casos:

a) Tensão de flambagem local

1º passo: Não existe nas Fig 2.4 a 2.7

2º passo: Vamos calcular σ_{cr} para cada componente

$$\textcircled{2} \equiv \textcircled{3} \text{ (simetria)}$$

2.1 Componente ①:

$$\begin{cases} \text{Prop.} & t_1 = 1/8 \text{ in} \\ \text{Geom.} & b_1 = 1,25 - 3/32 = 1,16 \text{ in} \\ & A_1 = b_1 \cdot t_1 = 0,145 \text{ in}^2 \end{cases}$$

Tensão Crítica elástica:

$$\sigma_{n,e} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

com $k=0,43$

Condição de flange ampleamente apoiada.

$$\sigma_{n,e}(TA) = 47,69 \text{ ksi} ; \sigma_p = 58,73 \text{ ksi} \Rightarrow \boxed{\sigma_{n,e}^{(1)}(TA) = 47,69 \text{ ksi}}$$

$$\sigma_{n,e}(450^\circ F) = 35,42 \text{ ksi} ; \sigma_p = 15,14 \text{ ksi} \rightarrow \text{devo fazer a correção de plasticidade}$$

Método

$$\sigma_{n,p}(450^\circ F) = \gamma \cdot \sigma_{n,e}(450^\circ F) \Rightarrow \sigma_{n,p}(450^\circ F) = \gamma \cdot 35,42 \Rightarrow \sigma_{n,p}(450^\circ F) = 22,79 \text{ ksi} \Rightarrow$$

relaxação

menor

γ na prova

$$\Rightarrow \boxed{\sigma_{n,p}(450^\circ F) = 22,79 \text{ ksi}}$$

2.2 Componentes ② e ③:

$$\begin{cases} \text{Prop.} & t_2 = 3/32 \text{ in} = 0,09375 \text{ in} \\ \text{Geom.} & b_2 = \frac{1,625}{2} - \frac{1}{16} = 0,75 \text{ in} \\ & A_2 = b_2 \cdot t_2 = 0,070313 \text{ in} \end{cases}$$

Tensão Crítica elástica:

$$\sigma_{n,e} = \frac{k \pi^2 E}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

com $k=0,43$

Condição de flange ampleamente apoiada.

$$\sigma_{\text{ap},e}(\text{TA}) = 63,76 \text{ ksi} ; \sigma_p(\text{TA}) = 58,73 \text{ ksi} \Rightarrow \text{Flambagem plástica} \Rightarrow \boxed{\sigma_a^{(2)}(\text{TA}) = 61,70 \text{ ksi}}$$

$$\sigma_{\text{ap},e}(450^\circ\text{F}) = 47,37 \text{ ksi} ; \sigma_p(450^\circ\text{F}) = 15,14 \text{ ksi} \Rightarrow \text{Flambagem plástica} \Rightarrow \boxed{\sigma_a^{(2)}(450^\circ\text{F}) = 24,73 \text{ ksi}}$$

3º Passo: Cálculo da Tensão de Flambagem local do conjunto

Para T.A. :

$$\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^3 \sigma_a^{(i)} A_i}{\sum_{i=1}^3 A_i} = 54,59 \text{ ksi} \Rightarrow \boxed{\sigma_a = 54,59 \text{ ksi}} \text{ à T.A.}$$

Para T = 450°F :

$$\sigma_a = \frac{\sum_{i=1}^3 \sigma_a^{(i)} A_i}{\sum_{i=1}^3 A_i} = 23,75 \text{ ksi} \Rightarrow \boxed{\sigma_a = 23,75 \text{ ksi}} \text{ à } 450^\circ\text{F.}$$

b) Tensão média de Falha na Temp. Ambiente com Método de Boeing

Tensão média de falha

Tab. 2.1 \Rightarrow Al 7075 extrudado

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_y \cdot E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10 \cdot g_f \cdot t} \right)^m}$$

Temp. 450°F
Componente ①:

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_y \cdot E_c}} = \frac{0,063}{\left(\frac{1,16}{10 \cdot 1,0 \cdot 1/8} \right)^{0,75}} \Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(1)} = 27,98 \text{ ksi}}$$

maior que a tensão de escoamento σ_y
Boeing utiliza a tensão de escoamento como corte $\Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(1)} = 22,5 \text{ ksi}}$

Componente ②:

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_y \cdot E_c}} = \frac{0,063}{\left(\frac{0,75}{10 \cdot 1,0 \cdot 1/8} \right)^{0,75}} \Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(2)} = 31,20 \text{ ksi}} \Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(2)} = 22,5 \text{ ksi}}$$

Tensão média de falha local ou tensão de Crippling será:

(falha - escoa - antes de flamar)

$$F_{cc} = \frac{\sum_{i=1}^3 F_{cc}^{(i)} A_i}{\sum_{i=1}^3 A_i} \Rightarrow \boxed{F_{cc} = 22,50 \text{ ksi}}$$

Temp. Amb.

Componente ①: $F_{cc}^{(1)} = 27,98 \text{ ksi} < F_{ult} = F_y = 70 \text{ ksi}$

Componente ②: $F_{cc}^{(2)} = 31,20 \text{ ksi} < F_{ult} = F_y = 70 \text{ ksi}$

Tensão média de falha (Crippling)

$$\boxed{F_{cc} = 60,51 \text{ ksi}}$$

falha depois de flamar.

c) Carga de Falha através do Método de Gerard

Tab 2.2 \Rightarrow Caso 6 : T extensão

$$g = 3$$

$$\beta_g = 0,67$$

$$m = 0,40$$

$$F_{ut} = 0,80$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{uy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E_c}{F_{uy}}} \right]^m$$

como temos segmentos (flanges) com espessuras distintas, então:

$$t = \frac{\sum_{i=1}^3 t_i A_i}{\sum_{i=1}^3 A_i} \Rightarrow t = 0,110 \text{ in}$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 0,67 \left[\frac{3 \cdot 0,110^2}{0,2852} \cdot \sqrt{\frac{E_c}{F_{uy}}} \right]$$

acima do corte, usolho o maior entre corte e flambagem
T.A. $\Rightarrow F_{cc} = 56 \text{ ksi}$ continua falhando após flambagem platicamente

$$450^\circ F \Rightarrow F_{cat} = 18 \text{ ksi} \quad \text{pelo corte} \Rightarrow F_{cc} = 23,75 \text{ ksi}$$

valor menor que o da plásticidade
último cálculo pág 2.22

d) diâmetro do bulbo que fornece apoio simples para flange horizontal

$$\frac{b_f}{t_p} = \frac{0,75}{3/32} = 8 \Rightarrow \left(\frac{D}{t_f} \right)_{\min} = 3,40 \Rightarrow D_{\min} = 0,31875 \text{ in}$$

e) Tensão média de falha com bulbos à Temp. Ambiente.

flanges horizontais passam a ser alternadamente apoiadas. $\Rightarrow g_f = 2,3$ (Método Boeing)

Bulbo: $A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} (0,31875)^2 = 7,98 \cdot 10^{-2} \text{ in}^2$

Como o bulbo provê apoio, sua tensão de falha é 0. $F_{uy} = 70 \text{ ksi}$

Componente 1: Continua o previamente calculado

$$F_{cc}^{(1)} = 57,26 \text{ ksi}$$

$$A_1 = 0,145 \text{ in}^2$$

Componentes 2 e 3: Mudança no valor de g_f para 2,3.

$$F_{cc}^{(2)} = 70 \text{ ksi} \quad (\text{atinge o corte})$$

$$A_2 = 0,070 \text{ in}^2$$

Portanto:

$$F_{cc} = \frac{\sum_{i=1}^3 F_{cc}^{(i)} A_i + F_{uy} \cdot A_2}{\sum_{i=1}^3 A_i + A_2} = 65,86 \text{ ksi} \Rightarrow F_{cc} = 65,86 \text{ ksi}$$

sem bulbos: $F_{cc} = 60,51 \text{ ksi}$

poderemos ver aumento na tensão de falha.

f) Sem bulbo em $450^\circ F$ já foi calculada: $F_{cc} = 22,50 \text{ ksi}$ (escoamento do material). Logo:

$$\text{Manter-se-á } F_{cc} = 22,50 \text{ ksi}$$

com os bulbos

Exercício 2.4

Segundo Conformeada

Material: Al 7075-T6

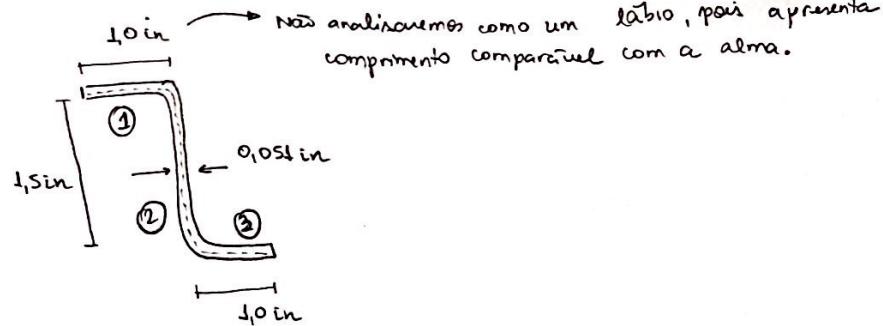
$$E_c = 10500 \text{ ksi}$$

$$f_{cy} = 70 \text{ ksi}$$

$$f_{0,7} = 72 \text{ ksi}$$

$$\eta = 16,6$$

$$r_e = 0,3$$



a) Tensão de Flambagem Local

1º Passo: Analisar figuras 2.4 a 2.7 se há o tipo de reforçador \Rightarrow reforçador Z, figura 2.4

$$\frac{t_w}{t_f} = 1 ; \frac{bF}{bW} = \frac{1,0 - 0,051/2}{1,5 - 0,051} = 0,673 \Rightarrow k \approx 1,75 \Rightarrow \sigma_n = \frac{k\pi^2 E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t_w}{b_w} \right)^2 \Rightarrow \sigma_n = 20,57 \text{ ksi}$$

flange flamba primeiro.

$$\textcircled{1} \equiv \textcircled{3}$$

Componentes ① e ②:

$$\begin{cases} \text{Propriedades} & b_1 = 1,0 - \frac{0,051}{2} = 0,9745 \text{ in} \\ \text{Geométricas} & t_1 = 0,051 \text{ in} \\ & A_1 = b_1 \cdot t_1 = 0,0497 \text{ in}^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Tensão Crítica} & \text{elástica: } \sigma_{n,e} = \frac{k\pi^2 E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \\ & k=0,43 \\ & \Rightarrow \text{Flange} \\ & \text{Fig. 5.13} \end{aligned}$$

$$\sigma_{n,e} = \frac{0,43 \pi^2 \cdot 10500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,051}{0,9745} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_{n,e} = 11,18 \text{ ksi}}$$

$$\text{Como } \sigma_p = 58,73 \text{ ksi, então: } \boxed{\sigma_n^{(1)} = \sigma_{n,e} = 11,18 \text{ ksi}}$$

Componente ③:

$$\begin{cases} \text{Propriedades} & b_3 = 1,5 - 0,051 = 1,449 \text{ in} \\ \text{Geométricas} & t_3 = 0,051 \text{ in} \\ & A_3 = b_3 \cdot t_3 = 0,0739 \text{ in}^2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Tensão Crítica} & \text{elástica: } \sigma_{n,e} = \frac{k\pi^2 E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \\ & k=4,0 \end{aligned}$$

$$\sigma_{n,e} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 10500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,051}{1,449} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_{n,e} = 47,03 \text{ ksi}} \quad . \text{ Como } \sigma_p = 58,73 \text{ ksi} > \sigma_{n,e}, \text{ então:}$$

$$\boxed{\sigma_n^{(3)} = \sigma_{n,e} = 47,03 \text{ ksi}}$$

Tensão média de Flambagem local:

$$\sigma_n = \frac{\sum_{i=1}^3 \sigma_n^{(i)} A_i}{\sum_{i=1}^3 A_i} \Rightarrow \boxed{\sigma_n = 26,45 \text{ ksi}}$$

b) Tensão de falha local

(b.1) Método de Gerardo (verão em Z)

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta \left[\frac{t^2}{A} \left(\frac{E}{F_{cy}} \right)^{1/3} \right]^{0,75}$$

Tab. 2.2 \Rightarrow Caso g

$$\beta = 3,2 \quad e \quad F_{ult} = 2 \left(\frac{t}{b_w} \right)^{1/3} F_{cy} \Rightarrow F_{ult} = 2 \cdot \left(\frac{0,051}{1,449} \right)^{1/3} = 0,6554$$

Como não tem a área, usaremos

$$A = \sum A_i$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 3,2 \left[\frac{0,051^2}{0,173298} \left(\frac{10500}{70} \right)^{1/3} \right]^{0,75} \Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0,480212 < \frac{F_{ult}}{F_{cy}} \text{. Logo, a tensão de falha}$$

pelo Método de Gerardo será:

$$F_{cc} = 33,62 \text{ ksi}$$

(b.2) Método Boeing \Rightarrow Tab 2.1 \Rightarrow Bare sheet & Plate

Componentes ① ou ③

$$m=0,80; B_{10}=0,05275 \text{ e } g_f=2,65 \text{ em 1,0}$$

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy} E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10 g_f t} \right)^m} \Rightarrow \frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy} E_c}} = \frac{0,05275}{\left(\frac{0,9745}{10 \cdot 1 \cdot 0,051} \right)^{0,80}} \Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(1)} = F_{cc}^{(3)} = 26,94 \text{ ksi}}$$

Componente ②

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy} E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10 g_f t} \right)^m} \Rightarrow \frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy} E_c}} = \frac{0,05275}{\left(\frac{1,449}{10 \cdot 2,65 \cdot 0,051} \right)^{0,80}} \Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(2)} = 42,77 \text{ ksi}}$$

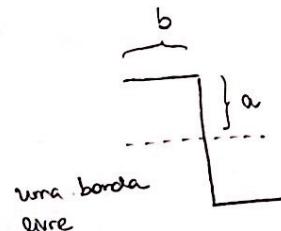
Média dos componentes (ponderada com a área)

$$F_{cc} = 33,69 \text{ ksi}$$

(b.3) Método de Needham

Vamos dividir em multiângulos

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy} E}} = \frac{C_e}{\left(\frac{a+b}{2t} \right)^{0,75}}$$



duas partes iguais \Rightarrow média igual ao valor da pendente

$$a = \frac{1,5 - 0,051}{2} = \frac{1,449}{2} \text{ in} = 0,7245 \text{ in}$$

$$b = 1 - \frac{0,051}{2} = 0,9745 \text{ in}$$

$$C_e = \begin{cases} 0,316 & \rightarrow \text{duas bordas livres} \\ 0,342 & \rightarrow \text{uma borda livre} \\ 0,366 & \rightarrow \text{nenhuma borda livre} \end{cases}$$

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy} E}} = \frac{0,342}{\left(\frac{0,9745 + 0,9745}{2 \cdot 0,051} \right)^{0,75}} \Rightarrow \boxed{F_{cc} = 35,56 \text{ ksi}}$$

$$\text{Fig 2.16: } \frac{a+b}{2t} = 16,66 \Rightarrow \frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy} E}} = 0,041 \Rightarrow \boxed{F_{cc} = 35,15 \text{ ksi}} \text{ OK!}$$

Logo, podemos resolver também pelos abacaxi das Fig 2.16 e 2.17.

c) Comprimentos dos lâbrios para que os abas se comportem como almoxarifados.

Fig 2.10:

$$\frac{b_f}{t_f} = \frac{0,9745}{0,051} = 19,11 \quad \xrightarrow{\text{menor lâbio}} \quad \frac{b_L}{t_f} \approx 4,8 \Rightarrow b_L = 0,2448 \text{ in}$$

d) Tensão de falha local com os lâbrios Obs: Colocou lâbio, lembra que para calcular Fcc precisa mudar as CC.

d.1 Método Boeing \Rightarrow Lâbrios entram no cálculo (Ex. 2.2)

Obs: Com os lâbrios, $\sigma_{cr} = 63,82 \text{ ksi}$

Agora, as flanges comportar-se-ão como placas, então:

$$F_{cc}^{(1)} = F_{cc}^{(3)} = 58,75 \text{ ksi}$$

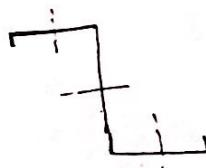
$$F_{cc}^{(2)} = 42,77 \text{ ksi}$$

$F_{cc}^{(1)} = 70 \text{ ksi}$ (cálculo daí 88,84 ksi) \Rightarrow uso correto do método de Boeing no escoamento.

Com isso,

$$F_{cc} = 54,00 \text{ ksi}$$

d.2 Método de Gerard (Exemplo 2.4)



$$g = 3 + 8 = 11$$

Tab 2.2 \Rightarrow Caso 4
segundo multi-canto
conformada

$$\beta_g = 0,55$$

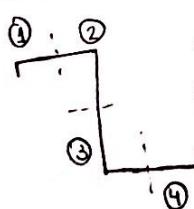
$$m = 0,85$$

$$F_{ult} = 0,75 F_{cy}$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E_c}{F_{cy}}} \right]^m \quad \Rightarrow$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0,902538 > \frac{F_{ult}}{F_{cy}} = 0,75 \Rightarrow F_{cc} = \max \{ F_{cr}, F_{ult} \} \Rightarrow F_{cc} = 62,32 \text{ ksi}$$

d.3 Método de Needham



$$\perp \text{B.L. } ① \equiv ④$$

$$\text{O.B.L. } ② \equiv ③$$

$\left. \begin{array}{l} \text{Simetria} \\ \Rightarrow \text{Somente precisamos analisar um de} \\ \text{cada.} \end{array} \right\}$

$$F_{cc}^{(1)} = F_{cc}^{(4)} = 71,60 \text{ ksi}$$

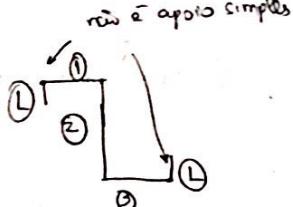
$$F_{cc}^{(2)} = F_{cc}^{(3)} = 50,23 \text{ ksi}$$

Com isso,

$$F_{cc} = 57,98 \text{ ksi}$$

b.2 Método Boeing

Lâbio não efetivo \Rightarrow



row é apóio simples

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_y E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10g_f t}\right)^m}$$

$$B_{10} = 0,063$$

$$g_f = 2,5 \text{ em } L_0$$

$$t = 0,051"$$

$$m = 0,82$$

Com isso,

$$F_{cc}^{(1)} = 47 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(1)} = F_{cc}^{(2)} = 26,27 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(2)} = 40,23 \text{ ksi}$$

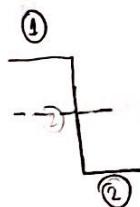
média
ponderada
com áreas

$$F_{cc} = 34,89 \text{ ksi}$$

Nestes casos, nesse Boeing, para o texto explícita o método Boeing.

b.3 Método de Needham

Consideraremos uma seção Z devido à infiltração dos lâbios:



$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_y E_c}} = \frac{C_e}{\left(\frac{a+b}{2t}\right)^{0.75}}$$

$$F_{cc}^{(1)} = 38,20 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(2)} = 38,20 \text{ ksi}$$

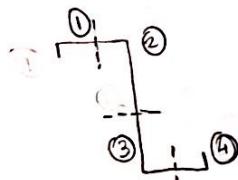
média
ponderada
com as áreas

$$F_{cc} = 38,20 \text{ ksi}$$

dois componentes com um bando

livre $\Rightarrow C_e = 0,342$

Considerando os lâbios e adotando como flanges: Não faz sentido



$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_y E_c}} = \frac{C_e}{\left(\frac{a+b}{2t}\right)^{0.75}}$$

$$F_{cc}^{(1)} = 49,49 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(2)} = 40,88 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(3)} = 40,88 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(4)} = 49,49 \text{ ksi}$$

média
ponderada
com as áreas

$$F_{cc} = 44,45 \text{ ksi}$$

comprova o row uso
desta técnica

Exercício 2.6

Seção extrudada

$$M = 7075 - T_b$$

$$E_c = 10500 \text{ ksi}$$

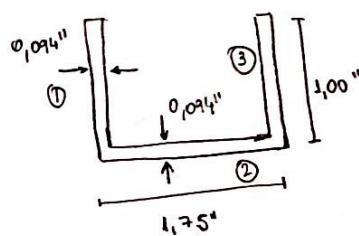
$$F_{y,e} = 70 \text{ ksi}$$

$$F_{0.2} = 72 \text{ ksi}$$

$$m = 16,6$$

↓

$$\sigma_p = 58,73 \text{ ksi}$$



a) Tensão de flambagem local

$\textcircled{1} \equiv \textcircled{3}$ Flanges

$$\sigma_{n,e}^{(1)} = 39,70 \text{ ksi} \Rightarrow \sigma_n^{(1)} = \sigma_n^{(3)} = 39,70 \text{ ksi}$$

$$\sigma_{n,e}^{(1)} < \sigma_p$$

$\textcircled{2}$ Placa

$$\sigma_{n,e}^{(2)} = 115,65 \text{ ksi} \xrightarrow{\text{Placa}} \sigma_n^{(2)} = 72,00 \text{ ksi}$$

$$\sigma_{n,e}^{(2)} > \sigma_p$$

Tab. 5.1

Com isso,

$$\sigma_n = 54,75 \text{ ksi} \quad (\text{este valor é mais conservativo}).$$

Vamos calcular também com base na Fig 2.4

$$\frac{b_f}{b_w} = \frac{1.00 - 0.094}{1.75 - 0.094} = 0.58 \quad \text{e} \quad \frac{t_w}{t_f} = 1.0 \Rightarrow k_w \approx 2.3 \Rightarrow \sigma_n = \frac{k_w n^2 E_c}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_w}{b_w} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_n = 70,33 \text{ ksi}}$$

(2.1)

Exercício 2.5

Material Clad 2024-T6 (Não faremos correção de clad)

$$E_c = 10700 \text{ ksi}$$

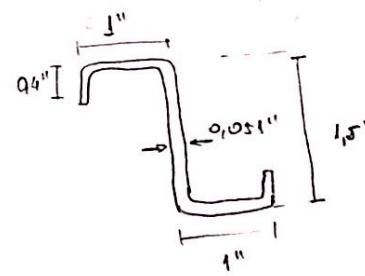
Sigüêa Conformada

$$f_{0.7} = 47 \text{ ksi}$$

$$f_{uy} = 47 \text{ ksi}$$

$$n = 0,6$$

$$\gamma_e = 0,3$$



a) Tensão de Flambagem local

1º Passo: Verificar nas Figs 2.4 a 2.7 se há o reforçado com tipo apresentado.

Como não há, vamos para o próximo passo.

2º Passo: Analisar efetividade dos lâbhos

$$\frac{b_L}{t_L} = \frac{0.94 - 0.051/2}{0.051} \Rightarrow \frac{b_L}{t_L} = 7,34 ; \quad \frac{b_F}{t_F} = \frac{1 - 0.051}{0.051} \Rightarrow \frac{b_F}{t_F} = 18,62$$

Sabemos que, da Fig 2.10, para $\frac{b_F}{t_F} = 18,62 \Rightarrow \frac{b_L}{t_L} \in [4,75; 6,10]$. Logo, o lâbho não é efetivo.

3º Passo: Como o lâbho não é efetivo, então devemos a configuração como da questão anterior

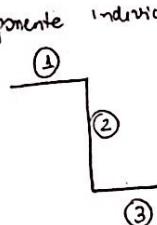
Analizando a Fig 2.4

$$\frac{b_F}{b_W} = \frac{1 - 0.051/2}{1.5 - 0.051} \Rightarrow \frac{b_F}{b_W} = 0.69837 \quad e \quad \frac{t_F}{t_W} = 1.0 \Rightarrow k_w = 1.8$$

$$\sigma_u = \frac{k_w \pi^2 E_c}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_w}{b_w} \right)^2 \Rightarrow \sigma_u = \frac{1.8 \cdot \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0.3^2)} \left(\frac{0.051}{1.5 - 0.051} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_u = 21,56 \text{ ksi}}$$

4º Passo: Vamos analisar cada componente individualmente

lâbho não efetivo
Logo, vamos analisar o conjunto nem o lâbho.



$$\begin{aligned} &\text{Prop. Geométricas:} \\ &\left\{ \begin{array}{l} b_1 = 0,9745"; t_1 = 0,051"; A_1 = 0,0497 \text{ in}^2 \\ b_2 = 1,449"; t_2 = 0,051"; A_2 = 0,0739 \text{ in}^2 \\ b_3 = b_1; t_3 = t_1; A_3 = A_1. \end{array} \right. \end{aligned}$$

Sem considerar, está próxima do abalo.

Sem a correção de clad somente para o componente 2 precisou-se realizar a correção de plasticidade.

$$\begin{aligned} \sigma_u^{(1)} &= \sigma_u^{(3)} = 11,39 \text{ ksi} \\ \sigma_u^{(2)} &= 40,15 \text{ ksi} \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\text{média} \\ &\text{ponderada} \\ &\text{com áreas} \end{aligned} \quad \boxed{\sigma_u = 23,65 \text{ ksi}}$$

Considerando o lâbho como flange $\sigma_u = 28,27 \text{ ksi}$

b) Tensão de Falhar local

b.1. Método de Gerard

Lâbho não efetivo



$$\beta_g = 3,2 \quad F_{ult} = 2 \left(\frac{t}{b_w} \right)^{1/3} f_{uy}$$

$$m = 0,75$$

$$F_{ult} = 2 \left(\frac{0.051}{1.449} \right)^{1/3} \cdot 70 \Rightarrow F_{ult} = 30,81 \text{ ksi}$$

$$F_{cc} = \beta \left[\frac{t^2}{A} \left(\frac{E}{F_{uy}} \right)^{1/3} \right]^{0.75} F_{uy} \Rightarrow \boxed{F_{cc} = 25,05 \text{ ksi}}$$

desconsiderando os lâbhos

$$g = 3 + 8 = 11$$

$$\beta_g = 0,55$$

$$m = 0,85$$

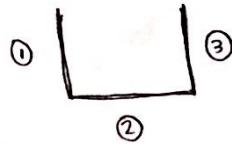
$$F_{ult} = 0,75 F_{uy}$$

$$\begin{aligned} &\text{Se considerarmos os lâbhos: Seguindo} \\ &\text{multicanto} \\ &\text{Caso 4} \\ &\downarrow \Rightarrow \boxed{F_{cc} = 35,25 \text{ ksi}} \\ &\text{parece mais plausível.} \end{aligned}$$

(2.11)

b) Tensão de Falha Local

b.1 Método Boeing



$$B_{10} = 0,063$$

$$T_{10} 2.1 \Rightarrow m = 0,75$$

Al 7075
extrudado

$\alpha_f = 2,3$ ou $1,0$ ($\gamma_f^{(1)} = \gamma_f^{(3)} = 1,0$ e $\gamma_f^{(2)} = 2,3$)

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{uy} E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10g_f t}\right)^m}$$

$$\Rightarrow F_{cc}^{(2)} = 65,96 \text{ ksi}$$

Média
ponderada
com os
áreas.

$$\boxed{F_{cc} = 59,27 \text{ ksi}}$$

b.2 Método de Gerard



seção canal (uma das exceções junto à seção Z)

$$\frac{F_{cc}}{F_{uy}} = \beta \left[\frac{t^2}{A} \left(\frac{E}{F_{uy}} \right)^{1/3} \right]^{0,75}$$

caso g Tab. 2.2

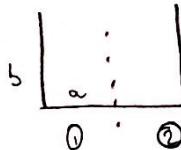
$$\beta_g = 3,2$$

$$m = 0,75 \\ F_{ut} = 2 \left(\frac{t}{b_w} \right)^{1/3} F_{uy} \Rightarrow \frac{F_{ut}}{F_{uy}} = 0,77$$

$$\Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 3,2 \left[\frac{0,094^2}{0,339} \left(\frac{10500}{20} \right)^{1/3} \right]^{0,75} \Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 1,61 \rightarrow \boxed{F_{cc} = 54,75 \text{ ksi}}$$

$F_{ut} = 52,5 \text{ ksi}$, visto que é o menor valor entre o corte e a critica.

b.3 Método de Needham



$$\textcircled{1} \equiv \textcircled{2} \Rightarrow C_e = 0,342$$

$$F_{cc} = F_{cc}^{(1)} = 54,30 \text{ ksi}$$

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{uy} E_c}} = \frac{C_e}{\left(\frac{a+b}{2t} \right)^{0,25}}$$

$$\begin{aligned} a &= 0,828'' \\ b &= 0,953'' \\ t &= 0,094'' \\ F_{uy} &= 70 \text{ ksi} \\ E_c &= 10500 \text{ ksi} \end{aligned}$$

Logo, a tensão de falha local será: $\boxed{F_{cc} = 54,30 \text{ ksi}}$

c) Tensão de Falha da Coluna se o coeficiente de fixação $C=2$ e $L=10 \text{ in}$

1º Passo: Cálculo do comprimento efetivo da coluna

$$L' = \frac{L}{C} \Rightarrow L' = \frac{10}{\sqrt{2}} \Rightarrow L' = 7,07 \text{ in}$$

2º Passo: Cálculo do momento de inércia



$$I_{xx_1} = I_{xx_3} = \frac{0,094 \cdot (1-0,094/2)^3}{12} + 0,094 \cdot (1-0,094/2) \cdot \left[\left(1 - \frac{0,094}{2} \right) - 0,254972 \right]^2$$

$$I_{xx_1} = I_{xx_3} = 0,01096 \text{ in}^4$$

$$I_{xx_2} = 0,094 \cdot (1,75 - 0,094) \cdot 0,254972^2$$

$$I_{xx_2} = 0,01012 \text{ in}^4$$

$$I_{yy_1} = I_{yy_3} = 0,094 \cdot (1-0,094/2) \cdot \left(\frac{1,75 - 0,094}{2} \right)^2 = 0,06142 \text{ in}^4$$

$$I_{yy_2} = 0,094 \cdot (1,75 - 0,094)^3 \cdot \frac{1}{12} = 0,03557 \text{ in}^4 \Rightarrow I_{yy} = 0,15841 \text{ in}^4$$

3º Passo: Determinação do rato de giro e eixo fraco

$$I_{xx} = 0,032587 \text{ in}^4 \quad p = \sqrt{\frac{I}{A}} \Rightarrow p_{xx} = \sqrt{\frac{0,032587}{0,334823}} = 0,3093 \text{ in} \quad \text{e} \quad p_{yy} = \sqrt{\frac{0,158537}{0,334823}} = 0,6881 \text{ in}$$

$$I_{yy} = 0,158537 \text{ in}^4 \quad A = 0,334823 \text{ in}^2$$

Como $p_{xx} < p_{yy}$, então o eixo fraco é do momento de inércia I_{xx} (já observado também como menor)

4º Passo: Determinar a razão de esbeltez

$$\frac{L}{p} = \frac{7,07107}{0,3093} = 22,86 > 12,5 \Rightarrow \text{usaremos a parábola de Johnson mesmo para o caso modificado.}$$

5º Passo: Determinar a razão de esbeltez de transição e Tensão de Falha da coluna

5.1. Parábola de Johnson

$$(L/p)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{cr}}} \quad F_{cr} = F_{cc} \quad \Rightarrow \quad (L/p)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{cc}}} \quad \xrightarrow{\substack{\text{Tensão de} \\ \text{Cuppling pelo} \\ \text{Método Boeing}}} \quad (L/p)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{10500}{59,27}}$$

$$\Rightarrow (L/p)_{tr} = 59,13 \quad \text{Logo, como } 12,5 < (L/p) < (L/p)_{tr} = 59,13 \quad \text{Vamos usar a parábola de Johnson.}$$

$$F_c = F_{cr} \left[1 - \frac{F_{cr}}{4\pi^2 E_c} (L/p)^2 \right] \xrightarrow{F_{cr} = F_{cc}} \Rightarrow F_c = 59,27 \left[1 - \frac{59,27}{4\pi^2 \cdot 10500} \cdot 22,86^2 \right] \Rightarrow F_c = 54,84 \text{ ksi}$$

é a tensão de falha da coluna pela Parábola de Johnson.

5.2. Parábola de Johnson modificada

$$F_{cr} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2F_c}{\phi}} \right) \quad \text{com } \phi = 2E_c \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 \Rightarrow \phi = 0,10500 \cdot \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 = 1326,48$$

$$\boxed{\phi = 1326,48}$$

$$F_{cr} = 1326,48 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 59,27}{1326,48}} \right) \Rightarrow F_{cr} = 60,66 \text{ ksi} \quad \Rightarrow F_c = F_{cr} \left[1 - \frac{F_{cr}}{4\pi^2 E_c} (L/p)^2 \right]$$

$$F_c = 60,66 \left[1 - \frac{60,66}{4\pi^2 \cdot 10500} \cdot 22,86^2 \right] \Rightarrow \boxed{F_c = 56,02 \text{ ksi}}$$

é a tensão de falha da coluna pela Parábola de Johnson modificada.

d) Tensão de Falha da coluna se $c=2$ e $L=60 \text{ in}$

Passos 1 a 4 são idênticos ao anterior:

$$L' = L/\sqrt{c} = 60/\sqrt{2} = 42,43 \text{ in}$$

$$L'/p = 42,43/0,3093 = 137,17 \quad (\text{Com certeza é maior que a transição})$$

5º Passo: Determinar a razão de esbeltez da transição e Tensão de Falha da coluna

5.1. Parábola de Johnson

$$(L/p)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{cr}}} \Rightarrow (L/p)_{tr} = 59,13 \Rightarrow F_c = \frac{\pi^2 E}{(L/p)^2} \Rightarrow F_c = \frac{\pi^2 \cdot 10500}{137,17^2} = 5,51 \text{ ksi} \quad \text{Logo a tensão de falha da coluna é } \boxed{F_c = 5,51 \text{ ksi}} \quad (2.14)$$

Idem anterior

Falha com instabilidade de pontaria. É muita pequena pois esbeltez é alta.

5.2. Próbola de Johnson modificada

Como está acima da transição, o resultado será o mesmo anteriormente calculado.

$$F_c = 5,51 \text{ ksi}$$

Exercício 2.7

Material A1 2024-T4
Conformado

$$E_c = 10700 \text{ ksi}$$

$$F_y = 38 \text{ ksi}$$

$$F_{0,2} = 36,7 \text{ ksi}$$

$$r_e = 0,3$$

$$n = 15,6$$



$$\sigma_p = 30,89 \text{ ksi}$$

Vamos inicialmente determinar a tensão de flambagem local, pois ela pode ser utilizada para determinação de corte no método de Gerard.

1º Passo: Verificar nas figuras 2.4 a 2.7 se temos esse tipo de reforçador. Como não temos, vamos prosseguir nos próximos passos.

2º Passo: Analisar a efetividade dos lábios

$$\frac{b_F}{t_F} = \frac{1 - 0,05}{0,05} = 19$$

$$\frac{b_L}{t_L} = \frac{0,375 - 0,05/2}{0,05} = 7$$

Fig. 2.10
→ Não é efetivo. Logo, temos três alternativas

① Utilizar o reforçador chapéu da

Fig. 2.7

② Calcular a Tensão crítica média sem levar em conta os lábios.

③ Calcular a Tensão crítica média considerando que os lábios não provêem condições de apoio simples.

3º Passo: Alternativa ①

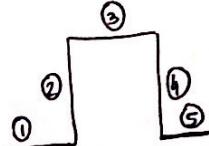
$$\text{Fig. 2.7} \rightarrow \frac{b_w}{b_T} = \frac{1,5 - 0,05}{1,25 - 0,05} = \frac{1,45}{1,20} = 1,21$$

$$\frac{b_E}{b_W} = \frac{1 - 0,05}{1,5 - 0,05} = \frac{0,95}{1,45} = 0,655$$

$$\sigma_{n,e} = \frac{k_T \pi^2 E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b_T} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{n,e} = \frac{1,5 \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,05}{1,20} \right)^2 \rightarrow \sigma_n = 25,18 \text{ ksi}$$

→ $k_T \approx 1,5$ (erro de paralaxe no gráfico)

4º Passo: Alternativa ②



Componentes ① e ⑤: Flanges

$$\sigma_{n,e} = \frac{k \pi^2 E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 = \frac{0,43 \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,05}{0,975} \right)^2 = 10,93 \text{ ksi} < \sigma_p$$

Flambagem no regime elástico:

$$\begin{cases} \sigma_{n,p}^{(1)} = 10,93 \text{ ksi} \\ A_1 = 0,04875 \text{ in}^2 \end{cases}$$

Componentes ② e ④: Almas

$$\sigma_{n,e} = \frac{k \pi^2 E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 = \frac{4 \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,05}{1,45} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{n,e} = 46,00 \text{ ksi} > \sigma_p$$

$$\sigma_{n,p}^{(2)} = \gamma (\sigma_{n,p}) \cdot \sigma_{n,e} \Rightarrow \sigma_{n,p}^{(2)} = \gamma (\sigma_{n,p}) \cdot 46,00 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{n,p}^{(2)} = 34,35 \text{ ksi} \\ A_2 = 0,0725 \text{ in}^2 \end{cases}$$

→ Correção de plasticidade.

Componente ③: Alma

$$\sigma_{n,e} = \frac{k \pi^2 E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 = \frac{4 \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,05}{1,2} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{n,e} = 67,16 \text{ ksi} > \sigma_p \Rightarrow \text{Correção de plasticidade} \rightarrow \sigma_n = 37,24 \text{ ksi}$$

$$\begin{cases} \sigma_{n,p}^{(3)} = 37,24 \text{ ksi} \\ A_3 = 0,06 \text{ in}^2 \end{cases}$$

(2.15)

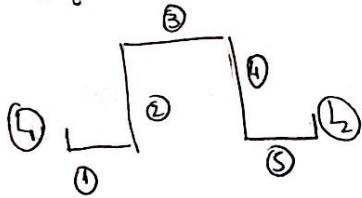
Com isso:

$$\sigma_n = \frac{\sum_{i=1}^5 \sigma_n^{(i)} A_i}{\sum_{i=1}^5 A_i} \Rightarrow \boxed{\sigma_n = 27,38 \text{ ksi}}$$

Observe que está próximos do valor obtido no abac.

5º Passo: Alternativa ③

Análogo ao anterior



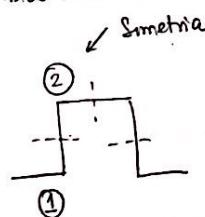
Almas: ②, ③ e ④
Flanges: ①, ⑤, ④ e ②

$$\boxed{\sigma_n = 28,95 \text{ ksi}}$$

Componente	σ_n, e	σ_n, p	$[in^2]$
1	11,52	11,52	0,0475
2	46,00	34,35	0,0725
3	67,46	37,24	0,06
4	46,00	34,35	0,0725
5	11,52	11,52	0,0475
L_1	84,87	39,70	0,0175
L_2	84,87	39,70	0,0175

a) Vamos calcular a Tensão média de Falha pelo Método de Needham

a.1 Desconsiderando os lâbhos (ERRADO)



↑
ATENÇÃO

$$C_{e_1} = 0,342 \quad (1.B.L.)$$

$$C_{e_2} = 0,366 \quad (0.B.L.)$$

$$\left(\frac{a+b}{2t}\right)_1 = 12,125$$

$$\left(\frac{a+b}{2t}\right)_2 = 13,25$$

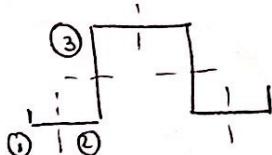
$$\Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(1)} = 33,56 \text{ ksi}}$$

$$\boxed{F_{cc}^{(2)} = 33,61 \text{ ksi}}$$

$$\boxed{F_{cc} = 33,58 \text{ ksi}}$$

Está incorreto

a.2 No entanto, para o Método de Needham não considera se é lâbio ou não \Rightarrow Foco direto



$$C_{e_1} = 0,342 \quad (1.B.L.) \quad \left(\frac{a+b}{2t}\right)_1 = 8,25$$

$$C_{e_2} = 0,366 \quad (0.B.L.) \quad \left(\frac{a+b}{2t}\right)_2 = 12$$

$$C_{e_3} = 0,366 \quad (0.B.L.) \quad \left(\frac{a+b}{2t}\right)_3 = 13,25$$

$$\boxed{F_{cc}^{(1)} = 44,80 \text{ ksi}}$$

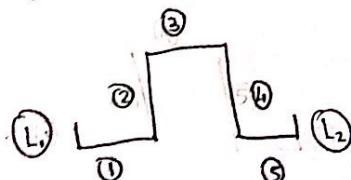
$$\Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(2)} = 36,20 \text{ ksi}}$$

$$\boxed{F_{cc}^{(3)} = 33,61 \text{ ksi}}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{cc} = 37,29 \text{ ksi}} \quad \text{ou} \quad \boxed{P_{cc} = 12,49 \text{ kips}}$$

b) Vamos calcular a Tensão média de Falha pelo Método de Boeing

Texto da apostila afirma que quando o lâbio for ineficiente, devemos adotar a anotação ao lado como lâbio como flange e o lâbio também como flange.



Simetria: $\boxed{L_1 = L_2}$ Flange

$\boxed{1 = 5}$ Flange (Ineficiência do lâbio)

$\boxed{2 = 4}$ Mira

$\boxed{3}$ Alma

$$F_{cc}^{(1)} = 253,82 \text{ ksi} \quad \text{conte} \quad \boxed{F_{cc}^{(1)} = 38 \text{ ksi}}$$

$$F_{cc}^{(1)} = 23,73 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(2)} = 35,57 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(3)} = 41,54 \text{ ksi} \quad \text{conte} \quad \boxed{F_{cc}^{(3)} = 38 \text{ ksi}}$$

$$M = 0,82 \\ B_{10} = 0,063$$

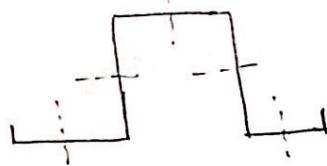
$$g_f = 2,5 \text{ ou } 1,0$$

$$\text{Com isso:} \quad \boxed{F_{cc} = 32,90 \text{ ksi}} \quad \text{ou}$$

$$\boxed{P_{cc} = 11,02 \text{ kips}}$$

c) Vamos calcular a tensão média de falha pelo Método de Gerard

Considerando os lâbrhos:



$$g = 5 + 12 = 17$$

Caso 4 Tab. 2.2

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 1,05 > \frac{F_{ult}}{F_{cy}} = 0,75$$

$$\beta_g = 0,55$$

$$m = 0,85$$

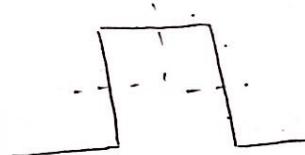
$$F_{ult} = 0,75 F_{cy}$$

$$\text{Portanto: } F_{cc} = \max \{ F_{ult}, F_{cr} \}$$

$$F_{ult} = 28,5 \text{ ksi} \Rightarrow F_{cc} = 28,95 \text{ ksi} \text{ ou } P_{cc} = 9,70 \text{ kips}$$

$$F_{ult} = 28,95 \text{ ksi}$$

desconsiderando os lâbrhos (segundo o Dardan, considero esse valor).



$$g = 3 + 8 = 11$$

Caso 4 Tab 2.2

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0,722 < \frac{F_{ult}}{F_{cy}} = 0,75$$

$$\beta_g = 0,55$$

$$m = 0,85$$

$$F_{ult} = 0,75 F_{cy}$$

Devo considerar a área total da seção.

$$F_{cc} = 27,44 \text{ ksi} \text{ ou } P_{cc} = 9,19 \text{ kips}$$

Exercício 2.8

Seção conformada em Z

M 7075-T6

$E_c = 10500 \text{ ksi}$

$F_{cy} = 67 \text{ ksi}$

$F_{ot} = 70 \text{ ksi}$

$n = 9,2$

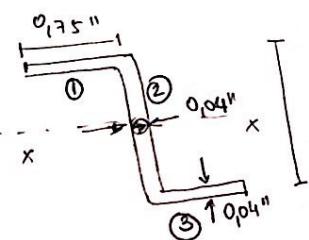
$$L = 30'' \Rightarrow L' = \frac{L}{\gamma_c}$$

Coluna



Tab. 2.1 pág 2.17 (EST-15)

$$L' = 0,7 L$$



$$A_t = 0,04 (0,75 \cdot 2 + 1,5 - 0,04) = 0,1184 \text{ in}^2$$

3º Passo: Cálculo do momento de inércia e Centroide
Simétrica \Rightarrow Centroide já indicado
enunciado $\Rightarrow I_{xx} = \frac{0,04 \cdot 1,5^3}{12} + 2(0,75 - 0,04) \cdot 0,04 \cdot \left(\frac{1,5}{2} - 0,02\right)^2$

$$I_{xx} = 0,041518 \text{ in}^4 \Rightarrow \rho_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{A_t}} \Rightarrow A_t = 0,1184 \text{ in}^2 \Rightarrow \rho_{xx} = 0,5961 \text{ in}$$

4º Passo: Cálculo de F_{cc} pelo Método de Boeing

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy} P_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10 g_f t}\right)^m}$$

Tab 2.1 \Rightarrow M 7075-T6 conformado \Rightarrow Bare sheet & Plate

$m = 0,80$

$B_{10} = 0,05275$

$g_f = 2,65 \text{ ou } 2,0$

$$F_{cc}^{(1)} = 27,34 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(2)} = 34,25 \text{ ksi}$$

$$F_{cc}^{(3)} = 27,34 \text{ ksi}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow F_{cc} = 30,80 \text{ ksi}$$

5º Passo: Razão de esbeltez e modelo a ser utilizado para carga de Falha da Coluna

$$12,5 < \frac{L'}{\rho_{xx}} = 35,23 \Rightarrow \left(\frac{L'}{\rho}\right)_{tr} = 82 \Rightarrow \text{Vamos utilizar a parábola de Johnson}$$

6º Passo: Determinação da Tensão de Falha da Coluna

6.1 Parábola de Johnson ($F_{co} = F_{cc}$)

$$F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}}{4\pi^2 E} \left(\frac{L}{P} \right)^2 \right] \Rightarrow F_c = 30,80 \left[1 - \frac{30,80}{4\pi^2 \cdot 10500} \cdot 35,23^2 \right] \Rightarrow \boxed{F_c = 27,96 \text{ ksi}}$$

$$\boxed{P_c = 3,27 \text{ kips}}$$

6.2 Parábola de Johnson modificada (Fórmula para calcular F_{co})

$$F_{co} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2F_{cc}}{\phi}} \right)$$

$$\phi = 2E_c \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 \Rightarrow \phi = 2 \cdot 10500 \cdot \left(\frac{\pi}{42,5} \right)^2 = 1326,475 \Rightarrow F_{co} = 1326,475 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{30,80}{1326,475}} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{co} = 31,17 \text{ ksi}}$$

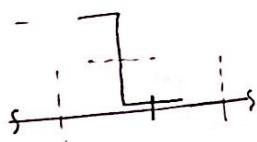
$$F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}}{4\pi^2 E} \left(\frac{L}{P} \right)^2 \right] \Rightarrow F_c = 31,17 \left[1 - \frac{31,17}{4\pi^2 \cdot 10500} \cdot 35,23^2 \right] \Rightarrow \boxed{F_c = 28,26 \text{ ksi}}$$

$$\boxed{P_c = 3,30 \text{ kips}}$$

b) $t_s = 0,025"$

Método de Gerard (Lembrar que usa o painel monolítico. Logo, o resultado é maior).
Gerard aplicável para $L/p \leq 20$ (Logo, não posso usá-lo neste caso).

Reforçador: L corte



Chapa: J corte
4 flanges

Tab 2.3:

$$\beta_g = 0,56$$

$$F_{ut} = F_{uy}$$

$$m = 0,85$$

$$\bar{F}_{cy} = \frac{F_{yss} + F_{yw} (\bar{t}/t_s - 1)}{\bar{t}/t_s} \xrightarrow[\text{material}]{\text{mesmo}} \bar{F}_{cy} = F_{uy}$$

$$F_{yss} = F_{yw}$$

$$\frac{\bar{F}_{cc}}{\bar{F}_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{g F_{yw} t_s}{A} \right) \sqrt{\frac{E_c}{\bar{F}_{cy}}} \right]^m \Rightarrow \frac{\bar{F}_{cc}}{\bar{F}_{cy}} = 0,56 \left[\frac{8 \cdot 0,04 \cdot 0,025}{0,1184} \cdot \sqrt{\frac{10500}{67}} \right]^{0,85} \Rightarrow \frac{\bar{F}_{cc}}{F_{uy}} = 0,4857$$

$$\boxed{\bar{F}_{cc} = 32,54 \text{ ksi}}$$

Como não tenho b_t , não consigo calcular \bar{P}_{cc} no método de Gerard.

pag 2.33 Apostila

Método Boeing

$$b_e = 1,7 t_s \cdot \frac{E_s^{(SL)}}{E_s^{(SL)}} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} \quad \begin{array}{l} \text{"O método de Boeing} \\ \text{para o cálculo de falha local} \\ \text{destes parâmetros comuns} \\ \text{em determinar a} \\ \text{tensão de falha local do} \\ \text{reforçador, adotando a} \\ \text{área efetiva do revestimento."} \end{array}$$

Tab 2.4

$$\text{Caso 1: } (t_f)_{eff} = t_f$$

$$A_e = b_e t_s$$

$F_{st} = F_{cc}$ (já calculado previamente pelo Método Boeing para determinação da Tensão de Falha Local do reforçador).

Como o revestimento e o reforçador são do mesmo material, então:

$$b_e = 1,7 t_s \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} \Rightarrow b_e = 1,7 \cdot 0,025 \cdot \sqrt{\frac{10500}{30,80}} \Rightarrow b_e = 0,7847 \text{ in}$$

$$\text{Logo: } A_e = 0,7847 \cdot 0,025 = 0,01962 \text{ in}^2$$

$$F_{st} = F_{cc} = 30,80 \text{ ksi}$$

$$\bar{F}_{cc} = \frac{F_{st} (A_{st} + A_e)}{A_{st} + b_t} \Rightarrow \bar{P}_{cc} = \bar{F}_{cc} (A_{st} + b_t) = F_{st} (A_{st} + A_e) = 30,80 (0,1184 + 0,01962) \quad \boxed{\bar{P}_{cc} = 4,25 \text{ kips}}$$

Não mencionou passo de rebite \Rightarrow Não faz sentido para flambagem entre rebites. (2.13)

Exercício 2.9

Material extrudado

AZ 7075-T6

$E_c = 10500 \text{ ksi}$

$F_{uy} = 70 \text{ ksi}$

$F_{ut} = 72 \text{ ksi}$

$r_e = 0,3$

$m = 1,6$

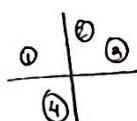
CC: engatada
em ambas as extremidades



Tab 2.1 Pág 2.17 Apostila EST-15

$$L' = 0,5L$$

2º Passo: Analisar cada componente individualmente



Dupla simetria $\Rightarrow ① = ② = ③ = ④$

$$\text{Logo: } \sigma_n = \sigma_n^{(1)}$$

1º Componente:

$$\begin{aligned} \text{Propriedades Geométricas} \\ b_1 &= 1,0'' \\ t_1 &= 0,064'' \\ A_1 &= 0,064 \text{ in}^2 \end{aligned}$$

Logo, a Tensão de Flambagem local será: $\sigma_n = 16,72 \text{ ksi}$

b) Tensão média de Falha Local

Extrudado \Rightarrow Apostila do EST-25 \Rightarrow Não é recomendado usar o Método de Needham

b.1 Método de Gerard

$$g = 4 \text{ (flanges)}$$

$$A = 0,064^2 + 4 \cdot 0,064 = 0,260096 \text{ in}^2$$

$$\text{Tab 2.2} \quad g = 4$$

$$\beta_g = 0,67$$

$$m = 0,40$$

$$F_{ut} = 0,80 F_{uy}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = \beta_g \left[\left(\frac{g t^2}{4A} \right) \sqrt{\frac{E}{F_{uy}}} \right]^m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 0,67 \left[\frac{4 \cdot 0,064^2}{0,260096} \sqrt{\frac{10500}{70}} \right]^{0,40} \Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 0,16040 < \frac{F_{ut}}{F_{uy}} = 0,80 \Rightarrow F_{cc} = 42,28 \text{ ksi}$$

b.2 Método Boeing

$$\text{Simétrica} \Rightarrow F_{cc} = F_{cc}^{(1)}$$

$$\text{Tab 2.1} \Rightarrow m = 0,75$$

$$B_{10} = 0,063$$

$g_f = 1,0$ (todas apresentam bordos livres)

$$\Rightarrow F_{cc} = 38,64 \text{ ksi}$$

c) Tensão de Falha da Coluna:

Devido à dupla simetria da Figura $I_{xx} = I_{yy}$ e não há eixo fraco neste caso.

1º Passo: Determinar I_{xx}

$$I_{xx} = \frac{0,064 \cdot (2 + 0,064)^3}{12} + \frac{(2 + 0,064) \cdot 0,064^3}{12} = 0,04694 \text{ in}^4$$

(exato)

a) Tensão de Flambagem Local

1º Passo: Fig 2.4 e 2.7 e analizar se há esse tipo de reforçador.

Como não há, deve estimar a tensão de flambagem local por meio das tensões de cada segmento (componente).

Tensão Crítica Elástica: Flange \Rightarrow Considerando $a/b \rightarrow \infty$

$$\sigma_{a,e} = \frac{k \pi^2 E_c}{12(1 - v_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{a,e} = \frac{0,43 \pi^2 \cdot 10500}{12(1 - 0,3^2)} \left(\frac{0,064}{1} \right)^2$$

$$\sigma_{a,e} = 16,72 \text{ ksi} < F_p = 55,06 \text{ ksi}$$

Portanto, flamba elasticamente.

b) Tensão de Falha da Coluna:

Método de Needham

$$A = 0,064^2 + 4 \cdot 0,064 = 0,260096 \text{ in}^2$$

$$\text{Tab 2.2} \quad g = 4$$

$$\beta_g = 0,67$$

$$m = 0,40$$

$$F_{ut} = 0,80 F_{uy}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = \beta_g \left[\left(\frac{g t^2}{4A} \right) \sqrt{\frac{E}{F_{uy}}} \right]^m \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{uy}} = 0,16040 < \frac{F_{ut}}{F_{uy}} = 0,80 \Rightarrow F_{cc} = 42,28 \text{ ksi}$$

$$\Rightarrow \frac{F_{cc}^{(1)}}{\sqrt{F_{uy} E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10g_f k} \right)^m} \Rightarrow \frac{F_{cc}}{\sqrt{10500 \cdot 70}} = \frac{0,063}{\left(\frac{1,0}{10 \cdot 1,0 \cdot 0,064} \right)^{0,75}} \Rightarrow$$

2º Passo: Determinação do raio de giro e $\frac{l}{p}$

$$p = \sqrt{\frac{I}{A}} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{0,04694}{0,260096}} = 0,4241 \text{ in}$$

$$p = 0,4241 \text{ in} \Rightarrow \frac{l}{p} = \frac{47,16}{0,4241} > 12,5 \text{ (OK)}$$

3º Passo: Vamos determinar a razão de sobretor de tensão

Parábola de Johnson modificada

$$\phi = 2E_c \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 \Rightarrow \phi = 2 \cdot 10500 \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 = 1326,475 \Rightarrow F_{co} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2F_{cc}}{\phi}} \right) \Rightarrow$$

$$F_{co} = 1326,475 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 39,23}{1326,475}} \right) \Rightarrow \boxed{F_{co} = 39,23 \text{ ksi}}$$

$$\left(\frac{l'}{p} \right)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2E_c}{F_{co}}} \Rightarrow \left(\frac{l'}{p} \right)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{10500 \cdot 2}{39,23}} \Rightarrow \boxed{\left(\frac{l'}{p} \right)_{tr} = 72,69}$$

4º Passo: Cálculo de F_c

$$12,5 \leq \left(\frac{l'}{p} \right) = 47,16 \leq \left(\frac{l'}{p} \right)_{tr} = 72,69 \Rightarrow F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}}{4\pi^2 E_c} \left(\frac{l'}{p} \right)^2 \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F_c = 39,23 \left[1 - \frac{39,23}{4\pi^2 10500} (47,16)^2 \right] \Rightarrow \boxed{F_c = 30,97 \text{ ksi}}$$

é a tensão de falha da coluna de segund
de parede fina.

Exercício 2.10

Material extrudado

$$L = 25 \text{ in}$$

$$A_e = 7075 - 76$$

$$E_c = 10500 \text{ ksi}$$

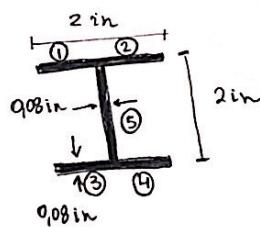
$$F_{ct} = 72 \text{ ksi}$$

$$F_{uy} = 70 \text{ ksi}$$

$$\pi = 16,6$$

$$v_e = 0,3$$

Coluna SS em ambas as bordas.



a) Tensão de Flambagem local

5º Passo: Fig 2.4 a 2.7 \Rightarrow Fig 2.5 apresenta o reforçador

dado.

$$\frac{b_F}{b_W} = \frac{(2-0,08)/2}{2-0,08} = 0,5 \quad \xrightarrow{\text{Fig 2.5}} k_w \approx 2,65$$

$$\frac{t_W}{t_F} = 1$$

com as flanges flambadas
antes da alma.

$$\text{Logo: } \sigma_a = \frac{k_w \pi^2 E_c}{12(1-v_e^2)} \left(\frac{b_w}{b_w} \right)^2 \Rightarrow \sigma_a = \frac{2,65 \cdot \pi^2 \cdot 10500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,08}{2-0,08} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_a = 43,66 \text{ ksi}}$$

2º Passo: Cálculo aproximado, considerando flanges e almas redondas e calculando a média ponderada das

Tensões de flambagem local

$$\boxed{\sigma_a' = 39,05 \text{ ksi}}$$

Resultado mais conservativo.

b) Tensão média de falha local

Extrudado \Rightarrow Needham não recomendado

Continua ...

Continuação letra b questão 10

b) Tensão média de falha local

b.1 Método de Gerard

$$g = t + 6 = 7$$

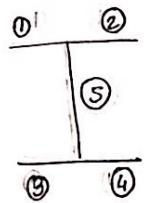
Tab 2.2 \Rightarrow Caso 3 : $\beta_3 = 0,67$
H extrudido $m = 0,40$

$$\frac{F_{ct}}{F_y} = \beta_3 \left[\frac{g t^2}{A} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \right]^m \Rightarrow \frac{F_{ct}}{F_y} = 0,57 < \frac{F_{ct}}{F_y}$$

$$\frac{F_{ct}}{F_y} = 0,80$$

$\boxed{F_{ct} = 40,21 \text{ ksi}}$ $\left[\text{notas é muito válido, pois } \frac{l}{r_p} \geq 20 \right]$

b.2 Método Boeing



Tab 2.1 :

$$m = 0,75$$

$$\beta_{10} = 0,063$$

$$g_f = 2,3 \text{ ou } 1,0$$

$$① = ② = ③ = ④$$

$$\frac{F_{ct}^{(1)}}{\sqrt{F_y E_c}} = \frac{\beta_{10}}{\left(\frac{b_1}{10 g_f t_1} \right)^m} \Rightarrow \frac{F_{ct}^{(1)}}{\sqrt{F_y E_c}} = \frac{0,063}{\left(\frac{0,96}{10 \cdot 1 \cdot 0,08} \right)^{0,75}} \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{ct}^{(1)} = 47,11 \text{ ksi}}$$

$$\boxed{F_{ct}^{(5)} = 52,32 \text{ ksi}}$$

$$\boxed{F_{ct} = 48,84 \text{ ksi}}$$

c) Tensão média de colapso da coluna (usaremos, como tensões de falha local, a tensão do Método Boeing).

Coluna com CC do tipo SS. $\Rightarrow L' = L$

Como não definiu um eixo \Rightarrow tomaremos o eixo de menor momento de inércia.

$$I_{xx} = 0,3546 \text{ in}^4 \Rightarrow I_{yy} = 0,1036 \text{ in}^4 \Rightarrow \rho_{yy} = 0,4740 \text{ in} \Rightarrow \rho = 0,4740 \text{ in}$$

$$I_{yy} = 0,1036 \text{ in}^4$$

$$\text{Logo: } \frac{L'}{\rho} = 52,74 \geq 12,5$$

Parábola de Johnson modificada $\Rightarrow \boxed{F_{ct} = 48,84 \text{ ksi}} \text{ (Boeing)}$

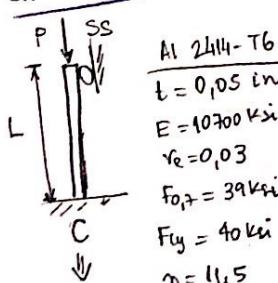
$$\phi = 2E_c \left(\frac{\pi}{12t_s} \right)^2 \Rightarrow \phi = 1326,475$$

$$F_w = \phi \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2F_{ct}}{\phi}} \right] \Rightarrow F_w = 1326,475 \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 48,84}{1326,475}} \right] \Rightarrow \boxed{F_w = 49,78 \text{ ksi}}$$

$$(L'/\rho)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2E_c}{F_w}} \Rightarrow (L'/\rho)_{tr} = 64,53 \geq (L'/\rho) = 52,74$$

$$\Rightarrow F_c = F_w \left[1 - \frac{F_w}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 \right] \Rightarrow F_c = 49,78 \left[1 - \frac{49,78}{4\pi^2 10500} \cdot 52,74^2 \right] \Rightarrow \boxed{F_c = 33,15 \text{ ksi}}$$

Exercício 2.11



a) Carga de flambagem local da coluna

$$Fig 2.6 \Rightarrow \frac{b}{h} = 1 \Rightarrow k_h = 4,0 \Rightarrow \sigma_a = \frac{k_h \pi^2 E}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t_h}{h} \right)^2 \Rightarrow$$

Considerar extrudido.

$$\frac{t_h}{h} = 1$$

$$\Rightarrow \sigma_a = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,05}{1} \right)^2 \Rightarrow \boxed{\sigma_a = 96,71 \text{ ksi}} \Rightarrow \boxed{\sigma_a = 42,25 \text{ ksi}}$$

Correção de plasticidade

pag 2.8:
"Se uma correção de plasticidade é necessária, basta dividir a tensão crítica por $F_{ct,r}$ e utilizar os dados da literatura"

Todos os elementos
1 nov placas

Caso C da Tab 5.1
 \Rightarrow Apêndice EST-15
pag 3.59

$$\text{Exul} \Rightarrow \boxed{\sigma_{cr} = 42,25 \text{ ksi}} \quad \Rightarrow P_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A = 42,25 \cdot 4 \cdot 1,005 = 8,45 \text{ kips}$$

flambagem inelástica.

$$\boxed{P_{cr} = 8,45 \text{ kips}}$$

b) Carga de Falha Local da Coluna

Método Boeing

Última linha Tab 2.1 \Rightarrow Considerando extracoluna.

$$B_{10} = 0,061$$

$$m = 0,75$$

$$g_f = 2,3 \quad (\text{sem bordas livres})$$

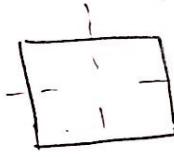
$$\Rightarrow F_{cc} = F_{cy}^{(i)} \quad (\text{simétrica do sistema}).$$

$$\frac{F_{cc}^{(i)}}{\sqrt{F_{cy} E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10g_f t}\right)^m} \Rightarrow \frac{F_{cc}^{(i)}}{\sqrt{F_{cy} E_c}} = \frac{0,061}{\left(\frac{1,00}{10 \cdot 2,3 \cdot 0,05}\right)^{0,75}}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(i)} = 44,32 \text{ ksi}} > F_{act} = F_{cy}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{cc}^{(i)} = 40 \text{ ksi}} \quad e \quad \boxed{P_{cc} = 8 \text{ kips}}$$

c) Método de Gerard



$$g = 4 + 8 = 12$$

Tab 2.2 $\Rightarrow \beta_g = 0,56 ; m = 0,85 ; \frac{F_{act}}{F_{cy}} = 0,75$

Tubo retangular estendido
caso 3

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{g f^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E}{F_{cy}}} \right]^m \Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0,56 \left[\frac{12 \cdot 0,05^2}{0,1} \sqrt{\frac{10700}{40}} \right] \Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 1,20 > \frac{F_{act}}{F_{cy}}$$

Vamos tomar $\max \{ F_{act}, F_{cy} \} \Rightarrow \boxed{F_{cc} = 42,25 \text{ ksi}} \quad e \quad \boxed{P_{cc} = 8,45 \text{ kips}}$

que é a tensão de flambagem

c) Carga de Falha da Coluna com

$$L = 20 \text{ in}$$

$$\text{Tab 2.1 pag 2.17 EST-15} \Rightarrow \text{Pela simetria, há eixo preferido (mais fraco). Logo, tomaremos o eixo } L' = 0,7L = 14 \text{ in} \Rightarrow \rho = p_{xx} = 0,408376 \text{ in} \Rightarrow \boxed{U_p = 34,28} > 12,5$$

$x \Rightarrow I_{xx} = 0,033354 \text{ in}^4$

Parábola de Johnson modificada:

$$\Phi = 2E_c \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 \Rightarrow \Phi = 2 \cdot 10700 \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 = 1351,741$$

$$F_{co} = \Phi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2F_{cc}}{\Phi}} \right) \Rightarrow F_{co} = 1351,741 \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot 40,61}{1351,741}} \right) \Rightarrow \boxed{F_{co} = 40,61 \text{ ksi}}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{L'}{\rho} \right)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2F_{cc}}{F_{co}}} = \pi \sqrt{\frac{2 \cdot 10700}{40,61}} = 72,12 > \left(\frac{L'}{\rho} \right) \Rightarrow F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow F_c = 40,61 \left[1 - \frac{40,61}{4\pi^2 \cdot 10700} \cdot 34,28^2 \right] = 36,02 \text{ ksi} \Rightarrow \boxed{F_c = 36,02 \text{ ksi}} \quad e \\ \boxed{P_c = 7,20 \text{ kips}}$$

Exercício 2.12

Material: extrudado

Al 7075-T6

$E_c = 10500 \text{ ksi}$

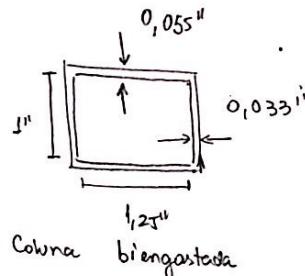
$F_{uy} = 70 \text{ ksi}$

$F_{0,17} = 72 \text{ ksi}$

$m = 16,6$

$r_e = 0,3$

$$\hookrightarrow \sigma_p = 58,73 \text{ ksi}$$



a) Tensão de flambagem Local

Fig 2-6

$$\frac{b}{h} = \frac{1}{1,25} = 0,8$$

$$\Rightarrow k_n \approx 3,4$$

$$\frac{t_b}{t_h} = \frac{0,033}{0,055} = \frac{3}{5} = 0,6$$

Lateral flamba
primeiro.

$$\sigma_a = 3,4 \frac{\pi^2 E_c}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t_h}{b_h} \right)^2 \Rightarrow \sigma_a = \frac{3,4 \pi^2 \cdot 10500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,055}{1,25} \right)^2 \Rightarrow \sigma_a = 62,47 \text{ ksi} > \sigma_p$$

Correção
plasticidade
Tab 5.1
Caso C

$$j \approx 1$$

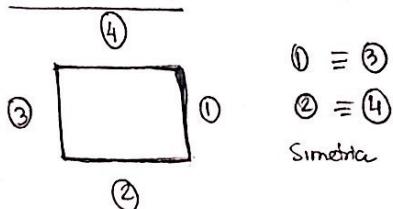
$$\sigma_a = 62,47 \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{\left(1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_a}{72} \right)^{15,6} \right)}{\left(1 + \frac{3}{7} \cdot 16,6 \cdot \left(\frac{\sigma_a}{72} \right)^{15,6} \right)}} \right) \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_a}{72} \right)^{15,6}}$$

$$\sigma_a = 58,76 \text{ ksi}$$

$$\text{Excel: } \sigma_a = 56,19 \text{ ksi}$$

b) Tensão de Falha Local

Método Boeing



$$B_{10} = 0,063$$

$$\text{Tab 2.1} \Rightarrow g_f = 1,0 \text{ ou } 2,3 \text{ (será } 2,3 \text{ pois não há flange)}$$

$$m = 0,75$$

$$\frac{F_{cc}^{(1)}}{\sqrt{F_{uy} E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10g_f t} \right)^m} \Rightarrow F_{cc}^{(1)} = \sqrt{10500 \cdot 70} \cdot \frac{0,063}{\left(\frac{1}{10,23,0,033} \right)^{0,75}} \Rightarrow F_{cc}^{(1)} = 43,92 \text{ ksi}$$

$$\frac{F_{cc}^{(2)}}{\sqrt{F_{uy} E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10g_f t} \right)^m} \Rightarrow F_{cc}^{(2)} = \sqrt{10500 \cdot 70} \cdot \frac{0,063}{\left(\frac{1,25}{10,23,0,055} \right)^{0,75}} \Rightarrow F_{cc}^{(2)} = 54,50 \text{ ksi}$$

$$\text{Com isso: } F_{cc} = 51,07 \text{ ksi}$$

Método de Gerard

$$\text{Tab 2.2} \Rightarrow g=12$$

$$\beta_g = 0,56$$

$$m = 0,85$$

$$\frac{F_u}{F_{uy}} = \beta_g \left[\left(\frac{g t^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E_c}{F_{uy}}} \right]^m \Rightarrow \frac{F_u}{F_{uy}} = 0,56 \left[\frac{12 \cdot 0,04522}{0,2035} \sqrt{\frac{10500}{70}} \right]^{0,85}$$

$$t = \bar{t} = \frac{\sum t_i b_i}{\sum b_i}$$

$$\frac{F_{ut}}{F_{uy}} = 0,75$$

Gerard \oplus preciso \Rightarrow Coluna unta.

$$\frac{F_u}{F_{uy}} = 0,720098 > \frac{F_{ut}}{F_{uy}} = 0,75 \Rightarrow F_{ut} = 52,5 \text{ ksi}$$

$$F_u = 56,19 \text{ ksi}$$

$$\bar{t} = (1,25 \cdot 0,055 + 1 \cdot 0,033) / (1,25 + 1,00) = 0,04522 \text{ in}$$

$$\text{Com isso:}$$

$$\boxed{F_{cc} = 56,19 \text{ ksi}} \quad (2.23)$$

c) Carga no colapso, ou reja, carga na fachada da coluna

$$L = 10 \text{ in} \\ \text{bi-engastada} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{Tab 2.1} \\ \text{pág 2.17} \\ \text{EST-15} \end{array} \Rightarrow L' = 0,5L \Rightarrow c = \left(\frac{L}{L'} \right)^2 \\ L' = 5 \text{ in} \quad c = 4$$

Momentos de inércia:

$$I_{xx} = 0,029402 \text{ in}^4 \quad \Rightarrow \quad I_{xx} \text{ é o menor} \Rightarrow p = p_{xx} = \sqrt{\frac{I_{xx}}{A}} = 0,3801 \text{ in} \\ I_{yy} = 0,055202 \text{ in}^4 \quad \text{eixo fraco}$$

$$\frac{L'}{p} = 13,15 > 12,5$$

Vamos calcular $\left(\frac{L'}{p} \right)_{tr}$ mesmo já sabendo que estamos na região intermediária da curva e mais próximos da parte curta

$$\phi = 2E_c \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 = 2 \cdot 10500 \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2 = 1326,475 \Rightarrow F_{co} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2F_{cc}}{\phi}} \right) \Rightarrow \\ F_{co} = 1326,475 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{51,07}{1326,475}} \right) \Rightarrow F_{co} = 52,09 \text{ ksi}$$

Logo:

$$\left(\frac{L'}{p} \right)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2E_c}{F_{co}}} = \pi \sqrt{\frac{2 \cdot 10500}{52,09}} = 63,08 > \frac{L'}{p}$$

$$F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}}{4\pi^2 E_c} \left(\frac{L'}{p} \right)^2 \right] \Rightarrow F_c = 52,09 \left[1 - \frac{52,09}{4\pi^2 \cdot 10500} \cdot 13,15^2 \right] \Rightarrow$$

$$F_c = 50,96 \text{ ksi}$$

$$e \quad P_c = 10,37 \text{ kips}$$

é a carga que a coluna carrega no colapso.

Exercício 2.13

$$L = 20 \text{ in.}$$

$$\text{SS em ambas as bordas.} \Rightarrow L' = L = 20 \text{ in}$$

$$P_c = 8000 \text{ lb} \Rightarrow P = 8 \text{ kips}$$

$$\text{Volume do material: } V = 4at \text{ (aproximadamente)}$$

Propriedades do Material

$$E_c = 10700 \text{ ksi}$$

$$F_p = 24 \text{ ksi} \quad F_{uy} = 40 \text{ ksi}$$

$$F_{ot} = 39 \text{ ksi}$$

$$\Sigma = 1/3$$

$$n = 11,5$$

Supondo A extrudado

↓
Valores médios pois
Tab 2.1 não especifica o alumínio
utilizado.

$$B_{10} = 0,061$$

$$m = 0,75$$

$$g_f = 2,3$$

$$a) \text{ Dupla Simetria} \Rightarrow I_{xx} = I_{yy}$$

$$I_{xx} = \frac{\frac{t}{12} a^3}{12} + at \left(\frac{a}{2} \right)^2 = \frac{\frac{t}{12} a^3}{12} + \frac{t a^3}{4} = \frac{4 t a^3}{12} = \frac{t a^3}{3} \Rightarrow I_{xx} = \frac{t a^3}{3}$$

$$A = 4at$$

$$p = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{\frac{t a^3}{3}}{4at}} = \frac{a}{2\sqrt{3}} \Rightarrow p = \frac{a\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \frac{L'}{p} = \frac{120}{a\sqrt{3}}$$

$$P_c = \frac{P_c}{4at} = \frac{8}{4at}$$

Método Boeing para Tensão de Falha Local \Rightarrow

$$F_{cc} = \sqrt{F_{uy} E_c}$$

$$\left(\frac{B_{10}}{\frac{b}{10 g_f t}} \right)^m$$

$$F_{cc} = 419 \left(\frac{t}{a} \right)^{0,75}$$

6.24

Já que os resultados para parábola de Johnson modificada não diferem muito da não modificada, então, apelando ao Princípio da Navalha de Occam, vamos usar a parábola não modificada.

$$F_c = F_{cc} \left[1 - \frac{F_{cc}}{4\pi^2 E_c} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 \right]$$

$$\frac{2}{at} = 419 \left(\frac{t}{a} \right)^{0,75} \left[1 - \frac{419}{4\pi^2 E_c} \cdot \left(\frac{L'}{a} \right)^{0,75} \cdot \frac{120^2}{3a^2} \right] \Rightarrow \frac{2}{at} = 419 \left(\frac{t}{a} \right)^{0,75} \left[1 - 4,761 \cdot \frac{t^{0,75}}{a^{2,75}} \right]$$

t	a	V
0,032"	35,11"	38,69 in ³
0,040"	3,37 in ²	20,77 in ³
0,050"	1,46 in ²	5,83 in ³
0,064"	1,13"	5,79 in³
0,072"	1,08"	5,23 in ³

⇒ Menor volume

$$\left. \begin{array}{l} I_{xx} = 0,030877 \text{ in}^4 \\ t = 0,064" \\ a = 1,13" \\ L'/\rho = 61,25 \\ F_{cc} = 48,61 \text{ ksi} \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_c = 27,63 \text{ ksi} \\ P_c = 8,00 \text{ ksi} \\ A = 0,19 \text{ in}^2 \end{array}$$

b) Carga de Flambagem Local para a coluna encontrada

Pela Fig 2.6

$$\frac{b}{h} = 1 \Rightarrow k_h = 4 \Rightarrow \sigma_{cr} = \frac{k_h \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_h}{h} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{cr} = \frac{4\pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,19^2)} \left(\frac{0,064}{1,13} \right)^2 \Rightarrow \sigma_{cr} = 127,03 \text{ ksi}$$

$$\frac{t_1}{t_h} = 1$$

Preciso realizar correção de plasticidade: Assumindo $\beta \approx 1$

$$\text{Caso C} \quad \sigma_{cr} = 127,03 \cdot \frac{1}{1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_a}{39} \right)^{0,5}} \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \frac{(1 + \frac{3}{7} \left(\frac{\sigma_a}{39} \right)^{0,5})}{(1 + \frac{3}{7} \cdot 11,5 \cdot \left(\frac{\sigma_a}{39} \right)^{0,5})}} \right)$$

Tab 5.1

$\Rightarrow \sigma_{cr} = 43,45 \text{ ksi}$ é a tensão de flambagem local que acontece no regime inelástico.

$\frac{F_{cr,el}}{44,00 \text{ ksi}} = \frac{P_{cr}}{12,73 \text{ kips}}$ é a carga crítica de flambagem local

c) Carga de Falha Local

Método Boeing (extrudada e longa) \Rightarrow

$$\text{Tab 2.1} \Rightarrow m = 0,75$$

$$B_{10} = 0,063$$

$$g_f = 2,3 \text{ (Nas Nú bordos Wres)}$$

$$\Rightarrow F_{cc}^{(i)} = 40 \text{ ksi} \Rightarrow F_{cc} = 40 \text{ ksi} \text{ com carga de falha} \Rightarrow P_{cc} = 11,57 \text{ kips}$$

Método de Needham e de Gerard não são viáveis.

$$\Rightarrow \frac{F_{cc}}{\sqrt{F_y E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b}{10s_t t} \right)^m} \Rightarrow F_{cc}^{(ii)} = 50,26 \text{ ksi} > F_{ut} = F_y$$

Exercício 2.14

$$A_{st} = 0,359 \text{ in}^2$$

$$I_{xx} = 0,0475 \text{ in}^4$$

$$J_{xx} = 0,0827 \text{ in}^4$$

Chapa:

$$\underline{\text{Al 2024-T3}}: E_c = 10700 \text{ ksi}$$

$$F_{cy} = 40 \text{ ksi}$$

$$f_{y,t} = 39 \text{ ksi}$$

$$n = 12,5$$

Extensão

$$\underline{\text{Al 7075-T6}}: E_c = 10500 \text{ ksi}$$

$$F_{cy} = 70 \text{ ksi}$$

$$f_{y,t} = 72 \text{ ksi}$$

$$n = 16,6$$

a) Não ocorre flambagem entre rebites e nem falha por enrugamento.

a) Não ocorre flambagem entre rebites e nem falha por enrugamento.

1º Passo: Falha local do reforçador

1.1 Verificar a eficiência dos bulbos.

$$\frac{b_F}{t_F} = \frac{1 - \frac{1}{16} - \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{16}}{\frac{3}{32}} = \frac{32 - 2 - 3}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

$$\text{Fig 2.11} \quad \left(\frac{D}{t}\right)_{\min} = 3,4 \Rightarrow D_{\min} = 0,31875 \text{ in}$$

enunciado: $D = \frac{3}{16} = 0,1875 \text{ in} \Rightarrow$ bulbo não é eficiente.

Vamos usar o método Boeing:

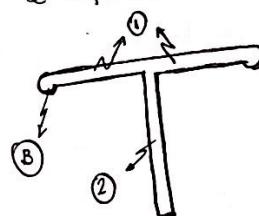
1.2 Análise das componentes:

1.2.1 Componente 1 com bulbo

$$\text{Novo componente: } b_1 = b_F + D = \frac{27}{32} + \frac{3}{16} = 1,03 \text{ in}$$

$$\text{Nova área: } A_1 = b_1 t + \frac{\pi D^2}{4} = 0,107 \text{ in}^2$$

$$\text{Espessura média: } \frac{(b_1 t + \pi D^2/4)}{(b_1 + D)} = 0,104 \text{ in}$$



Tab 2.1

$$m = 0,75$$

$$B_{10} = 0,063$$

$$g_f = 2,3 \text{ ou } 1,0$$

$$F_{cc}^{(1)} = \sqrt{F_{cy} E_c} \cdot \frac{B_{10}}{\left(\frac{b_1}{10 g_f t}\right)^m} \Rightarrow F_{cc}^{(1)} = \sqrt{10500 \cdot 70} \cdot \frac{0,063}{\left(\frac{1,03}{10 \cdot 1,0 \cdot 0,104}\right)^{0,75}}$$

$$\Rightarrow F_{cc}^{(1)} = 54,40 \text{ ksi}$$

$$\downarrow$$

$$P_{cc} = 15,82 \text{ kips}$$

1.2.2 Componente 2:

$$A_2 = \frac{1}{8} \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{32} \right) = 0,145 \text{ in}^2$$

$$F_{cc}^{(2)} = \sqrt{F_{cy} E_c} \cdot \frac{B_{10}}{\left(\frac{b_1}{10 g_f t}\right)^m} \Rightarrow F_{cc}^{(2)} = \sqrt{10500 \cdot 70} \cdot \frac{0,063}{\left(\frac{37/32}{10 \cdot 1 \cdot 18}\right)^{0,75}} \Rightarrow F_{cc}^{(2)} = 57,26 \text{ ksi}$$

$$\downarrow$$

$$P_{cc} = 8,28 \text{ kips}$$

1.2.3 Média ponderada para os componentes:

$$F_{cc} = \frac{54,40 \cdot 0,107 \cdot 2 + 57,26 \cdot 0,145}{2 \cdot 0,107 + 0,145} = 55,49 \text{ ksi} \Rightarrow F_{cc} = 55,49 \text{ ksi}$$

(2.26)

2º Passo: Cálculo da largura efetiva

2.1 Revestimento

$$b_e = 1,7 \cdot t \cdot \frac{E_{sk}^{(s)}}{E_{st}^{(s)}} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} = 1,7 \cdot 0,035 \cdot \frac{E_{sk}^{(s)}}{E_{st}^{(s)}} \sqrt{\frac{10500}{55,49}} = 0,584 \text{ in}$$

2.2 Altura

$$b_e = 1,7 \cdot t \cdot \frac{E_{sk}^{(s)}}{E_{st}^{(s)}} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} = 1,7 \cdot 0,025 \cdot \frac{E_{sk}^{(s)}}{E_{st}^{(s)}} \sqrt{\frac{10500}{55,49}} = 0,417 \text{ in}$$

3º Passo: Cálculo das Áreas Efetivas \Rightarrow Tab 2.4
pág 2.34

3.1 Revestimento

Caso 2

$$l = 1'' > b_e = 0,584 \text{ in}$$

$$A_e = 2b_e t = 0,041 \text{ in}^2$$

3.2 Altura

Caso 5

$$A_e = (b_{e1} + b_{e2}/2) t \Rightarrow A_e = 0,009 \text{ in}^2$$

$$b_{e1} = 0,365 b_e < 1/2''$$

4º Passo: Cálculo da Carga Total Suportada

$$P_u = [A_{st} + A_{e,rev} + A_{e,adema}] \cdot F_{st} = [0,359 + 0,041 + 0,009] \cdot 55,49 = 22,70 \text{ kips}$$

$$\boxed{P_u = 22,70 \text{ kips}}$$

b) Espaçamento máximo entre os rebites mesa-revestimento para não ocorrer flambagem entre rebites

Rebite \Rightarrow Brazier $d = 3/32'' \Rightarrow c = 3$

$$\left(\frac{P}{t}\right)_{gráfico} = \frac{2}{\sqrt{c}} \left(\frac{P}{t}\right)_{real} =$$

Passo máximo \Rightarrow Flambagem entre rebites com a falha do painel reforçado.

$F_{ir} = F_{st}$ ($F_{cc} \Rightarrow$ Falha Local do Reforçador)

$$F_{ir} = \frac{4\pi^2 E_t}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{\sqrt{c} b_s}{2 P}\right)^2 = \frac{4\pi^2}{12(1-0,3^2)} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{0,035^2}{P^2} \cdot E_t$$

$$55,49 = \frac{12}{48} \cdot \frac{\pi^2}{0,91} \cdot \frac{0,035^2}{P^2} \cdot \frac{10700}{1 + \frac{3}{7} \cdot 11,5 \left(\frac{55,49}{39}\right)^{10,5}} \Rightarrow P = \left[\frac{12\pi^2}{48 \cdot 0,91} \cdot \frac{0,035^2}{55,49} \cdot \frac{10700}{1 + \frac{3}{7} \cdot 11,5 \left(\frac{55,49}{39}\right)^{10,5}} \right]^{1/2}$$

$$P = 0,0564 \text{ in}$$

Analisando o gráfico:

Fig 2.33

$$\left(\frac{P}{t}\right)_{gráfico} = 1,86 \Rightarrow F_{ir} \approx 57,5 \text{ ksi ok!}$$

c) Espaçamento máximo entre rebites para que não ocorra flamagem entre rebites na mesa.

Análogo:

$$F_{ir} = \frac{c\pi^2 E_t}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{P} \right)^2 = \frac{4 \pi^2 E_t}{12 \cdot 0,91} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{0,025}{P} \right)^2 \Rightarrow F_{ir} = F_{cc}$$

$$P^2 = \frac{\frac{u^2}{3,64} \cdot \frac{0,025^2}{55,49}}{1 + \frac{3}{7} \cdot 11,5 \left(\frac{55,49}{39} \right)^{10,5}} \Rightarrow P = 0,0403 \text{ in}$$

Gráfico:

$$\left(\frac{P}{t} \right)_{gráfico} = \frac{2}{F_c} \left(\frac{P}{t} \right)_{real} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{0,0403}{0,025} = 1,8628 \xrightarrow{F_g = 2,33} F_{ir} = 57,3 \text{ ksi}$$

Exercício 2.15

Refrigador extrudado: Al 7075

$$E_c = 10500 \text{ ksi} \quad \text{revestimento} \Rightarrow t = 0,032 \text{ in}$$

$$F_g = 70 \text{ ksi} \quad \text{alma} \Rightarrow t = 0,050 \text{ in}$$

$$F_{g2} = 72 \text{ ksi}$$

$$n = 16,6$$

desconsiderar a sua curvatura
 $E_c = 10700 \text{ ksi}; F_g = 37 \text{ ksi}; F_{g2} = 35,7 \text{ ksi}; n = 12$

a) placas manufaturadas em ligas ~~Alod~~ de Al 2024-T3

1º Passo: Falha local do Refrigador

1.1 Verificar a eficiência do lâbio

$$\frac{b_L}{t_L} = \frac{0,5 - 0,125}{0,125} = 3 \quad \xrightarrow{\text{Fig 2.10}}$$

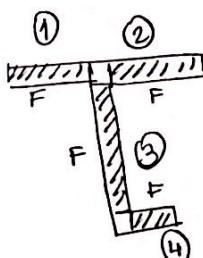
Lâbio não eficaz
Portanto, no método Boeing iremos considerar duas flanges.

$$\frac{b_F}{t_F} = \frac{2 - 2 \cdot 0,125}{0,125} = 14$$

1.2 Análise dos Componentes

1.2.1 Componente 1:

$$\frac{F_{cc}^{(1)}}{\sqrt{F_g E_c}} = \frac{B_{10}}{\left(\frac{b_1}{10 \cdot 8t_1} \right)^m}$$



Método Boeing:

$$m = 0,75$$

$$B_{10} = 0,063$$

$$g_f = 1,0 \text{ (flanges)}$$

$$F_{cc}^{(1)} = 56,13 \text{ ksi}$$

$$A_1 = 0,1484 \text{ in}^2$$

1.2.2 Componente 2:

Análogo ao componente 1 $\Rightarrow F_{cc}^{(2)} = 56,13 \text{ ksi}$

$$A_2 = 0,1484 \text{ in}^2$$

1.2.3 Componente 3:

$$F_{cc}^{(3)} = 41,97 \text{ ksi}$$

$$A_3 = 0,2188 \text{ in}^2$$

1.2.4 Componente 4:

$$F_{cc}^{(4)} = 133,24 \text{ ksi} \xrightarrow{\text{corte}} F_{cc}^{(4)} = 70 \text{ ksi}$$

$$A_4 = 0,0469 \text{ in}^2$$

\Rightarrow Cálculo da Tensão de Falha Resultante será: $F_{cc} = 51,78 \text{ ksi}$

(2.28)

2º Passo: Espaçamento máximo entre os rebites mesa-revestimento

$$F_{ir} = \frac{4\pi^2 Et}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{\sqrt{c}}{2} \frac{t_s}{P} \right)^2 \geq F_{cc} \Rightarrow P \leq \left[\frac{1}{F_{cc}} \cdot \frac{4\pi^2 Et}{12(1-r_e^2)} \cdot \frac{c}{4} \cdot t_s^2 \right]^{1/2}$$

Como rebit comutante
nada c=L

$$P_{\max} = \left[\frac{1}{51,78} \cdot \frac{4\pi^2}{12 \cdot 0,91} \cdot \frac{1}{4} \cdot 0,032^2 \cdot \frac{10700}{1 + \frac{3}{7} \cdot 12 \cdot \left(\frac{51,78}{35,7} \right)^{11}} \right]^{1/2}$$

$$\boxed{P_{\max} = 0,0249 \text{ in}} \quad \text{para mesa-revestimento.} \quad \& \quad \text{mesa-alma} \Rightarrow \boxed{P_{\max} = 0,0389 \text{ in}}$$

3º Passo: Carga Total máxima sem falha.

3.1 Largura efetiva.

$$3.1.1 \text{ Revestimento: } b_e = 1,7 \cdot t \sqrt{\frac{E_c}{E_{st}}} \stackrel{(te)}{\Rightarrow} b_e = 0,544 \text{ in}$$

3.1.2 Alma

$$b_e = 1,7 \cdot t \sqrt{\frac{E_c}{E_{st}}} \stackrel{(alma)}{\Rightarrow} b_e = 0,850 \text{ in}$$

3.2 Área Efetiva

$$1,2'' > 0,544'' \Rightarrow A_e = 2b_e t = 2 \cdot 0,544 \cdot 0,032 = 0,0348 \text{ in}^2$$

Tab. 2.4 \Rightarrow Revestimento: Caso 2 $\Rightarrow A_e = 0,865 b_e t = 0,865 \cdot 0,850 \cdot 0,030 = 0,0367 \text{ in}^2$

Alma: Caso 5 $\Rightarrow A_e = 0,865 b_e t = 0,865 \cdot 0,850 \cdot 0,030 = 0,0367 \text{ in}^2$

3.3 Área do Reforçador (Total)

$$A_{st} = 0,125 (0,5 + 2 - 2 \cdot 0,125 + 2,5) = 4,75 \cdot 0,125 = 0,59375 \text{ in}^2$$

3.4 Carga Total máxima sem falha

$$P_u = F_{cc} (A_{st} + A_e^{\text{revest.}} + A_e^{\text{alma}})$$

$$P_u = 51,78 (0,59375 + 0,0348 + 0,0367) = 34,45 \text{ kips} \Rightarrow \boxed{P_u = 34,45 \text{ kips}}$$

$P_u = 51,78 (0,59375 + 0,0348 + 0,0367) = 34,45 \text{ kips}$ desconsiderar a sua correção

b) Placas manufaturadas em liga $\text{AlMg3}\text{-T6}$ ($E=10500 \text{ ksi}$; $F_y=64 \text{ ksi}$; $F_{0,2}=64,5 \text{ ksi}$ e $n=19,5$).

1º Passo: Falha Local do Reforçador

Mesmos cálculos do item a

$$F_{cc} = 51,78 \text{ ksi}$$

2º Passo: Espaçamento entre rebites mesa-revestimento

$$F_{ir} = \frac{4\pi^2 Et}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{\sqrt{c}}{2} \frac{t_s}{P} \right)^2 \geq F_{cc} \Rightarrow P_{\max} = \left[\frac{1}{51,78} \cdot \frac{4\pi^2}{12 \cdot 0,91} \cdot \frac{1}{4} \cdot 0,032^2 \cdot \frac{10500}{1 + \frac{3}{7} \cdot 19,5 \cdot \left(\frac{51,78}{64,5} \right)^{18,5}} \right]^{1/2}$$

$$P_{\max} = 0,405 \text{ in}$$

$$\text{mesa-alma} \Rightarrow P_{\max} = 0,633 \text{ in}$$

3º Passo: Carga máxima total sem falha

$$A_e^{\text{revest.}} = 0,0494 \text{ in}^2$$

3.1 Largura efetiva: $b_e^{\text{revest.}} = 0,971 \text{ in}$ $b_e^{\text{alma}} = 1,205 \text{ in}$

3.2 Área efetiva: $A_e^{\text{alma}} = 0,052 \text{ in}^2$

3.3 Carga Total: $P_u = 35,99 \text{ kips}$

Exercício 2.16

Chapa: Al 2024-T3

$$b = 0,064 \text{ in}$$

$$E_c = 10700 \text{ ksi}$$

$$F_{uy} = 40 \text{ ksi}$$

$$F_{0,7} = 39 \text{ ksi}$$

$$\eta = 10,5$$

Reforçador: Al 7075-T6

Extremo

$$b = 5,0 \text{ in}$$

$$E_c = 10500 \text{ ksi}$$

$$F_{uy} = 70 \text{ ksi}$$

$$F_{0,7} = 72 \text{ ksi}$$

$$\eta = 16,6$$

a) Tensão de Falha Local do Painel monolítico \Rightarrow Método de Gerard

1º Passo: Cálculo de \bar{t}_w

$$\bar{t}_w = \frac{\sum b_i t_i}{\sum b_i} = \frac{(0,6 + 1,6) \cdot 2 \cdot 0,064 + (1,6 - 0,136/2) \cdot 0,086 + 1,2 \cdot 0,136}{(0,6 + 1,6) \cdot 2 + (1,6 - 0,136/2) + 1,2} = 0,0808 \text{ in}$$

$$\boxed{\bar{t}_w = 0,0808 \text{ in}}$$

2º Passo: Cálculo de \bar{t}

$$\bar{t} = \frac{A}{bs} = \frac{2 \cdot 0,064 \cdot 2,2 + (1,6 - 0,068) \cdot 0,086 + 1,2 \cdot 0,136 + 5 \cdot 0,064}{5}$$

$$\boxed{\bar{t} = 0,179 \text{ in}}$$

3º Passo: Cálculo de \bar{F}_{cy}

$$\bar{F}_{cy} = \frac{F_{ys} + F_{uy} (\bar{t}/t_s - 1)}{\bar{t}/t_s} = \frac{40 + 70 (0,179/0,064 - 1)}{0,179/0,064} \Rightarrow \boxed{\bar{F}_{cy} = 59,27 \text{ ksi}}$$

4º Passo: Cálculo de \bar{F}_{cc}

$$\frac{\bar{F}_{cc}}{F_{uy}} = \rho_g \left[\left(\frac{q \bar{t}_w t_s}{A} \right) \sqrt{\frac{E}{\bar{F}_{cy}}} \right]^m$$

Tab 2.3 pag 2.31 :

Extremo Y com $\bar{t}_w/t_s = 1,26$

$$q = 19$$

$$m = 0,85$$

$$\rho_g = 0,56$$

$$\frac{F_{ud}}{F_{uy}} = 0,80$$

$$A = 0,896552 \text{ in}^2$$

$$\frac{\bar{F}_{cc}}{F_{uy}} = 0,56 \left[\left(\frac{19 \cdot 0,0808 \cdot 0,064}{0,8966} \right) \sqrt{\frac{10500}{59,27}} \right]^{0,85}$$

$$\frac{\bar{F}_{cc}}{F_{uy}} = 0,772 < \frac{F_{ud}}{F_{uy}} \Rightarrow \boxed{\bar{F}_{cc} = 45,75 \text{ ksi}}$$

é a tensão de falha local do painel monolítico desconsiderando a flambagem entre rebites.

b) Rebites Brazier $\Rightarrow p = 1,5 \text{ in}$ e $c = 3$ (Tab. 2.7 pag 2.39)

$$F_{ir} = \frac{4\pi^2 E_t}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{\sqrt{c} t_s}{2 p} \right)^2 \Rightarrow F_{ir} = \frac{4\pi^2}{12 \cdot 0,91} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{0,064^2}{1,5^2} \cdot \frac{10700}{\left(1 + \frac{3}{7} \left(\frac{F_{ir}}{39} \right)^{1,5} \cdot 10,5 \right)} \Rightarrow \boxed{F_{ir} = 31,85 \text{ ksi}}$$

É a tensão de flambagem entre rebites.

$$\text{Gráfico: Fig 2.33} \Rightarrow \left(\frac{t}{P} \right)_{\text{graf}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{1,5}{0,064} \right) = 27,1 \Rightarrow \boxed{F_{ir} \approx 32,5 \text{ ksi}}$$

2.30

Baixo 2.17

Reforçador Conformado

A1 7075-T6

$E_c = 10500 \text{ ksi}$

$F_{yf} = 67 \text{ ksi}$

$F_{rf} = 208 \text{ ksi}$

$n = 9,2$

$r_e = 0,3$

$b_s = 1,64 \text{ in}$

Revestimento A 2024-T3

$t_s = 0,032 \text{ in}$

$E_c = 10200 \text{ ksi}$

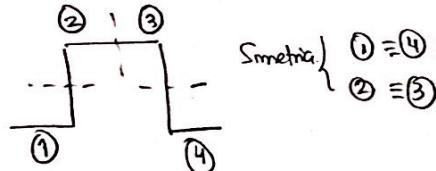
$F_{yf} = 40 \text{ ksi}$

$F_{rf} = 39 \text{ ksi}$

$m = 11,5$

$r_e = 0,3$

a) Tensão média da falha local do reforçador (Met. Needham)



$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{yf} E_c}} = \frac{C_e}{\left(\frac{a+b}{2t}\right)^{0,75}}$$

Componente 1:

$$C_e = 0,342 \text{ (1 B.L.)}$$

$$a = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 0,02 \right) = 0,24 \text{ in}$$

$$b = \frac{1}{2} (1,125 - 0,04) = 0,5425 \text{ in}$$

$$t = 0,04 \text{ in}$$

$$F_{cc}^{(1)} = F_{cc}^{(4)} = 51,86 \text{ ksi}$$

Componente 2:

$$C_e = 0,366 \text{ (0 B.L.)}$$

$$a = \frac{1}{2} (1,125 - 0,04) = 0,5425 \text{ in} \Rightarrow F_{cc}^{(2)} = F_{cc}^{(3)} = 45,41 \text{ ksi}$$

$$b = \frac{1}{2} (1 - 0,04) = 0,48 \text{ in}$$

$$t = 0,04 \text{ in}$$

$$\Rightarrow F_{cc} = 48,21 \text{ ksi}$$

b) Carga na flecha \Rightarrow Vamos utilizar os passos determinados na seção 2.13

$$L = 20 \text{ in}$$

$$c = 2$$

Passo 1: Tensão de Falha do reforçador isolado já obtida no item anterior

$$F_{cc} = 48,21 \text{ ksi}$$

Passo 2: Estimar F_c

Inicialmente, chuto $F_c = F_{cc} = 48,21 \text{ ksi}$

(caso 2)

Passo 3: Área Efetiva com base no valor de F_c

$$b_e = 1,7 \cdot \frac{E_{st}^s}{E_{st}^r} \sqrt{\frac{E_{st}^s}{F_{st}}} \Rightarrow b_e = 0,638 \text{ in} \quad \text{e} \quad A_e = 2 \cdot b_e t_s \Rightarrow A_e = 2 \cdot 0,638 \cdot 0,032 = 0,412 \text{ in}^2$$

Passo 4: Determinação de ξ

$$\xi = \frac{A_e}{A_{ST}} = \frac{0,041}{A_{ST}} \Rightarrow \xi = 0,25$$

$$A_{ST} = \left[\frac{1}{2} + (1,125 - 0,04 \cdot 2) + 0,5 \right] \cdot 2 \cdot 0,04 = 0,164 \text{ in}^2$$

$$\text{Cálculo de } p_{ST} \Rightarrow p_{ST} = \sqrt{\frac{I}{A_{ST}}}$$

I. Determinação do y_{CG} :

$$y_{CG} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0,04 \cdot 0,02 \cdot 2 + (1,125 - 0,04) \cdot 0,04 \cdot 1,125/2 \cdot 2 + 1 \cdot 0,04 \cdot (1,125 - 0,02)}{\frac{1}{2} \cdot 0,04 \cdot 2 + (1,125 - 0,04) \cdot 0,04 \cdot 2 + 1 \cdot 0,04}$$

$$y_{CG} = 0,5625 \text{ in} \Rightarrow e = 0,5625 + \frac{0,032}{2} = 0,5785$$

Determinação de I:

$$I = 2 \left[\frac{0,5 \cdot 0,04^3}{12} + 0,5 \cdot 0,04 \cdot (0,5625 - 0,02)^2 + 0,04 \cdot (1,125 - 0,04) \cdot (1,125/2 - 0,5625)^2 + \frac{0,04 \cdot (1,125 - 0,04)^3}{12} \right] + 1 \cdot \frac{0,04^3}{12} + 1 \cdot 0,04 \cdot (1,125 - 0,02 - 0,5625)^2 = 0,032 \text{ in}^4$$

$$\text{Logo: } p_{ST} = \sqrt{\frac{0,032}{0,164}} \Rightarrow p_{ST} = 0,442 \text{ in} \Rightarrow p = p_{ST} \sqrt{\frac{1 + \xi [1 + (e/p_{ST})^2]}{(1 + \xi)^2}} \Rightarrow p = 0,442 \sqrt{\frac{1 + 0,25 [1 + \frac{(0,5785)^2}{0,442}]}{(1 + 0,25)^2}}$$

$$p = 0,529 \text{ in} \Rightarrow L'/p = \frac{L}{p} = \frac{20}{0,529} = 26,71$$

Passo 5: Cálculo de F_{uo} e Cálculo de F_c

$$\phi = \frac{2\pi^2 E_c}{12,5^2} = 1326,47 \Rightarrow F_{uo} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{F_{cc}}{\phi}} \right) \Rightarrow F_{uo} = 1326,47 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{48,21}{1326,47}} \right) \Rightarrow$$

$$\rightarrow F_{uo} = 49,12 \text{ ksi}$$

$$F_c = F_{uo} < 49,12 \Rightarrow \text{Novo } F_c = F_{uo} \left[1 - \frac{F_{uo} (L'/p)^2}{4\pi^2 E_c} \right] \Rightarrow F_c = 49,12 \left[1 - \frac{49,12 \cdot 26,71^2}{4\pi^2 10500} \right] = 44,96 \text{ ksi}$$

$$F_c = 44,96 \text{ ksi}$$

(tolerância de 0,01 absoluta)

Passo 6: Comparar F_c do passo 5 com F_c do passo 2

$$|F_c^{(5)} - F_c^{(2)}| = |44,96 - 48,21| = 3,25 \text{ reitirar}$$

Passo 2a: Estimar F_c

$$F_c = 44,96 \text{ ksi}$$

Passo 4a: Determinação de p

$$p = 0,442 \left[\frac{1 + 0,2727^2 [1 + \frac{(0,5785)^2}{0,442}]}{(1 + 0,2727)^2} \right]^{1/2} \Rightarrow p = 0,458 \text{ in}$$

Passo 5a: Cálculo de F_c $\Rightarrow L'/p = \frac{20}{p} / 0,458 = 30,87$

$$F_c = 49,12 \left[1 - \frac{49,12 \cdot 30,87^2}{4\pi^2 10500} \right] = 43,57 \text{ ksi}$$

Passo 3a: Determinar área efetiva

$$b_e = 0,711 \text{ in} \Rightarrow \xi = 0,2727$$

$$A_e = 0,045 \text{ in}^2$$

Passo 6a: Comparação com o passo 2a

$$|F_{c6a} - F_{c2a}| = |43,57 - 44,96| = 1,39 \quad \text{OK! Iterar mais se quiser maior precisão.}$$

Vamos para o passo 7a

c) Rebaixos

Cabeça Brazier \Rightarrow espaçamento mínimo.

$$D = 3/32 \text{ in}$$

$F_{cr} = 45,01 \text{ ksi}$ para o reforçador

Tab. 2.7 \Rightarrow Brazier

$$c=3$$

$$P \leq \left\{ \frac{1}{48,21} \cdot \frac{3 \cdot \pi^2}{12 \cdot 0,91} \cdot 0,032^2 \cdot \frac{10500}{1 + \frac{3}{7} \cdot 9,2 \left(\frac{48,21}{30} \right)^{0,2}} \right\}^{1/2} \Rightarrow P \leq 0,7143 \text{ in} \quad (\text{é o espaçamento máximo})$$

$$\frac{c \pi^2 E_t}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{P} \right)^2 \geq 48,21$$
$$P \leq \left\{ \frac{1}{48,21} \cdot \frac{c \pi^2 E_t}{12(1-\nu_e^2)} \cdot t_s^2 \right\}^{1/2}$$

Exercício 2.21

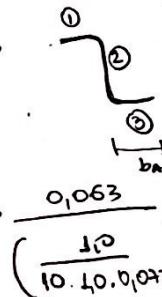
Renvestimento e reforçadores conformados

Al 2024-T3

$$\begin{aligned}
 t_w &= 0,072 \text{ in} & b_o &= 0,375 \text{ in} \\
 E_c &= 10700 \text{ ksi} & b_w &= 2,50 \text{ in} & b_s &= 2,50 \text{ in} \\
 f_{0,7} &= 39 \text{ ksi} & b_a &= 0,625 \text{ in} & \text{Rebites Brazier : Al 2117-T3} \\
 F_y &= 40 \text{ ksi} & b_s &= 0,072 \text{ in} & D &= 1\frac{1}{8} " \\
 n &= 11,5 & b_f &= 1,0 \text{ in} & p &= 7\frac{1}{8} "
 \end{aligned}$$

1º Passo: Tensão de Falha Local do reforçador Isolado

Método Boeng \Rightarrow



Tab 2.1 \Rightarrow

$$m = 0,82$$

$$B_0 = 0,063$$

$$g_f = 2,5 \text{ ou } 1,0$$

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_y E_c}} = \frac{B_0}{\left(\frac{b}{10 g_f t}\right)^m}$$

$$F_{cc}^{(1)} = \sqrt{10700 \cdot 40} \cdot \frac{0,063}{\left(\frac{1,0}{10 \cdot 1,0 \cdot 0,072}\right)^{0,82}} \Rightarrow F_{cc}^{(1)} = 31,48 \text{ ksi}$$

$$\text{e } A_1 = b_f t_f = 0,072 \text{ in}^2$$

$$F_{cc}^{(2)} = \sqrt{10700 \cdot 40} \cdot \frac{0,063}{\left(\frac{2,5}{10 \cdot 2,5 \cdot 0,072}\right)^{0,82}} \Rightarrow F_{cc}^{(2)} = 31,48 \text{ ksi}$$

$$\text{e } A_2 = b_w t_w = 0,18 \text{ in}^2$$

$$F_{cc}^{(3)} = \sqrt{10700 \cdot 40} \cdot \frac{0,063}{\left(\frac{0,625}{10 \cdot 1,0 \cdot 0,072}\right)^{0,82}} \Rightarrow F_{cc}^{(3)} = 40,00 \text{ ksi} \quad \text{e } A_3 = 0,045 \text{ in}^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{F_{cc} = 32,77 \text{ ksi}}$$

2º Passo: Tensão de Falha Local do Painel Reforçado

Método de Gerard \Rightarrow Tab 2.2

$$b_o = 1,1 \cdot t_s = 1,1 \cdot 0,072 = 0,0792 \text{ in}$$

Reforçador Z \Rightarrow Caso 9

$$\beta_g = 3,2$$

$$m = 0,75$$

$$F_{ult} = 2 \left(\frac{t_w}{b_w} \right)^{1/3} F_y = 2 \left(\frac{0,072}{2,5} \right)^{1/3} 40 \text{ ksi}$$

$$\frac{F_{cc}}{F_y} = \beta \left[\frac{2}{A_{st}} \left(\frac{E}{F_y} \right)^{1/3} \right]^{0,75}$$

$$\frac{F_{cc}}{F_y} = 3,2 \left[\frac{0,072^2}{0,297} \left(\frac{10700}{40} \right)^{1/3} \right]^{0,75} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 \Rightarrow \frac{F_{cc}}{F_y} &= 0,6215 & \text{e } \frac{F_{ult}}{F_y} &= 2 \left(\frac{0,072}{2,5} \right)^{1/3} = 0,6131 & \Rightarrow F_{cc} < F_{ult} \Rightarrow \\
 & \text{9 molas} & & & \\
 \Rightarrow \boxed{F_{cc} = 24,52 \text{ ksi}}
 \end{aligned}$$

2º Passo: Tensão de Falha local do painel reforçado

$$\text{Método de Gerard: } q_f = (8 \cdot 6 - 1)/6 = 7,83$$

$$\text{Tab 2.3} \Rightarrow m = 0,85 ; \beta_g = 0,56 ; F_{ult} = F_y$$

$$A_T = A_{st} + b_s t_s = 0,297 + 2,5 \cdot 0,072 = 0,477 \text{ in}^2$$

$$\frac{F_{cc}}{F_y} = 0,56 \left[\frac{7,83 \cdot 0,072^2}{0,477} \sqrt{\frac{10700}{40}} \right]^{0,85} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 \frac{F_{cc}}{F_y} &= 0,7417 \Rightarrow \boxed{F_{cc} = 29,68 \text{ ksi}} & \text{é a tensão de falha local do painel} \\
 & \text{monofásico.}
 \end{aligned}$$

3º Passo: Flambagem entre rebites

Brazier $\Rightarrow c = 3$

$$F_{it} = \frac{c \pi^2 E_t}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{b_s}{P} \right)^2 \Rightarrow F_{ir} = \frac{3 \pi^2}{12(1-0,3)} \cdot \frac{10700}{1 + \frac{3}{7} \cdot 18,5 \left(\frac{F_{ir}}{39} \right)^{10,5}} \cdot \left(\frac{0,072}{7/8} \right)^2$$

Iteração
por relaxação

$$F_{ir} = 38,34 \text{ ksi} > F_{cc}$$

4º Passo: Falha por enrugamento do revestimento

$$\frac{P}{d} = \frac{7/8}{7/8} = 1 ; \frac{b_0}{t_w} = \frac{0,375}{0,072} = 5,21$$

$$\text{Fig 2.35 b} \Rightarrow \frac{g}{t_w} \approx 6,2$$

$$\text{Fig 2.35 c} \quad k_w = 4,5$$

$$\frac{(b_w/t_w)}{(b_s/t_s)} = 1,0 ; \frac{g}{b_w} = \frac{6,2 \cdot 0,072}{2,5} = 0,1786 \Rightarrow$$

$$\text{Logo: } \frac{k_w \cdot \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2) F_{0,7}} \left(\frac{b_s}{b_s} \right)^2 = \frac{4,5 \pi^2 \cdot 10700}{12 \cdot 0,91 \cdot 39} \left(\frac{0,072}{2,5} \right)^2 = 0,926$$

$$n = 14,5$$

$$\Rightarrow \frac{\bar{F}_w}{F_{0,7}} \leq 0,85 \Rightarrow \boxed{\bar{F}_w \leq 34 \text{ ksi}}$$

Fig 2.36

Portanto:

$$\boxed{F_{st} = 24,52 \text{ ksi}} \quad \text{local do ref. isolado}$$

$$\boxed{F_{cc} = 29,68 \text{ ksi}} \quad \text{local do painel monolítico}$$

$$\boxed{F_{ir} = 38,34 \text{ ksi}} \quad \text{entre rebites.}$$

$$\boxed{F_w = 34 \text{ ksi}} \quad \text{enrugamento do revestimento.}$$

local do reforçador isolado é a menor, então:

como a menor a tensão de falha

$$(F_u)_{média} = \frac{F_{st} A_{st} + F_w b_{sts}}{A_{st} + b_{sts}} \quad \text{Eq. 2.38}$$

$$(F_u)_{média} = \frac{24,52 \cdot 0,297 + 34 \cdot 0,072 \cdot 2,5}{0,297 + 0,072 \cdot 2,5} = 28,10 \text{ ksi}$$

$$(F_u)_{média} = 28,10 \text{ ksi} < F_{cc} \text{ local do painel monolítico.}$$

(nunca pode passar esse valor)

$$P_u = (F_u)_{média} \cdot (A_{st} + b_{sts}) = 28,10 \cdot (0,297 + 0,072 \cdot 2,5) = 13,40 \text{ kips}$$

$$\boxed{P_u = 13,40 \text{ kips}}$$

$$\boxed{(F_u)_{média} = 28,10 \text{ ksi}}$$

(2.35)

a) Tensão de Falha Local do painel Reforçado é

Boeing \Rightarrow

Gerard \Rightarrow 29,68 ksi (painel monolítico)

b) Painel Simplemente Apoiado $\Rightarrow c = 1$

$L = 20 \text{ in.}$

Reforçadores Centrais

Passo 1: Determinar F_{cc} do reforçador isolado

Método Boeing $\Rightarrow F_{cc} = 32,77 \text{ ksi}$

$$\phi = 135,7$$

Passo 2: Estime F_c

$$F_c = F_{cc} = 32,77 \text{ ksi}$$

Passo 3: Área Efetiva

$$b_e = 2,356 \text{ in}$$

$$A_e = 0,170 \text{ in}^2$$

Passo 4: Calcular L'/p

$$\zeta = 0,571 \Rightarrow L'/p = 21,29$$

Passo 5: Calcular novo F_c

$$F_{c0} = 33,18 \text{ ksi}$$

$$32,77 \text{ ksi} \geq \frac{F_{c0}}{2} \Rightarrow F_c = 33,18 \left[1 - \frac{33,18 \cdot 21,29^2}{4\pi^2 10700} \right]$$

$$F_c = 32,00 \text{ ksi}$$

Passo 6: Comparar com passo 2

$$(F_c^s - F_c^2) = 0,77 > 0,01 \Rightarrow \text{Repetir do passo 2}$$

Passo 2a: Estime F_c

$$F_c = 32,00 \text{ ksi}$$

Passo 3a: Área Efetiva

$$b_e = 2,238 \text{ in}$$

$$A_e = 0,161 \text{ in}^2$$

Passo 4a: Calcular L'/p

$$\zeta = 0,5426 \Rightarrow L'/p = 21,22$$

Passo 5a: Calcular novo F_c

$$F_{c0} = 33,18 \text{ ksi} \Rightarrow$$

$$32,00 \text{ ksi} \geq \frac{F_{c0}}{2} \Rightarrow F_c = 33,18 \left[1 - \frac{33,18 \cdot 21,22^2}{4\pi^2 10700} \right]$$

$$F_c = 32,02 \text{ ksi}$$

Passo 6a: Comparar com passo 2

$$|F_c^s - F_c^2| = 0,01 \Rightarrow \text{Resposta } F_c = 32,00 \text{ ksi}$$

Dois reforçadores do canto, temos mudanças na área efetiva:

$$\boxed{F_c = 32,02 \text{ ksi}} \quad | \text{ Mesmos passos anteriores}$$
$$\boxed{A_e = 0,139 \text{ in}^2}$$

Logo, a carga total na falha será:

$$P_u = 4 \cdot 32 \left(0,297 + 0,161 \right) + 2 \cdot 32,02 \cdot (0,297 + 0,139)$$

$$P_u = 86,55 \text{ kips}$$

$$\boxed{F_c = 36,29 \text{ ksi}}$$

Exercício 2.22

Reforçadores conformados

$$\begin{aligned} t_{ref} &= 0,063 \text{ in} & A1 7075-T6 \\ E_c &= 10500 \text{ ksi} \\ F_{uy} &= 67 \text{ ksi} \\ F_{p,7} &= 70 \text{ ksi} \\ n &= 9,2 \\ r_e &= 0,33 \end{aligned}$$

Rovestimento

$$\begin{aligned} t_s &= 0,05 \text{ in} & A1 2024-T3 \\ E_c &= 10700 \text{ ksi} \\ F_{uy} &= 40 \text{ ksi} \\ F_{p,7} &= 39 \text{ ksi} \\ n &= 11,5 \\ r_e &= 0,33 \end{aligned}$$

Rebites

$$\begin{aligned} \text{Brazier} & A1 2117 \\ p &= 7/8 \text{ in} \\ d &= 1/8 \text{ in} \\ b_s &= 2,0 \text{ in} \end{aligned}$$

a) Encontre a tensão de flambagem local do painel

Considerando a figura 2.23

$$\begin{aligned} \frac{bw}{b_s} &= \frac{10}{2,0} = 0,5 & \Rightarrow k_s \approx 4,4 \Rightarrow \epsilon_{cr} = \frac{k_s \pi^2}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2 \\ \frac{tw}{ts} &= \frac{0,063}{0,05} = 1,26 & \text{Fig 2.23 com revestimento} \\ \epsilon_{cr} &= \frac{4,4 \cdot \pi^2}{12 \cdot (1-0,5^2)} \cdot \left(\frac{0,05}{2} \right)^2 \Rightarrow \epsilon_{cr} = 2,55 \cdot 10^{-3} & \Rightarrow F_{cr,e} = E_c^s \cdot 2,55 \cdot 10^{-3} \Rightarrow F_{cr,e} = 27,23 \text{ ksi} \\ F_p &= 30,70 \text{ ksi} \Rightarrow F_{cr,e} < F_p & \boxed{F_{cr} = 27,23 \text{ ksi}} \end{aligned}$$

b) Tensão média de Falha Local

Método Boeing

1º Passo: Tensão de Falha do Reforçador Isolado.

$$\begin{aligned} \text{Tab 2.1} \Rightarrow m &= 0,80 & F_{cc}^{(1)} &= 44,53 \text{ ksi} \quad \& A_1 = 0,039 \text{ in}^2 \\ B_{10} &= 0,05275 & F_{cc}^{(2)} &= 30,57 \text{ ksi} \quad \& A_2 = 0,063 \text{ in}^2 \Rightarrow F_{cc} = 35,94 \text{ ksi} \quad \& A_{st} = 0,102 \text{ in}^2 \\ q_f &= 1,0 \end{aligned}$$

2º Passo: Cálculo da Largura Efetiva e Área Efetiva

$$b_e = 1,7 t_s \frac{E_{sk}^s}{E_{st}^s} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} \Rightarrow b_e = 1,373 \text{ in}$$

$$\text{Tab 2.4} \Rightarrow \text{Caso 1} \Rightarrow A_e = b_e t_s \Rightarrow A_e = 1,373 \cdot 0,05 = 0,0686 \text{ in}^2 \Rightarrow A_e = 90686 \text{ in}^2$$

3º Passo: Análise de Flambagem entre rebites

$$F_{ir} = \frac{c \pi^2 E_t^s}{12(1-r_e^2)} \left(\frac{t_s}{p} \right)^2 \Rightarrow F_{ir} = \frac{3 \pi^2}{12(1-0,5^2)} \frac{10700}{1 + \frac{3}{7} \cdot 14,5 \left(\frac{F_{uy}}{39} \right)^{0,5}} \cdot \left(\frac{0,05}{7/8} \right)^2 \Rightarrow F_{ir} = 35,33 \text{ ksi}$$

Brazier

Tab. 2.7

Como $F_{ir} < F_{uy}$, logo, devemos corrigir a largura e área efetivas

$$(b_e)_{red} = b_e \frac{F_{ir}}{F_{st}} \cdot \frac{E_{st}^s}{E_{sk}^s} = \frac{F_{ir}}{F_{st}} \cdot \frac{1,7 t_s}{\frac{E_{st}^s}{E_{sk}^s}} \sqrt{\frac{E_c^s}{F_{st}}} = 1,7 t_s \sqrt{\frac{E_c^s}{F_{st}}} \cdot \frac{F_{ir}}{F_{st}}$$

$$(b_e)_{red} = 1,7 \cdot 0,05 \sqrt{\frac{10700}{35,94}} \cdot \frac{35,33}{35,94} = 1,442 \text{ in} \quad (\text{Flambagem entre rebites e Falha local do reforçador isolado tão próximos})$$

(2.3)

4º Passo: Cálculo de \bar{F}_{cc}

$$\bar{F}_{cc} = \frac{f_{st}(A_{st} + A_e)}{A_{st} + b_s t_s} \Rightarrow \bar{F}_{cc} = \frac{35,94(0,102 + 0,0686)}{0,102 + 2 \cdot 0,05} \Rightarrow \boxed{\bar{F}_{cc} = 30,35 \text{ ksi}}$$

c) Carga por unidade de largura: $l = 15''$ e $SS \Rightarrow c = 1$

Pág 2.51 da Apostila

Passo 1: $F_{cc} = 35,91 \text{ ksi}$

Passo 2: $F_c = 35,94 \text{ ksi}$

Passo 3: $A_e = 0,069 \text{ in}^2$

Passo 4: $p = 0,320 \text{ in}$

$$L/p = 46,83$$

Passo 5: $F_c = 29,41 \text{ ksi}$

Passo 6:

- Passo 2a: $F_c = 29,41$
- Passo 3a: $A_e = 0,081 \text{ in}^2$
- Passo 4a: $p = 0,315 \text{ in}$ Pista
 $L/p = 47,64$
- Passo 5a: $F_c = 29,17 \text{ ksi}$
- Passo 2b: $F_c = 29,17 \text{ ksi}$
- Passo 3b: $A_e = 0,081 \text{ in}^2$
- Passo 4b: $p = 0,315 \text{ in}$
 $L/p = 47,68$
- Passo 5b: $F_c = 29,16 \text{ ksi}$
- Passo 2c: $F_c = 29,16 \text{ ksi}$
- Passo 3c: $A_e = 0,081 \text{ in}^2$
- Passo 4c: $p = 0,315 \text{ in}$
 $L/p = 47,68$
- Passo 5c:
- Passo 6b: $F_c = 29,16 \text{ ksi}$

→ Passo 7: $F_c = \frac{29,16(0,102 + 0,081)}{0,102 + 2 \cdot 0,05} = 26,42 \text{ ksi} \Rightarrow \boxed{F_c = 26,42 \text{ ksi}}$

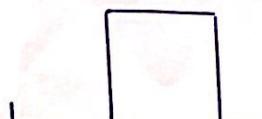
$P_{ci} = 5,34 \text{ kips}$ para cada parte

$\frac{P_{ci}}{b_s}$ \Rightarrow Carga/unidade de largura = $\frac{5,34}{b_s} = 2,67 \text{ kips/in}$

$b_s = \text{largura de uma unidade}$

→ $\boxed{\frac{P_{ci}}{b_s} = 2,67 \text{ kips/in}}$ é a carga por unidade de largura.

Lista de Exercícios

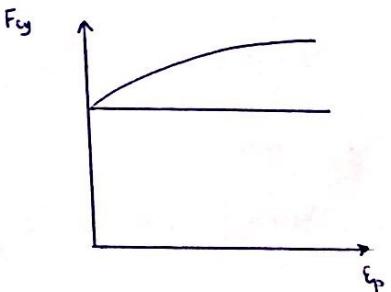
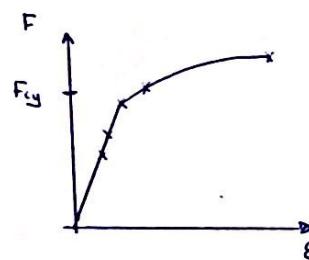
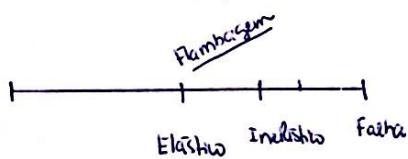


ultra ou flange

lúvio (sempre será chamado de lúvio)
Se vai ser efetivo ou não, depende do tamanho do lúvio.

EST-1S → Até a flambagem

EST-2S → Até a fadiga



1º Questão

Exercício 1.8 aportila de EST-2S

a)

1. Cálculo da Tensão de Flambagem Elástica

$$\sigma_{cr,e} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Condição de contorno
Aportila

$\frac{a}{b}$ lado onde era aplicada a carga.
exceção corte e calafetado \Rightarrow Toda a placa.

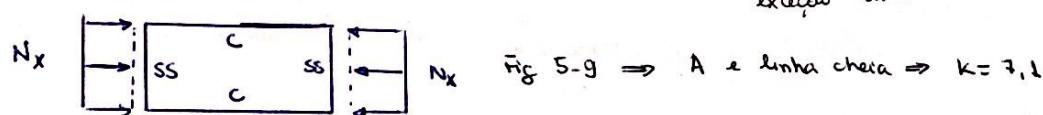


Fig 5-9 \Rightarrow A é linha cheia $\Rightarrow k = 7,1$

$$\sigma_{cr,e} = 7,1 \cdot \frac{\pi^2 \cdot 10500}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,04}{3}\right)^2 = 11,98 \text{ ksi} \Rightarrow \boxed{\sigma_{cr,e} = 11,98 \text{ ksi}}$$

2. Cálculo da Correção de Plasticidade

$$\sigma_{cr,p} = \gamma_p \cdot \sigma_{cr,e}$$

valor estabelecido que não irá mudar

Obs: Sempre usar o σ_p para verificar se irá ou não flambar elásticamente (ou platicamente).

$$\sigma_{cr,p} = \gamma_p (\sigma_{cr,p}) \cdot \sigma_{cr,e}$$

através da relaxação ou do cálculo do limite de proporcionalidade.

Flamba no regime
não tem correção plástica.

3. Cálculo da Correção de Cladding

$$\sigma_{cr} = \gamma_{clad} \cdot \sigma_{cr,p}$$

como o material é apenas alumínio sem clad

$$\gamma_{clad} = 1 \quad \sigma_{cr} = 11,98 \text{ ksi}$$

Portanto, a resposta para o σ_{cr} será:

$$\boxed{\sigma_{cr} = 11,98 \text{ ksi}}$$

b) Como a tensão de bordo é de 35 ksi, portanto, maior que a tensão crítica; então a placa está no regime post-flambagem.

Há vários métodos para calcular a largura efetiva, sendo alguns utilizados a seguir:

1 - Método de Koiter: ($\Delta t/At = 0$)

$$be = b \left[1,2 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{0,4} - 0,65 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{0,8} + 0,45 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{1,2} \right] \quad \text{placa longa} \Rightarrow a/b > 3$$

$$be = b \left[1,2 \left(\frac{35}{11,98} \right)^{0,4} - 0,65 \left(\frac{35}{11,98} \right)^{0,8} + 0,45 \left(\frac{35}{11,98} \right)^{1,2} \right] \Rightarrow be = 0,63 \cdot b \Rightarrow be_{Koiter} = 1,89"$$

2 - Método de Marguerre:

$$be = b \left[0,19 + 0,81 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{1/2} \right]$$

Nesta situação NÃO É CORRETO USAR O MARGUERRE

$$be = b \left[0,19 + 0,81 \left(\frac{35}{11,98} \right)^{1/2} \right] \Rightarrow be = 0,66 \cdot b \Rightarrow be_{Marguerre} = 1,99"$$

mesmo que as hipóteses do método não sejam exatamente iguais, o valor ainda está dentro dos 10%.

3 - Método de Argyris e Dunne:

Fig 1-4 da Apostila de EST-25

Caso não tem reforçador na direção do carregamento:

$$\Delta t/At = 0$$

$$\sigma_e/\sigma_{cr} = 35/11,98 = 2,92 \Rightarrow be/b = 0,67 \Rightarrow be_{Argyris} = 2,01"$$

único caso que uns todos os métodos é 0
 $\Delta t/At = 0 \Rightarrow$ diferente disso, usa-se o abalo.

$\Delta t/At \neq 0 \Rightarrow$ não estaria livre para se mover transversalmente

4 - Método de Von Karman:

Eg. 1-5

$$be = 2,52 t \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}}$$

$$\eta = \eta_p \cdot \eta_{load}$$

$\Rightarrow be = 1,75 \cdot \sqrt{\eta_{load} \eta_p}$
 com o η_p calculado
 para 35 ksi que é
 a carga aplicada.
 não é cst.

$$\Rightarrow be = 1,75 \cdot \sqrt{1 \cdot \eta(35)} \Rightarrow be = 1,75 \sqrt{1,099}$$

$$be_{Von\ Karman} = 1,74"$$

5 - Método de Niw

$$be = t \sqrt{\frac{K_c \cdot E}{\sigma_b}}$$

Condição de contorno não entra no método
 K_c para bitola da chapa aperta. $\Rightarrow be_{Niw} = 1,61"$

Obs: Faltou o método de Gerard.

Fig 1-5 $\Rightarrow \frac{b}{t} = 75 \Rightarrow K_c = 5,41$

Comparando os métodos

erro

Média = 1,84"

Koiter	1,89"	2,27%
Marguerre	1,99"	7,75%
Argyris e Dunne	2,01"	8,75%
Von Karman	1,74"	5,95%
Niw	1,61"	12,8%

Quanto maior be , menor conservativo é

c) Calcular a tensão média de falha

1 - Método de Von Karman

$$b_e = b \sqrt{\frac{\sigma_u}{\sigma_y}} \Rightarrow b_e = b \cdot \sqrt{\frac{11,93}{67}} \Rightarrow b_e = 0,42 \cdot b \Rightarrow b_e = 1,27"$$

Para Von Karman, a tensão no bordo será a de escamamento.

$$\bar{\sigma}_u = \sigma_e \cdot t \cdot b_e = \bar{\sigma} \cdot t \cdot b_e$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_y \cdot t \cdot 1,27"}{t \cdot 3"} \Rightarrow \bar{\sigma}_f = 28,33 \text{ ksi}$$

Tensão média de falha menor que a tensão de bordo (atenuação)

2 - Método de Winter

$$b_e = b \sqrt{\frac{\sigma_u}{\sigma_y}} \left(1 - 0,25 \sqrt{\frac{\sigma_u}{\sigma_y}} \right) \Rightarrow b_e = 0,38 \cdot b \Rightarrow b_e = 1,13"$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_y \cdot b_e}{b} \Rightarrow \bar{\sigma}_f = 25,33 \text{ ksi}$$

3 - Método de Gerard

$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_u} = \begin{cases} \alpha \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_y} \right)^n & , \sigma_u \leq \alpha^{4n} \sigma_y \\ 1 & , \sigma_u > \alpha^{4n} \sigma_y \end{cases}$$

Como a borda lateral (descarregada) está livre para se movimentar (empinar): $\alpha = 0,80$
 $n = 0,58$

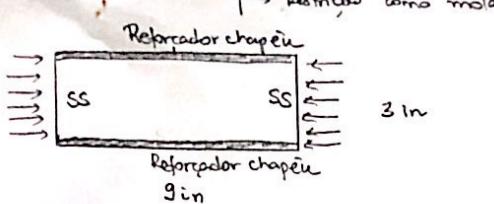
$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_u} = \begin{cases} 0,80 \left(\frac{\sigma_u}{\sigma_y} \right)^{0,58} & , \sigma_u \leq \alpha^{4n} \sigma_y \Rightarrow \sigma_u \leq 45,60 \\ 1 & , \sigma_u > \alpha^{4n} \sigma_y \Rightarrow \sigma_u > 45,60 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{\sigma}_f = 26,01 \text{ ksi}$$

$\bar{\sigma}_f$ [ksi] erro

	$\bar{\sigma}_f$ [ksi]	erro
Von Karman	28,33	6,67%
Winter	25,33	4,61%
Gerard	26,01	2,06%
Média	26,55	0

Exercício 1.9



Af 202A-T3

$$E_c = 10700 \text{ ksi}$$

$$v_e = 0,3$$

$$F_{0,7} = 39 \text{ ksi}$$

$$F_{0,7} = 40 \text{ ksi}$$

$$n = 14,5$$

Tensão Crítica para flambagem no regime elástico:

$$F_{u,e} = k_c \cdot \frac{\pi^2 \cdot E_c}{12(1-v_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \Rightarrow F_{u,e} = \frac{5,9 \cdot \pi^2 \cdot 10700}{12(1-0,3^2)} \left(\frac{0,070}{3}\right)^2 \Rightarrow F_{u,e} = 31,07 \text{ ksi}$$

Como $F_{u,e} > F_p \Rightarrow$ Flamba no regime inelástico.

Com λ_{iso} ,

$$F_{u,p} = \gamma \cdot F_{u,e} \Rightarrow F_{u,p} = \gamma \cdot 31,07$$

$$\text{Da Tab 5.1} \Rightarrow \frac{\gamma}{j} = \frac{E_s}{E_c} \left(0,5 + 0,5 \sqrt{0,25 + 0,75 \cdot \frac{E_t}{E_s}} \right) \Rightarrow \text{Solução por relaxação}$$

$$j = 1,003 \text{ e } F_{u,p} = 29,39 \text{ ksi}$$

Reforçadores chapéu suportando tensão de 50 ksi, qual a carga da placa?

Vamos calcular pelo método de Von-Karman:

$$b_e = 2,52 \cdot t \sqrt{\frac{\gamma E_c}{F_b}} \Rightarrow b_e = 2,52 \cdot 0,07 \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot 10700}{50}}$$

Calculando o γ da flambagem da chapa:

$$\gamma = \frac{F_{u,p}}{F_{u,e}} \Rightarrow \gamma = \frac{29,39}{31,07} \Rightarrow \gamma = 0,95 \Rightarrow b_e = 2,51 \text{ in}$$

Como o reforçador e chapeu são de mesmo material, então a carga total que a placa suporta quando a tensão no reforçador é de 50 ksi:

$$P = F \cdot b_e \cdot t \Rightarrow P = 50 \cdot 2,51 \cdot 0,07 \Rightarrow P = 8,785 \text{ kips}$$

Para determinar k_c , usaremos o gráfico da Fig. 5-13

$a/b = 3 \Rightarrow$ Consideraremos o painel como longo.

$$b/t = 3/0,070 = 42,86 \Rightarrow k_c \approx 5,9$$

Vamos calcular o limite de proporcionalidade:

$$F_p = E_c \cdot \left(\frac{0,0001}{C} \right)^{1/n} \text{ e } C = \frac{3}{7} \left(\frac{E_c}{F_{0,7}} \right)^{n-1} \Rightarrow F_p = 10700 \left(\frac{0,0001}{\frac{3}{7} \left(\frac{10700}{39} \right)^{10,5}} \right)^{1/14,5}$$

$$F_p = 30,71 \text{ ksi}$$

Vamos considerar a placa simplesmente apoiada nas bordas descarregadas, pois os reforçadores estão livres para se mover na direção transversal.