Algoritmo Salichev incremental com 4 amostras (m=4)
Determinação de atitude e navegação divididas entre S_{NED} e S_b.

$\overset{i}{\mathbf{R}} = \mathbf{U}$	vetor velocidade inercial
$\overset{e}{\mathbf{R}} = \mathbf{V}$	vetor velocidade terrestre
$\boldsymbol{\Omega} = \boldsymbol{\omega}^{ei}$	vetor velocidade angular $\Rightarrow \mathbf{U} = \mathbf{V} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R}$
$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\omega}^{NEDe}$	taxa de transporte
$\mathbf{g_m}$	gravitação
$\mathbf{g}$	gravidade
T	intervalo de amostragem (freqüência rápida) das medidas da IMU

A freqüência lenta é 1/(4.T)

Subscritos:
f: causado por força específica
b: corpo
NED: North-East-Down

$$\mathbf{U} = \overset{i}{\mathbf{R}} \Rightarrow \overset{ii}{\mathbf{R}} = \overset{i}{\mathbf{U}} = \overset{b}{\mathbf{U}} + \boldsymbol{\omega}^{bi} \times \mathbf{U} = \mathbf{A_{sp}} + \mathbf{g_m}$$

$\mathbf{U_f}$ velocidade inercial de empuxo: componente de velocidade inercial devido apenas à força específica.
$\mathbf{V_g}$ componente da velocidade terrestre causada pela gravidade apenas.

$$\overset{b}{\mathbf{U}}_{\mathbf{f,b}} = \mathbf{A_{sp,b}} - \boldsymbol{\omega}_b^{bi} \times \mathbf{U_{f,b}}$$

$$\int_{(k-1)T}^{kT} \frac{d}{dt}(\mathbf{U_{f,b}})dt = \int_{(k-1)T}^{kT} \mathbf{A_{sp,b}}dt - \int_{(k-1)T}^{kT} \left(\boldsymbol{\omega}_b^{bi} \times \mathbf{U_{f,b}}\right)dt$$

Hipótese: $\mathbf{U_{f,b}}$ constante durante intervalo [(k-1)T,kT)

$$\int_{(k-1)T}^{kT} d(\mathbf{U_{f,b}}) = \int_{(k-1)T}^{kT} \mathbf{A_{sp,b}}dt - \int_{(k-1)T}^{kT} \left(\boldsymbol{\omega}_b^{bi}dt\right) \times \mathbf{U_{f,b}} \qquad (1)$$

Definem-se:

Incremento angular: $\boldsymbol{\alpha}_k \underline{\Delta} \int_{(k-1)T}^{kT} \boldsymbol{\omega}_b^{bi}dt$

Incremento na velocidade de empuxo: $\Delta\boldsymbol{\beta}_k \underline{\Delta} \int_{(k-1)T}^{kT} \mathbf{A_{sp,b}}dt$

Então, substituindo e resolvendo (1) de forma discreta no tempo:

$$\underbrace{\mathbf{U}_{f,b,k} - \mathbf{U}_{f,b,k-1}}_{\Delta\mathbf{U}_{f,b,k}} = \Delta\boldsymbol{\beta}_k - \boldsymbol{\alpha}_k \times \mathbf{U}_{f,b,k-1}$$

$$\mathbf{U}_{f,b,k} = \Delta\boldsymbol{\beta}_k - \boldsymbol{\alpha}_k \times \mathbf{U}_{f,b,k-1} + \mathbf{U}_{f,b,k-1}$$ Velocidade de empuxo em S_b.

Condições iniciais: $\mathbf{V}_{NED}(0), \mathbf{q}_b^{NED}(0), \lambda(0), \Lambda(0), h(0)$.
Passo 0: quaternion de rotação do NEDold para NEDnew a cada 4 amostras de freqüência rápida dos sensores inerciais, computado com frequência lenta

$\boldsymbol{\omega}_{NED}^{NEDi} = (\boldsymbol{\rho}_{NED} + \boldsymbol{\Omega}_{NED})$ % taxa de transporte usa estimativas de velocidade terrestre e posição mais
% recentes disponíveis

$\hat{\boldsymbol{\omega}} = \dfrac{\boldsymbol{\omega}_{NED}^{NEDi}}{\left|\boldsymbol{\omega}_{NED}^{NEDi}\right|}$ % eixo de rotação instantânea unitário

$$\mathbf{q}_{NEDnew}^{NEDold} = \begin{bmatrix} \cos\left(\dfrac{\left|\boldsymbol{\omega}_{NED}^{NEDi}.4.T\right|}{2}\right) \\ \hat{\boldsymbol{\omega}}.\mathrm{sen}\left(\dfrac{\left|\boldsymbol{\omega}_{NED}^{NEDi}.4.T\right|}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Passo 1: incremento da velocidade de empuxo $\Delta\mathbf{U}_{f,b,k}$ computada com frequência rápida. Índice k representa o instante inicial de um conjunto de 4 amostras; k+1 o instante inicial do próximo conjunto de 4 amostras, sem superposição com o anterior.
$\mathbf{W}_{k,0} = \mathbf{0}_{3x1}$;
for m=1:4, % sculling correction
$\mathbf{W}_{k,m} \leftarrow \Delta\boldsymbol{\beta}_{k,m} - \boldsymbol{\alpha}_{k,m} \times \mathbf{W}_{k,m-1} + \mathbf{W}_{k,m-1}$;
$\mathbf{W}_{k,m} \leftarrow \Delta\boldsymbol{\beta}_{k,m} - \boldsymbol{\alpha}_{k,m} \times \mathbf{W}_{k,m} + \mathbf{W}_{k,m-1}$;
end

$\Delta\mathbf{U}_{f,b,k} \leftarrow \mathbf{W}_{k,m}$;
k=k+1;

Passo 2: Incremento angular computado com quatro amostras incrementais e quaternion de rotação $\mathbf{q}_{bnew}^{bold}$ do corpo na atitude anterior (b_{old}) para o corpo na nova atitude (b_{new}). (new é a estampa de tempo k+1 e old é a estampa de tempo k)
% coning correction

$$\boldsymbol{\Delta\phi} = \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{xb} \\ \Delta\varphi_{yb} \\ \Delta\varphi_{zb} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{4} \boldsymbol{\alpha}_k + \frac{2}{3}\{\mathbf{P}_1\boldsymbol{\alpha}_2 + \mathbf{P}_3\boldsymbol{\alpha}_4\} + \frac{1}{2}(\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2)\{\boldsymbol{\alpha}_3 + \boldsymbol{\alpha}_4\} + \frac{1}{30}(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_2)\{\boldsymbol{\alpha}_3 - \boldsymbol{\alpha}_4\}$$

$$\mathbf{P}_j = [\alpha(j)\times] = \begin{bmatrix} 0 & -\alpha_{zb}(j) & \alpha_{yb}(j) \\ \alpha_{zb}(j) & 0 & -\alpha_{xb}(j) \\ -\alpha_{yb}(j) & \alpha_{xb}(j) & 0 \end{bmatrix} \quad j = 1,2,3,4$$

$$\hat{\boldsymbol{\Delta\phi}} = \frac{1}{|\boldsymbol{\Delta\phi}|} \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{xb} \\ \Delta\varphi_{yb} \\ \Delta\varphi_{zb} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{q}_{\mathbf{bnew}}^{\mathbf{bold}} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{|\boldsymbol{\Delta\phi}|}{2}\right) \\ \hline \hat{\boldsymbol{\Delta\phi}}\,\mathrm{sen}\left(\frac{|\boldsymbol{\Delta\phi}|}{2}\right) \end{bmatrix}$$

% quaternion associado a $\boldsymbol{\Delta U}_{\mathbf{f,b,k}}$

$$\boldsymbol{\Delta U}_{\mathbf{f,b,k},q} = \begin{bmatrix} 0 \\ \boldsymbol{\Delta U}_{\mathbf{f,b,k}} \end{bmatrix}$$

Passo 3: Computa em freqüência lenta o quaternion de rotação $\mathbf{q}_{\mathbf{NEDnew}}^{\mathbf{bnew}}$ mediante atualização de $\mathbf{q}_{\mathbf{NEDold}}^{\mathbf{bold}}$ devido à rotação de S_{NED} para posterior transformação da força específica de S_b para S_{NED}. (new é a estampa de tempo k+1 e old é a estampa de tempo k)

$\mathbf{q}_{\mathbf{NEDnew}}^{\mathbf{bnew}} = \mathbf{q}_{\mathbf{bold}}^{\mathbf{bnew}} * \mathbf{q}_{\mathbf{NEDold}}^{\mathbf{bold}} * \mathbf{q}_{\mathbf{NEDnew}}^{\mathbf{NEDold}}$ (quaternion inicial é unitário; normalizar só é requerido para corrigir erros numéricos na multiplicação de quaternions de rotação.)

$$\boldsymbol{\Delta U}_{\mathbf{f,NED,k},q} = \left(\mathbf{q}_{\mathbf{NEDnew}}^{\mathbf{bnew}}\right)^{-1} * \boldsymbol{\Delta U}_{\mathbf{f,b,k},q} * \mathbf{q}_{\mathbf{NEDnew}}^{\mathbf{bnew}}$$

Parte real do quaternion $\boldsymbol{\Delta U}_{\mathbf{f,NED,k},q}$ é nula; parte imaginária é $\boldsymbol{\Delta U}_{\mathbf{f,NED,k}}$.

Passo 4: Atualiza em baixa freqüência (a cada período 4T) velocidade terrestre e posição.
Usa posição $\lambda(k-1), h(k-1)$ e velocidade terrestre $\mathbf{V}_{\mathbf{NED,k-1}}$ disponíveis para computar incremento de velocidade terrestre devido à gravidade.

$$\boldsymbol{\Delta V}_{\mathbf{g,NED}} \leftarrow \left[-\left(\boldsymbol{\rho}_{\mathbf{NED,k-1}} + 2\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{NED,k-1}}\right)\times \mathbf{V}_{\mathbf{NED,k-1}} + \mathbf{g}_{\mathbf{NED,k-1}}\right]4T$$

$$\boldsymbol{\Delta V}_{\mathbf{NED}} = \overset{\mathbf{e}}{\boldsymbol{\Delta R}}_{\mathbf{NED}} = \boldsymbol{\Delta V}_{\mathbf{g,NED}} + \boldsymbol{\Delta U}_{\mathbf{f,NED,k}}$$

$\mathbf{V}_{\mathbf{NED,k}} \leftarrow \mathbf{V}_{\mathbf{NED,k-1}} + \Delta\mathbf{V}_{\mathbf{NED}}$

$\lambda(k), \Lambda(k), h(k)$ atualizados com $\mathbf{V}_{\mathbf{NED,k}}$.

Voltar ao passo 0.