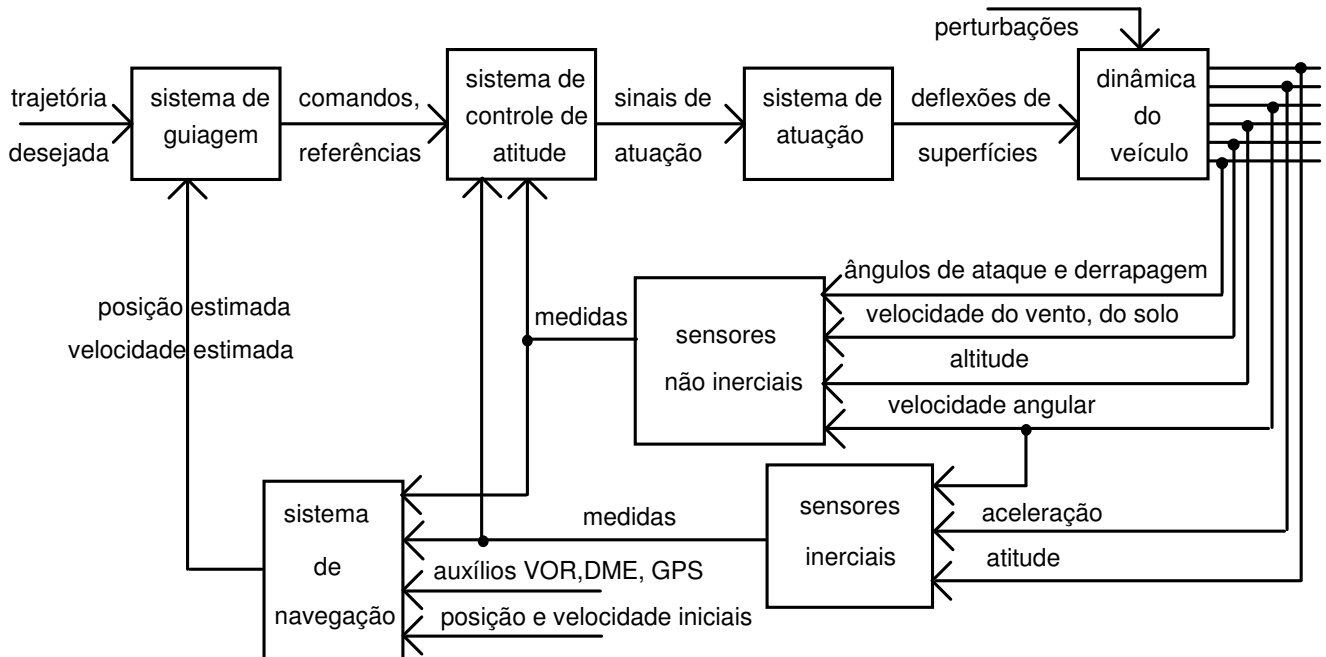


SENSORES INERCIAIS & APLICAÇÕES

**Prof. Jacques Waldmann
Dept. Sistemas e Controle
Divisão de Engenharia Eletrônica
Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA**

Julho 2014

INTEGRAÇÃO DE SUBSISTEMAS DE NAVEGAÇÃO, GUIAMENTO E PILOTAGEM



NAV - ESTIMA POSIÇÃO E VELOCIDADE ATUAIS A PARTIR DE MEDIDAS DOS SENSORES

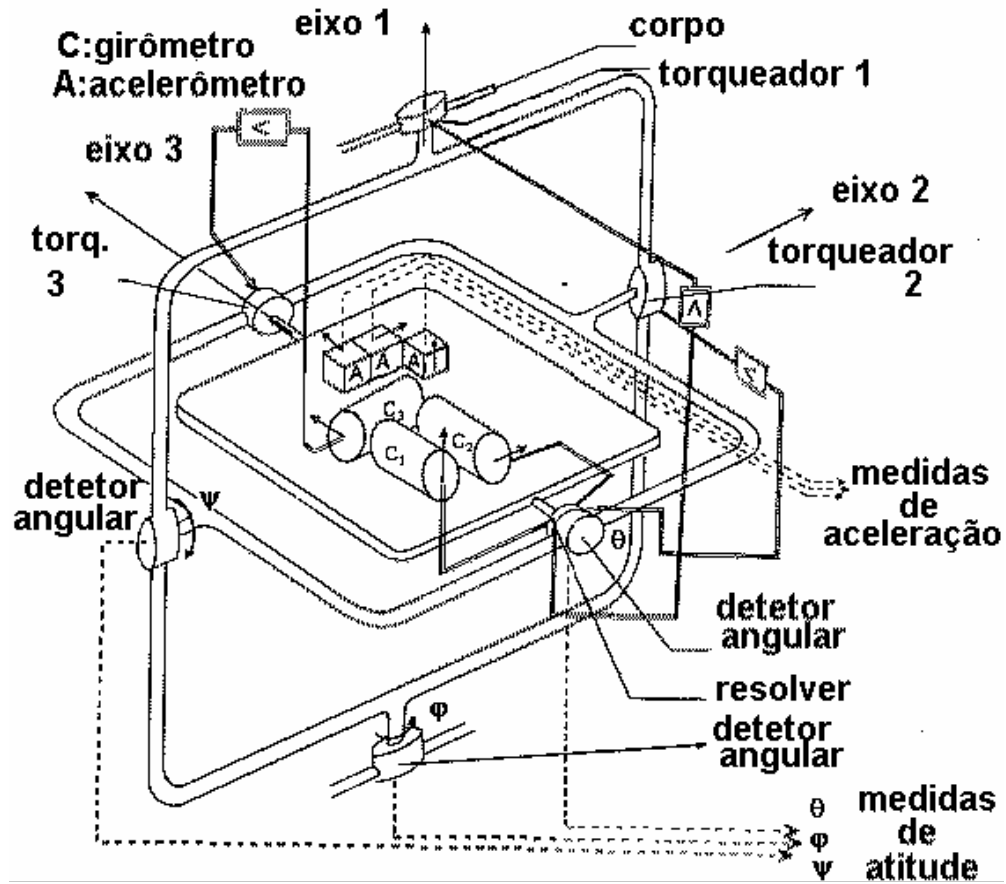
GUI - ESTIMA ACELERAÇÕES, VELOCIDADES REQUERIDAS PARA A REALIZAÇÃO DA MISSÃO

PIL - COMPUTA A DEFLEXÃO DESEJADA DAS SUPERFÍCIES DE ATUAÇÃO

(autopiloto e leis de controle, não só de atitude, mas também de propulsão)

SENSORES INERCIAIS - MEDEM FORÇAS ESPECÍFICAS E VELOCIDADES ANGULARES

(FOG não é sensor inercial, mas mede velocidade angular)



**EXEMPLO DE PLATAFORMA ESTABILIZADA
MECÂNICAMENTE PARA MEDIDAS INERCIAIS**
(Como instalar em um navio? Ex.: vide uma possível
implementação descrita no material da MB.
Funciona nos polos?)

SENSORES INERCIAIS DE FORÇA ESPECÍFICA ACELERÔMETROS

FORÇA ESPECÍFICA:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}}{m} = \mathbf{\ddot{R}} - \mathbf{g}_m \quad [\text{m/s}^2]$$

\mathbf{g}_m é o vetor gravitação causado pela atração entre massas.

GRANDEZAS MEDIDAS POR OBSERVADOR INERCIAL!

(superscrito “ii” indica segunda derivada temporal observada de referencial inercial)

**NÃO É POSSÍVEL DIFERENCIAR OS
COMPONENTES DE ACELERAÇÃO INERCIAL DO
CORPO E DE ATRAÇÃO GRAVITACIONAL.
(RELATIVISMO)**

EXEMPLO 1
OBJETO EM QUEDA LIVRE (não há arrasto; objeto sem girar)

Medida nominal – feita por acelerômetro ideal

$$\text{ii} \quad \mathbf{R} = \mathbf{g}_m \Rightarrow \mathbf{a} = \mathbf{0}$$

Acelerômetro ideal em queda livre apresenta saída nula.

EXEMPLO 2
OBJETO “APOIADO”
(Veículo translada com velocidade constante – exemplo simplificado: elevador parado, ou subindo/descendo com velocidade constante em prédio de altura “normal”
=> é razoável considerar g constante)

$$\text{ii} \quad \mathbf{R} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{a} = -\mathbf{g}$$
$$\mathbf{g} = \mathbf{g}_m - \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{R})$$

g é o vetor gravidade causado pela combinação vetorial da gravitação com a aceleração centrípeta da rotação da Terra no local do acelerômetro.

Acelerômetro ideal mede o componente da reação à gravidade ao longo de seu eixo sensível.

SENSORES INERCIAIS DE ROTAÇÃO - GIROS ("ANEL" EM GREGO)

1) MASSA GIRANTE - GIRÔMETRO MECÂNICO (CONSERVAÇÃO DE MOMENTUM ANGULAR - PIÃO)

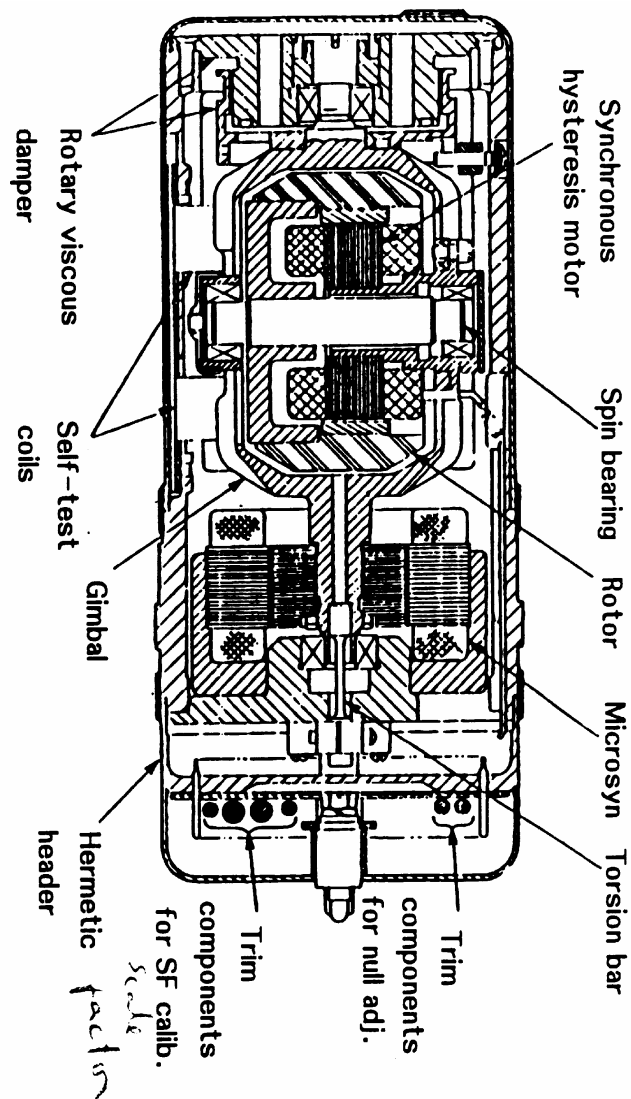


Figure 4.18. Cross section of a conventional single-axis rate gyro RG-1000
(based on Sperry Publication No. 12-1141-01).

2) GIRO À FIBRA ÓPTICA (INVARIÂNCIA DA VELOCIDADE DA LUZ)

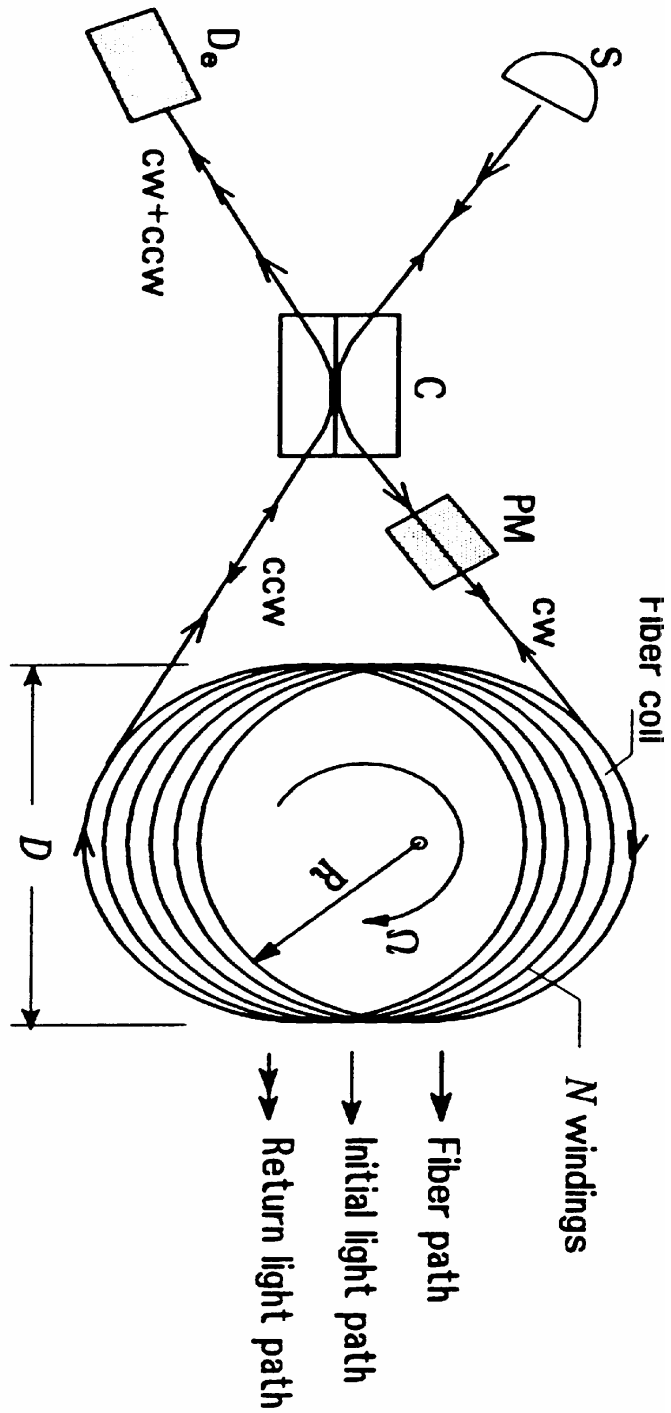


Figure 7.2. Optic fiber realization of the Sagnac interferometer.

SENSORES MEMS

MicroElectroMechanical Systems – fabricado com distintas abordagens, materiais e tecnologias.

Aquisição é fácil

BAIXO CUSTO – BAIXA QUALIDADE

Demanda auxílio externo (GPS, visão, Doppler etc.) para fins de navegação.

Compromissos:

**-Banda passante (faixa de passagem, bandwidth):
velocidade de resposta x passagem de ruído de alta
frequência**

intensidade do ruído x limiar da saída($\min|saída| > 0$)

distorção da resposta dinâmica:

**frequência de ressonância deve estar além da
faixa de operação.**

resposta DC = 0dB

(revisem resposta em frequência de sistema massa-mola-amortecedor).

Faixa de operação - $\max(|entrada|)$

**linearidade do fator de escala x distorção de sinal
com magnitude elevada.**

Faixa dinâmica (dynamic range):

$\max(|entrada|) / \min(|entrada_medida|)$

Requerido em aplicações de maior manobrabilidade e que demandam alinhamento inicial acurado em condição estacionária.

Viéses (accelerometer bias, rate-gyro drift) – variam com liga/desliga, tempo de operação e temperatura

Acoplamento cruzado na saída de eixos teoricamente ortogonais entre si

Também:

Resistência às condições de operação: temperatura, vibração, choque

Peso, volume, consumo de potência,

Qualidade da alimentação elétrica,

Interfaces para leitura de sinais de saída e para testes.

MEMS: Vide busca na Internet

Ex.: <http://www.sensorsmag.com/sensors/acceleration-vibration/an-overview-mems-inertial-sensing-technology-970>

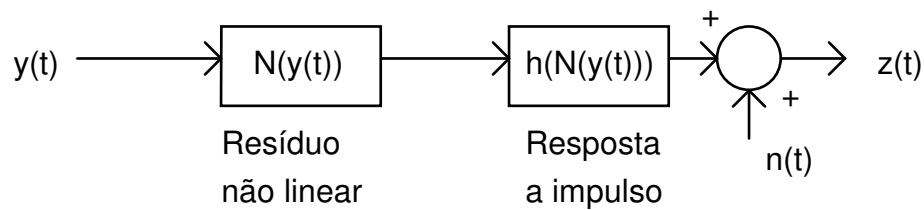
ALGUNS TIPOS DE ERROS

y: GRANDEZA A MEDIR

z: MEDIDA

n: PERTURBAÇÃO

Modelo concentra não linearidade da resposta em $N(\cdot)$ e resposta dinâmica em $h(N(\cdot))$. Ruído $n(t)$ aditivo.



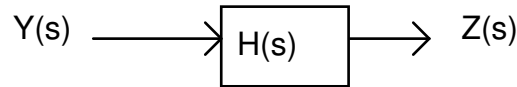
1) ERRO DE NÃO LINEARIDADE ($n=0$, $h(\cdot)=(\cdot)$)

$$\varepsilon_N = y - z = y - N(y);$$

$$\delta_N = \frac{\varepsilon_N}{y} = 1 - \frac{N(y)}{y}$$

$$\frac{N(y)}{y} \text{ obtido via calibração}$$

2) ERRO DEVIDO À DINÂMICA DO SENSOR ($n=0$, $N(.)=(.)$)



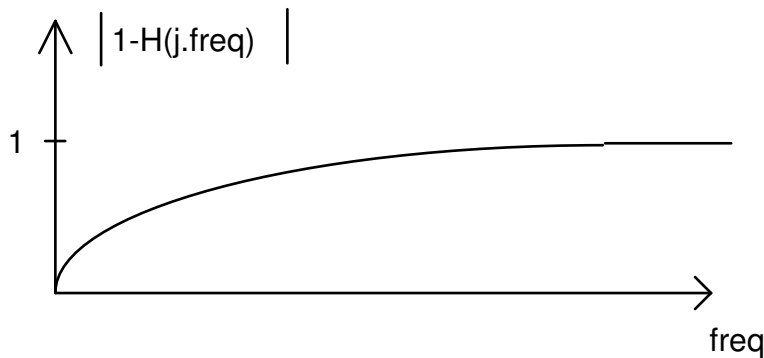
$$\varepsilon_D(t) = y(t) - z(t) = L^{-1}[(1 - H(s))Y(s)]$$

$$L[\delta_D(t)] = \Delta_D(s) = \frac{L[\varepsilon_D(t)]}{Y(s)} = 1 - H(s)$$

ERRO RELATIVO LINEAR, INDEPENDE DA AMPLITUDE DA GRANDEZA A MEDIR

EXEMPLO: SENSOR MODELADO COM DINÂMICA LINEAR DE PRIMEIRA ORDEM:

$$H(s) = \frac{1}{1 + \tau s} \Rightarrow \Delta_D(s) = 1 - \frac{1}{1 + \tau s} = \frac{\tau s}{1 + \tau s}$$



PODE IMPACTAR ESTABILIDADE E DESEMPENHO DO SISTEMA DE CONTROLE EM MALHA FECHADA?

3A) ERRO DE RUÍDO ADITIVO

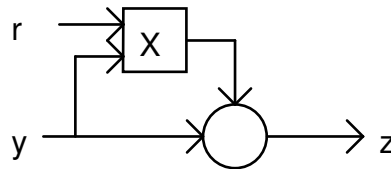
$$(N(.)=.(.), h(.)=.)$$

$$\varepsilon_n = y - z = -n; \quad \delta_n = \frac{-n}{y}$$

Se $E[n] \neq 0 \Rightarrow$ viés a estimar e subtrair \Rightarrow calibrar

$$RMS(\delta_n) = \frac{\sqrt{E[n^2]}}{\sqrt{y^2}}$$

3B) ERRO DE RUÍDO MULTIPLICATIVO



$$\varepsilon_r = y - z = y - (y + ry) = -ry \Rightarrow \delta_r = \frac{-ry}{y} = -r$$

(ERRO DE FATOR DE ESCALA A CALIBRAR)

SENSOR IDEAL:

FAIXA DE OPERAÇÃO INFINITA E LINEAR

FAIXA INFINITA DE VALORES DE SAÍDA

RESOLUÇÃO INFINITA, LIMITE NULO

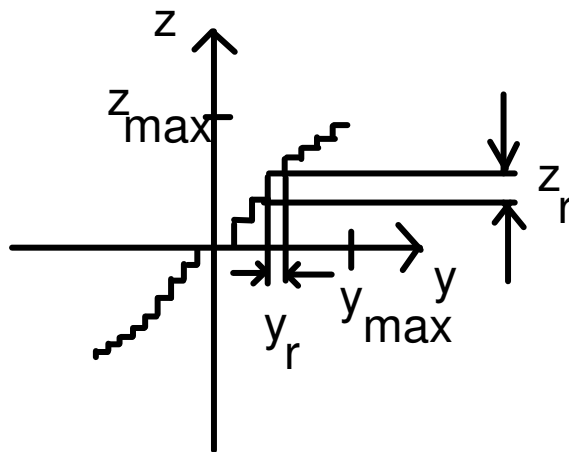
OPERAÇÃO LINEAR: $\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta y} = \text{constante} \forall y$

SENSOR REAL:

**FAIXAS FINITAS DE OPERAÇÃO LINEAR E
DE VALORES DE SAÍDA**

RESOLUÇÃO FINITA

NÃO LINEAR



$y_r = \text{constante}, \forall y \in [y_{\min}, y_{\max}] \Rightarrow \text{resolução uniforme}$

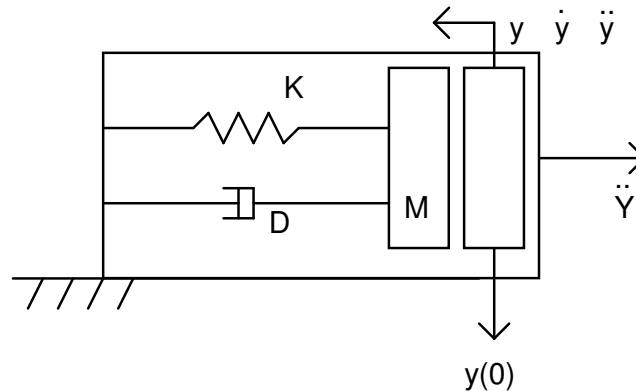
FAIXA DINÂMICA: $D_r = \frac{y_{\max}}{y_r} = \frac{z_{\max}}{z_r}$

CONTROLE DE ATITUDE (PIL): $D_r=10^2$ A 10^3

GUIAMENTO: $D_r=10^3$ A 10^4 - BOA QUALIDADE

**NAV INERCIAL LONGA DURAÇÃO: $D_r=10^4$ A 10^8
ÓTIMA QUALIDADE**

MODELAGEM DE ACELERÔMETROS EMPREGANDO DEFLEXÃO DE MASSA (MASSA – MOLA – AMORTECEDOR)



$$M(\ddot{Y} - \ddot{y}) = Ky + D\dot{y}$$

Sejam as transformadas de Laplace:

$$\ddot{Y}(s) = L[\ddot{Y}(t)]; Y(s) = L[y(t)] \quad (\text{atenção à notação})$$

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{\ddot{Y}(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{D}{M}s + \frac{K}{M}} = \frac{1}{(s + \omega_n \zeta + j\omega_d)(s + \omega_n \zeta - j\omega_d)}$$

$$\omega_n = \sqrt{K/M}; \quad \zeta = \frac{D}{2\sqrt{KM}}$$

Em regime e usando a transformação inversa:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y(s)}{\ddot{Y}(s)} = \frac{M}{K} \Rightarrow y(t) = \frac{M}{K} \ddot{Y}(t)$$

MEDIÇÃO DE $y(t)$ ASSUME QUE A RESPOSTA DINÂMICA DO SENSOR É BEM MAIS RÁPIDA QUE O SINAL A MEDIR \Rightarrow FREQUÊNCIA NATURAL DO SENSOR É BASTANTE MAIOR QUE A MAIOR FREQUÊNCIA DO SINAL A MEDIR :

$$z(t) = \frac{M}{K} \ddot{Y}(t) + n(t)$$

CONSIDERANDO ATRITO SECO ($F_{a.s.}$):

$$z(t) = \frac{M}{K} \ddot{Y}(t) + \frac{F_{a.s.}}{K} + n(t)$$

1) REDUZIR EFEITO DE $F_{a.s.} \Rightarrow$ AUMENTAR K

2) AUMENTO DE K REDUZ FATOR DE ESCALA!

**3) PEQUENA DEFLEXÃO $y \Rightarrow$ MEDIDA z PEQUENA
PODE SER MASCARADA PELA RESOLUÇÃO z_r**

$$(D_r = \frac{z_{\max}}{z_r})$$

**4) AUMENTO DE M IMPLICA EM SENSOR COM
MAIORES PESO E VOLUME**

**PORTANTO, SENSOR LEVE E PEQUENO REQUER
BAIXO ATRITO SECO E PEQUENO RUÍDO n .**

SENSIBILIDADE ESTÁTICA S

$$S = \frac{y_{\max}}{a_{\max}} = \frac{y_r D_r}{\ddot{Y}_{\max}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y(s)}{\ddot{Y}(s)} = \frac{M}{K} = \frac{1}{\omega_n^2}$$

Aumento da frequência natural aumenta a faixa de operação (a_{\max}) e reduz o erro dinâmico, mas aumenta a passagem de ruído \Rightarrow prejudica o limiar de resposta (pois y_r e D_r não mudaram) e também reduz a sensibilidade estática.

EXEMPLO DE ESPECIFICAÇÃO:

DESEMPENHO DINÂMICO

$$\frac{\omega_n}{2\pi} = f_n \in [20,50]Hz; \zeta \in [0,5; 0,8] (\zeta = 0,7)$$

DESEMPENHO ESTÁTICO

$$a_{\max} = 10g; D_r = \frac{a_{\max}}{a_r} = \frac{y_{\max}}{y_r} \in [100; 1000] (D_r = 1000)$$

LIMITAÇÕES FÍSICAS

$$M < 20.10^{-3}kg; y_r = 0,5.10^{-5}m$$

PORTANTO,

$$\omega_n = \sqrt{\frac{a_{\max}}{y_r D_r}} = \sqrt{\frac{10.9,81}{0,5.10^{-5}.1000}} = 140rd/s = 22,3Hz \text{ (ok)}$$

$$K = M\omega_n^2 = 392N/m(400grf/cm)$$

$$D = 2\zeta\sqrt{KM} = 2\zeta M\omega_n = 3,92N.s/m(4grf.s/cm)$$

OBSERVAR QUE:

AUMENTAR FREQUÊNCIA NATURAL ω_n (22,3Hz)

\Rightarrow

$$S = \frac{y_{\max}}{a_{\max}} = \frac{M}{K} = \frac{1}{\omega_n^2}$$

**AUMENTO DA ACELERAÇÃO MÁXIMA
MENSURÁVEL a_{\max} (10g)**

\Rightarrow

REDUÇÃO DA SENSIBILIDADE ESTÁTICA S

**PORTANTO, MENORES DEFLEXÕES
OCORRERÃO E AUMENTARÁ O LIMITE DE**

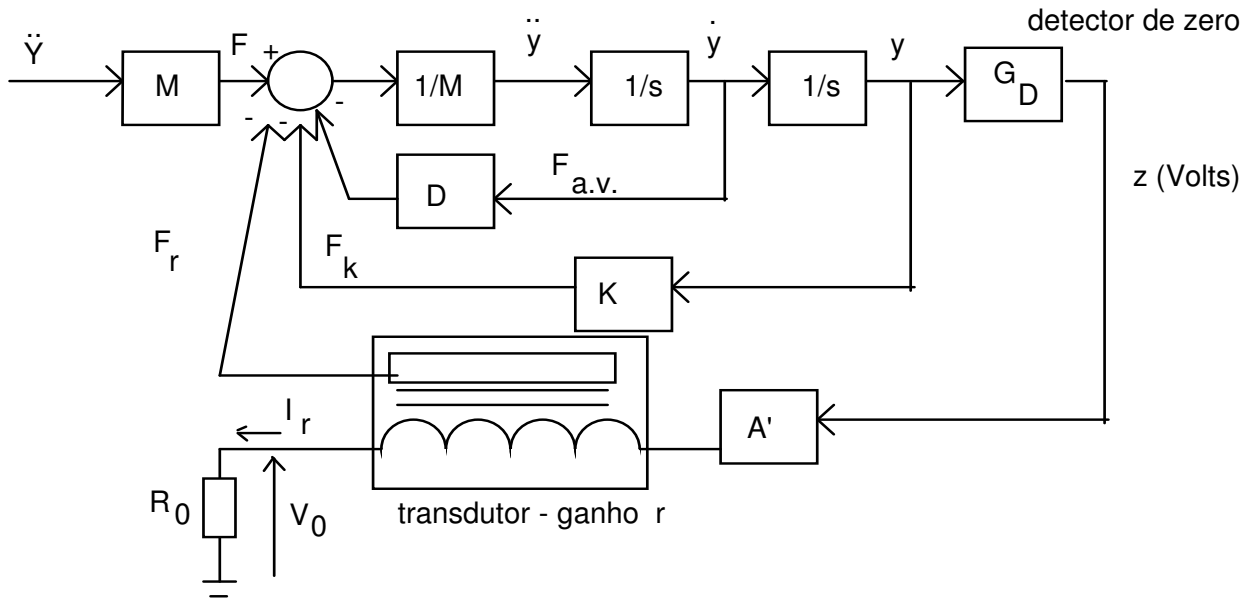
ACELERAÇÃO MENSURÁVEL $a_r = \frac{a_{\max}}{D_r}$ (0,01g)

**ω_n, D_r SÃO PARÂMETROS DE PROJETO QUE
REQUEREM COMPROMISSO.**

EX: NAV INERC.: $f_n > 800\text{Hz}$; $D_r = 10^4$

**REQUER ACELERÔMETRO BASEADO EM
EQUILÍBRIO DE FORÇAS**

ACELERÔMETRO BASEADO EM EQUILÍBRIO DE FORÇAS (PEQUENA DEFLEXÃO DA MASSA)



$$M(\ddot{Y} - \ddot{y}) = Ky + D\dot{y} + G_D A' r y$$

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{\ddot{Y}(s)} = \frac{1}{s^2 + \frac{D}{M}s + \frac{K + G_D A' r}{M}}$$

$$V_0 = G_D y A' R_0 \Rightarrow V_0(s) = G_D A' R_0 Y(s)$$

EM REGIME: $\lim_{s \rightarrow 0} V_0(s) = \frac{G_D A' R_0 M \ddot{Y}(s)}{K + G_D A' r}$

PARA $G_D A' r \gg K$: $\lim_{s \rightarrow 0} V_0(s) = \frac{R_0 M \ddot{Y}(s)}{r}$

1) QUASE NÃO HÁ DEFLEXÃO DA MASSA!

2) A SAÍDA É A CORRENTE NO TRANSDUTOR

3) FATOR DE ESCALA É CONTROLADO PELA SINTONIA DA CARGA R_0

4) ESTABILIDADE DOS PARÂMETROS r E R_0 É CRÍTICA

5) K_{eq} AUMENTA \Rightarrow AUMENTAR A FREQUÊNCIA NATURAL REQUER REDUÇÃO DO NÍVEL DE RUÍDO PARA REDUZIR O LIMAR DE RESOLUÇÃO E ASSIM AUMENTAR A FAIXA DINÂMICA.

RESUMO:

A MODELAGEM DOS ERROS EM SENSORES INERCIAIS PERMITE PREVER O DESEMPENHO ALCANÇÁVEL PELOS SISTEMAS QUE OS UTILIZAM, CONSIDERANDO-SE A RAZÃO CUSTO/BENEFÍCIO DOS SENSORES E DOS ALGORITMOS QUE PROCESSAM SEUS SINAIS.

AS DISCIPLINAS DE GUIAMENTO E PILOTAGEM (EE294) E DE SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO INERCIAL E AUXILIADOS POR FUSÃO SENSORIAL (EE295) NO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO (ÁREA DE SISTEMAS E CONTROLE – IEES) SE OCUPAM DESSAS E DE OUTRAS MATÉRIAS RELACIONADAS.