

CURSO EM ANÁLISE ESTRUTURAL

EST-25

ESTRUTURAS AEROESPACIAIS II

PROF. MAURICIO VICENTE DONADON

NOVEMBRO 2015

CAPÍTULO 1

PÓS-FLAMBAGEM DE PLACAS

ÍNDICE DE SEÇÕES

1.1	COMPORTAMENTO DE PLACAS APÓS A FLAMBAGEM E IMPERFEIÇÕES INICIAIS	1.4
1.2	LARGURA EFETIVA DE CHAPA	1.6
1.3	LARGURA EFETIVA DE VON KARMAN	1.8
1.4	A FALHA DE PLACAS	1.10
1.5	EXEMPLOS	1.13
1.6	EXERCÍCIOS	1.14
1.7	REFERÊNCIAS	1.15

ÍNDICE DE FIGURAS

1-1	DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES E DESLOCAMENTOS EM PLACAS SUJEITAS A ENCURTAMENTO UNIFORME NAS EXTREMIDADES	1.4
1-2	COMPORTAMENTO DE PLACAS PERFEITAS E IMPERFEITAS SUBMETIDAS A ENCURTAMENTO UNIFORME NAS EXTREMIDADES	1.5
1-3	DISTRIBUIÇÕES DE TENSÃO EM PLACA FLAMBADA (REAL E ASSUMIDA)	1.6
1-4	LARGURAS EFETIVAS DE PLACAS EM COMPRESSÃO	1.7
1-5	VALORES DE K_c VS. B/T PARA PAINÉIS REFORÇADOS	1.9

1 PÓS - FLAMBAGEM DE PLACAS

1.1 COMPORTAMENTO DE PLACAS APÓS A FLAMBAGEM E IMPERFEIÇÕES INICIAIS

A única configuração possível de equilíbrio para uma placa inicialmente perfeita quando $\sigma < \sigma_{cr}$ é a posição plana estável. Existe estabilidade neutra em $\sigma = \sigma_{cr}$ e a placa está em equilíbrio numa posição plana ou levemente fletida. Grandes deslocamentos laterais da ordem da espessura ocorrem num nível de tensões que são apenas um pouco superiores a σ_{cr} . Em consequência, é necessário utilizar a teoria não-linear de grandes deformações em qualquer análise pós-flambagem. Isto introduz dificuldades matemáticas a ponto de soluções exatas para a distribuição da deflexão e tensões não serem conhecidas para $\sigma > \sigma_{cr}$. Soluções aproximadas foram obtidas por diversos investigadores, mas as derivações são longas e não se tentará reproduzi-las neste texto. Nesta seção se procurará resumir os resultados obtidos a partir de estudos teóricos e resultados experimentais para placas que estão sujeitas à compressão, com encurtamento uniforme das bordas carregadas, e como estes resultados podem ser utilizados para a derivação de uma metodologia a ser utilizada em projeto.

A placa pode sustentar cargas acima da carga de flambagem quando a flexão lateral nas bordas descarregadas é prevenida, mas a distribuição das tensões de compressão não é uniforme através da largura da placa, como é o caso quando $\sigma < \sigma_{cr}$. A distribuição de tensões depende da restrição no plano da placa existente nas bordas descarregadas; a distribuição de tensões em placas cujas bordas descarregadas são mantidas retas (mas que são livres para se deslocarem lateralmente de modo que a resultante de forças na direção transversal seja nula) e bordas que são livres de tensão são mostradas na Fig. 1-1. O primeiro é o caso típico de painéis do revestimento de estruturas em casca reforçada e o segundo é representativo de almas de colunas de paredes finas.

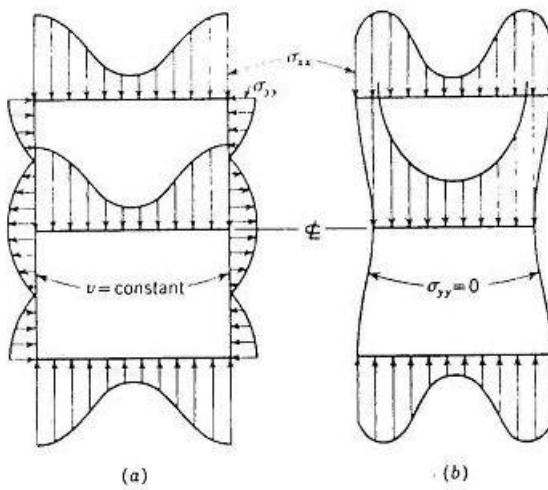


Fig. 1-1 Distribuição de Tensões e Deslocamentos em Placas Sujeitas a Encurtamento Uniforme das Extremidades. (a) Bordas Descarregadas Retas; (b) Bordas Descarregadas Livres de Tensões e Livres para Distorcer no Plano da Placa

Nota-se, da Fig. 1-1a, que tensões de tração são desenvolvidas na direção y , na porção central dos bordos descarregados quando estes são obrigados a permanecer retos. Estas tensões de membranas, adicionadas ao fato de que os bordos descarregados estão restringidos no que tange a flexão lateral,

explicam porque uma placa, de forma distinta de uma coluna, é capaz de carregar cargas que são muito maiores do que a carga crítica. Uma contração ocorre no centro de uma placa cujas bordas descarregadas são livres de tensão (Fig. 1-1b). A ausência de forças de membrana neste caso é responsável pelo fato desta placa ter uma capacidade bastante menor em suportar cargas além da carga de flambagem, quando comparada à placa com as bordas retas.

As deformações de flexão em placas perfeitas e imperfeitas são mostradas na Fig. 1-2. É interessante comparar estas curvas com as curvas correspondentes para colunas apresentadas na Fig. 2-25. Em ambos casos, pode ser notado que o membro com imperfeições muito pequenas segue de perto a teoria para o membro perfeito, nas regiões antes e logo a pós a flambagem. Em membros com imperfeições usuais, somente na vizinhança imediata de σ_{cr} é que as deflexões diferem sensivelmente daquelas do membro reto. Entretanto, como ocorre com o membro perfeito, as deflexões crescem rapidamente no membro com imperfeições práticas na região de σ_{cr} . Disto conclui-se que imperfeições da ordem daquelas encontradas na indústria aeronáutica têm pequena influência nas cargas de flambagem e de falha de placas e colunas. Não se pode inferir, entretanto, que este seja sempre o caso em problemas de estabilidade elástica, pois imperfeições iniciais muito pequenas têm um efeito muito grande nas cargas de falha de cilindros de paredes finas submetidos à compressão.

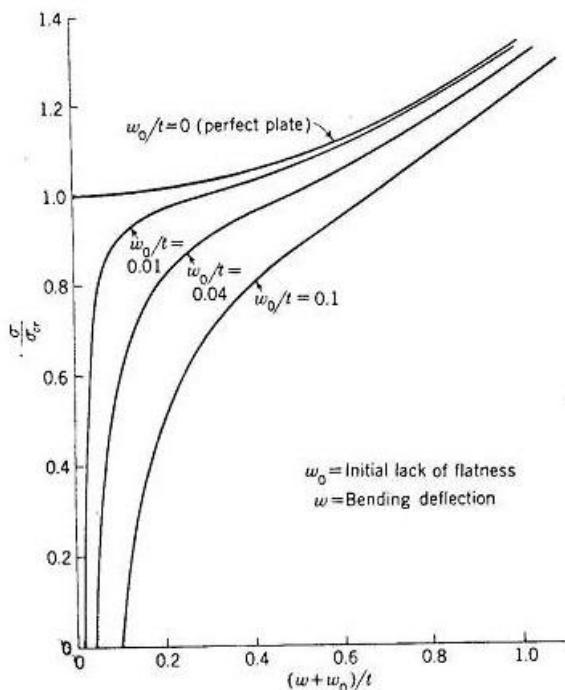


Fig. 1-2 Comportamento de Placas Perfeitas e Imperfeitas Submetidas a Encurtamento Uniforme das Extremidades

Ao contrário do que ocorre em colunas, pode-se ver na Fig. 1-2 que tensões apreciáveis pós-flambagem são possíveis. Embora a rigidez da placa decresce após a flambagem, a falha não ocorre até que a tensão axial nas bordas descarregadas atinge a tensão de escoamento ou um pouco superior.

O comportamento de uma placa sob altas cargas pós-flambagem é complicado pelo fato de que o padrão de flambagem pode se alterar, à medida em que a carga é aumentada, e o número de semi-ondas pode mudar, numa placa longa. A porção central da placa se aproxima de uma superfície

desenvolvível com curvatura na direção da carga somente. Dupla curvatura é restrita à região dos bordos descarregados, somente. Neste caso, a energia de deformação na porção central é devida primariamente à flexão, enquanto que na região dos bordos descarregados é principalmente devida à ação de membrana.

1.2 LARGURA EFETIVA DE CHAPA

É impraticável utilizar as distribuições reais e não-uniformes de tensões da Fig. 1-1, em análises rotineiras de tensões após a flambagem. É mais conveniente considerar que a tensão σ_e nos bordos descarregados é distribuída uniformemente sobre uma *largura efetiva* b_e fictícia, adjacente aos bordos descarregados (Fig. 1-3). A largura efetiva é determinada da condição de que a força resultante associada com as distribuições de tensão assumida e real seja a mesma. Desta condição,

$$P = \sigma_e b_e t = t \int_0^b \sigma_{xx} dy \Rightarrow b_e = \frac{1}{\sigma_e} \int_0^b \sigma_{xx} dy \quad (1.1)$$

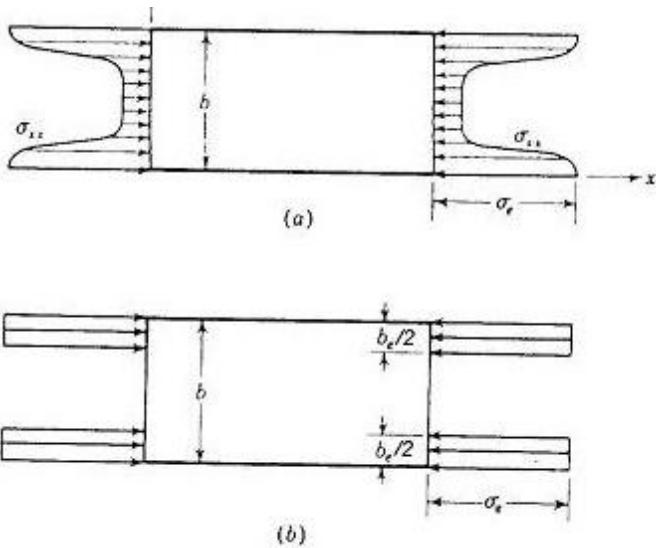


Fig. 1-3 Distribuições de Tensão em Placa Flambada (a) Real; (b) Assumida

A distribuição de σ_{xx} depende das restrições rotacionais e no plano da placa impostas sobre os bordos descarregados e a razão a/b da placa. Entretanto, quando $a/b > 3$, a distribuição da tensão e a largura efetiva são independentes de a/b . Vários investigadores, baseados em trabalhos teóricos e experimentais, derivaram equações para b_e . Argyris e Dunne (Ref. 1.18) fornecem a família de curvas sólidas mostradas na Fig. 1-4, para placas longas simplesmente apoiadas, cujas bordas são obrigadas a permanecerem retas. Mas com restrição elástica contra expansão no plano devido à razão de Poisson. Numa estrutura real esta restrição é provida pelos membros reforçantes transversais, i.e., as nervuras e cavernas. Este efeito está contido no parâmetro A_r/at , onde A_r é a área da seção transversal do membro reforçante. Os casos limites de $A_r/at = 0$ e ∞ correspondem, respectivamente, aos casos de arestas retas livres e completamente impedidas de se deslocarem transversalmente.

Ao fazer uso da Fig. 1-4 é necessário levar em consideração o efeito da restrição ao deslocamento do bordo descarregado no cálculo de σ_{cr} . Como foi visto anteriormente, a resistência à expansão lateral

devida à razão de Poisson induz um campo de tensões de compressão no sentido transversal que reduz o coeficiente de flambagem para compressão uniaxial.

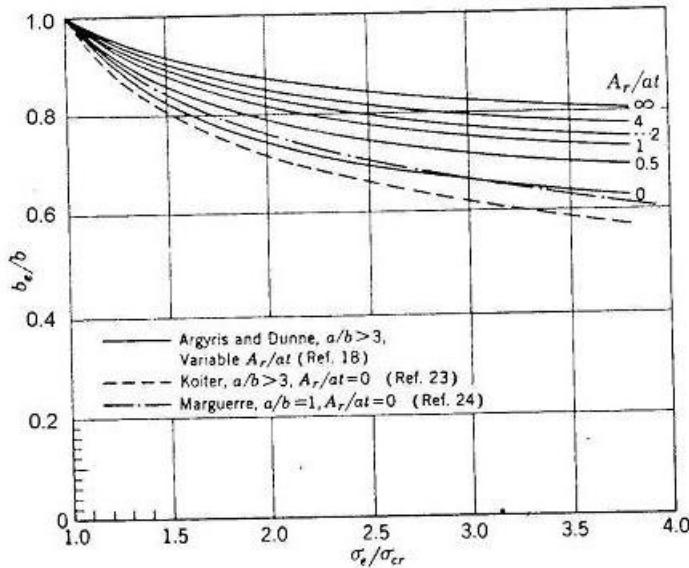


Fig. 1-4 Larguras Efetivas de Placas em Compressão

As curvas de Argyris e Dunne são restritas a cargas pós-flambagem relativamente pequenas, na gama $\sigma_e/\sigma_{cr} \leq 3$, porque em sua derivação não foi levado em consideração o efeito da mudança da geometria do modo de flambagem com a carga. Para placas longas, sujeitas a grandes cargas após a flambagem, pode-se utilizar a equação de Koiter (Ref. 1.19).

$$b_e = b \left[1,2 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{0,4} - 0,65 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{0,8} + 0,45 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{1,2} \right] \quad (1.2)$$

Esta equação, que é mostrada pontilhada na Fig. 1-4, considera $A_r/at = 0$. Esta equação provou ser satisfatória para placas simplesmente apoiadas, engastadas e restringidas elasticamente em rotação. A equação

$$b_e = b \left[0,19 + 0,81 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{1/2} \right] \quad (1.3)$$

que foi desenvolvida por Marguerre (Ref. 1.20) para grandes cargas após a flambagem de placas quadradas com $A_r/at = 0$, também é mostrada na Fig. 1-4. Os três métodos de determinação de b_e podem ser vistos estarem razoavelmente de acordo quando $A_r/at = 0$, embora os mesmos se aplicam a diferentes razões a/b e σ_{cr}/σ_e e diferentes condições de restrição na rotação das bordas.

Imperfeições iniciais têm pouca influência sobre a largura efetiva para grandes valores de σ_e/σ_{cr} , mas podem sensivelmente reduzir a largura efetiva na região logo após a flambagem. O comportamento após a flambagem de placas retangulares em cisalhamento foi investigado nas Refs. 5-8 e 5.21.

1.3 LARGURA EFETIVA DE VON KARMAN

O método para calcular a largura efetiva de placas flambadas em compressão mais utilizado na indústria, entretanto, foi introduzido por Von Karman (Ref. 1.22) ao estimar a carga de falha de uma placa em compressão. Considere a expressão geral para a tensão de flambagem de placas em compressão:

$$\sigma_{cr} = \frac{\eta k \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Adotando $k = 4$, $\nu = 0.3$, $b_e = b$, e escrevendo σ_b , a tensão no bordo, no lugar de σ_{cr} , tem-se

$$\sigma_b = 3,615 \eta E \left(\frac{t}{b_e}\right)^2 \Rightarrow b_e = 1,90 t \sqrt{\frac{\eta E}{\sigma_b}} \quad (1.4)$$

Alguns ensaios antigos realizados por Newell indicaram que a constante 1,90 era muito alta e que, para reforçadores leves, um valor de 1,7 era mais realista. Hoje, cada fabricante de aeronaves utiliza o valor que julga mais apropriado para o tipo de reforçadores que mais utiliza. A Boeing faz $\eta = 1$ e utiliza o valor 1,7. A Douglas faz $\eta = (E_f/E)^{1/2}$ e utiliza o valor 1,90.

Se for considerado que a rigidez do reforçador e a sua conexão à chapa é tal a prover uma condição de borda engastada para a placa, então

$$\sigma_b = 6,35 \eta E \left(\frac{t}{b_e}\right)^2 \Rightarrow b_e = 2,52 t \sqrt{\frac{\eta E}{\sigma_b}} \quad (1.5)$$

Para flanges, tem-se

$$\sigma_b = 0,389 \eta E \left(\frac{t}{b_e}\right)^2 \Rightarrow b_e = 0,623 t \sqrt{\frac{\eta E}{\sigma_b}} \quad (1.6)$$

Observa-se, experimentalmente, que chapas espessas (em relação à distância entre reforçadores) tende a flambar com bordos simplesmente apoiadas, enquanto placas finas tendem a flambar com bordos simplesmente apoiados. Niu (Ref. 1.23) recomenda a seguinte expressão para o cálculo da largura efetiva:

$$b_e = t \sqrt{\frac{K_c E}{\sigma_b}} \quad (1.7)$$

onde K_c é dado pela Fig. 1-5.

Em construções chapa-reforçador práticas é comum usar reforçadores extrudados, que têm propriedades de resistência, no regime inelástico, diferentes no daquelas da chapa à qual estão conectados. Por exemplo, no esboço abaixo o material do reforçador poderia ter a curva tensão-deformação representada pela curva 1 e a chapa pela curva 2. Quando o conjunto chapa-reforçador, as

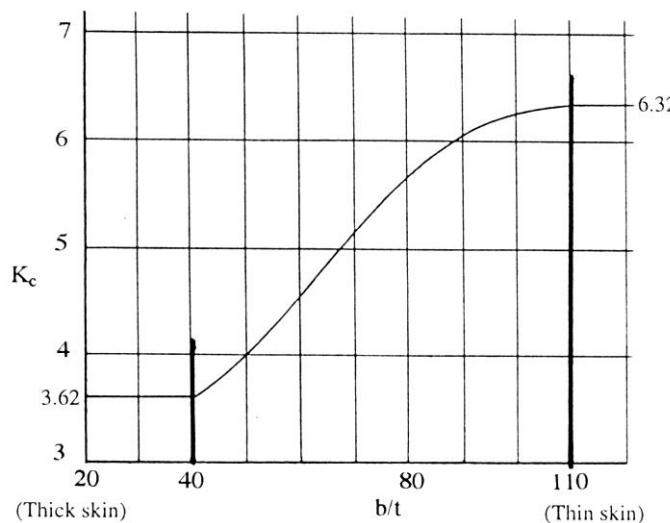


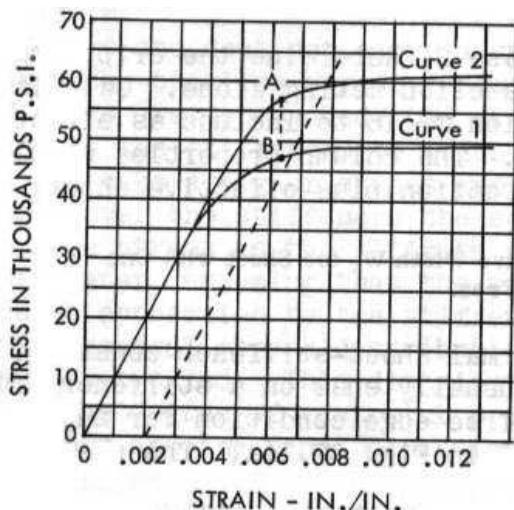
Fig. 1-5 Valores de K_c vs. b/t para Painéis Reforçados

tensões na chapa e no reforçador, no ponto de conexão, serão dadas, respectivamente, pelos pontos A e B representados na figura, porque têm de apresentar a mesma deformação. Este diferença nas tensões influenciará a largura efetiva. A correção para esta condição pode ser feita multiplicando a largura efetiva calculada (como se os materiais fossem iguais) por σ_{sh}/σ_b , onde σ_b é a tensão no reforçador e σ_{sh} , a tensão na chapa. Como a deformação é a mesma, tem-se

$$(\sigma_{sh}/\varepsilon) / (\sigma_b/\varepsilon) = (E_s)_{chapa} / (E_s)_{reforçador} \text{ e a Eq. (1.4) fica}$$

$$b_e = 1,90 t \frac{(E_s)_{chapa}}{(E_s)_{reforçador}} \sqrt{\frac{\eta E}{\sigma_b}} \quad (1.8)$$

onde E_s é o módulo secante.



Na Eq. (1.8), o que está debaixo do radical refere-se à chapa. Em muitas aplicações, a tensão no reforçador é conhecida. Considerando a relação entre a tensão no reforçador e na chapa,

$$\sigma_{chapa} = \frac{E_s}{E_s} \sigma_{reforçador}$$

a Eq. (1.8) fica

$$b_e = 1,90 t \frac{(E_s)_{chapa}}{(E_s)_{reforçador}} \sqrt{\frac{\eta E (E_s)_{reforçador}}{\sigma_{reforçador} (E_s)_{chapa}}} = 1,90 t \sqrt{\frac{\eta E (E_s)_{chapa}}{(E_s)_{reforçador} \sigma_{reforçador}}} \quad (1.9)$$

Os fatores de correção de plasticidade para, respectivamente, flange longo simplesmente apoiado, flange longo com lado descarregado engastado, placa longa simplesmente apoiada e placa longa com bordos descarregados engastados podem ser vistos abaixo:

$$\begin{aligned} \eta &= (E_s/E)(1-\nu_e^2)/(1-\nu^2) \\ \eta &= (E_s/E)(0,330 + 0,670\sqrt{1/4 + 3E_t/4E_s})(1-\nu_e^2)/(1-\nu^2) \\ \eta &= (E_s/E)(1/2 + 1/2\sqrt{1/4 + 3E_t/4E_s})(1-\nu_e^2)/(1-\nu^2) \\ \eta &= (E_s/E)(0,352 + 0,648\sqrt{1/4 + 3E_t/4E_s})(1-\nu_e^2)/(1-\nu^2) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Se forem feitas as aproximações

$$\begin{aligned} \nu &\equiv \nu_e \\ E_s &\equiv E_t \end{aligned}$$

o fator de correção de plasticidade para os 4 casos acima pode ser aproximado por $\eta = E_s/E$, e a largura efetiva em (1.9) pode ser escrita como

$$b_e = 1,90 t \sqrt{\frac{\eta E (E_s)_{chapa}}{(E_s)_{reforçador} \sigma_{reforçador}}} \approx 1,90 t \sqrt{\frac{(E_s)^2_{chapa}}{(E_s)_{reforçador} \sigma_{reforçador}}} \quad (1.11)$$

Esta é a expressão recomendada pela Ref. 1.24. A Boeing, por outro lado, recomenda, em seu manual, o uso da equação

$$b_e = 1,70 t \frac{(E_s)_{chapa}}{(E_s)_{reforçador}} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{reforçador}}} \quad (1.12)$$

1.4 A FALHA DE PLACAS

Foi visto que, ao contrário de uma coluna, uma placa pode carregar cargas consideravelmente maiores do que a carga crítica. De fato, a carga última não é atingida antes que uma porção considerável da placa não esteja plasticamente deformada. A previsão teórica da carga de falha é difícil, pois além da não-linearidade que resulta das grandes deflexões, a relação tensão-deformação no regime plástico também leva a comportamento não-linear.

Uma solução teórica para flanges que apresenta boa correlação com os dados experimentais existe, mas foi necessário recorrer a métodos semi-empíricos para prever a carga de falha de placas simplesmente apoiadas.

Von Karman (Ref. 1.22) sugeriu que a carga de falha de placas simplesmente apoiadas fosse calculada pela seguinte relação aproximada:

$$P_u = b_e t \sigma_{cy} \quad \text{com} \quad b_e = b \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cy}}} \quad (1.15)$$

Uma expressão um pouco diferente foi proposta por Winter (Ref. 1.25). Baseado em extensivos testes ele sugere utilizar a expressão

$$b_e = b \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cy}}} \left(1 - 0,25 \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cy}}} \right) \quad (1.16)$$

que, se o coeficiente de flambagem em σ_{cr} é feito igual a 4 resulta em

$$P_u = b_e t \sigma_{cy} = 1,9 \sigma_y t^2 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \left(1 - \frac{0,475}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cy}}} \right) \quad (1.17)$$

O método descrito a seguir, que foi proposto por Gerard (Ref. 1.26), é suportado por um impressionante número de ensaios à temperatura ambiente e à temperatura elevada, em placas de diferentes materiais e proporções geométricas. Este método fornece uma base para um dos métodos de previsão de falha de colunas de paredes finas e placas reforçadas que será apresentado no Cap. 6.

Pode-se verificar, ao examinar as Eqs. (1.2), (1.3), (1.16) e (1.17) que b_e/b é uma função de σ_{cr}/σ_e . Pode-se, então, escrever a relação aproximada $b_e/b = \alpha(\sigma_{cr}/\sigma_e)^r$, onde α e r são constantes empíricas a serem determinadas de ensaios. Designando a tensão média na placa por $\bar{\sigma}$, acha-se que $\bar{\sigma} = \sigma_e b_e / b = \alpha \sigma_e (\sigma_e/\sigma_{cr})^r$, de maneira que $\bar{\sigma}/\sigma_{cr} = \alpha (\sigma_e/\sigma_{cr})^{r+1}$. Resultados teóricos e experimentais indicam que a carga última é atingida quando $\sigma_e \approx \sigma_{cy}$, a tensão de escoamento em compressão do material. Definindo a *tensão de falha* $\bar{\sigma}_f$ como a tensão média na placa durante a falha, acha-se $\bar{\sigma}_f/\sigma_{cr} = \alpha (\sigma_{cy}/\sigma_{cr})^n$, onde $n = r + 1$. Esta equação é aplicável a placas que flambam elasticamente. Resultados experimentais indicam que $\bar{\sigma}_f \approx \sigma_{cr}$ para placas que flambam no regime plástico. Nesta base, Gerard sugere usar as equações

$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cr}} = \alpha \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{cr}} \right)^n \quad \text{para} \quad \sigma_{cr} \leq \alpha^{1/n} \sigma_{cy} \quad (1.18a)$$

$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cr}} = 1 \quad \text{para} \quad \sigma_{cr} > \alpha^{1/n} \sigma_{cy} \quad (1.18b)$$

Os parâmetros adimensionais $\bar{\sigma}_f/\sigma_{cr}$ e σ_{cy}/σ_{cr} podem ser usados para correlacionar resultados experimentais. Gerard achou que as Eqs. (1.18) podem ser usadas para prever a tensão de falha de placas e flanges com um erro máximo de $\pm 10\%$ se os valores de α e n da Tab. 1-1 são utilizados. Pode ser observado na tabela que restrições no plano da placa sobre as bordas descarregadas têm uma forte influência sobre a tensão de falha de placas e flanges. Quando as bordas da placa são obrigadas a se manterem retas, as forças de membrana resultantes ajudam a resistir os deslocamentos de flexão e, em consequência, aumentam $\bar{\sigma}_f$. Quando as bordas da placa são livres para empenar, estas forças de membrana não existem, e a falha se dá numa tensão média menor.

Seria de se esperar que quando uma placa é dividida em painéis por reforçadores longitudinais, como no caso de revestimentos reforçados de superfícies aerodinâmicas e estruturas da fuselagem, as bordas de painéis adjacentes constituiriam uma restrição recíproca para permanecerem retas. Entretanto, como pode ser visto no caso da placa de três painéis, as bordas livres dos painéis externos não deixam que a condição de aresta reta se desenvolva completamente. Nota-se que n , neste caso, está entre os valores para o caso de bordas livres e bordas livres para empenar.

Tabela 1-1 Valores de α e n para Falha de Placas.

Condição	α	n
1. Teoria para placa simplesmente apoiada, com bordas descarregadas retas	0,78	0,80
2. Ensaios para placa simplesmente apoiada ou engastada, com bordas livres para empenar	0,80	0,58
3. Ensaios para placa de três painéis	0,80	0,65
4. Testes para flange simplesmente apoiado, com borda apoiada reta	0,81	0,80
5. Testes para flange simplesmente apoiado, com borda livre para empenar	0,68	0,58

É freqüentemente mais conveniente escrever a Eq. (1.18a) numa forma que contenha o parâmetro adimensional t/b . Substituindo a expressão para σ_{cr} (5.32) na Eq. (1.18a) resulta em

$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cr}} = \alpha \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{cr}} \right)^n \Rightarrow \frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cy}} = \alpha \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{cr}} \right)^{n-1} = \alpha \left[\frac{k\pi^2 E \left(\frac{t}{b} \right)^2}{12(1-\nu_e^2)} \right]^{1-n} = \alpha \left[\frac{k\pi^2}{12(1-\nu_e^2)} \right]^{1-n} \left[\frac{t}{b} \left(\frac{E}{\sigma_{cy}} \right)^{1/2} \right]^{2(1-n)} \text{ ou}$$

$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cy}} = \beta \left[\frac{t}{b} \left(\frac{E}{\sigma_{cy}} \right)^{1/2} \right]^m \quad (1.19)$$

onde

$$\beta = \alpha \left[\frac{k\pi^2}{12(1-\nu_e^2)} \right]^{1-n} \quad \text{e} \quad m = 2(1-n) \quad (1.20)$$

Quando uma placa retangular é submetida a cisalhamento, a falha ocorre por rasgamento na direção da tensão principal de tração na placa flambada. O problema é complicado pelo fato de que as tensões de tração e compressão não são iguais, como o são antes da flambagem. Como resultado, os membros que suportam as bordas da placa aplicam forças de membrana em tração à fronteira da placa. Um método semi-empírico para predizer a carga de falha em cisalhamento é dado na Ref. 1.8.

A falha de placas em compressão e cisalhamento ocorre sob grandes deslocamentos laterais; por esta razão, imperfeições iniciais têm influência desprezível sob a tensão média de falha.

1.5 EXEMPLOS

EXEMPLO 1.1

O revestimento de 0,064 in de espessura, manufaturado em liga de alumínio ($E=10.500$ ksi, $\nu = 0,3$), de uma estrutura inter-estágios de um lançador de satélites é dividido em painéis de 5 x 15 in por reforçadores longitudinais e anéis transversais. O empuxo dos motores causa tensões axiais de compressão no revestimento e nos reforçadores. O anel transversal tem área de seção transversal de 0,8 in², e a estrutura é proporcionada de forma que o revestimento flambe antes dos reforçadores e anéis. Determine a largura efetiva do revestimento e a força axial carregada pelo mesmo, quando a tensão nos reforçadores é 15 ksi. Considere, de forma conservativa, que os reforçadores e anéis dão uma condição de apoio simples aos painéis de revestimento.

Solução:

Devido à rigidez dos anéis, os reforçadores longitudinais não são livres para se afastarem, um do outro, na direção transversal. Em consequência, devido ao efeito da razão de Poisson, tensões de compressão serão induzidas na direção transversal. Para $a/b = 15/5 = 3$ e $A_r/at = 0,8/(15 \times 0,064) = 0,833$, a literatura fornece $k_c = 3,55$. A tensão de flambagem é, portanto

$$\sigma_{cr} = \frac{3,55 \times \pi^2 \times 10.500}{12(1 - 0,3^2)} \left(\frac{0,064}{5} \right)^2 = 5,52 \text{ ksi}$$

de forma que $\sigma_e/\sigma_{cr} = 15 / 5,52 = 2,72$. A placa é longa, simplesmente apoiada e $\sigma_e/\sigma_{cr} \leq 3$. Portanto, as curvas de Argyris e Dunne da Fig. 1-4 podem ser utilizadas. Da figura, com $\sigma_e/\sigma_{cr} = 2,72$ e $A_r/at = 0,833$ obtém-se $b_e/b = 0,75$, de maneira que $b_e = 0,75 \times 5 = 3,75$ in. A força axial carregada pelo painel de revestimento, portanto, é

$$P = b_e t \sigma_e = 3,75 \times 0,064 \times 15 = 3,6 \text{ kips}$$

EXEMPLO 1.2

Considere um painel 3 x 9 x 0,051 in, simplesmente apoiado nos quatro bordos, manufaturado em liga de alumínio 2024-T3 ($E = 10.700$ ksi, $\sigma_{cy} = 40$ ksi, $\sigma_{0.7} = 39$ ksi, $n = 11,5$, $\nu_e = 0,3$), submetido à compressão uniaxial. Ache a carga de falha deste painel se suas bordas são obrigadas a permanecerem retas.

Solução:

A tensão crítica deste painel é

$$\frac{k_c \pi^2 E}{12(1 - \nu_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 = \frac{4\pi^2 10.700}{12 \times 0,91} \left(\frac{0,051}{3} \right)^2 = 11,2 \text{ ksi} , \text{ evidentemente no regime elástico.}$$

Segundo Von Karman, a carga de falha é dada pela Eq. (1.15)

$$P_u = b t F_{cy} \sqrt{F_{cr}/F_y} = 3 \times 0,051 \times 40 \sqrt{11,2/40} = 3,24 \text{ kips}$$

Segundo Gerard, a Eq. (1.18a) com $\alpha = 0,78$ e $n = 0,80$ fornece

$$\frac{\bar{F}_u}{F_{cr}} = \alpha \left(\frac{F_{cy}}{F_{cr}} \right)^n = 0,78 \left(\frac{40}{11,2} \right)^{0,8} = 2,16 \Rightarrow \bar{F}_u = 24,2 \text{ ksi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_u = \bar{F}_u b t = 24,2 \times 3 \times 0,051 = 3,7 \text{ kips}$$

1.6 EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 1.1

Uma placa de AL 2024-T6 ($E_c = 10.700 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 49 \text{ ksi}$, $F_{0,7} = 49 \text{ ksi}$, $n = 11$, $\nu_e = 0,3$) está sujeita a uma carga de compressão uniforme na direção de seu comprimento. A placa tem dimensões $10 \times 3 \text{ in}$ e os bordos carregados são simplesmente apoiados. Um dos bordos não carregados (longitudinais) é simplesmente apoiado e o outro é livre, ou seja, constituindo um flange simplesmente apoiado. O bordo simplesmente apoiado permanece reto após o carregamento. Nestas condições:

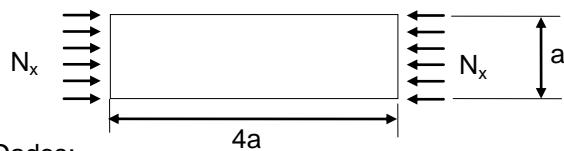
- qual é a espessura mínima da placa para que ela não flambe sob um carregamento $N_x = 5 \text{ kips/in}$
- considerando a espessura achada acima, qual é a tensão de falha da placa? Que carga poderia carregar nestas condições?

EXERCÍCIO 1.2

Uma placa de liga Al 2024-T3 ($E = 10.700 \text{ ksi}$, $\nu = 0,3$, $F_{0,7} = 39 \text{ ksi}$, $n = 11,5$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$) simplesmente apoiada, de dimensões $15 \times 3 \times 0,04 \text{ in}$, está sujeita a um encurtamento uniforme ao longo de sua direção longitudinal (maior medida). As arestas descarregadas permanecem retas, mas podem deslocar transversalmente de forma livre e uniforme.

- determine a força total carregada pela placa, quando a tensão de bordo for:
(a) 4 ksi ; (b) 24 ksi
- determine a carga de falha da placa.

EXERCÍCIO 1.3



Dados:

$a = 3''$; $t = 0,07''$

Material: liga de magnésio HK31A-H24
 $E = 6.500 \text{ ksi}$; $F_y = 19 \text{ ksi}$; $F_{0,7} = 17,3 \text{ ksi}$;
 $n = 6,2$; $\nu = 0,3$

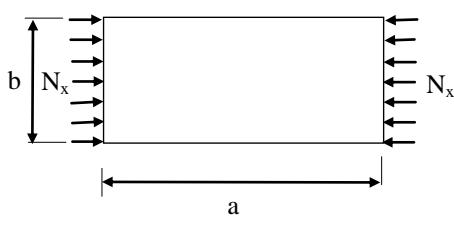
Uma placa simplesmente apoiada em seus quatro bordos é carregada uniaxialmente. O reforço, nos bordos carregados, é tal a impedir, totalmente, o movimento transversal dos bordos livres. Nestas condições,

- qual a carga total suportada pela placa no instante da flambagem?
- qual a carga total suportada pela placa quando a tensão de bordo é $f_b = 16 \text{ ksi}$?
- qual a carga total suportada pela placa no momento da falha?

EXERCÍCIO 1.4

Um placa simplesmente apoiada, de dimensões $9 \times 3 \text{ in}$, está sujeita a um carregamento uniaxial (paralelo ao lado de 9 in) $N_x = 3.000 \text{ lb/in}$. A placa está suportada transversalmente por reforçadores de área $0,8 \text{ in}^2$ e os bordos descarregados permanecem retos (não empenam) sob a ação da carga. Calcule a espessura mínima para que esta placa não falhe sob o carregamento dado. Faça este cálculo empregando a formulação do Gerard. O material empregado é liga AL 2024-T3 ($E=10.700 \text{ ksi}$, $\nu_e = 0,3$, $F_{0,7} = 39 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$, $n = 11,5$). Calcule a tensão de flambagem para a placa com espessura mínima encontrada. Calcule a carga de falha desta mesma placa utilizando o método de Von Karman. Para todos os cálculos suponha que os reforçadores longitudinais e transversais não flambem.

EXERCÍCIO 1.5



Considere uma placa **simplesmente apoiada** nos quatro bordos (retos, sem empenamento), com $a = 8"$, $b = 4"$ e $t = 0,156"$, confeccionada em liga de alumínio 2024-T4 ($E_c = 10.700\text{ksi}$, $F_{cy} = 38\text{ksi}$, $F_{0.7} = 36,7\text{ksi}$, $n = 15,6$, $v = 0,3$).

- Qual a carga crítica de flambagem?
- Qual a carga de falha?
- Qual a espessura mínima para falha sob $N_x = 4$ kips/in

EXERCÍCIO 1.6



Considere uma placa **engastada** nos quatro bordos (livres para empenar), com $a = 12"$, $b = 4"$ e $t = 0,156"$, confeccionada em liga de alumínio 2024-T3 ($E_c = 10.700\text{ksi}$, $F_{cy} = 40\text{ksi}$, $F_{0.7} = 39\text{ksi}$, $n = 11,5$, $v = 0,3$).

- Qual a carga crítica de flambagem?
- Qual a carga de falha?

EXERCÍCIO 1.7

Um flange simplesmente apoiado, com borda apoiada reta, tem dimensões 9in x 2in e está sujeito a um carregamento uniaxial $N_x = 3.000 \text{ lb/in}$ no sentido do comprimento. Calcule a espessura mínima para que este flange não falhe sob o carregamento dado.

O material empregado é liga AL 2024-T4 ($E=10.700 \text{ ksi}$, $v_e = 0,3$, $F_{0.7} = 36,7 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 38 \text{ ksi}$, $n = 15,6$)

EXERCÍCIO 1.8

Considere uma placa de liga AL 7075-T6, com dimensões 12" x 3" x 0,04", submetida a um carregamento uni-axial no sentido de seu comprimento, simplesmente apoiada nos lados carregados e engastada nos lados descarregados. Considere que os lados descarregados são livres de se deslocar no sentido transversal. Nestas condições:

- Qual é a tensão de flambagem?
- Qual é a largura efetiva quando a tensão de bordo é 35 ksi?
- Qual é a tensão média de falha?

dados: $E=10.500 \text{ ksi}$, $v_e = 0,3$, $F_{0.7} = 70 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 67 \text{ ksi}$, $n = 9,2$

EXERCÍCIO 1.9

Um painel de 9 in de comprimento e 3 in de largura, manufaturado em liga AL 2024-T3 ($E=10.700 \text{ ksi}$, $v_e = 0,3$, $F_{0.7} = 39 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$, $n = 11,5$) está sujeito à compressão uniaxial. A placa, de espessura 0,070 in, está simplesmente apoiada nos bordos carregados e fixa a reforçadores tipo chapéu nos bordos descarregados. Estes podem mover livremente na direção transversal. Nestas condições, pede-se:

- Qual a tensão de flambagem da placa?
- Qual é a carga total (kips) que a placa carrega quando a tensão nos reforçadores chapéu, manufaturados do mesmo material, for 50 ksi?

1.7 REFERÊNCIAS

- 1.1 Timoshenko, S.P. & Gere, J.M.: *Theory of Elastic Stability*, McGraw-Hill, New York, NY, 1961.
- 1.2 Chajes, A.: *Principles of Structural Stability Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1974.
- 1.3 Rivello, R.M.: *Theory and Analysis of Flight Structures*, McGraw-Hill, New York, 1969.
- 1.4 Donnell, L.H.: *Beams, Plates and Shells*, McGraw-Hill, New York, 1976.
- 1.5 Gerard G. & Becker, H.: *Handbook of Structural Stability*, NACA Tech. Note 3781, 1957.
- 1.6 Hubolt, J.C. & Stowel, E.Z.: *Critical Stress of Plate Columns*, NACA Tech. Note 2163, 1950.

- 1.7 Stein M. & Neff, J.: Buckling Stresses of Simply Supported Rectangular Plates in Shear, *NACA Tech. Note* 1222, 1947.
- 1.8 Kuhn, P., Peterson, J.P. & Levin, L.R.: A Summary of Diagonal Tension, pt I, Vol. I: Methods of Analysis, *NACA Tech. Note* 2661, 1952.
- 1.9 Noel, R.G.: Elastic Stability of Simply Supported Flat Rectangular Plates Under Critical Combinations of Longitudinal Bending, Longitudinal Compression, and Lateral Compression. *J. Aero. Sci.*, vol. 19, no. 12, Dec 1952, pp. 829-834.
- 1.10 Johnson, A.E.Jr. & Buchert, K.P.: Critical Combinations of Bending, Shear, and Transverse Compressive Stresses for Buckling of Infinitively Long Plates. *NACA Tech. Note* 2536, 1951.
- 1.11 Batdorf, S.B. & Houbolt, J.C.: Critical Combinations of Shear and Transverse Direct Stress for Infinitely Long Flat Plate with Edges Elastically Restrained Against Rotation, *NACA Tech. Report* 847, 1946.
- 1.12 Batdorf, S.B. & Stein, M.: Critical Combinations of Shear and Direct Stresses for Simply Supported Rectangular Plates, *NACA Tech. Note* 1223, 1947.
- 1.13 Johnson J.H., Jr.: Critical Buckling Stresses of Simply Supported Flat Rectangular Plates Under Combined Longitudinal Compression, and Shear. *J. Aeron. Sci.*, June 1954.
- 1.14 Bleich, F.: *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill, New York, 1952.
- 1.15 Douglas Structural Design Manual, Vol. I, Section B-7 Plate Buckling, McDonnell Douglas Corporation, Aug. 1982.
- 1.16 *Boeing Design Manual*, BDM-6520, Buckling of Flat Plates, The Boeing Co., Seattle, Aug 1995
- 1.17 NASA, *Aeronautics Structures Manual*, Vol. 2, Section C.1, Structures and Propulsion Laboratory, NASA Marshall Space Flight Center, AL 35812, August 1975 – também disponível para download em <http://trs.msfc.nasa.gov/mtrs/75/tmx73306v2p7.pdf>
- 1.18 Argyris, J.H. & Dunne, P.C.: Handbook of Aeronautics, no. 1, Structural Principles and Data, part 2: Structural Analysis, 4th ed., Pitman, New York, 1952.
- 1.19 Koiter, W.T.: The Effective Width of Flat Plates for Various Longitudinal Edge Conditions at Loads far Beyond the Buckling Load, *Natl. Luchtvaart Lab (NLL) Rept. S287*, 1946.
- 1.20 Marguerre, K.: The Apparent Width of the Plate in Compression, *NACA Tech. Memorandum* 833, 1937.
- 1.21 Van der Neut, A.: Post-buckling Behavior of Structures, *AGARD Report* 60, 1956.
- 1.22 Von Karman, T., Sechler, E.E. & Donnell, L.H.: The Strength of Thin Plates in Compression, *Transactions, ASME*, Vol. 54, 1932.
- 1.23 Niu, M. C.-Y.: *Airframe Stress Analysis and Sizing*, Commilit Press, 2nd ed., Hong Kong, 2001
- 1.24 Flabel, J. C.: *Practical Stress Analysis for Design Engineers: Design & Analysis of Aerospace Vehicle Structures*, Lake City Pub Co., 1997.
- 1.25 Winter, G.: Strength of Thin Steel Compression Flanges, *Transactions, ASCE*, Vol. 112, 1947.
- 1.26 Gerard, G.: The Crippling Stress of Compression Elements, *J. Aeronautical Sciences*, Vol 25, no. 1, pp. 37-52, January 1958.

CAPÍTULO 2

ESTABILIDADE E FALHA DE COLUNAS DE PAREDES FINAS E PAINÉIS REFORÇADOS

ÍNDICE DE SEÇÕES

2.1	INTRODUÇÃO	2.4
2.2	ESTABILIDADE SECUNDÁRIA DE COLUNAS	2.5
	EXEMPLO 2.1	2.8
2.3	RESTRIÇÕES PROVIDAS POR LÁBIOS E BULBOS	2.9
2.4	FALHA LOCAL DE COLUNAS DE PAREDES FINAS	2.10
2.5	O MÉTODO DE NEEDHAM PARA FALHA LOCAL	2.13
2.6	O MÉTODO BOEING PARA FALHA LOCAL	2.15
	EXEMPLO 2.2	2.17
2.7	O MÉTODO DE GERARD PARA FALHA LOCAL	2.20
	EXEMPLO 2.3	2.22
	EXEMPLO 2.4	2.23
	EXEMPLO 2.5	2.23
2.8	FALHA DE COLUNAS DE PAREDES FINAS	2.24
	EXEMPLO 2.6	2.26
2.9	FLAMBAGEM LOCAL DE PAINÉIS REFORÇADOS EM COMPRESSÃO	2.27
2.10	FALHA LOCAL DE PAINÉIS REFORÇADOS – MÉTODO DE GERARD	2.30
	EXEMPLO 2.7	2.32
2.11	FALHA LOCAL DE PAINÉIS REFORÇADOS – MÉTODO BOEING	2.32
	EXEMPLO 2.8	2.35
2.12	FLAMBAGEM ENTRE REBITES E ENRUGAMENTO DO REVESTIMENTO	2.36
	EXEMPLO 2.9	2.46
	EXEMPLO 2.10	2.47
2.13	FALHA DE PAINÉIS REFORÇADOS	2.49
	EXEMPLO 2.11	2.61
	EXEMPLO 2.12	2.62
2.14	EXERCÍCOS	2.63
2.15	REFERÊNCIAS	2.69

ÍNDICE DE FIGURAS

2-1	CURVA DE COLUNA TÍPICA PARA SEÇÃO DE PAREDES FINAS	2.4
2-2	REFORÇADORES EXTRUDADOS E CONFORMADOS TÍPICOS	2.5
2-3	COLUNA COM SEÇÃO TRANSVERSAL EM ÂNGULO	2.6
2-4	REFORÇADORES COM SEÇÃO EM CANAL E Z	2.7
2-5	REFORÇADORES COM SEÇÃO EM H	2.7
2-6	REFORÇADORES COM SEÇÃO TUBO-RETANGULAR	2.8
2-7	REFORÇADORES COM SEÇÃO CHAPÉU	2.8
2-8	LÁBIO E BULBOS TÍPICOS	2.9
2-9	DIMENSÕES GEOMÉTRICAS DE LÁBIO E BULBO	2.9
2-10	DIMENSÕES MÍNIMAS DE LÁBIO REQUERIDAS PARA QUE O FLANGE FLAMBE COMO PLACA SIMPLESMENTE APOIADA	2.10
2-11	DIMENSÕES MÍNIMAS DE BULBO REQUERIDAS PARA QUE O FLANGE FLAMBE COMO PLACA SIMPLESMENTE APOIADA	2.10
2-12	COMPRIMENTO DE LÁBIO MÍNIMO PARA PRODUZIR AÇÃO DE ALMA EM FLANGE	2.11
2-13	DIÂMETRO MÍNIMO DE BULBO PARA PRODUZIR AÇÃO DE ALMA EM FLANGES	2.11
2-14	DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM COLUNA DE PAREDE FINAS	2.11
2-15	ÂNGULOS DE NEEDHAM COM DUAS, UMA E NENHUMA BORDA LIVRE	2.13
2-16	MÉTODO DE NEEDHAM – TENSÃO DE FALHA ADIMENSIONALIZADA	2.14
2-17	MÉTODO DE NEEDHAM – CARGA DE FALHA ADIMENSIONALIZADA	2.15
2-18	TENSÃO DE FALHA LOCAL PARA SEÇÕES CONFORMADAS. MÉTODO BOEING – MATERIAL CHAPA AL CLAD 2024-T3 – T351	2.18
2-19	TENSÃO DE FALHA LOCAL PARA SEÇÕES EXTRUDADAS. MÉTODO BOEING – MATERIAL AL BARE 2024-T4 - T351X	2.19
2-20	MÉTODO PARA DETERMINAR G DE SEÇÕES TÍPICAS	2.20
2-21	FATOR DE CORREÇÃO β PARA SEÇÕES CONFORMADAS	2.21
2-22	EVOLUÇÃO DAS PARÁBOLAS DE JOHNSON	2.26
2-23	COEFICIENTES DE FLAMBAGEM LOCAL – REFORÇADORES COM SEÇÃO SEM FLANGE	2.28
2-24/25	COEFICIENTES DE FLAMBAGEM LOCAL – REFORÇADORES COM SEÇÃO EM Z	2.29
2-26/27	COEFICIENTES DE FLAMBAGEM LOCAL – REFORÇADORES COM SEÇÃO EM T	2.29
2-28	EXEMPLOS DE DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO G	2.31
2-29	DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES EM PAINÉIS REFORÇADOS SOB CARREGAMENTO DE COMPRESSÃO	2.33
2-30	COMPARAÇÃO ENTRE FLAMBAGEM ENTRE REBITES E ENRUGAMENTO DO REVESTIMENTO	2.37
2-31	IDEALIZAÇÃO DO ENRUGAMENTO DE UM PAINEL REFORÇADO LONGITUDINALMENTE	2.37
2-32	CURVAS ADIMENSIONALIZADAS DE RAMBERG-OSGOOD PARA DETERMINAÇÃO DA TENSÃO DE FLAMBAGEM ENTRE REBITES	2.38
2-33	TENSÃO DE FLAMBAGEM ENTRE REBITES PARA COEFICIENTE DE FIXAÇÃO $C = 4$	2.39
2-34	DEFORMAÇÃO DO FLANGE E DA ALMA NA IDEALIZAÇÃO DO ENRUGAMENTO DE UM REFORÇADOR	2.41
2-35	GRÁFICOS PARA CÁLCULO DA TENSÃO DE FLAMBAGEM POR ENRUGAMENTO	2.42
2-36	CORREÇÃO DE PLASTICIDADE PARA AS TENSÕES CRÍTICA E DE FALHA POR ENRUGAMENTO DE REVESTIMENTO CUJO MATERIAL É REPRESENTADO PELO MODELO DE RAMBERG-OSGOOD	2.43
2-37	VALORES EXPERIMENTAIS DE COEFICIENTES DE FALHA POR ENRUGAMENTO DE PAINÉIS REFORÇADOS	2.43
2-38	DIMENSÕES DE UM PAINEL REVESTIMENTO-REFORÇADOR MONTADO	2.46
2-39	RELAÇÃO CARACTERÍSTICA ENTRE COMPRIMENTO DE FLAMBA E MODO DE FLAMBAGEM	2.50
2-40	RAIO DE GIRAÇÃO DA COMBINAÇÃO REFORÇADOR-ÁREA EFETIVA DE REVESTIMENTO	2.52
2-41	COEFICIENTE PARA CÁLCULO DO MOMENTO DE INÉRCIA MODIFICADO DE REFORÇADOR	2.54
2-42	TENSÃO CRÍTICA PARA PAINÉIS SOB COMPRESSÃO LONGITUDINAL – UM REFORÇADOR LONGITUDINAL	2.55
2-43	TENSÃO CRÍTICA PARA PAINÉIS SOB COMPRESSÃO LONGITUDINAL – DOIS REFORÇADORES LONGITUDINAIS	2.56
2-44	TENSÃO CRÍTICA PARA PAINÉIS SOB COMPRESSÃO LONGITUDINAL – TRÊS REFORÇADORES LONGITUDINAIS	2.57
2-45	TENSÃO CRÍTICA PARA PAINÉIS SOB COMPRESSÃO LONGITUDINAL – INFINITOS REFORÇADORES LONGITUDINAIS	2.58
2-46	TENSÃO CRÍTICA DE PAINÉIS INFINITAMENTE LONGOS SOB COMPRESSÃO LONGITUDINAL	2.59
2-47	TENSÃO CRÍTICA PARA PAINÉIS SOB COMPRESSÃO TRANSVERSAL: TRÊS OU MAIS REFORÇADORES	2.60

2

ESTABILIDADE E FALHA DE COLUNAS DE PAREDES FINAS E PAINÉIS REFORÇADOS

2.1. INTRODUÇÃO

A teoria de colunas do Cap. 2 faz a hipótese que a seção transversal não distorce durante a flambagem ou falha e que o comprimento de onda do modo de flambagem é da ordem do comprimento da coluna (comprimento de semi-onda é L' , o comprimento efetivo). Esta teoria de estabilidade primária, que descreve o comportamento de colunas de seção sólida ou de paredes grossas com precisão, tem de ser re-examinada para colunas de paredes finas.

A carga de falha de colunas de paredes finas também pode ser prevista pela equação de Euler quando L'/ρ é maior do que aproximadamente 80. Quando $L'/\rho < 20$, a coluna de paredes finas flamba por instabilidade local, na qual a seção transversal é distorcida e o comprimento da “flamba” é da ordem de grandeza das dimensões da seção transversal. A falha local ocorre por esmagamento numa tensão abaixo daquela prevista pela teoria do módulo tangente. Este tipo de instabilidade e falha está mais intimamente relacionado ao comportamento de placas do que à ação primária de colunas. Na gama intermediária de, entre 20 e aproximadamente 80, a flambagem e a falha ocorrem por uma combinação dos modos primário e secundário.

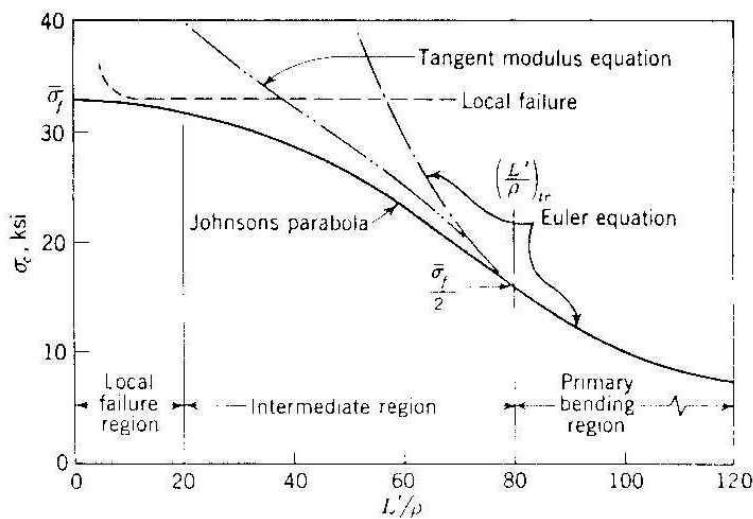


Fig. 2-1 Curva de Coluna Típica para Seção de Paredes Finas

Placas com altos valores de b/t flambah e falham em baixos níveis de tensão, sendo, portanto, ineficientes. Em consequência, reforçadores são normalmente utilizados para reduzir o tamanho do painel e fornecer restrições rotacionais. A teoria de flambagem de placas do Cap. 1 considera que os elementos de placa flambah e falham antes dos membros reforçantes. Entretanto, no projeto ótimo

todos os elementos flambam aproximadamente na mesma tensão, de modo que a placa e os reforçadores têm de ser considerados simultaneamente para a previsão de falha.

Neste capítulo alguns métodos presentes na literatura serão estendidos para a análise da flambagem e da falha de colunas de paredes finas e painéis reforçados. A literatura nestes assuntos é extensa, e um tratamento completo dos tópicos não é o objetivo deste texto.

2.2. INSTABILIDADE SECUNDÁRIA DE COLUNAS

Os reforçadores longitudinais são normalmente fabricados pelo processo de extrusão ou por conformação de chapas. A seção transversal destes membros é normalmente composta de elementos planos de placa, arranjados de forma a compor um ângulo, canal, Z, H ou seção em forma de chapéu, como mostrado na Fig. 2-2. Os elementos de placa podem ser classificados em duas categorias: *flanges*, que têm uma borda livre, e *almas*, que são suportadas em ambas as bordas pelos elementos adjacentes.

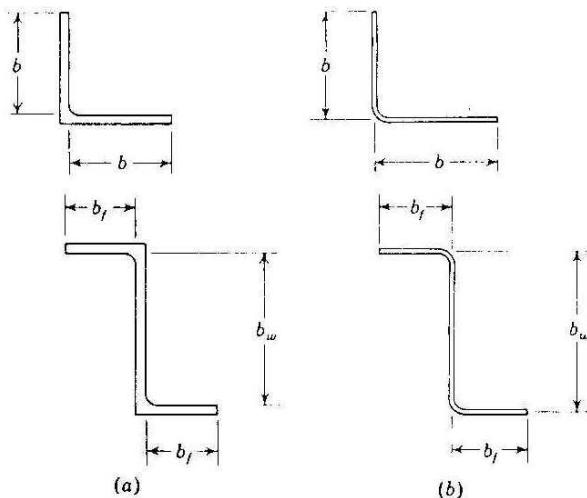


Fig. 2-2 Reforçadores (a) Extrudados e (b) Conformados Típicos

O modo de instabilidade secundária é totalmente distinto daquele primário em flexão. Os elementos de flange e alma da coluna flambam como placas e, em consequência, a seção transversal é deformada. O comprimento de onda das “flambas” é da ordem da largura dos elementos de placa que compõem a seção transversal. A tensão sob a qual a instabilidade secundária, ou local, ocorre é essencialmente independente do comprimento da coluna se o comprimento for maior do que três vezes a largura do maior elemento de placa da seção transversal da coluna, porque nesta condição a placa pode ser considerada longa, com o valor do coeficiente de flambagem praticamente independente de a/b .

Elementos de placa, adjacentes na seção transversal, são usualmente perpendiculares entre si. Em consequência, a rigidez no plano do elemento restringe o deslocamento transversal das bordas dos elementos adjacentes. Além disto, a rigidez em flexão de elementos adjacentes pode fornecer restrições elásticas rotacionais nas bordas. O ângulo entre elementos adjacentes não é um fator crítico, pois uma pesquisa revelou que as tensões de flambagem não se alteram para ângulos entre 30° e 120° .

A instabilidade local ocorre quando o elemento de placa mais fraco que compõe a seção atinge a sua tensão crítica. Os casos mais simples de análise são aqueles em que as propriedades dos elementos são tais que atingem as suas tensões de flambagem simultaneamente. Quando isto ocorre, nenhum dos elementos pode prover restrição rotacional de borda para o elemento adjacente, e todos os elementos se comportam como se fossem simplesmente apoiados ao longo das linhas de junção aos outros elementos (veja Fig. 2-3). Esta situação ocorre para um ângulo, T e seção cruciforme com pernas iguais. Também é o caso de um tubo de seção quadrada com espessura constante.

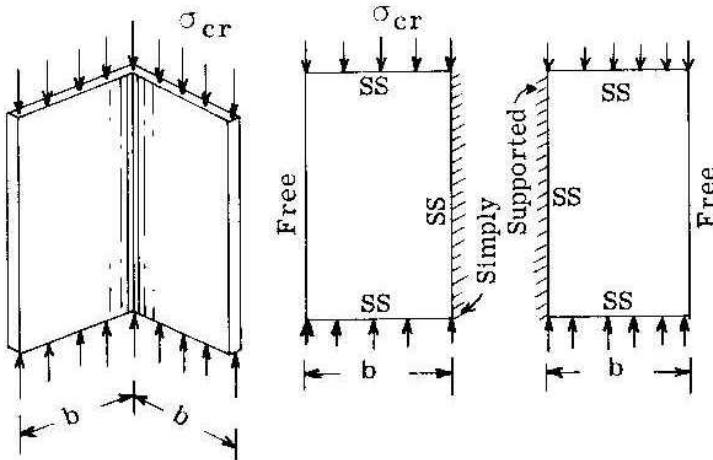


Fig. 2-3 Coluna com Seção Transversal em Ângulo.

Nestes casos, a tensão de flambagem local σ_{cr} pode ser obtida da aplicação direta da teoria de flambagem de placas apresentada no Cap. 1. A equação para flambagem elástica de placas em compressão é

$$\sigma_{cr} = \frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (5.32)$$

O coeficiente de flambagem para placas longas ($a/b > 3$) simplesmente apoiadas é $k = 4$. O coeficiente de flambagem para flanges simplesmente apoiados é $k = 0,43$. Consequentemente, se a razão de Poisson for fixada em 0,3, para reforçadores com seções em ângulo, T e cruciforme com pernas iguais, a tensão de flambagem local é dada por

$$\sigma_{cr} = \frac{0,43\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 0,388E \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.1)$$

A tensão de flambagem local de tubos de seção quadrada e espessura constante é dada por

$$\sigma_{cr} = \frac{4\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = 3,617E \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.2)$$

Se a flambagem se der no regime inelástico, utiliza-se os dados presentes na literatura para a correção de plasticidade em tubos e flanges.

Seções extrudadas contém filetes na parte interior dos cantos, os quais fornecem uma pequena restrição rotacional na borda, o que não ocorre em seções conformadas. Uma maneira de levar este fato em consideração de forma aproximada é medir a largura b como uma dimensão interior para extrusões e uma dimensão até a linha média para seções conformadas, como mostrado na Fig. 2-2.

Se a razão entre a espessura e largura de almas e flanges for tal que todos os elementos de placa flambam simultaneamente, o cálculo da tensão de flambagem local de tal coluna também é simples. A condição que deve ser satisfeita pelos elementos de placa que compõem a seção é:

$$0,388 \left(\frac{t_{\text{flange}}}{b_{\text{flange}}} \right)^2 = 3,617 \left(\frac{t_{\text{alma}}}{b_{\text{alma}}} \right)^2 \quad (2.3)$$

Quando a relação 2.3 não é satisfeita, a flambagem dos elementos da seção não se dá simultaneamente. Em consequência, os elementos mais fortes fornecem restrições rotacionais nas bordas que têm em comum com os elementos mais fracos e a tensão de flambagem do elemento mais fraco é aumentada (em relação à tensão de flambagem do elemento tomado de forma isolada). Se esta restrição elástica rotacional, que é desconhecida, pudesse ser achada em termos dos coeficientes μ (ou ϵ) como mostrado no Cap. 2, os coeficientes de flambagem poderiam ser obtidos das curvas apresentadas naquele capítulo. De uma maneira geral, entretanto, as tensões de flambagem local neste caso são difíceis de serem obtidas. Métodos teóricos para o cálculo da tensão de flambagem local de seções alma-flange generalizadas podem ser encontradas na literatura.

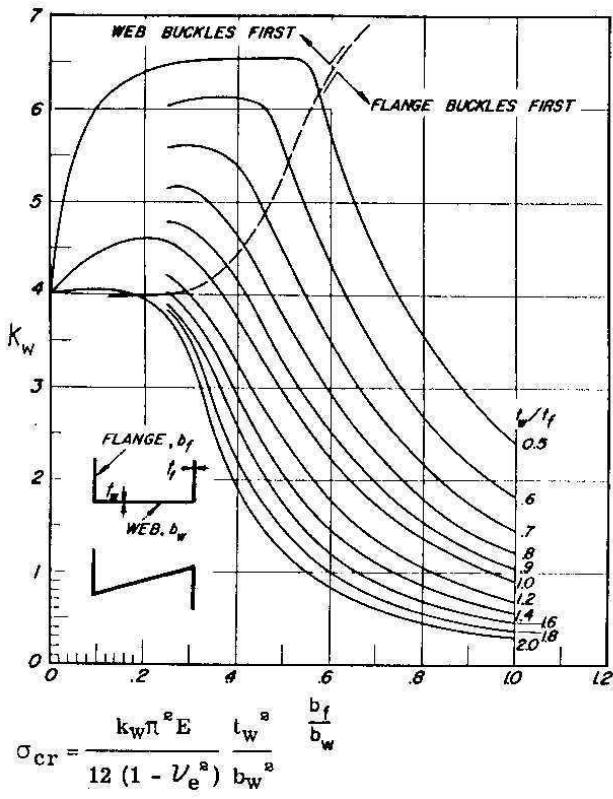


Fig. 2-4 Reforçadores com Seções em Canal e Z

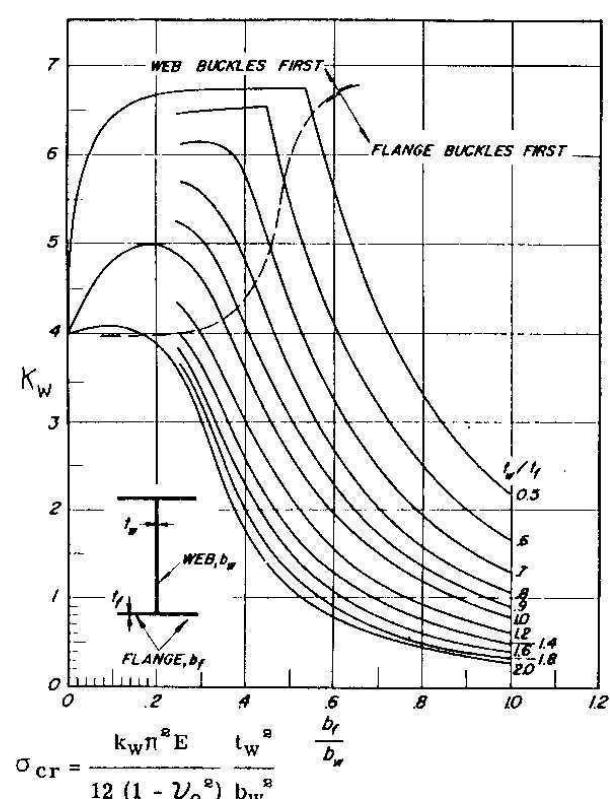


Fig. 2-5 Reforçadores com Seções em H

Estes métodos são tediosos para análise de tensão rotineira de seções arbitrárias; entretanto, estes métodos foram utilizados para desenvolver gráficos fáceis de usar. As Figs. 2-4 a 2-7 fornecem o coeficiente de flambagem para reforçadores com seções em canal, Z, H, tubo retangular, e Z com lábios.

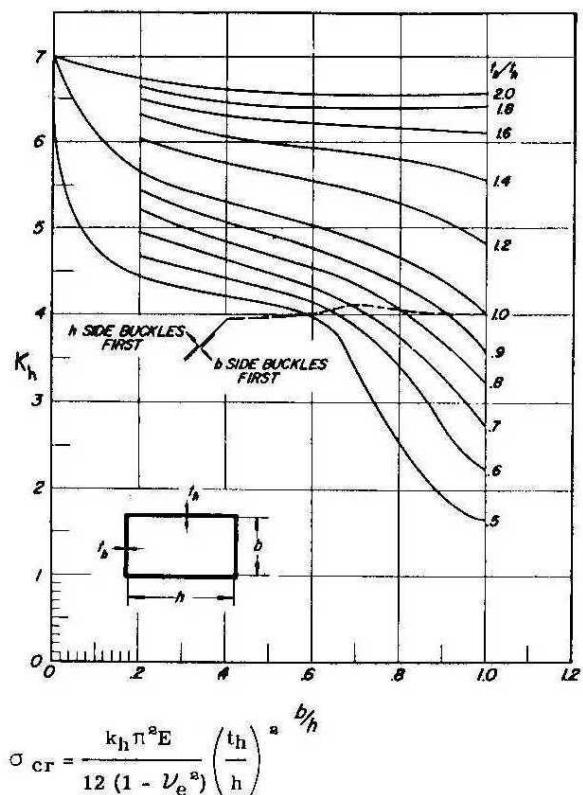


Fig. 2-6 Reforçadores com Seção Tubo-Retangular

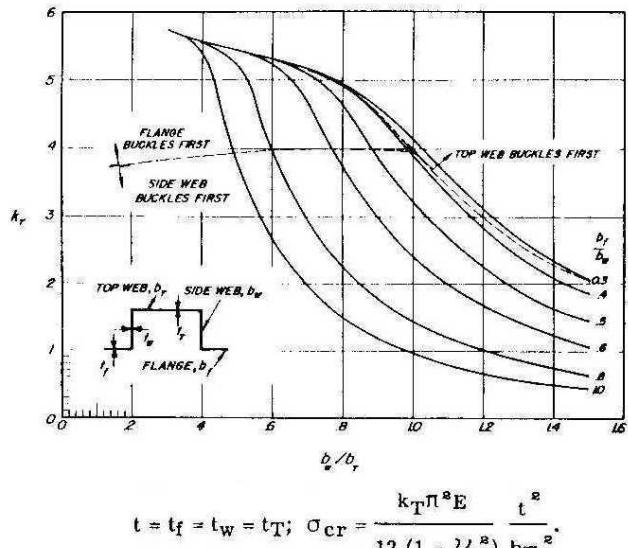
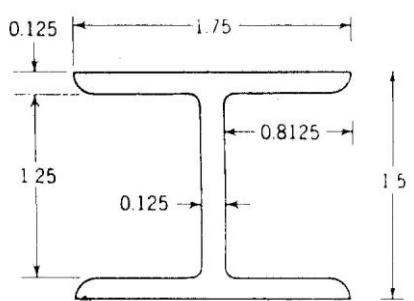


Fig. 2-7 Reforçadores com Seção Chapéu

Nestas curvas está indicado se a alma, ou o flange flamba primeiro. Isto é necessário nos casos em que a tensão de flambagem local calculada ultrapassa o limite de proporcionalidade, pois a correção de plasticidade para um flange é diferente daquela para uma alma. Se uma correção de plasticidade é necessária, basta dividir a tensão crítica calculada por $F_{0.7}$ e utilizar os dados da literatura.

Exemplo 2.1



Determine a tensão de flambagem local da coluna com seção em H dada na figura e manufaturada em extrusão de liga de alumínio 7075-T6 ($E = 10.500 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 72 \text{ ksi}$, $n = 16,6$).

Solução:

Como a seção é extrudada, as dimensões das larguras têm de ser tomadas interiormente:

$$b_f = 0,8125 \text{ in}; b_w = 1,5 - 2 \times 0,125 = 1,25 \text{ in}$$

$$b_f / b_w = 0,8125 / 1,25 = 0,65 \text{ e } t_f / t_w = 1 \Rightarrow \text{Fig. 2-5} \Rightarrow k_w = 1,75 \\ (\text{flange flamba primeiro})$$

$$\{k_w \pi^2 E / [12(1 - \nu_e^2) F_{0.7}] \} (t_w / b_w)^2 = \{1,75 \pi^2 10.500 / [12 \times 0,91 \times 72]\} (0,125 / 1,25)^2 = 2,31$$

Com este valor e $n = 16,6$, a extração para flanges fornece $F_{cr}/F_{0.7} = 1,06$, de modo que $F_{cr} = 1,06 \times 72 = 76,3 \text{ ksi}$.

2.3. RESTRIÇÕES PROVIDAS POR LÁBIOS E BULBOS

É muito comum, em seções conformadas de uso aeronáutico, o flange ser bastante estreito, como mostrado na Fig. 2-8a. Por outro lado, bulbos são freqüentemente utilizados em seções extrudadas, como mostrado na Fig. 2-8b. A questão que então é levantada é se o lábio, ou o bulbo, é suficientemente grande para prover apoio simples ao elemento de placa adjacente. Uma vez que o coeficiente de flambagem é 4,0 para almas e 0,43 para flanges, o uso de um pequeno lábio, ou bulbo, pode aumentar o valor do coeficiente de flambagem substancialmente acima de 0,43 e assim produzir um projeto mais eficiente. O problema da determinação das dimensões de um lábio ou bulbo para prover uma condição de suporte pelo menos de apoio simples para o elemento adjacente foi investigado teoricamente por Windenburg (Ref. 2-10). Os resultados deste estudo dão o seguinte critério de projeto:

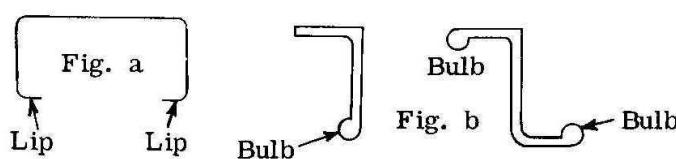


Fig. 2-8 Lábio (a) e Bulbos (b) Típicos

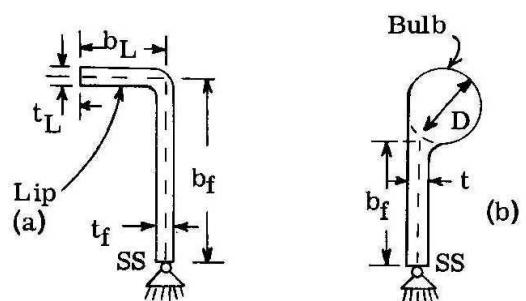


Fig. 2-9 Dimensões Geométricas de (a) Lábio e (b) Bulbo

$$2,73 \frac{I_L}{b_f t^3} - \frac{A_L}{b_f t} \geq 5 \quad (2.4)$$

onde I_L e A_L são, respectivamente, o momento de inércia e área, do lábio ou bulbo (veja Fig. 2-9).

Da Fig. 2-9a, para o lábio, vem que $A_L = b_L t$ e $I_L = tb_L^3/3$. A substituição destes valores na Eq. (2.4) fornece uma relação entre as dimensões para o lábio

$$0,910 \left(\frac{b_L}{t} \right)^3 - \frac{b_L}{t} = 5 \frac{b_f}{t} \quad (2.5)$$

Para determinar b_L e t , um requisito adicional é especificado, qual seja, que a tensão de flambagem do lábio seja superior ou igual àquela do elemento de placa adjacente. Para $v = 0,3$, pode-se usar a Eq. 2-3 para este fim

$$0,388 \left(\frac{t_L}{b_L} \right)^2 \geq 3,617 \left(\frac{t_f}{b_f} \right)^2 \quad (2.6)$$

Das Eqs. (2.5) e (2.6) obtém-se a seguinte relação

$$\frac{b_L}{t_L} \leq 0,328 \frac{b_f}{t_f} \quad (2.7)$$

A Fig. 2-10 mostra os resultados em forma de curva.

Um bulbo é freqüentemente utilizado em seções extrudadas para tornar um bordo livre mais rígido, como ilustrado na Fig. 2-9b. O momento de inércia da área do bulbo em torno da linha central do elemento de placa é

$$I = \frac{\pi D^4}{64} + \frac{\pi D^2}{4} \left(\frac{D-t}{2} \right)^2 \quad (2.8)$$

Como no caso do lábio, a tensão de flambagem do bulbo deve ser maior ou igual à tensão de flambagem do elemento de placa adjacente, o que dá

$$\left(\frac{D}{t} \right)^4 - 1,6 \left(\frac{D}{t} \right)^3 - 0,374 \left(\frac{D}{t} \right)^2 \geq 7,44 \frac{b_f}{t} \quad (2.9)$$

A Eq. (2.9) está representada graficamente na Fig. 2-11.

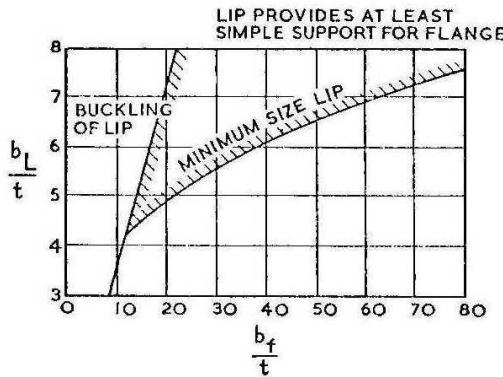


Fig. 2-10 Dimensões Mínimas de Lábio Requeridas para que o Flange Flambe como Placa Simplesmente Apoiada

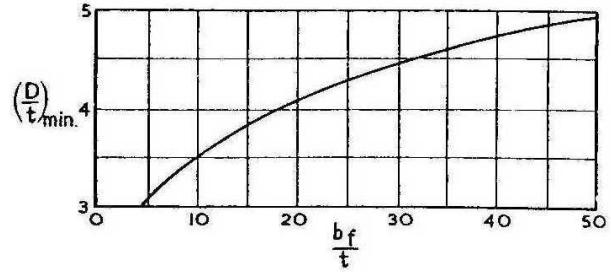


Fig. 2-11 Dimensões Mínimas de Bulbo Requeridas para que o Flange Flambe como Placa Simplesmente Apoiada

As curvas das Figs. 2-12 e 2-13 foram derivadas por Gerard, para o mesmo fim. Conhecido b_f/t , as curvas fornecem os valores de b_L/b_f e D/t necessários para que o flange adquira uma condição de alma. As curvas também podem ser utilizadas para determinar $\varepsilon_{cr} = \{k\pi^2/[12(1-\nu^2)]\}(t/b_f)^2$ do flange quando as proporções do lábio/bulbo não são suficientes para prover ação de alma.

2.4. FALHA LOCAL DE COLUNAS DE PAREDES FINAS

Foi apontado previamente que quando uma placa flamba elasticamente, a tensão de falha é maior do que σ_{cr} . Como seria de se esperar, o mesmo é verdadeiro para uma coluna de paredes finas curta, quando a seção transversal consiste de elementos planos de placa. Quando os cantos de uma seção de paredes finas em compressão são restritos de forma a não poderem se deslocar lateralmente, o material no canto pode continuar a ser carregado após ter ocorrido a flambagem. Quando a tensão nos cantos ultrapassa a tensão de falha, a seção perde a sua habilidade em resistir a qualquer carga adicional. A tensão de falha de tal coluna é independente do comprimento quando este é maior do que três vezes a largura do elemento de placa mais largo e $L'/\rho < 20$ (Fig. 2-1). A tensão média de falha nestas condições é conhecida como *tensão de falha local* ou *crippling* e será designada aqui por F_{cc} . A

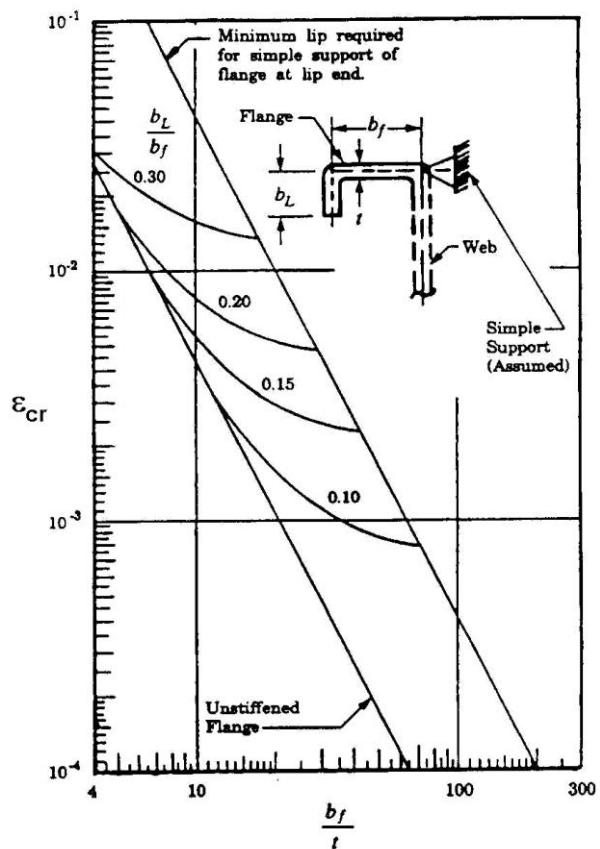


Fig. 2-12 Comprimento de Lábio Mínimo para Produzir Ação de Alma em Flange

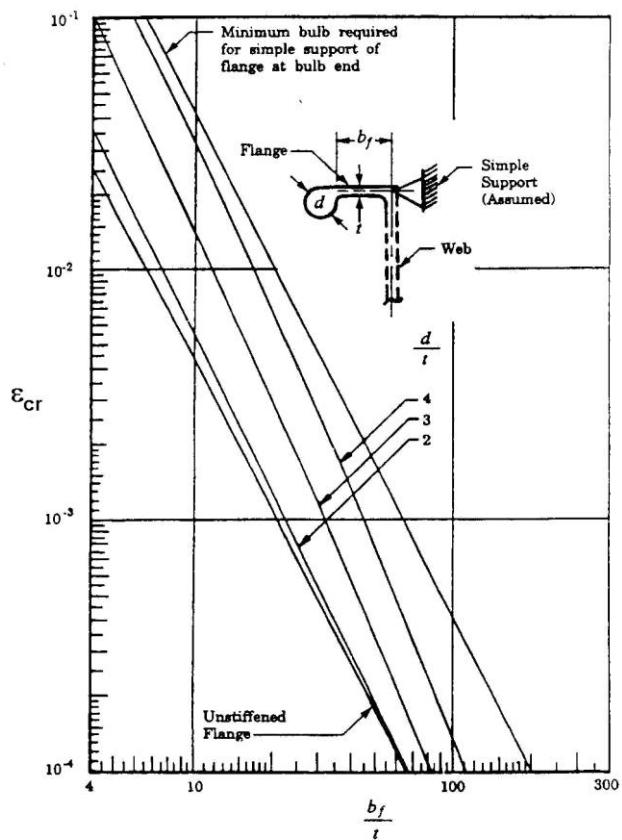


Fig. 2-13 Diametro Mínimo de Bulbo para Produzir Ação de Alma em Flanges

A Fig. 2-14a mostra a distorção da seção transversal ao longo de um comprimento de onda numa seção de paredes finas típica. A Fig. 2-14b mostra a distribuição de tensões sobre a seção transversal um pouco antes da falha.

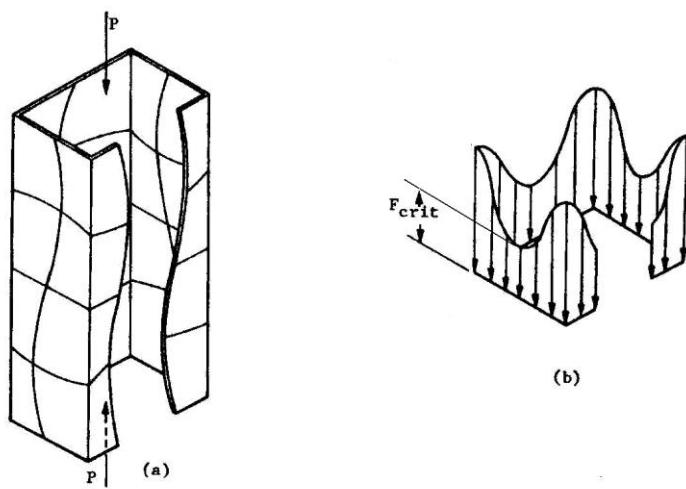


Fig. 2-14 Distribuição de Tensões em Coluna de Paredes Finas

Quando a carga na seção é aumentada, as “flambas” nas porções planas aumentam, mas a maior parte da carga é transferida para a muito mais rígida região na vizinhança dos cantos, até que a intensidade de tensão alcance um valor alto o bastante, para causar deformação suficiente para precipitar a falha.

A falha local em compressão é então definida como uma distorção inelástica da seção transversal do elemento estrutural em seu próprio plano, resultando em deformação permanente. Este comportamento é um dos mecanismos de falha mecânica mais comum encontrado em estruturas submetidas a cargas de compressão. O conceito de tensão média de falha local é um artifício introduzido para permitir um tratamento analítico simplista de um problema altamente complexo. A falha local envolve flambagem elástica ou inelástica dos membros menos estáveis e sempre envolve a compressão axial inelástica das porções mais estáveis da seção. Ao contrário do que ocorre na flambagem elástica inicial, as deformações induzidas pela falha local não desaparecem quando o membro é descarregado. Embora a falha local, por si, não necessariamente induz uma translação lateral da seção, a perda de rigidez que ocorre à medida que as “flambas” associadas ao modo de falha local se desenvolvem, tipicamente resultará em outros modos de falha que são iniciados sob cargas máximas menores daquelas sob as quais ocorreria a falha por flambagem inelástica dos elementos individuais. Isto é particularmente verdadeiro para formas da seção transversal como certos ângulos e Ts, que são freqüentemente escolhidas como espécimes para ensaios de falha local, que tipicamente falham por instabilidade torsional.

É significativo notar que uma seção estrutural constituída de elementos que flambam em comprimentos iguais, falhará sob uma carga menor do que uma seção similar constituída de elementos que flambam em comprimentos de onda distintos. Por outro lado, a carga sob a qual um elemento flamba e a razão de mudança da amplitude do deslocamento em relação à carga, é influenciada pela rigidez torsional provida pelos elementos adjacentes. Os tratamentos paramétricos hoje existentes para a análise, entretanto, não dão indicações sobre estas características.

Uma solução teórica para a tensão de falha local para todos os tipos de formas não existe, uma vez que a restrição de fronteira entre elementos de flange e placa é desconhecida, assim como é pouco compreendida a forma como a tensão aumenta nas regiões dos cantos. Stowell (Ref. 2.11) desenvolveu uma teoria para determinar F_{cc} para seções cruciformes que apresentou boa correlação com dados experimentais. As deflexões de flexão tornam-se grandes depois que os flanges flambam, e a falha ocorre quando a tensão no bordo apoiado dos flanges atinge a tensão de escoamento F_{cy} . O comportamento não-linear, associado a grandes deslocamentos e plasticidade, impediu o desenvolvimento de uma solução teórica geral satisfatória, para seções arbitrárias. Foram realizados muitos trabalhos experimentais para a determinação de F_{cc} para seções transversais e materiais específicos, e esta massa de dados tem sido utilizada para a derivação de métodos semi-empíricos.

Não há método de uso universal na indústria. De fato, cada indústria adapta os métodos existentes para as seções transversais que mais utiliza (há indústrias que preferem trabalhar com perfis J, outras com perfis Z, etc), efetuando seu próprio programa de ensaios para o ajuste semi-empírico.

Neste capítulo serão apresentados três métodos: o método de Gerard (Ref. 2.4, 2.5, 2.6 e 2.13), que mais serve para fins acadêmicos e os métodos dos ângulos ou de Needham (Ref. 2.12) e da Boeing (Ref. 2.14), praticados na indústria. Uma alternativa para estes últimos, entre várias disponíveis, pode ser encontrada na Ref. 2.22.

2.5. O MÉTODO DE NEEDHAM PARA FALHA LOCAL

Este método, também conhecido como o Método dos Ângulos, foi derivado por Needham para seções conformadas em alumínio. Neste método a seção é dividida em ângulos iguais ou desiguais como ilustrado na Fig. 2-15. A resistência destes elementos de ângulo pode ser determinada teoricamente ou através de ensaios. A resistência última ou resistência de falha pode então ser determinada somando-se as resistências dos elementos de ângulo que compõem a seção.

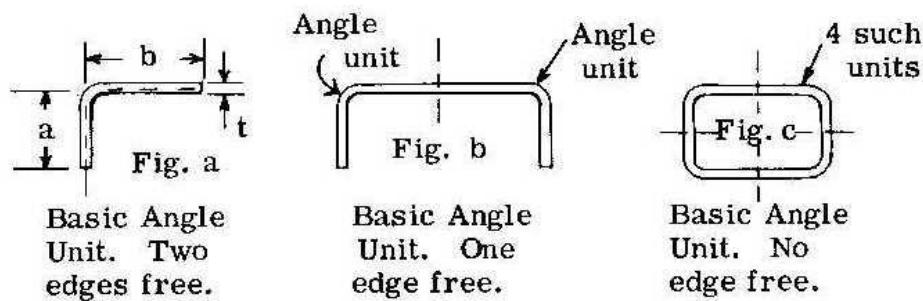


Fig 2-15 Ângulos de Needham com Duas, Uma e Nenhuma Borda Livre

Needham fez um grande número de ensaios em colunas com seções canal e ângulo. A partir de um estudo dos resultados destes ensaios, bem como outros resultados de ensaios publicados para canais, tubos quadrados e retangulares, etc., ele chegou à seguinte equação para a tensão de falha local para seções em ângulo:

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E}} = \frac{C_e}{\left(\frac{b'}{t}\right)^{0,75}} \quad (2.10)$$

onde F_{cc} = tensão de falha local da unidade
 F_{cy} = tensão de escoamento em compressão
 E = módulo de elasticidade
 b'/t = b/t equivalente da unidade = $(a + b)/2t$
 C_e = coeficiente que depende do grau de suporte ao longo das bordas de unidades de ângulo contíguas: $C_e = 0,316$ (duas bordas livres); $C_e = 0,342$ (uma borda livre)
 $C_e = 0,366$ (nenhuma borda livre)

A tensão de falha local, para ângulos, canais, Zs e tubos retangulares, pode ser determinada diretamente da Eq. (2.10). A carga de falha local de uma unidade ângulo é

$$P_{cc} = F_{cc}A \quad (2.11)$$

onde A é a área da unidade.

A tensão de falha local para outras seções estruturais conformadas pode ser determinada dividindo a seção numa série de unidades de ângulo e computando as cargas de falha local para estas unidades

individuais usando a Eq. (2-10) e (2.11). A tensão média para a seção, como um todo, é obtida pela equação

$$F_{cc} = \frac{\sum (\text{cargas de falha local dos ângulos})}{\sum (\text{área dos ângulos})} \quad (2.12)$$

A Fig. 2-16 fornece as curvas para a determinação da tensão de falha local das unidades ângulo, de acordo com a Eq. (2-10) e a Fig. 2-17 fornece as cargas de falha local para estas unidades. Usando estas curvas e a Eq. (2.12) a tensão crítica de formas compostas outras que ângulos, canais, Zs e tubos retangulares, pode ser calculada sem problemas.

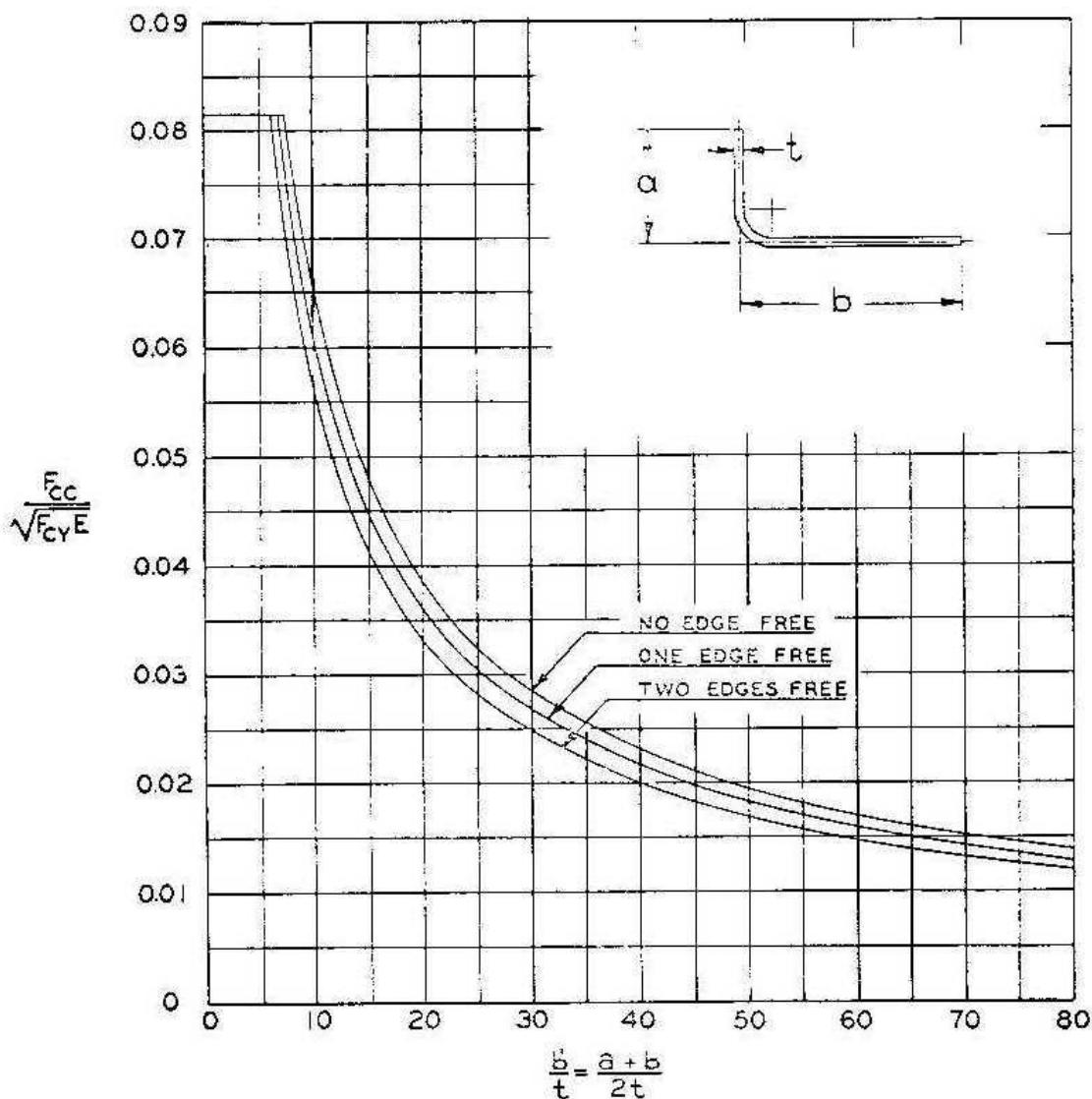


Fig. 2-16 Método de Needham - Tensão de Falha Local Adimensionalizada

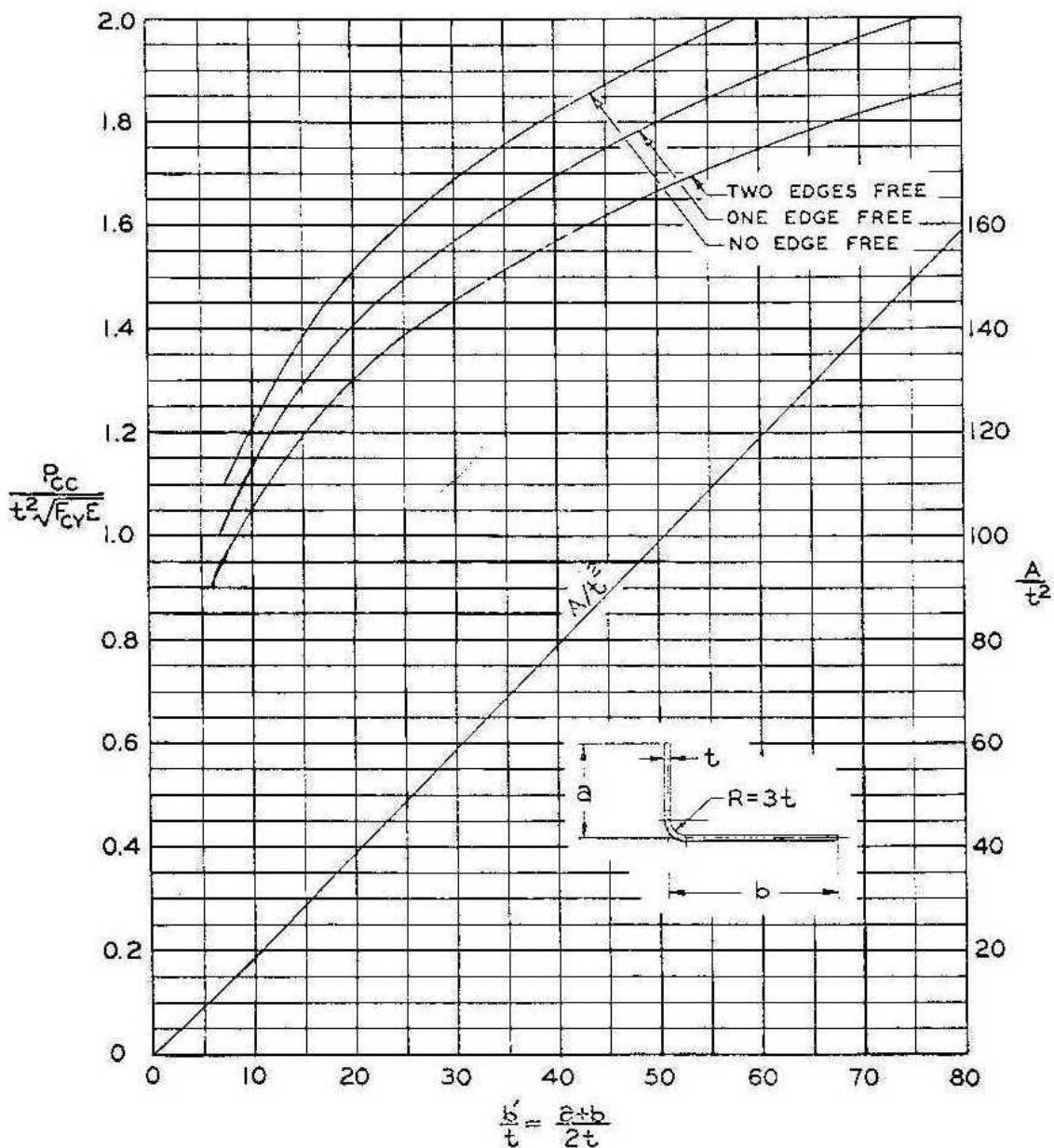


Fig 2-17 Método de Needham - carga de Falha Adimensionalizada

2.6. O MÉTODO BOEING PARA FALHA LOCAL

O tratamento paramétrico que a Boeing dá para o problema é simples e conservativo, uma vez que os parâmetros empíricos foram fixados tipicamente na fronteira inferior das bandas de dispersão dos resultados experimentais, bandas estas bastante largas. A largura das bandas de dispersão, bem como pontos na curva de ensaio, bastante acima da tensão de escoamento em compressão, indicam que seria possível, através de uma abordagem mais precisa para o projeto e análise, eficiências estruturais maiores do que aquelas tipicamente sendo realizadas.

O método da Boeing consiste numa modificação do método de Needham, especificando a tensão de escoamento em compressão como a tensão de corte, ou seja,

$$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E}} = \frac{B_{10}}{(b/10g_f t)^m} \quad (2.13)$$

onde m = inclinação da reta $\log(F_{cc}/\sqrt{F_{cy}E})$ vs $\log(b/g_f t)$

B_{10} = valor de $F_{cc}/\sqrt{F_{cy}E}$ em $b/g_f t = 10,0$

b = largura do segmento

t = espessura do segmento

g_f = termo que distingue as diferenças na estabilidade de segmentos com uma borda livre e segmentos com nenhuma borda livre ($g_f = 1,0$ para uma borda livre)

E = módulo de Young

F_{cy} = tensão de escoamento em compressão

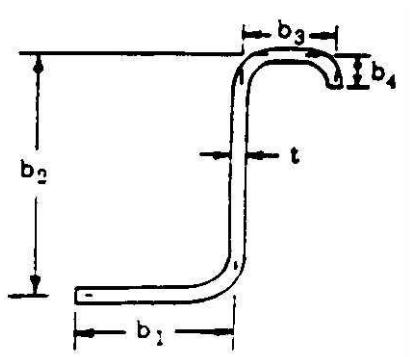
F_{cc} = tensão de falha local

Os parâmetros m , B_{10} e g_f tipicamente caem dentro de um intervalo limitado para a maioria dos materiais. A resistência à falha local para materiais individuais varia de até 10 ou 15 por cento da resistência calculada a partir dos valores médios de m , B_{10} e g_f . Em consequência estes valores médios devem ser utilizados para projeto preliminar, somente. Valores específicos de m , B_{10} e g_f devem ser estabelecidos, para cada material separadamente, quando o projeto final assim o exigir. Seções extrudadas e usinadas e seções conformadas são analisadas de forma análoga. Os parâmetros, entretanto, não são os mesmos.

As seções são analisadas da seguinte forma:

- A seção é dividida em segmentos individuais, como mostrado no esboço abaixo
- A tensão admissível de falha local de cada segmento é achada a partir da curva do material associado

A tensão de falha local para a seção é computada através da equação



$$F_{cc} = \frac{\sum_i F_{cci} b_i t_i}{\sum_i b_i t_i} \quad (2.14)$$

onde

b_1, b_2, \dots = comprimentos dos segmentos individuais

t_1, t_2, \dots = espessura dos segmentos individuais

F_{cci}, F_{cc2}, \dots = tensão de falha local correspondendo aos valores computados de b/t para os segmentos individuais.

A Tabela 2.1 fornece alguns conjuntos de valores para os parâmetros m , B_{10} e g_f . Estes não variam significativamente dentro das gamas normais de variação de temperatura, ou como resultado de variações da tensão de escoamento em compressão de materiais individuais e gamas de tratamentos térmicos. As variações dos coeficientes para diferentes materiais, seja para seções conformadas ou extrudadas ou usinadas, não é grande. Isto permite utilizar valores médios dos coeficientes, para projeto

preliminar, para materiais para os quais os coeficientes ainda não tenham sido levantados a partir de ensaios. Entretanto o usuário deve estar ciente que as tensões de falha local para materiais específicos podem variar em até 15% em relação às estimativas baseadas nos valores médios.

Tabela 2.1 Coeficientes para Falha Local - Método Boeing

Alloy	Temper	Form	m	B ₁₀	g _f [*]
Aluminum 2024	T3, T351, T42	Bare Sheet & Plate	.82	.063	2.5
	T3, T351, T42	Clad Sheet & Plate	.80	.054	3.4
	T4, T351x	Extrusion < .25	.75	.059	2.3
7075	T6, T651	Bare Sheet & Plate	.80	.05275	2.65
	T6, T651	Clad Sheet & Plate	.82	.061	1.9
	T6, T651x	Extrusion < .25 thick	.75	.063	2.3
Titanium ① CP-70A	Annealed	Sheet & Plate	.80	.060	2.7
	Annealed	Sheet	.80	.060	2.7
	Soln. Heat Treat & Age @ 1000°F	Sheet	.80	.060	2.7
Magnesium HK31A-H24 AZ31B-H24 ZK60A		Sheet	.815	.0527	2.7
		Sheet	.78	.053	2.7
	T5	Extrusion	.75	.061	2.7
All ② Average Values		Sheet & Plate	.80	.053	2.7
		Extruded and/or Machined	.75	.061	2.3
* For No Edge Free (g _f = 1.0 for one edge free) ① See discussion of Titanium ② For use in Preliminary Design only					

Gráficos típicos para materiais específicos são apresentados nas Figs. 2-18 e 2-19, para seções conformadas e extrudadas, respectivamente.

Exemplo 2.2

Find: Crippling for the section shown below.

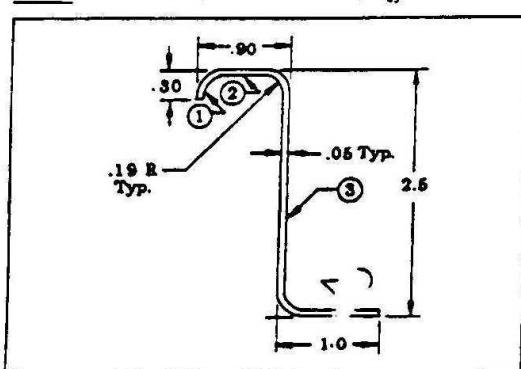
$$\frac{b_L}{t} = \frac{.275}{.05} = 5.5 \quad \frac{b_F}{t} = \frac{.85}{.05} = 17$$

Given: The material is 2024 clad, F_{cy} = 36 ksi.

These values lie within the acceptable range in Fig. 2-10

Step 2: Prepare tabular form and calculate F_{cc}.

The solution of crippling stress lends itself to a tabular format as follows:



Segment	Free Edges	b _n	t _n	b _n /t _n	b _n t _n	F _{ccn} [*]	t _n b _n F _{ccn}
①	1	.275	.05	5.5	.01375	36.	.495
②	0	.85	.05	17.	.04250	36.	1.53
③	0	2.45	.05	49.	.12250	24.5	3.001
④	1	.975	.05	19.5	.04875	19	.926
Σ					22.750		5.952

Step 1: Determine whether the lip segment, ①, provides sufficient stability to the adjacent flange segment.

$$\text{Solution: } F_{cc} = \frac{\sum b_n t_n F_{ccn}}{\sum b_n t_n} = \frac{5.952}{22.750} = 26.16 \text{ ksi.}$$

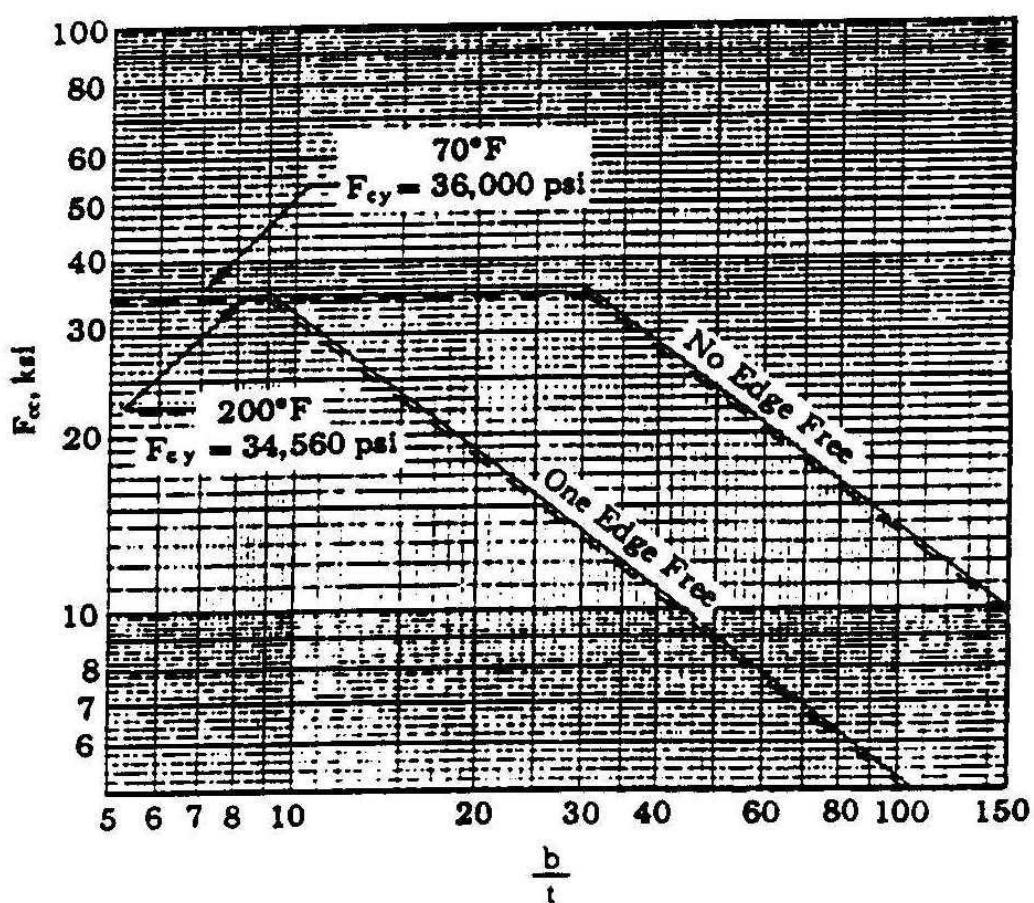
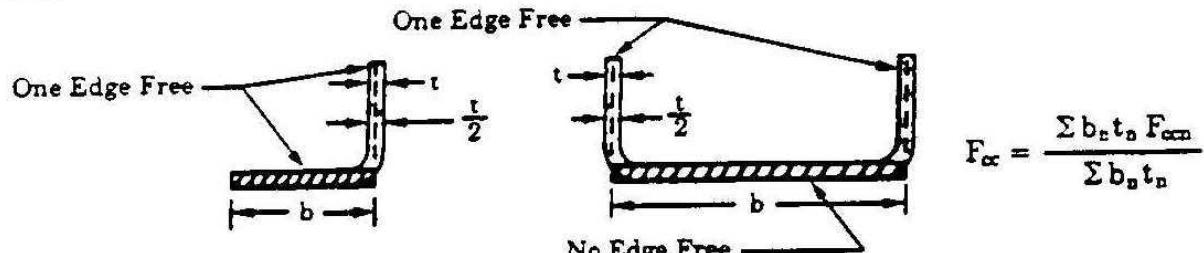


Fig. 2-18 Tensão de Falha Local para Seções Conformadas.
Método Boeing - Material Al Clad 2024-T3. -T351

O tratamento dado a lábios e bulbos é o seguinte. Se as dimensões do lábio forem tais a fornecerem uma condição de apoio simples para o segmento adjacente, o lábio deve ser considerado como um segmento com uma borda livre e o elemento adjacente com nenhuma borda livre (veja o Exemplo 2.2). Caso contrário, o segmento adjacente e o lábio são tratados ambos como segmentos com uma borda livre. No caso do bulbo prover ação de alma, o segmento adjacente não tem borda livre e F_{cc} do bulbo é tomado igual a F_{cy} . Caso contrário, bulbo e flange constituem um único segmento de comprimento $b_F + D$, área $b_F t + \pi D^2/4$ e espessura média $(b_F t + \pi D^2/4)/(b_F + D)$.

Baseado em experimentação extensiva de espécimes de seções extrudadas de liga específica de

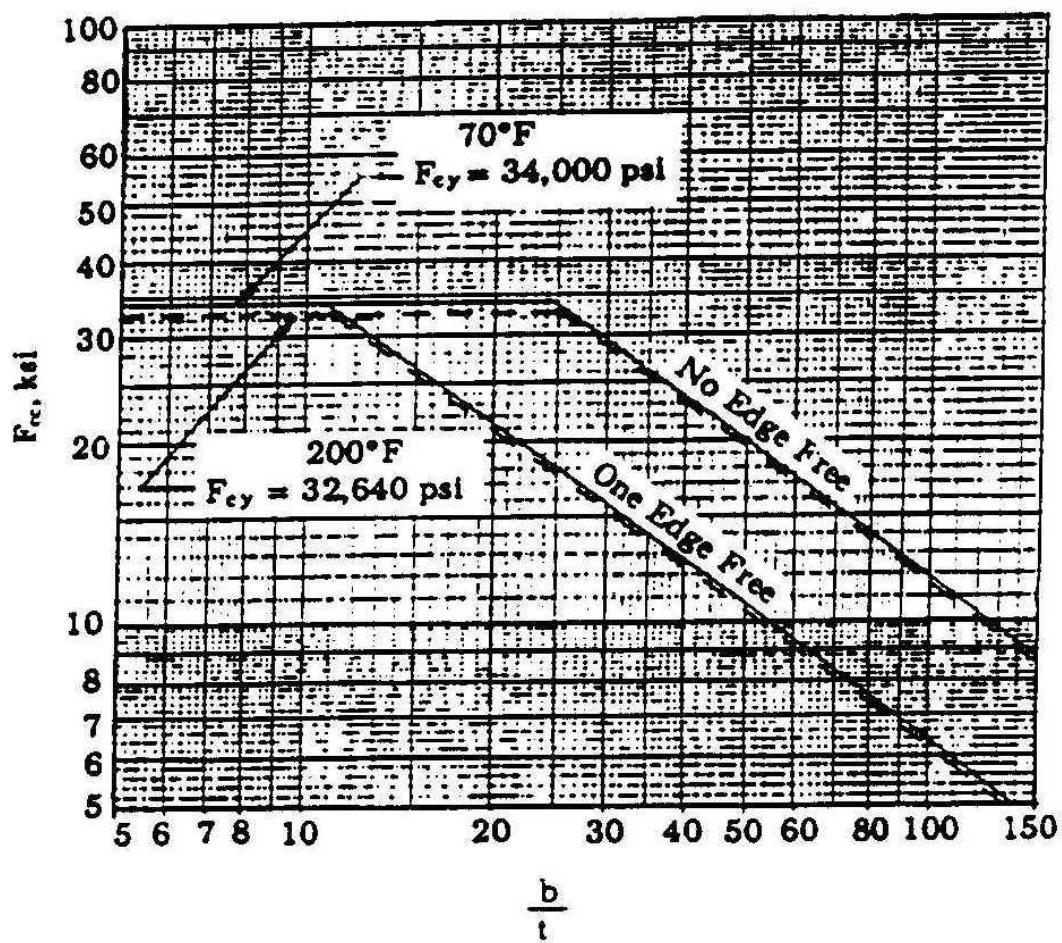
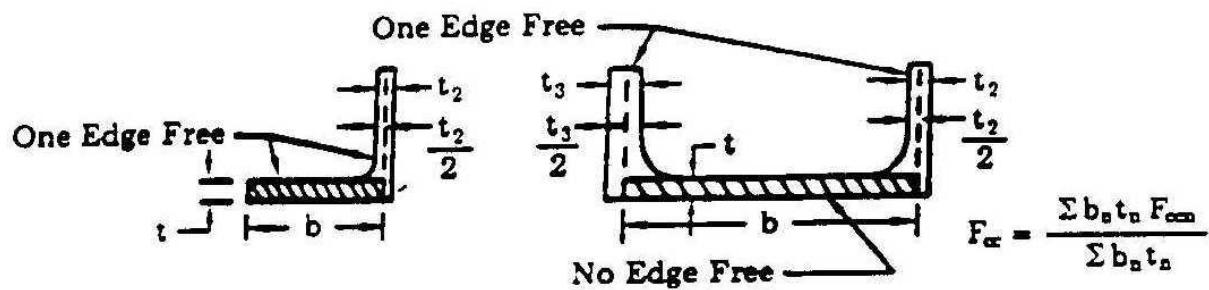


Fig. 2-19 Tensão de Falha Local para Seções Extrudadas
Método Boeing - Al Bare 2024-T4 - T351X

titânio, a Boeing levantou curvas semelhantes aos gráficos das Figs. 2-18 e 2-19 para este material. Duas características são, entretanto, diferentes; a curva não é reta e se estende muito acima da tensão de escoamento em compressão. Acredita-se que este comportamento atípico é devido ao valor mais alto da razão F_{cy}/E e envolve a estabilidade torsional desenvolvida na interseção dos elementos. Isto sugere que outros materiais, que apresentem uma razão incomum entre a resistência e módulo, podem também apresentar comportamento de falha local inesperado.

2.7. O MÉTODO DE GERARD PARA FALHA LOCAL

Provavelmente, a investigação semi-empírica mais completa foi conduzida por Gerard, que estendeu o seu método de predição de cargas de falhas para placas, para colunas de paredes finas e painéis reforçados. Ele estudou os resultados dos testes para muitos materiais e seções transversais à temperatura ambiente e elevada, e concluiu que os resultados poderiam ser correlacionados por uma generalização da forma:

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E}{F_{cy}}} \right]^m \quad (2.15)$$

onde A é a área da seção transversal. O parâmetro g nesta equação é o número de cortes que seriam necessários para reduzir a seção transversal a uma série de flanges, adicionado ao número de flanges que existiriam após os cortes terem sido feitos. A Fig. 2-20 mostra como g é determinado para algumas seções típicas. Os parâmetros β_g e m são constantes empíricas determinadas a partir dos dados de ensaios.

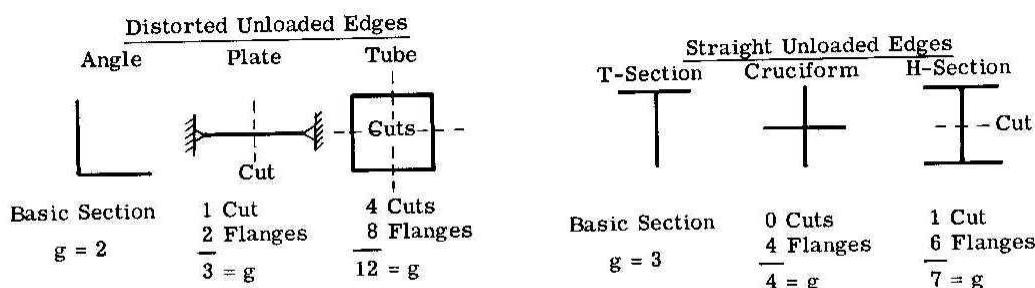


Fig 2-20 Método para Determinar g para Seções Típicas

Para placas com bordas apoiadas e flanges, $A = bt$, e das Eqs. (5.114) e (2.15) acha-se que $\beta_g = \beta/g^m$. Botando que $g = 3$ para uma placa simplesmente apoiada (Fig. 2-20), acha-se da Tabela 5.5 e Eq. (5.115) que a Eq. (2-15) pode ser utilizada para prever F_{cc} para placas se $m = 0,40$ e $\beta_g = 0,65$ para placas com bordas descarregadas retas e $m = 0,85$ e $\beta_g = 0,56$ para placas com bordas livres para distorcer. De uma forma similar, para flanges simplesmente apoiados $g = 1$, de modo que $m = 0,40$ e $\beta_g = 0,67$ para flange com borda suportada reta e $m = 0,80$ e $\beta_g = 0,56$ para flange com borda apoiada livre para distorcer.

Os flanges opostos de seções cruciformes, em T ou H, obrigam as bordas apoiadas a permanecerem retas. Em consequência seria de se esperar que F_{cc} para estas seções seja a mesma do flange com borda apoiada reta. Por outro lado, os flanges de um ângulo não se opõem, e a borda apoiada é livre para distorcer. Seria, portanto, de se esperar que F_{cc} de um ângulo seja a mesma do flange com borda livre para distorcer. Os membros adjacentes de um tubo retangular ou uma seção multi-canto (seção com mais de dois cantos) são perpendiculares entre si e não podem restringir a distorção entre si. Também seria de se esperar que F_{cc} para estas seções seja a mesma de um flange com borda livre para distorcer. Gerard usou este raciocínio e descobriu que era verificado pelo resultado

dos ensaios em laboratório, realizados em seções extrudadas. Entretanto, ele que os dados dos testes em seções de dois cantos, i.e., seções canal e em Z, não correlacionam com a Eq. (2-15). Ele sugeriu que a equação

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta \left[\frac{t^2}{A} \left(\frac{E}{F_{cy}} \right)^{1/3} \right]^{0.75} \quad (2.16)$$

seja usada nestes casos.

Na discussão precedente, todos os efeitos do material estão contidos no parâmetro E/F_{cy} . Resultados experimentais em extrusões com pequenos raios nos cantos se correlacionam bem com as equações empíricas, mas os dados em testes realizados em seções conformadas indicam que o método deve ser modificado para ser aplicado a tais seções. Quando seções conformadas são manufaturadas ocorre um encruamento severo nos cantos, aumentando a tensão de escoamento em relação ao resto da seção se não há tratamento térmico subsequente. Isto afeta F_{cc} uma vez que a falha se dá quando a tensão de escoamento em compressão nos cantos é atingida. Baseado em resultados de testes, Gerard recomenda que β , na Eq. (2.15), seja multiplicado por um fator de correção de encruamento, dado na Fig. 2-21. O fator de correção não é o mesmo para todos os materiais uma vez que as características de encruamento sob trabalho a frio variam. As propriedades aumentadas nos cantos não parecem afetar F_{cc} para seções multi-canto.

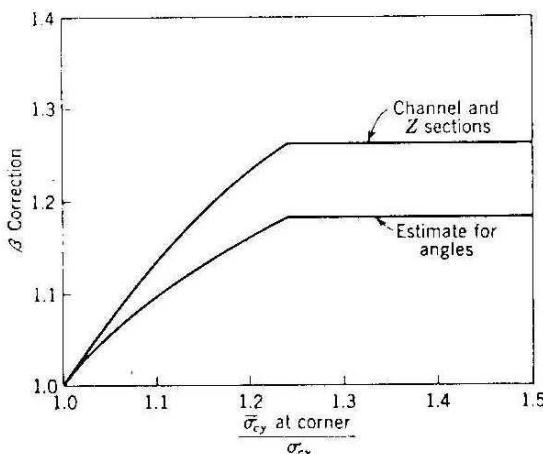


Fig 2-21 Fator de Correção de β para Seções Conformadas

Seções conformadas são freqüentemente manufaturadas de chapas de liga Clad de alumínio. Gerard sugere substituir E por $\bar{\eta}E$ nestes casos, onde $\bar{\eta}$ é o fator de correção de cladding dado pela Tab. 5-3. Quando a espessura de parede de uma seção extrudada não é constante, uma espessura média

$$\bar{t} = \frac{\sum b_i t_i}{\sum b_i} \quad (2.17)$$

deve ser utilizada no lugar de t nas Eq. (2-15) e (2.16). As equações para o método de Gerard, que estão resumidas na Tabela 2-2 para várias seções, concordam com os resultados experimentais com desvios de $\pm 10\%$. Como no caso de placas, as Eqs. (2-15) e (2.16) devem ser aplicadas somente abaixo do valor da tensão de corte, F_{cut} (também dada na Tab. 2-2). Quando o cálculo de F_{cc} a partir das Eqs. (2-15) e (2.16) der um valor maior do que a tensão de corte, a tensão de falha local deve ser tomada como o maior valor entre a tensão de corte e a tensão de flambagem local, como determinada na Seção 2.2

$$F_{cc} = \max[\min(F_{cc}, F_{cut}), F_{cr}] \quad [F_{cc} \text{ como calculado pelas Eqs. (2.15) e (2.16)}] \quad (2.18)$$

Valores de F_{cc} maiores do que determinados pelas Eqs. (2.15), (2.16) e (2.18) somente podem ser utilizados se consubstanciados por testes experimentais específicos (seção e material).

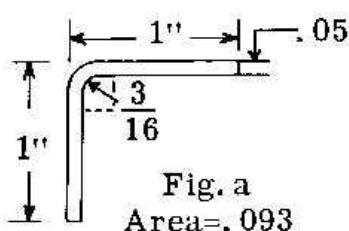
Tabela 2-2 Resumo das Equações e Constantes para o Método de Gerard

Seção	Equação	g	β_g ou β	m	F_{cut}
1. ângulo extrudado	(2.15)	2	0,56	0,85	$0,8F_{cy}$
2. placa, bordas livres para empenar	(2.15)	3	0,56	0,85	$0,9F_{cy}$
3. tubo retangular extrudado	(2.15)	12	0,56	0,85	$0,75F_{cy}$
4. seção multi-canto conformada	(2.15)	*	0,55	0,85	$0,75F_{cy}$
5. placa, bordas retas	(2.15)	3	0,65	0,40	$0,8F_{cy}$
2. T extrudado	(2.15)	3	0,67	0,40	$0,8F_{cy}$
7. cruciforme extrudado	(2.15)	4	0,67	0,40	$0,8F_{cy}$
8. H extrudado	(2.15)	7	0,67	0,40	$0,8F_{cy}$
9. seções de dois cantos	(2.16)	-	3,2	0,75	**

* g = número de cortes mais número de flanges

** $F_{cut} = 2(t/b_w)^{1/3} F_{cy}$

Exemplo 2.3



Ache a tensão de falha local para a seção ângulo de pernas iguais da figura. O material é alumínio 2024-T3 ($E = 10.700\text{ksi}$, $F_{cy} = 40\text{ ksi}$)

a) Solução pelo Método de Needham

$$(a+b)/2t = (1 - 0,025 + 1 - 0,025) / 0,1 = 19,5$$

Fig. 2-16, duas bordas livres $\Rightarrow F_{cc} / (F_{cy}E)^{1/2} = 0,033$

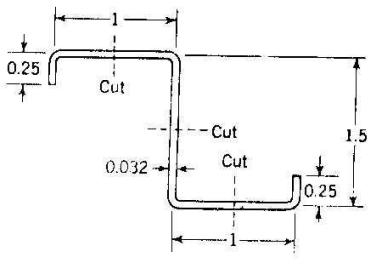
$$F_{cc} = 0,033 (40 \times 10.700)^{1/2} = 21,6\text{ ksi}$$

b) Solução pelo método de Gerard

Caso 4 da Tabela 2.2

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E}{F_{cy}}} \right]^m = 0,55 \left[\frac{2 \times 0,05^2}{0,093} \sqrt{\frac{10.700}{40}} \right]^{0,85} = 0,493 < \frac{F_{cut}}{F_{cy}} \Rightarrow F_{cc} = 19,7\text{ ksi}$$

Exemplo 2.4



Ache a tensão de falha local para a seção da figura. O material é alumínio 2024-T3 ($E = 10.700\text{ksi}$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$)

a) Solução pelo Método de Gerard

Caso 4 da Tabela 2.2 – $g = 3$ cortes + 8 flanges = 11

$$A = (0,25 + 1 + 1,5 + 1 + 0,25) \times 0,032 = 0,128 \text{ in}^2$$

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0,55 \left[\frac{11 \times 0,032^2}{0,128} \sqrt{\frac{10.700}{40}} \right]^{0,85} = 0,750 = \frac{F_{cut}}{F_{cy}} \Rightarrow F_{cc} = 30 \text{ ksi}$$

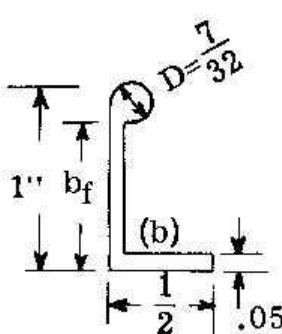
b) Solução pelo Método de Needham

Como a seção é ponto-simétrica é necessário analisar somente a metade.

Unidade	$\frac{b'}{t} = \frac{a+b}{2t}$	Bordas livres	$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E}}$	F_{cc} (ksi)	$A (\text{in}^2)$ $(a+b)t$	$P_{cc} = F_{cc} A$
1	$\frac{0,25 + 0,5}{2 \times 0,032} = 11,72$	1	0,054	35,33	0,024	0,848
2	$\frac{0,5 + 0,75}{2 \times 0,032} = 19,53$	0	0,039	25,77	0,040	1,031
Σ					0,064	1,879

$$F_{cc} = \frac{\sum P_{cc}}{\sum A} = \frac{1,879}{0,064} = 29,4 \text{ ksi}$$

Exemplo 2.5



Ache a tensão de falha local para a seção da figura. O material é extrusão de alumínio 7075-T6 ($E = 10.500\text{ksi}$, $F_{cy} = 70 \text{ ksi}$)

a) Solução pelo Método da Boeing

Da Tabela 2.1: $m = 0,75$, $B_{10} = 0,061$, $g_f = 2,3$

1- Verificação se o bulbo fornece suporte completo:

$$b_f/t = 0,78/0,05 = 15 \Rightarrow \text{Fig. 2-11 : } D_{min}/t = 3,8$$

como $D/t = 7/(32 \times 0,05) = 4,38$ o bulbo fornece apoio completo, e o elemento de comprimento b_f comporta-se como uma alma.

Segmento	$A (\text{in}^2)$	Bordas livres	g_f	b/t	$\frac{F_{cc}}{\sqrt{F_{cy}E}} = \frac{0,061}{(b/10g_f t)^{0,75}}$	F_{cc} (ksi)	$P_{cc} = F_{cc} A$
bulbo	$\pi D^2/4 = 0,0376$	-	-	-	-	70,0	2,632
2	$0,76 \times 0,05 = 0,0380$	0	2,3	15,2	0,0816	70,0	2,660
3	$0,475 \times 0,05 = 0,0238$	1	1	9,5	0,0634	54,4	1,295
Σ	0,0994						6,587

$$F_{cc} = \frac{\sum P_{cc}}{\sum A} = \frac{6,587}{0,0994} = 66,3 \text{ ksi}$$

Solução pelo Método de Gerard:

A questão que se levanta neste exemplo é se a seção em ângulo com bulbo deve ser classificada como ângulo ou como seção de dois cantos, onde o bulbo funciona como uma curta perna grossa de uma seção em C. Classificando a seção como um ângulo extrudado, aplica-se o caso 1 da Tabela 2.1. O parâmetro g é dado pela soma de um corte mais 4 flanges, um dos quais é o bulbo, ou seja, $g = 5$.

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt^2}{A} \right) \sqrt{\frac{E}{F_{cy}}} \right]^m = 0,56 \left[\frac{5 \times 0,066^2}{0,0994} \sqrt{\frac{10500}{70}} \right]^{0,85} = 0,774 < \frac{F_{cut}}{F_{cy}} \Rightarrow F_{cc} = 54,2 \text{ ksi}$$

Na realidade, este cálculo está subestimado porque não foi utilizada a espessura média das paredes da seção, como dada pela Eq. (2.17). Neste caso, entretanto, devido ao fato de que a área do bulbo é substancial em relação à área total, o cálculo da espessura média conforme a Eq. (2.17) daria um valor demasiadamente alto, irreal ($\bar{t} = A / \sum b_i = 0,0994 / (1 + 0,5) = 0,066 \text{ in}$), e F_{cc}/F_{cy} dada pela expressão (2.15) seria maior do que 1, de modo que prevaleceria a tensão de corte $F_{cc} = 56 \text{ ksi}$.

Se a seção é considerada de dois cantos, a Eq. (2.16) fornece

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = \beta \left[\left(\frac{t^2}{A} \right) \left(\frac{E}{F_{cy}} \right)^{1/3} \right]^{0,75} = 3,2 \left[\frac{0,066^2}{0,0994} \left(\frac{10.500}{70} \right)^{1/3} \right]^{0,75} = 1,07 \Rightarrow F_{cc} = 74,9 \text{ ksi}$$

$$\frac{F_{cut}}{F_{cy}} = 2 \left(\frac{t}{b_w} \right)^{1/3} = 2 \left(\frac{0,05}{0,76} \right)^{1/3} = 0,807 \Rightarrow (F_{cc})_{\text{calculado}} > F_{cut} \Rightarrow F_{cc} = F_{cut} = 70 \times 0,807 = 56,5 \text{ ksi}$$

Analizando os resultados obtidos, conclui-se que o método de Gerard deve ser evitado quando são envolvidos bulbos cujas áreas são substanciais se comparadas à área total da seção. O método da Boeing aparenta dar melhores resultados neste caso, porque é capaz de “isolar” a contribuição do bulbo. No método de Gerard esta contribuição tem de ser “distribuída” na seção na forma da Eq. (2.17), que parece ser ineficaz quando a razão entre a área do bulbo para a área total é alta.

2.8. FALHA DE COLUNAS DE PAREDES FINAS

Como mostrado na Fig. 2-1, o modo de falha de uma coluna de paredes finas depende de seu comprimento. Quando $L'/\rho < 20$, ocorre a falha local; esta tensão é essencialmente independente de L'/ρ e é igual a F_{cc} até que o comprimento seja tão curto que $a/b < 1$ para os elementos de placa. Neste ponto, o aumento no coeficiente de flambagem faz com que a tensão de falha cresça como mostrado. Os pequenos valores de L'/ρ nesta região são de pouco interesse prático, entretanto, e F_{cc} fornece uma estimativa conservativa para toda a gama $0 \leq L'/\rho \leq 20$.

Para altos valores de L'/ρ ocorre a instabilidade primária em flexão, onde a tensão de falha é dada pela Equação de Euler. Resultados experimentais correlacionam bem nestas duas faixas, de grandes e baixos valores de L'/ρ . Para razões de esbeltez intermediárias, entretanto, ambas as teorias, a de Euler e a da Falha Local, fornecem valores que são maiores do que aqueles verificados experimentalmente.

Na região intermediária, a falha é uma combinação dos modos primário e secundário de deformação. Na parte inferior da faixa, a falha pode ser iniciada pela flambagem local, que reduz o raio de giração efetivo e causa o colapso da seção reduzida por flexão primária. Na parte superior da faixa, a falha pode iniciar por flambagem primária em flexão, a flambagem local pode se desenvolver no lado comprimido da coluna fletida, e precipitar a falha.

Um modo de instabilidade primária no qual a coluna flete e torce simultaneamente também pode ocorrer nesta faixa intermediária, quando a seção tem baixa rigidez torsional (veja Cap. 3). O comprimento de onda resultante é da ordem do comprimento da coluna; e embora a seção transversal pode empenar para fora de seu plano, a sua forma geométrica em seu plano não muda. Se a seção é duplamente simétrica (ou ponto-simétrica) de forma que o centro de torção e o centróide coincidem, a flambagem pode ocorrer por torsão pura. Como no modo primário de instabilidade por flexão, as tensões de flambagem e de falha no modo flexo-torsional são essencialmente as mesmas. Colunas de paredes finas de seção aberta são particularmente suscetíveis a este tipo de instabilidade, e porque estas seções estão, também, sujeitas à flambagem local, a falha pode ocorrer por uma combinação de flexão, torsão e flambagem local.

A complexidade dos modos de flambagem e de falha que ocorrem na faixa intermediária de L'/ρ , é responsável pela inexistência de desenvolvimento de uma teoria geral satisfatória para esta região. Em consequência, na faixa intermediária são geralmente utilizadas equações empíricas. A parábola de Johnson (seção 2.18) é freqüentemente utilizada de $L'/\rho = 0$ até a razão de esbeltez de transição onde a parábola encontra a curva de Euler (Fig. 2-1). A equação da parábola de Johnson é dada por

$$F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 \right] \quad (2.248a)$$

$$\left(\frac{L'}{\rho} \right) \leq \left(\frac{L'}{\rho} \right)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{co}}} \quad (2.248b)$$

onde F_{co} é o valor da tensão em $L'/\rho = 0$ e $(L'/\rho)_{tr}$ é a razão de esbeltez de transição.

A definição do valor de F_{co} não é uniforme entre as indústrias aeroespaciais. A maioria define F_{co} igual à F_{cc} para as seções sujeitas à flambagem local, de modo que as Eqs. (2.248) ficam

$$F_c = F_{cc} \left[1 - \frac{F_{cc}}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 \right] \quad (2.19)$$

$$\left(\frac{L'}{\rho} \right) \leq \left(\frac{L'}{\rho} \right)_{tr} = \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{cc}}} \quad (2.20)$$

Pode ser notado na Fig. 2-1 que para $L'/\rho < 20$ a curva é praticamente constante. Por esta razão, a Eq. (2.19) pode ser utilizada em todo o intervalo $0 \leq L'/\rho \leq (L'/\rho)_{tr}$.

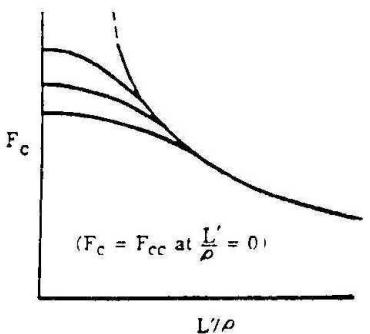
Por outro lado, a Boeing utiliza uma parábola de Johnson levemente modificada:

$$0 \leq \frac{L'}{\rho} \leq 12,5 \Rightarrow F_c = F_{cc} \quad (2.21a)$$

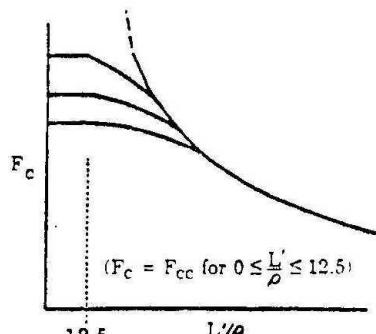
$$12,5 < \frac{L'}{\rho} < \pi \sqrt{\frac{2E}{F_{co}}} \Rightarrow F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}}{4\pi^2 E} \left(\frac{L'}{\rho} \right)^2 \right] \quad (2.21b)$$

onde $F_{co} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2F_{cc}}{\phi}} \right)$ com $\phi = 2E \left(\frac{\pi}{12,5} \right)^2$ (2.21c)

Um esboço das parábolas, padrão e modificada pela Boeing, é apresentado na Fig. 2-22.



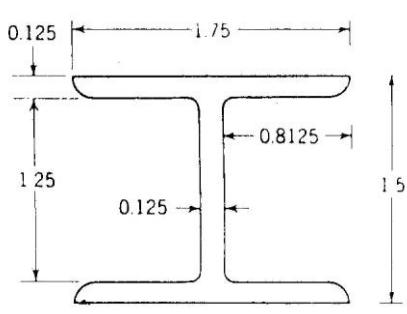
(a) Parábola de Johnson Padrão



(b) Parábola de Johnson Modificada

Fig. 2-22 Evolução das Parábolas de Johnson

Exemplo 2.6



A área da seção transversal da coluna do Exemplo 2.1 é $0,594 \text{ in}^2$ e o momento de inércia mínimo é de $0,1023 \text{ in}^4$. A tensão de escoamento do material em compressão é 70 ksi. Determine a carga de falha da coluna, para comprimentos de 20 in e 40 in, se o coeficiente de fixação (engastamento) é 1,5.

Calculando a tensão de falha local pelo método de Gerard

$$\frac{F_{cc}}{F_{cy}} = 0,67 \left[\frac{7 \times 0,125^2}{0,594} \sqrt{\frac{10.500}{70}} \right]^{0,4} = 0,928$$

Isto excede o valor de corte de 0,8, de modo que, da Eq. (2.18) e do resultado do Exemplo 2.1,

$$F_{cc} = F_{cr} = 76,3 \text{ ksi.}$$

$$\text{O raio de giração é } \rho = \sqrt{I/A} = \sqrt{0,1023/0,594} = 0,415$$

$$\text{e } (L'/\rho)_{tr} = \pi \sqrt{2 \times 10.500 / 76,3} = 52,1$$

a) Coluna de comprimento 20 in

O comprimento efetivo é $L' = 20 / \sqrt{1,5} = 16,33 \text{ in}$ e $L'/\rho = 16,33 / 0,415 = 39,4 < (L'/\rho)_{tr}$ de modo que a parábola de Johnson é aplicável

$$F_c = 76,3 \left[1 - \frac{76,3}{4\pi^2 10.500} 39,4^2 \right] = 54,5 \text{ ksi} \quad \text{que fornece uma carga de falha de}$$

$$P_c = 54,5 \times 0,594 = 32,7 \text{ kips}$$

b) Coluna de comprimento 40 in

O comprimento efetivo é $L' = 40/\sqrt{1,5} = 32,66$ in e $L'/\rho = 78,7 > (L'/\rho)_{tr}$ de modo que a equação de Euler é aplicável

$$P_c = \frac{c\pi^2 EI}{L^2} = \frac{1,5\pi^2 10.500 \times 0,1023}{40^2} = 9,94 \text{ kips}$$

2.9. FLAMABAGEM LOCAL DE PAINÉIS REFORÇADOS EM COMPRESSÃO

Um painel reforçado é uma estrutura composta de uma placa e membros reforçantes. Os reforçadores podem ser usados para aumentar a tensão de flambagem da placa, carregar parte da carga de compressão, ou efetuar ambas estas funções. A tensão de flambagem de uma placa pode ser aumentada reduzindo-se a sua largura, de modo que funcione como uma placa longa com um baixo valor de b/t . Alternativamente, a tensão de flambagem pode ser aumentada reduzindo-se o comprimento da placa de modo que esta se comporte como uma placa-coluna, com um baixo valor de a/t . Reforçadores longitudinais que são paralelos às cargas aplicadas subdividem a placa em painéis com baixos valores de b/t e carregam parte do carregamento aplicado. Reforçadores transversais podem ser usados para dividir a placa em painéis com baixos valores de a/t , mas estes membros são ineficazes no que tange auxiliar na tarefa de resistir à carga aplicada. Reforçadores longitudinais e transversais podem ser utilizados em combinação, para formar uma estrutura reforçada em grelha.

Em aplicações antigas da construção de painéis reforçados, as proporções do revestimento e dos reforçadores eram tais, que os elementos reforçantes eram robustos comparados ao revestimento. Como resultado, o revestimento flambava em tensões muito mais baixas do que os elementos reforçantes e, excetuando a imposição de linhas nodais, a interação entre os reforçadores e o revestimento era muito pequena. Em tais utilizações, a tensão de flambagem do revestimento pode ser conservativamente predita considerando-se que os reforçadores dão condição de apoio simples nos bordos. Estimativas melhoradas das condições de restrição nos bordos podem ser achadas com o auxílio das Figs. 5-12 ou 5.13.

Projetos correntes, muito provavelmente têm o revestimento e os reforçadores dimensionados para flambar aproximadamente na mesma tensão, visto que estruturas deste tipo são mais eficientes e mantém a suavidade aerodinâmica até níveis mais altos de carga. Estes projetos são caracterizados por reforçadores muito pouco espaçados entre si, e com espessuras comparáveis à do revestimento. Devido ao fato que reforçadores e revestimento flambam em tensões comparáveis, há uma significativa interação, e qualquer análise teórica deverá lidar com o revestimento e reforçadores trabalhando como uma unidade. A flambagem poderá ocorrer por instabilidade primária, com um comprimento de onda da ordem da largura da placa, ou por instabilidade local, com comprimento de onda da ordem da largura dos elementos de placa dos reforçadores e revestimento.

Seide e Stein (Ref. 2.15) usaram o método de Rayleigh-Ritz para derivar curvas para o coeficiente de flambagem para prever a tensão de flambagem primária em painéis com um, dois, três e um número infinito de reforçadores. A teoria considera somente a rigidez em flexão dos reforçadores, desprezando a rigidez torsional dos mesmos. Curvas semelhantes, que incluem a rigidez torsional, foram obtidas por

Budiansky e Seide (Ref. 2.16) para painéis com reforçadores transversais. Além de sua utilidade no cômputo de tensões de flambagem, os resultados destas investigações ajudam na determinação da rigidez mínima requerida nos reforçadores longitudinais ou transversais para prover condição de apoio simples nos bordos da placa. As curvas da Ref. 2.15 são para placas reforçadas nas quais o centroíde dos reforçadores está no plano médio da placa. Este é raramente o caso na prática, uma vez que reforçadores são normalmente conectados num único lado da placa. Seide (Ref. 2.17) apresentou um método para corrigir os resultados da Ref. 2.15 quando os reforçadores estão num dos lados da placa.

Gerard e Becker (Refs. 2.2 e 2.7) resumiram estes e outros trabalhos. Os resultados mostram que a tensão de flambagem com três ou mais reforçadores difere pouco daquela do painel reforçado com um número infinito de reforçadores se a razão EI/dD não se aproxima de zero (onde EI é a rigidez em flexão dos reforçadores, D a rigidez em flexão do recobrimento e d o espaçamento entre os reforçadores). Em consequência, a tensão de flambagem primária de uma placa com três, ou mais, reforçadores, pode ser determinada a partir da teoria de placas ortotrópicas.

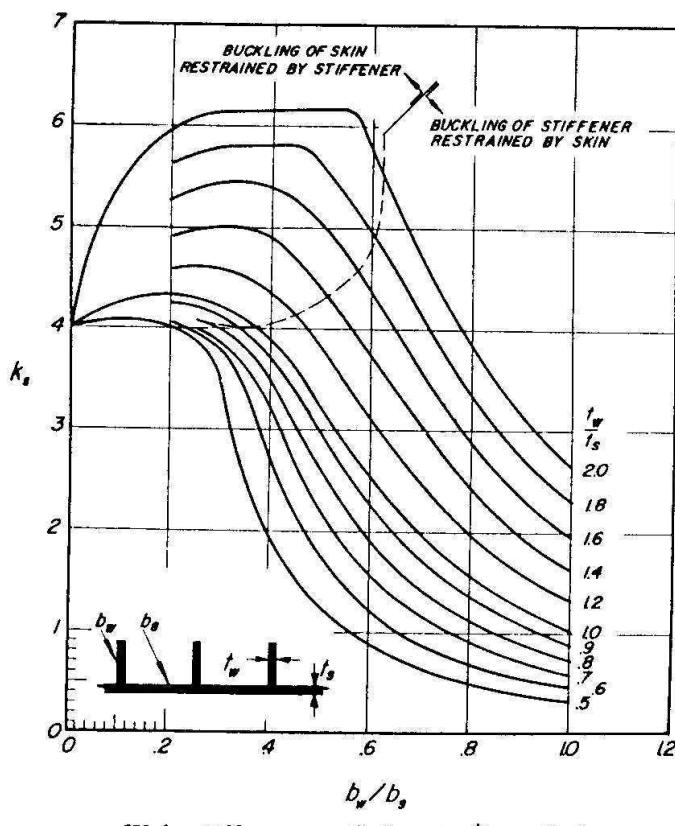
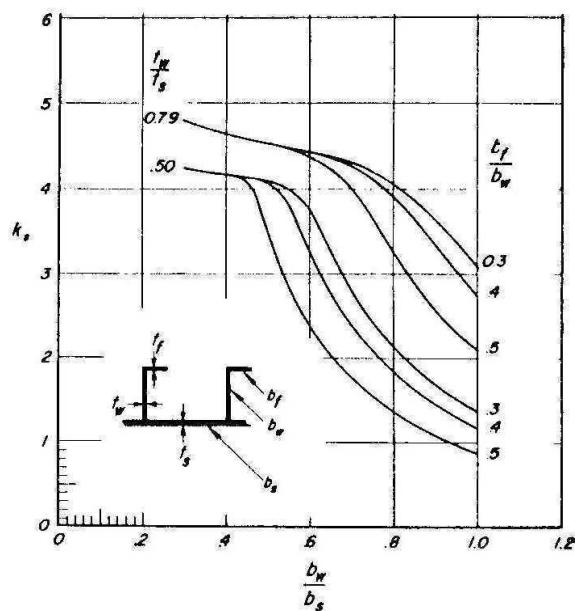


Fig. 2-23 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção sem Flange

Boughan, Baab e Gallagher (Refs. 2.18 e 2.19) usaram os métodos das Refs. 2.15 e 2.16 para determinar as tensões de flambagem local para painéis reforçados idealizados. As geometrias consideradas e resultados são mostrados nas Figs. 2-23 a 2.27. A teoria assume construção monolítica. Se não ocorrer a flambagem entre rebites (seção 2.12), os resultados podem ser utilizados para fornecer valores aproximados para painéis com reforçadores ângulo, Z ou H, rebitados ou conectados com pontos de solda. Para determinar a tensão de flambagem, calcula-se $\varepsilon_{cr} = [k_s \pi^2 / (12(1 - \nu_e^2))] (t_s/b_s)^2$ que, juntamente com o valor de n , do material, é inserido nas Figs. 5-54 e 5-55, respectivamente, se a chapa ou o reforçador flamba primeiro, para a obtenção de $F_{cc}/F_{0.7}$.



$$t_w/t_s = 0.50 \text{ and } 0.79$$

Fig. 2-24 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção em Z

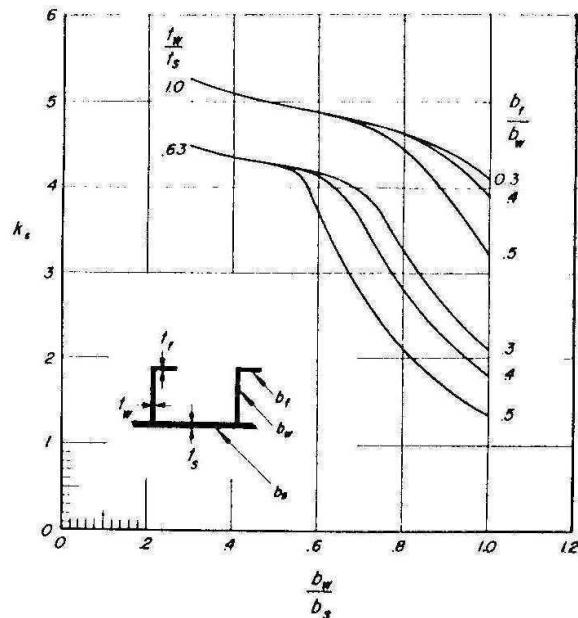
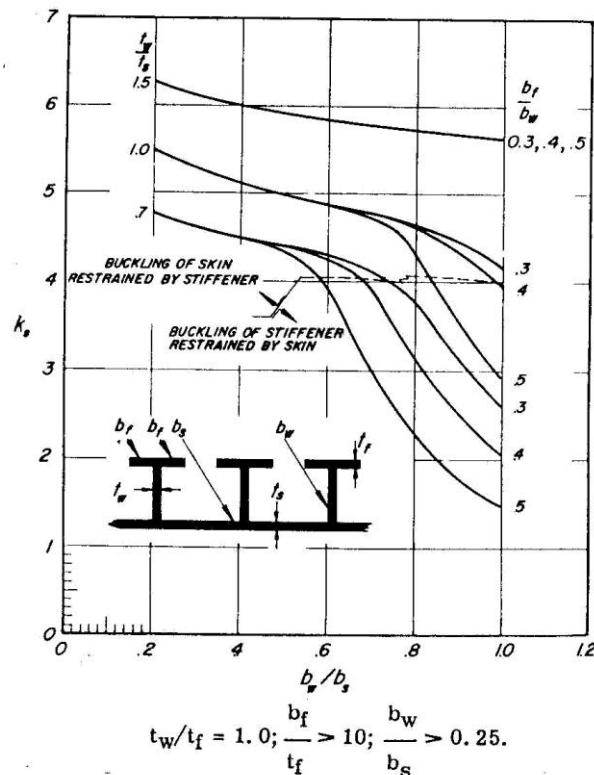
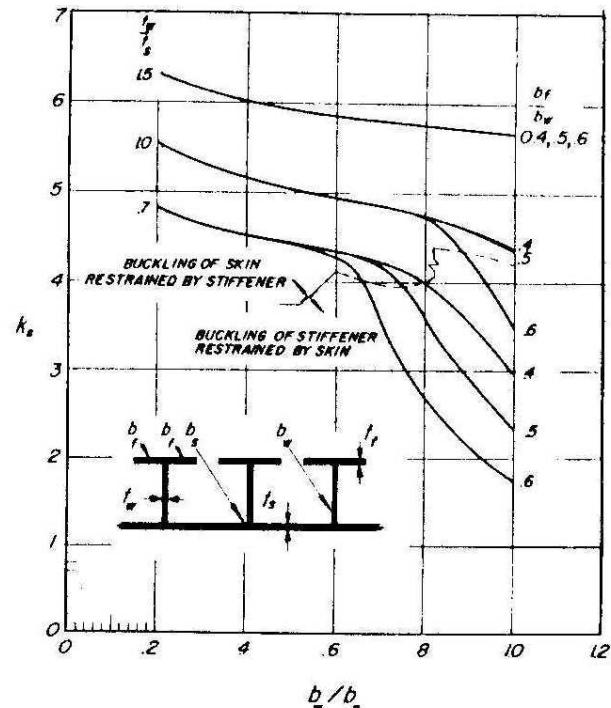


Fig. 2-25 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção em Z



$$t_w/t_f = 1.0; \frac{b_f}{t_f} > 10; \frac{b_w}{b_s} > 0.25.$$

Fig. 2-26 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção em T



$$t_w/t_f = 0.7; b_f/t_f > 10; b_w/b_s > 0.25$$

Fig. 2-27 Coeficientes de Flambagem Local
Reforçadores com Seção em T

2.10 FALHA LOCAL DE PAINÉIS REFOÇADOS – MÉTODO DE GERARD

Gerard demonstrou que, com pequenas modificações, seu método para o cálculo da tensão de falha de placas e de colunas de paredes finas (seção 2-7), pode também ser utilizado para determinar a tensão de falha local de painéis longitudinais reforçados, quando $L/\rho < 20$ (refs. 2-4 e 2-13). O método é aplicável para construção monolítica, ou para painéis rebitados ou soldados quando as tensões de flambagem entre rebites e de enrugamento são maiores do que a tensão de falha local.

O método é aplicado a uma seção do painel consistindo de um reforçador e uma largura do revestimento igual ao espaçamento entre reforçadores. Esta seção é obtida imaginando um corte no revestimento, no meio das linhas de conexão dos reforçadores ao revestimento. Se o reforçador tem duas linhas de conexão, como no caso do reforçador tipo chapéu, um corte é imaginado entre cada uma das linhas de conexão.

Considera-se que a conexão ao revestimento ao reforçador fornece a mesma restrição de borda que um canto dá aos flanges de um ângulo. Cada uma das seções do revestimento que permanece após os cortes, é considerada ser um flange. O parâmetro g , portanto, é igual ao g do reforçador, mais o número de cortes no revestimento e o número de flanges equivalentes do revestimento. Para um reforçador com uma única linha de conexão, a contribuição do revestimento para g é 3 (1 corte mais 2 flanges); para um reforçador com uma linha dupla de conexão, é 6 (2 cortes e 4 flanges). Exemplos são mostrados na Fig. 2-28. Note que o corte para a esquerda do reforçador não é contado, porque este corte é imputado ao reforçador que está à esquerda do corte. Se um painel é composto de p reforçadores, o g_{painel} equivalente para o painel como um todo pode ser tomado igual a $(pg - 1)/p$, onde g é computado como explicado acima. Isto porque não é necessário efetuar o corte no último reforçador do lado direito do painel, uma vez que é onde está o bordo do revestimento.

Quando a espessura do revestimento t_s é diferente daquela do reforçador t_w , o parâmetro gt^2/A é substituído por $gt_s t_w/A$. Se a espessura do reforçador não é constante, uma espessura média \bar{t}_w computada pela Eq. 2.17 é usada em vez de t_w . A tensão de escoamento em compressão do revestimento, F_{cys} , pode ser diferente daquela do reforçador, F_{cyw} . Neste caso, F_{cy} é substituído por uma tensão de escoamento ponderada, \bar{F}_{cy} , dada por

$$\bar{F}_{cy} = \frac{F_{cys} + F_{cyw}(\bar{t}/t_s - 1)}{\bar{t}/t_s} \quad (2.22)$$

onde \bar{t} é a espessura média do painel, ou seja, $\bar{t} = A/b_s$, onde b_s é o espaçamento entre reforçadores.

A forma geral da Eq. (2-15) toma, então, a forma

$$\frac{\bar{F}_{cc}}{\bar{F}_{cy}} = \beta_g \left[\left(\frac{gt_w t_s}{A} \right) \sqrt{\frac{E}{\bar{F}_{cy}}} \right]^m \quad (2.23)$$

As constantes β_g e m dependem do tipo de reforçadores e, em alguns casos, β_g é também uma função de \bar{t}_w/t_s . Valores de β_g , m e a tensão de corte para a Eq. (2.23) são listados na Tabela 2-3 para

diversos tipos de reforçadores. O reforçador generalizado tipo ângulo nesta tabela é um que consiste de uma série de ângulos após terem sido feitos os cortes, e o reforçador generalizado tipo T é um que é composto de elementos T após terem sido efetuados os cortes (como a seção H). O reforçador tipo Y, que contém ambos, elementos em ângulo e em T, correlaciona com as seções tipo ângulo.

Como no caso de falha local de reforçadores, caso seja conhecida a tensão de flambagem local do painel (seção 2.9), F_{cr} , e esta for maior do que a tensão de falha local calculada pela Eq. (2.23), a tensão de falha local do painel deve ser tomada igual a F_{cr} , ou seja

$$\bar{F}_{cc} = \max[F_{cr}, \min(\bar{F}_{cc\text{ calculado}}, F_{cut})] \quad (2.24)$$

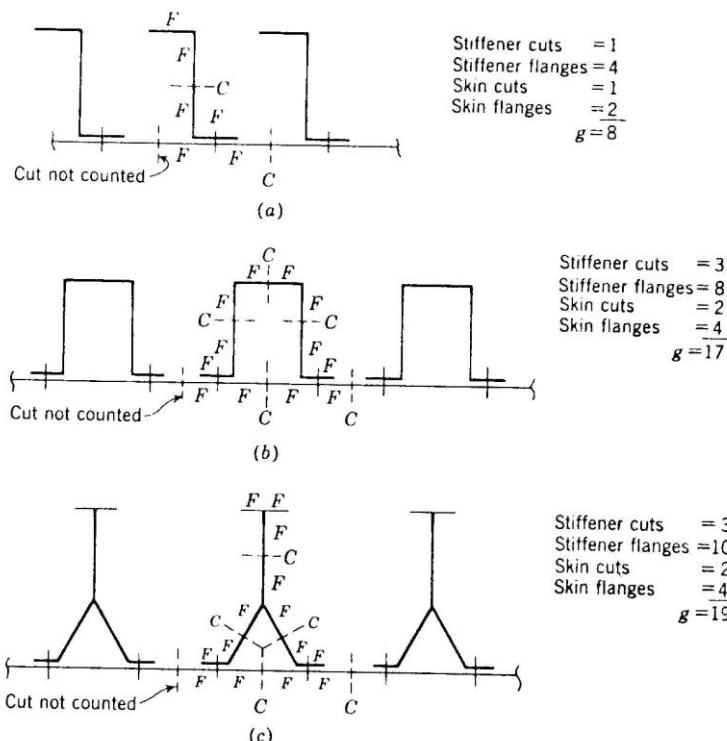
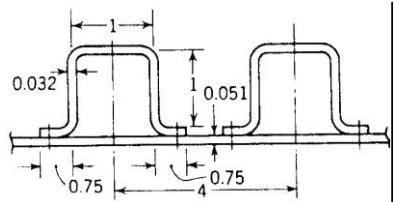


Fig. 2-28 Exemplos de Determinação do Parâmetro g

Tabela 23 Valores dos Parâmetros para Painéis Reforçados

Type of panel	g	m	$\frac{i_w}{t_s}$	β_σ	Cutoff
1. Formed Z stiffeners	8	0.85	—	0.56	σ_{cy}
2. Formed hat stiffeners	17	0.85	1.25 1.00 0.63 0.39	0.59 0.56 0.50 0.48	$0.8\sigma_{cy}$ $0.8\sigma_{cy}$ $0.8\sigma_{cy}$ $0.8\sigma_{cy}$
3. Extruded Y stiffeners	19	0.85	1.16 0.732 0.464	0.56 0.51 0.48	$0.8\sigma_{cy}$
4. General angle-type stiffeners	—	0.85	—	0.56	
5. General T-type stiffeners	—	0.40	—	0.67	$0.75\sigma_{cy}$

Exemplo 2.7



Os reforçadores conformados tipo-chapéu no painel da figura são manufaturados em liga AL 7075-T6 ($E = 10.500\text{ksi}$, $F_{cy} = 67 \text{ ksi}$) e o revestimento é de liga AL 2024-T3 ($F_{cy} = 40 \text{ ksi}$). Determine a tensão de falha local

Solução

A área total do reforçador e do revestimento é

$$A = 0,051 \times 4 + 0,032 \times (1 + 2 \times 1 + 2 \times 0,75) = 0,348 \text{ in}^2 \text{ e}$$

$$\bar{t} = \frac{0,348}{4} = 0,087 \quad \bar{F}_{cy} = \frac{40 + 67[(0,087/0,051) - 1]}{0,087/0,051} = 51,2 \text{ ksi}$$

com $t_w/t_s = 0,032/0,051 = 0,63$, acha-se, da Tab. 6-3, que $g = 17$, $m = 0,85$ e $\beta_g = 0,50$.

Substituindo na Eq. (2.23), obtém-se

$$\frac{\bar{F}_{cc}}{\bar{F}_{cy}} = 0,50 \left[\frac{17 \times 0,032 \times 0,051}{0,348} \sqrt{\frac{10,500}{51,2}} \right]^{0,85} = 0,560 < \frac{\bar{F}_{cut}}{\bar{F}_{cy}} \Rightarrow \bar{F}_{cc} = 0,560 \times 51,2 = 28,7 \text{ ksi}$$

2.11 FALHA LOCAL DE PAINÉIS REFOÇADOS – MÉTODO BOEING

O conceito de largura efetiva de chapa foi discutido anteriormente. Viu-se que a distribuição real, não-uniforme, de tensões agindo sobre uma largura típica, b , pode ser substituída por uma tensão uniforme, equivalente àquela de compressão no reforçador, F_{st} , ao qual o revestimento está conectado, e distribuída sobre uma largura efetiva reduzida, b_e (Fig. 2-29). Para reforçadores leves, viu-se, também, que a Boeing utiliza a seguinte expressão para a largura efetiva:

$$b_e = 1,7t \frac{E_{sk}}{E_{st}} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} \quad (2.25)$$

onde b_e = largura efetiva de chapa

t = espessura do revestimento

E_c = módulo de elasticidade do revestimento

E_{sk} = módulo secante do revestimento na deformação (F_{st}/E_{st})

E_{st} = módulo secante do reforçador na tensão F_{st}

F_{st} = tensão de compressão no reforçador

Se o revestimento e o reforçador forem manufaturados do mesmo material, $E_{sk}/E_{st} = 1$ na Eq. (2.25). A tensão se refere à resistência em compressão do reforçador; esta pode ser governada ou por algum modo de falha de instabilidade do reforçador (e.g., instabilidade em flexão ou lateral, por escoamento da seção, ou pela resistência à falha local). Quando reforçadores que apresentam alta rigidez torsional são

utilizados em combinação com revestimentos relativamente finos (e.g., $b/t \geq 110$), o fator 1,7 que aparece na Eq. (2.25) pode ser aumentado para 1,9.

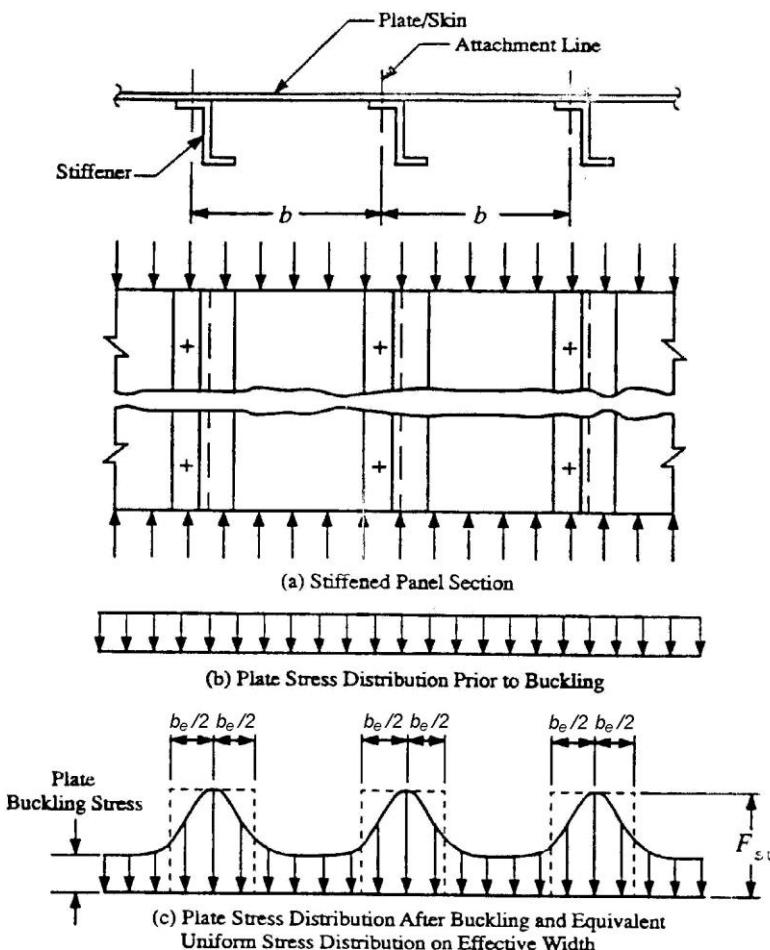


Fig 2-29 Distribuição de Tensões em Painéis Reforçados sob Carregamento de Compressão

Painéis são normalmente projetados com espaçamento de rebite que impede a flambagem do revestimento entre rebites a tensões abaixo da tensão no reforçador (veja seção 2.12). Para projetos que não seguem este critério, a largura efetiva de chapa deve ser reduzida como segue:

$$(b_e)_{red} = b_e \frac{F_{ir}}{F_{st}} \frac{E_{st}}{E_{sk}} \quad (2.26)$$

onde F_{ir} é a tensão de flambagem entre rebites.

A área efetiva do revestimento correspondente a um reforçador, A_e , para painéis montados com conexões mecânicas, é mostrada na Tabela 2.4. A correspondente área efetiva do revestimento para painéis integrais é mostrada na Tabela 2.5.

O método Boeing para o cálculo de falha local destes painéis consiste em determinar a tensão de falha local do reforçador, adicionando a área efetiva do revestimento, correspondente a esta tensão. A tensão média de falha local para o conjunto chapa-reforçador será, então, a carga total carregada pelo conjunto dividido pela área total, ou seja

$$\bar{F}_{cc} = \frac{F_{st}(A_{st} + A_e)}{A_{st} + bt} \quad (2.27)$$

Em alguns casos, a espessura do flange conectado ao revestimento deve ser modificada para efeito do cálculo da tensão de falha local do reforçador, como mostrado na tabela.

Tabela 2.4 Cálculo da Largura Efetiva para Painéis Conectados Mecanicamente

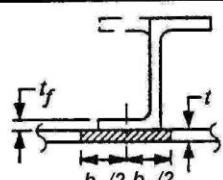
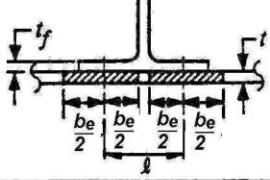
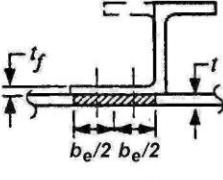
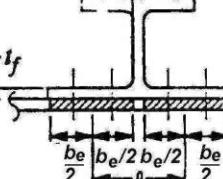
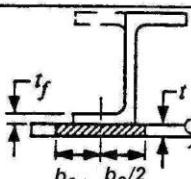
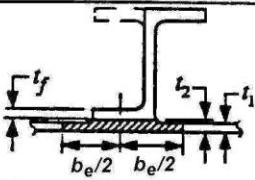
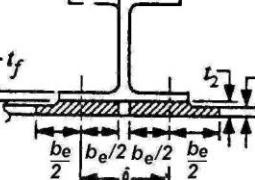
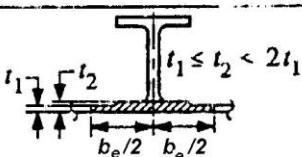
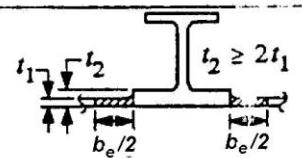
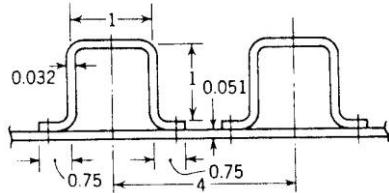
Attachment		Configuration	Total Effective Skin Area, A_e	Effective Stiffener Flange Thickness (t_f) _{eff} at Skin (for calculating F_{cc})
1	Single Row		$b_e t$	t_f
2	Double Row		se $l > b_e$ $2b_e t$ se $l < b_e$ $(b_e + l) t$	t_f
3	Two Staggered Rows		$b_e t$	$0.75(t_f + t)$
4	Four Staggered Rows		se $l > b_e$ $2b_e t$ se $l < b_e$ $(b_e + l) t$	$0.75(t_f + t)$
5	Single Row, Skin Edge Free		$(b_{e1} + b_e/2) t$ $b_{e1} = 0.365 b_e$	t_f
6	Single Row, Padded Skin		$b_e [(t_1 + t_2)/2]$	t_f
7	Double Row, Padded Skin		se $l > b_e$ $2b_e [(t_1 + t_2)/2]$ se $l < b_e$ $(b_e + l) [(t_1 + t_2)/2]$	t_f

Tabela 2.5 Cálculo da Largura Efetiva para Painéis Integrais

Attachment		Configuration	Total Effective Skin Area, A_e	Effective Stiffener Flange Thickness (t_f) at Skin (for calculating F_{cc})
1	Integral		$b_e t$ $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$	Calculate F_{cc} for TEE section alone, assuming the vertical leg is simply supported at each end. (2)
2	Integral		$b_e t$ $t = t_1$	Calculate F_{cc} for I section alone. (3)

(2) Column properties based on area of TEE section plus A_e .
(3) Column properties based on area of I section plus A_e .

Exemplo 2.8



- Considere o painel do Exemplo 2.7. Pede-se
- a tensão de falha local do reforçador isolado
 - a largura efetiva do revestimento
 - a tensão média de falha local do conjunto

Reforçadores manufaturados em liga AL 7075-T6 ($E = 10.500$ ksi, $F_{cy} = 67$ ksi, $F_{0.7} = 70$ ksi, $n = 9,2$) e revestimento em liga AL 2024-T3 ($E = 10.700$ ksi, $F_{cy} = 40$ ksi, $F_{0.7} = 39$ ksi, $n = 11,5$).

Solução

- a) tensão média de falha local do reforçador (usando o método de Gerard)

$$A_{st} = 0,032 \times (1 + 2 \times 1 + 2 \times 0,75) = 0,144 \text{ in}^2$$

Caso 4 da Tabela 6.2 $g = 3$ cortes + 8 flanges = 11; $\beta_g = 0,55$; $m = 0,85$.

$$\frac{F_{st}}{F_{cy}} = 0,55 \left[\frac{11 \times 0,032^2}{0,144} \sqrt{\frac{10.500}{67}} \right]^{0,85} = 0,540 < \frac{F_{cut}}{F_{cy}} \Rightarrow F_{st} = 0,50 \times 67 = 36,2 \text{ ksi}$$

- b) largura efetiva de revestimento; supondo que não haja flambagem entre rebites, a Eq. (2.25) fornece

$$b_e = 1,7t \frac{E_{sk}}{E_{st}} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}}$$

Como os materiais são distintos, é necessário calcular-se a razão E_{sk}/E_{st} , compatível com uma tensão de 36,2 ksi no reforçador. O modelo de Ramberg-Osgood, para os materiais envolvidos, será aqui utilizado.

$$\frac{\varepsilon_{st} E}{F_{0.7}} = \frac{f_{st}}{F_{0.7}} \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{f_{st}}{F_{0.7}} \right)^{n-1} \right] = \frac{36,2}{70} \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{36,2}{70} \right)^{9,2-1} \right] = 0,518 \Rightarrow \varepsilon_{st} = \frac{0,518 \times 70}{10.500} = 3,453 \times 10^{-3}$$

$$E_{st} = \frac{E}{1 + (3/7)(f/F_{0.7})^{n-1}} = \frac{10.500}{1 + (3/7)(36,2/70)^{9,2-1}} = 10.480 \text{ ksi}$$

Para a liga 2024-T3, na mesma deformação,

$$\frac{\varepsilon_k E}{F_{0.7}} = \frac{f}{F_{0.7}} \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{f}{F_{0.7}} \right)^{n-1} \right] \text{ ou } \frac{3,453 \times 10^{-3} \times 10.700}{39} = \frac{f}{39} \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{f}{39} \right)^{11,5-1} \right]$$

$$\text{ou } f_k \left[1 + \frac{3}{7} \left(\frac{f_k}{39} \right)^{10,5} \right] = 36,947 \Rightarrow f_k = 33,8 \text{ ksi}$$

$$E_{sk} = \frac{E_k}{1 + (3/7)(f_k/F_{0.7})^{n-1}} = \frac{10.700}{1 + (3/7)(33,8/39)^{11,5-1}} = 9.770 \text{ ksi}$$

de modo que

$$b_e = 1,7t \frac{E_{sk}}{E_{st}} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} = 1,7 \times 0,051 \frac{9.770}{10.480} \sqrt{\frac{10.700}{36,2}} = 1,39 \text{ in}$$

$$A_e = 2b_e t = 2 \times 1,39 \times 0,051 = 0,142 \text{ in}^2 \text{ (supondo que a distância entre rebitagens} > 1,39 \text{ in)}$$

c) tensão média de falha local do painel

$$\bar{F}_{cc} = \frac{F_{st}(A_{st} + A_e)}{A_{st} + bt} = \frac{36,2(0,144 + 0,142)}{0,144 + 4 \times 0,051} = 29,8 \text{ ksi}$$

2.12 FLAMBAGEM ENTRE REBITES E ENRUGAMENTO DO REVESTIMENTO

O método de predição da tensão de falha local desenvolvido por Gerard é para painéis monolíticos. Se, de um lado, esta forma de construção é eficiente, também é cara. Em consequência, freqüentemente painéis são construídos conectando os reforçadores ao revestimento, por meio de rebites ou pontos de solda. Nestes casos, o painel pode experimentar flambagem entre rebites ou falha por enrugamento do revestimento numa tensão menor do que aquela calculada pela método de Gerard para o painel monolítico. Em projeto ótimo, o reforçador, o revestimento e os rebites são dimensionados de forma a que todos estes modos de falha ocorram aproximadamente no mesmo nível de tensão.

A *flambagem entre rebites* (ou entre conectores) é definida como uma flambagem de placa-coluna do revestimento entre os conectores (rebites, pontos de solda, etc) que o fixam aos reforçadores. O comprimento de onda da "flamba" é igual ao *passo* (ou espaçoamento) dos conectores. A aparência do enrugamento é de certa forma parecida com a da flambagem entre rebites, mas o comprimento de onda das "flambas" e a interação com os reforçadores são diferentes. A aparência do revestimento e reforçador nos dois tipos de instabilidade é mostrada na Fig. 2-30.

O *enrugamento do revestimento* é definido como uma flambagem do revestimento na qual o reforçador fornece uma linha de suporte elástico, como mostrado na Fig. 2-31. O comprimento da “flama” do enrugamento é maior do que o passo dos conectores; e, enquanto que o revestimento se separa do reforçador na flambagem entre rebites, ele permanece em contato e deforma o reforçador durante o enrugamento. Por esta razão, o enrugamento é muitas vezes referido como *falha local forçada*.

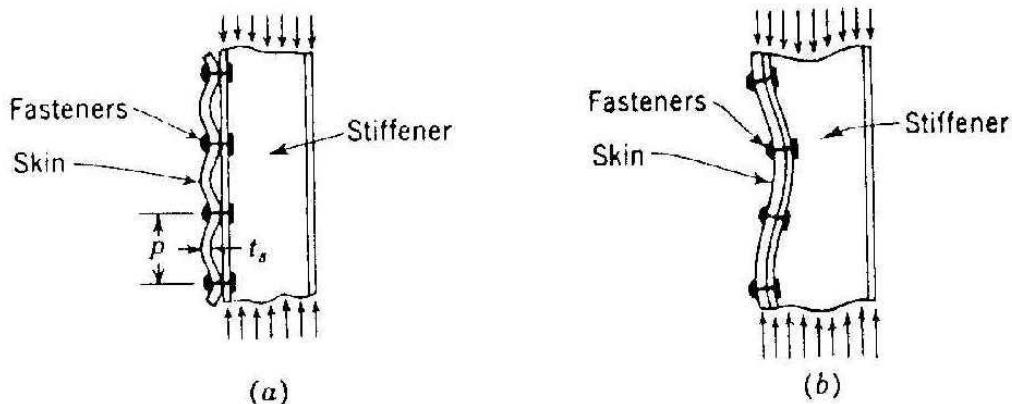


Fig. 2-30 Comparação entre (a) Flambagem entre Rebites e (b) Enrugamento do Revestimento

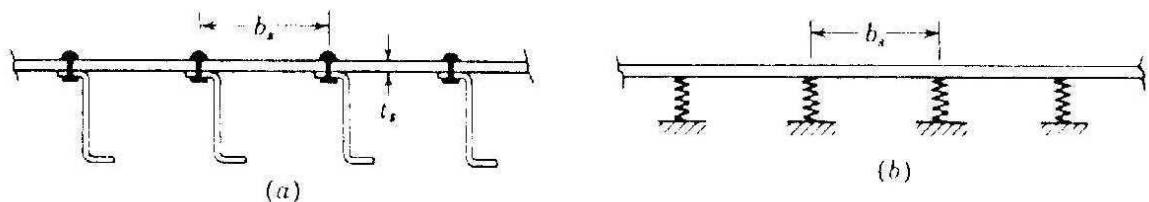


Fig. 2-31 Idealização do Enrugamento de um Painel Reforçado Longitudinalmente
(a) Painel Reforçado; (b) Idealização

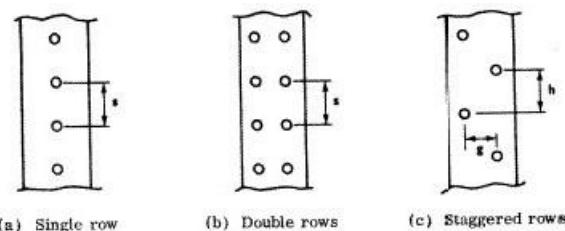
A tensão de flambagem entre rebites, F_{ir} , pode ser determinada a partir da equação da placa-coluna, fazendo $\phi = 1$ (largura muito maior que o comprimento) e $L = p$, o passo dos rebites:

$$F_{ir} = \frac{c\pi^2 E_t}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t_s}{p} \right)^2 = \frac{4\pi^2 E_t}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{\sqrt{c}}{2} \frac{t_s}{p} \right)^2 \quad (2.28)$$

onde c é o coeficiente de fixação nas extremidades, provido pelos conectores e E_t o módulo tangente em F_{ir} . Exceto pelo fator $1 - \nu_e^2$, esta equação é a mesma que foi derivada para colunas. Em consequência, as curvas adimensionais da Fig. 2-41, para colunas cujo material é representado pelo modelo de Osgood, podem ser utilizadas desde que o parâmetro B naquelas curvas seja calculado como

$$B = \frac{1}{\pi} \frac{p}{t_s} \sqrt{\frac{12F_{0.7}(1-\nu_e^2)}{Ec}} \quad (2.29)$$

Estas curvas estão repetidas aqui por conveniência, na Fig. 2-32. A NASA recomenda as tensões de corte listadas na Tabela 2.2.



(a) Single row (b) Double rows (c) Staggered rows

A NASA recomenda ainda que o espaçamento entre rebites, p , obedeça as relações

$$p = g/2 + h \quad \text{para } 0 \leq g \leq 2h \\ p = 2h \quad \text{para } g \geq 2h \quad (2.30)$$

onde g e h estão definidos no esboço ao lado.

Tabela 2.6 Valores Recomendados para a Tensão de Corte

Material	Cutoff Stress (F_{cy})
2024-T 2014-T 6061-T	$F_{cy} \left[1 + \frac{F_{cy}}{200,000} \right]$
7075-T	1.075 F_{cy}
18-8 (1/2 H)*	0.835 F_{cy}
(3/4 H)	0.875 F_{cy}
(FH)	0.866 F_{cy}
All other materials	F_{cy}

* Cold-rolled, with grain, based on MIL-HDBK-5A properties.

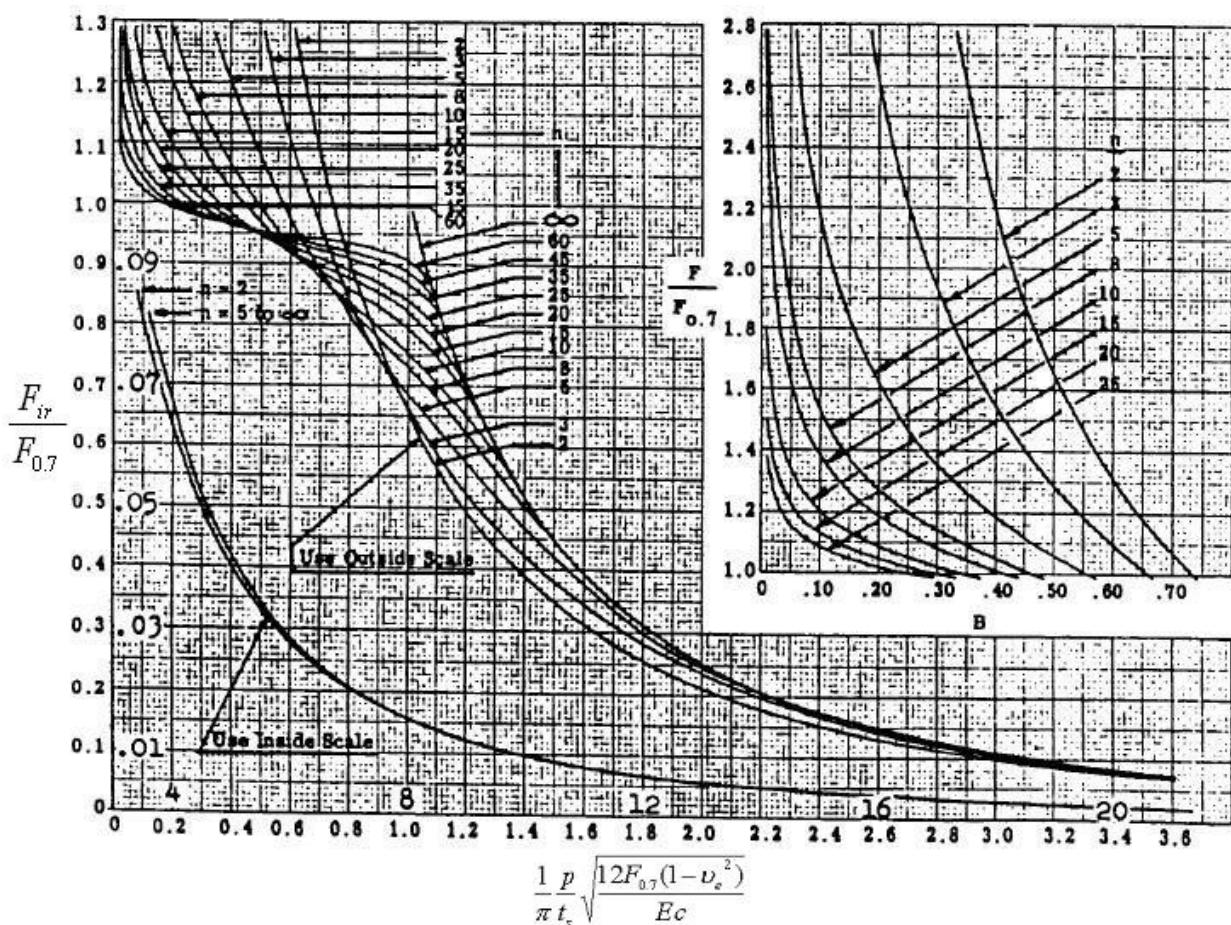


Fig. 2-32 Curvas Adimensionais de Ramberg-Osgood para Determinação da Tensão de Flambagem Entre Rebites

A Eq. (2.28) pode ser graficada para materiais específicos. O resultado está mostrado na Fig. 2-33 para placas manufaturadas em liga de alumínio com e sem cladding. Estas curvas foram levantadas com $c = 4$ (engastamento completo) de modo que para outros valores de c é necessário fazer uma correção. Esta correção se manifesta no valor de p/t para entrada nas curvas, como mostrado na Eq. (2.24):

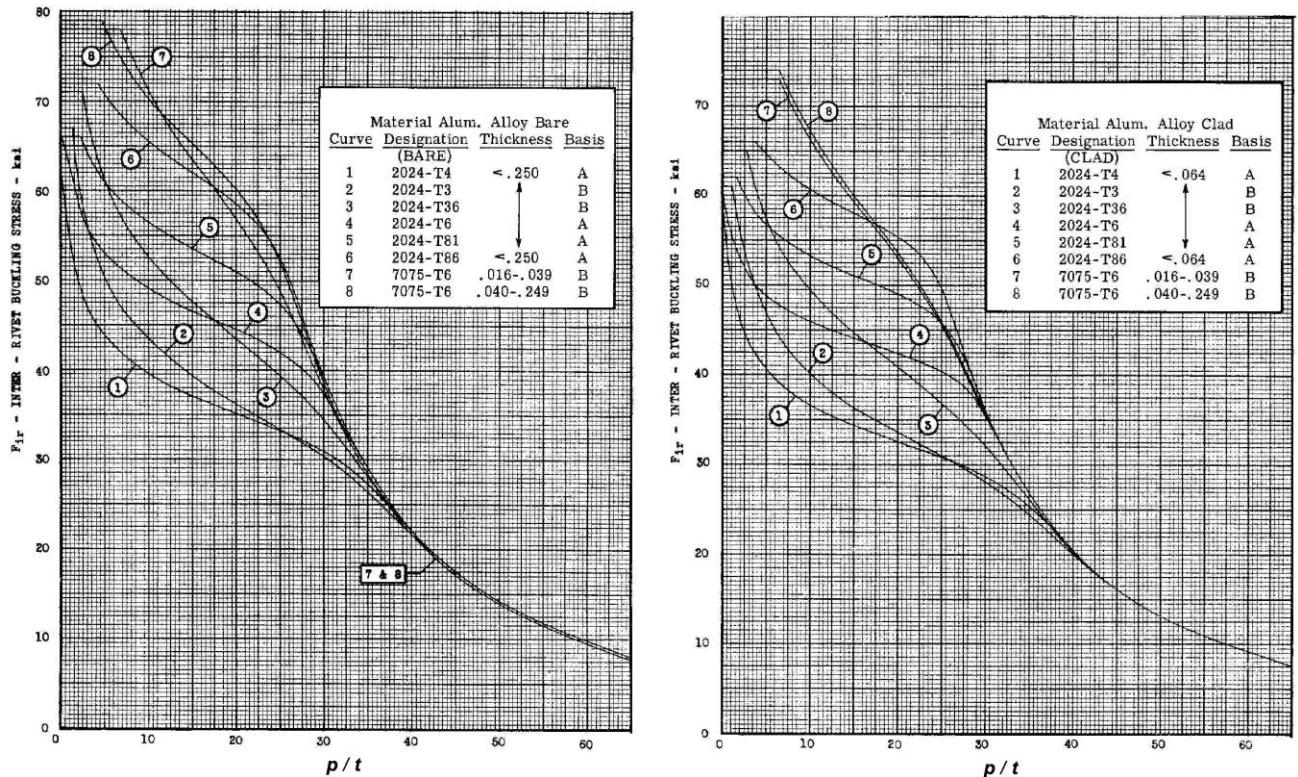


Fig. 2-33 Tensões de Flambagem entre Rebites para Coeficiente de Fixação $c = 4$

$$\left(\frac{p}{t} \right)_{\text{gráfico}} = \frac{2}{\sqrt{c}} \left(\frac{p}{t} \right)_{\text{real}} \quad (2.31)$$

Gerard (Ref. 2.5) efetuou uma série de ensaios para a determinação do coeficiente de fixação c para diferentes conectores. Os resultados estão mostrados na Tabela 2-7.

Tabela 2-7 Coeficientes de Engastamento, c , para Cálculo de Flambagem entre Rebites

Type of fastener	c
Flat-head rivet	4
Brazier-head rivet	3
Machine-countersunk rivet	1
Dimpled-countersunk rivet	1
Spot welds	3.5

O método exposto acima fornece uma tensão de flambagem nominal quando o material é clad e as propriedades do núcleo são utilizadas. A tensão de flambagem entre rebites \bar{F}_{ir} para material clad é então determinada de

$$\bar{F}_{ir} = \bar{\eta} F_{ir} \quad (2.32)$$

A Boeing recomenda a seus projetistas, para painéis conectados com rebites protuberantes ou pontos de solda, a equação

$$\frac{F_{ir}}{E_t} = 2,9 \left(\frac{t_s}{p} \right)^2, \quad (2.33)$$

e $\frac{F_{ir}}{E_t} = 1,9 \left(\frac{t_s}{p} \right)^2,$ (2.34)

para os demais rebites. Isto corresponde a coeficientes de fixação $c = 3,2$ e $c = 2,1$, para os casos em que Gerard recomenda 3-4 e 1, respectivamente.

Quando um painel é carregado além da capacidade de flambagem entre rebites de seu revestimento, o revestimento continuará a carregar a carga correspondente ao início da flambagem. Entretanto, o revestimento não será capaz de carregar cargas adicionais uma vez que se comporta como uma placa-coluna que, por sua vez, se comporta de forma semelhante a uma coluna (Fig. 2-25), cujas cargas de flambagem e de falha são essencialmente as mesmas. Se b_{ei} é a largura efetiva do revestimento quando a tensão de bordo for a tensão de flambagem entre rebites, $F_e = F_{ir}$, a carga que será carregada pelo revestimento após a flambagem entre rebites é $F_{ir} b_{ei} t_s$. O painel continuará a resistir cargas adicionais até que seja atingida a tensão de falha local do reforçador, F_{st} , após o que o painel falha. A carga na falha é, portanto, $F_{st} A_{st} + F_{ir} b_{ei} t_s$, onde A_{st} é a área do reforçador, e a tensão média na falha (referida à área total) é

$$(F_u)_{\text{média}} = \frac{F_{ir} b_{ei} t_s + F_{st} A_{st}}{b t_s + A_{st}} \quad (2.35)$$

Com o uso crescente de bitolas mais espessas de revestimento, que se aproximam ou ultrapassam a espessura do reforçador, a flambagem entre rebites é raramente um fator de decréscimo na resistência de painéis reforçados curtos. Tem sido observado, entretanto, que ambos, o espaçamento entre rebites e o diâmetro, são fatores de importância considerável no que concerne atingir os níveis de resistência de painéis rebitados curtos, para que tenham índice de performance semelhante àquele dos painéis reforçados integrais.

Resultados de ensaios em painéis reforçados com longitudinais em Z indicam que a resistência de painéis de razão de esbeltez moderada (e.g., $L'/\rho_p = 35$, onde ρ_p é o raio de giração do painel compreendendo ambos, o revestimento efetivo e os reforçadores) é consideravelmente menos afetado pelo espaçamento entre rebites e diâmetro do que painéis mais curtos. Para painéis longos ($L'/\rho_p = 60$), os efeitos das configurações dos rebites são praticamente desprezíveis.

No enrugamento, a constante de mola da linha de suporte elástico, provida pelos reforçadores, é uma função das flexibilidades do flange e da alma do reforçador. É, também, dependente do tamanho e espaçamento dos rebites. Semonian e Peterson (Ref. 2.20) derivaram curvas para o coeficiente de flambagem por enrugamento, k_w , que podem ser utilizados em conjunção com a Fig. 5-54 (para correção do efeito de plasticidade) para a determinação da tensão crítica por enrugamento, F_w . A análise feita por

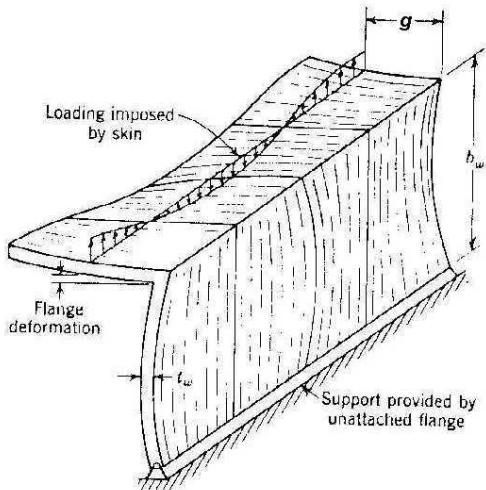


Fig 2-34 Deformação do Flange e da Alma na Idealização do Enrugamento de um Reforçador

estes pesquisadores é baseada na idealização do reforçador, como mostrado na Fig. 2-34, onde o *offset efetivo do rebite*, g , é definido como a distância efetiva da alma do reforçador à linha ao longo da qual o revestimento pressiona o flange do reforçador. O valor de g pode ser determinado das curvas empíricas da Fig. 2-35b, e k_w pode ser achado a partir dos resultados teóricos graficados na Fig. 2-35c. Nestas figuras, os valores das larguras b_w , b_f e b_0 devem obedecer aos critérios estabelecidos na Fig. 2.2, ou seja, dimensões internas para extrudados e até a superfície média, para seções conformadas. Conhecido k_w , pode-se calcular o parâmetro $\{k_w \pi^2 E / [12(1 - \nu_e^2) F_{0.7}]\} (t_s / b_s)^2$. A tensão crítica de flambagem por enrugamento é então obtida da Fig. 5-54 que, por conveniência, é repetida aqui na Fig. 2-32. Quando o material é clad, a tensão crítica computada a partir das propriedades do material do núcleo deve ser corrigida multiplicando-se pelo parâmetro $\bar{\eta}$. O método é válido para painéis reforçados em Z, canal e ângulo.

Semonian e Peterson também trataram da falha do revestimento por enrugamento, que ocorre devido ao crescimento da "flamba" após a flambagem por enrugamento e deformação plástica. A tensão média de falha por enrugamento, \bar{F}_w , é obtida da mesma forma como visto acima para a tensão de flambagem por enrugamento, incluindo o tratamento a ser dado a revestimentos com liga clad. O coeficiente k_w , entretanto, agora é dado pela Fig. 2-37. Uma comparação entre as Figs. 2-37 e 2-35c mostra que, a menos que g/b_w seja pequeno, há pouca diferença entre as tensões de instabilidade e de falha por enrugamento do revestimento.

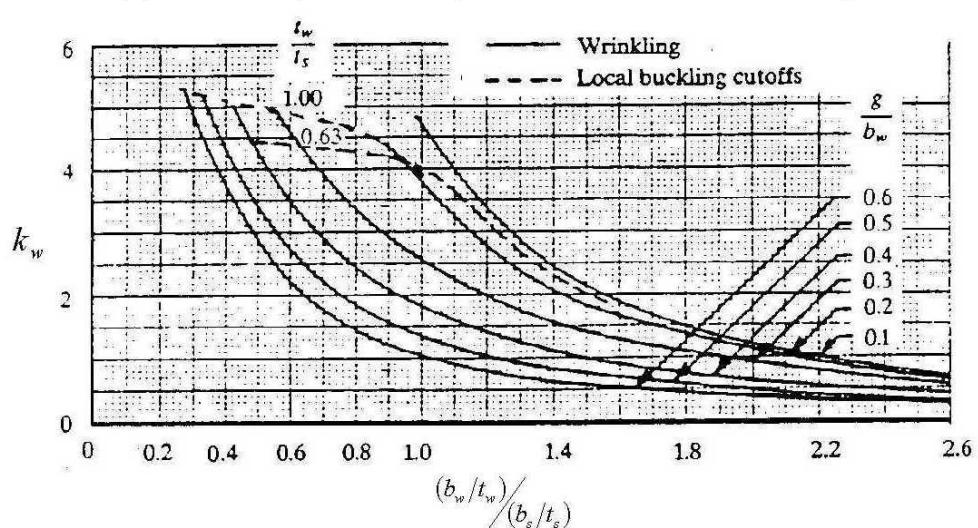
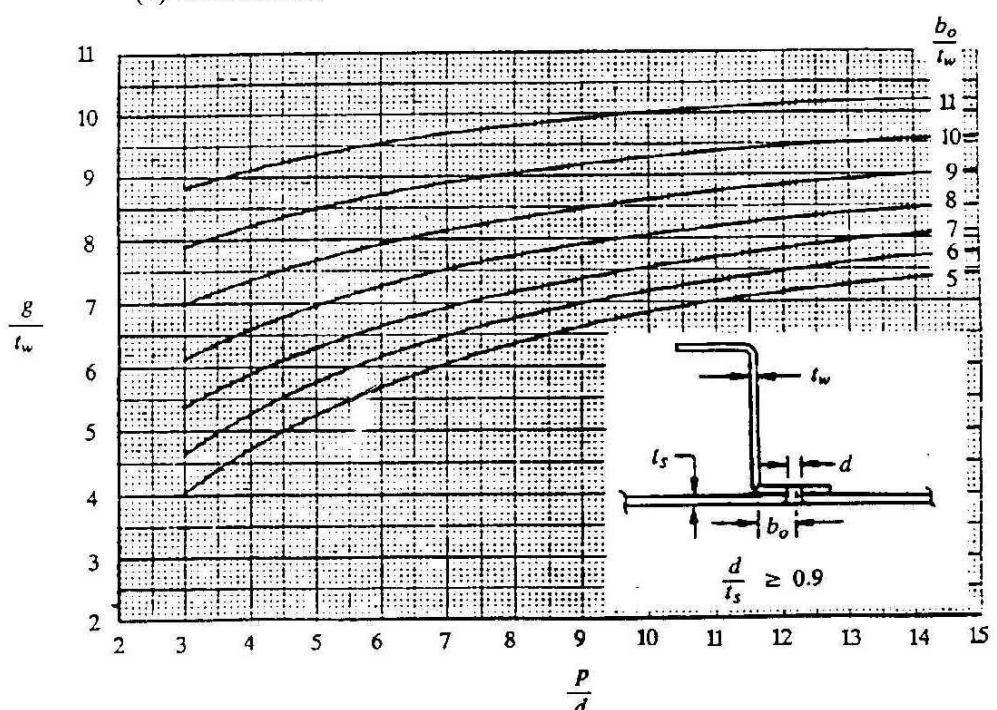
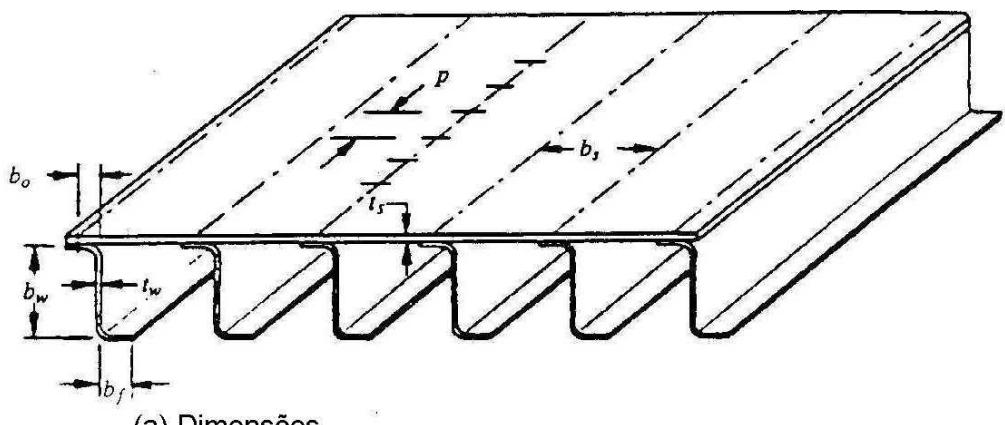


Fig. 2-35 Gráficos para Cálculo de Tensão de Flambagem por Enrugamento

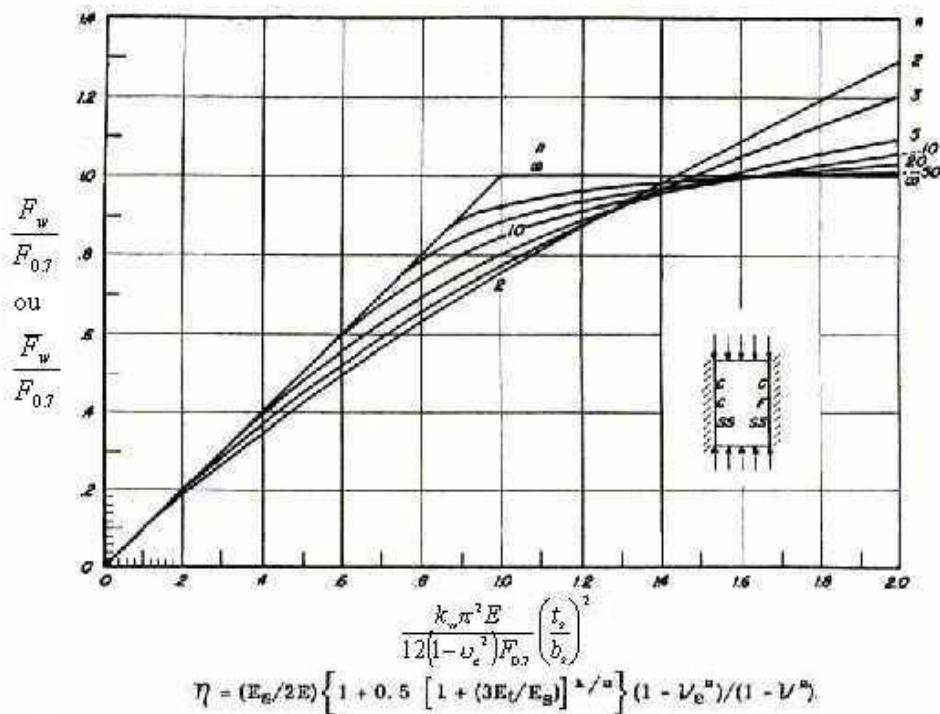


Fig. 2-36 Correção de Plasticidade para as Tensões Crítica e de Falha por Enrugamento de Revestimentos Cujo Material é Representado pelo Modelo de Ramberg-Osgood

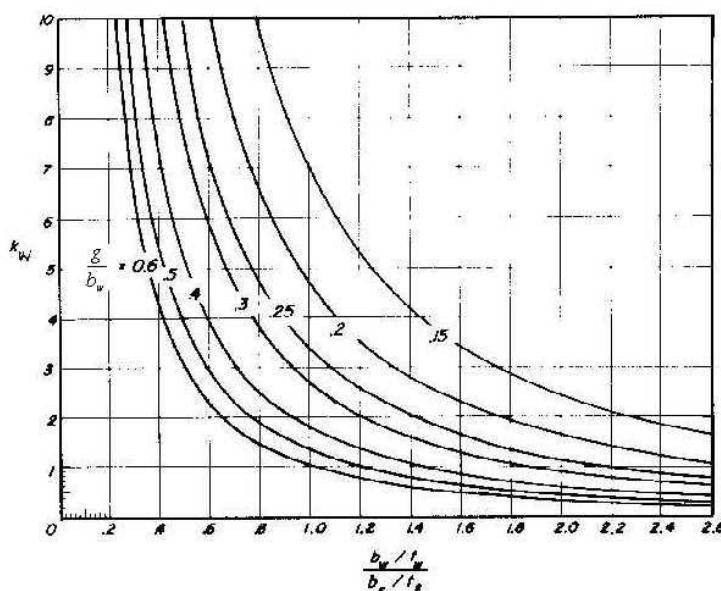


Fig. 2-37 Valores Experimentais de Coeficientes de Falha por Enrugamento de Painéis Rebitados

O enrugamento distorce o flange do reforçador que está conectado ao revestimento e normalmente precipita a falha do painel como um todo. Entretanto, o reforçador continuará a carregar cargas adicionais se é excepcionalmente muito resistente relativamente ao revestimento. Para determinar a

tensão média de falha do painel manufaturado a partir da conexão de reforçadores ao revestimento, aqui designada por $(F_u)_{\text{média}}$, é necessário determinar se a tensão de falha local do reforçador isolado, aqui designada por F_{st} , é maior ou menor do que a tensão média de falha por enrugamento, \bar{F}_w . Isto é feito a partir das magnitudes relativas de F_{st} , \bar{F}_w e a tensão média de falha do painel, considerado monolítico, \bar{F}_{cc} , como calculado pelas Eqs. (2.23) e (2.24).

Se $\bar{F}_w \leq F_{st}$, o enrugamento ocorre antes ou simultaneamente com a falha local do reforçador e $(F_u)_{\text{média}}$ é o maior dos valores obtidos das equações

$$(F_u)_{\text{média}} = \bar{F}_w \quad (2.36)$$

$$(F_u)_{\text{média}} = \frac{F_{st} A_{st}}{A_{st} + b_s t_s} \quad (2.37)$$

A primeira equação acima considera que o enrugamento leva à falha local forçada do reforçador, e a segunda leva em consideração a possibilidade do reforçador ser excepcionalmente forte, de modo a suportar toda a carga sozinho.

Quando $\bar{F}_w > F_{st}$, a falha local do reforçador se dá antes de ser atingida a tensão de falha por enrugamento do revestimento. Isto significa que o revestimento poderia ter ainda alguma capacidade de absorção de carga. Neste caso é feita a hipótese de que o reforçador continua a suportar a sua carga de falha local. A falha ocorre quando o revestimento atinge a tensão de falha por enrugamento. A tensão média na falha do painel é, portanto

$$(F_u)_{\text{média}} = \frac{F_{st} A_{st} + \bar{F}_w b_s t_s}{A_{st} + b_s t_s} \quad (2.38)$$

Em nenhum caso, as tensões médias de falha do painel composto, $(F_u)_{\text{média}}$, como dadas pelas Eqs. (2.35) a (2.37), podem ser maiores do que a tensão média de falha local do painel monolítico, \bar{F}_{cc} .

A elasticidade dos rebites aumenta a flexibilidade da linha de apoio e reduz o valor de \bar{F}_w . As Figs. 2-35b e 2-37 são baseadas em ensaios nos quais foram utilizados rebites de liga de alumínio 2117-T4, com diâmetros maiores do que $0,9t_s$. Os resultados destas figuras devem ser utilizados com precaução se diâmetros menores são utilizados.

Um critério para o espaçamento dos rebites que resulta num modo de falha em enrugamento, determinado a partir de resultados experimentais, é

$$\frac{p}{b_s} < \frac{1,27}{\sqrt{k_w}} \quad (2.39)$$

A força lateral requerida para fazer o flange de conexão do reforçador conformar com o revestimento enrugado, carrega o rebite em tração. Um critério aproximado para a resistência do rebite é dado por (Refs. 5.5 e 5.20)

$$F_r > \frac{0,7}{E_{st}} \frac{b_s}{d} \frac{p}{d} F_w^2 \quad (2.40)$$

A resistência em tração do rebite, F_r , é definida em termos da área da seção transversal do rebite de diâmetro d , e pode ser associada seja pela falha do rebite ou pela falha da chapa permitindo a cabeça do rebite atravessar.

Para rebites de liga de alumínio 2117-T4 cuja resistência em tração é 57 ksi, os critérios são:

$$\begin{aligned} F_r &= 57 \text{ ksi} \quad \text{se } \frac{d_e}{t_{\text{médio}}} \leq 1,67 \\ F_r &= \frac{190}{d_e/t_{\text{médio}}} - \frac{160}{(d_e/t_{\text{médio}})^2} \quad \text{se } \frac{d_e}{t_{\text{médio}}} > 1,67 \end{aligned} \quad (2.41)$$

onde $t_{\text{médio}}$ é a espessura média da chapa e do flange do reforçador, e d_e é o diâmetro efetivo de um rebite manufaturado de liga 2117-T4. O diâmetro efetivo de rebites manufaturados de outros materiais é

$$\frac{d_e}{d} = \sqrt{\frac{(F_r)_{\text{material}}}{(F_r)_{2117-T4}}} \quad (2.42)$$

Os resultados da Fig. 2-35b foram obtidos de testes em painéis com reforçadores conformados. O uso de reforçadores extrudados ou usinados normalmente elimina a possibilidade do enrugamento como um modo de falha, por causa do apoio fornecido pelo canto vivo externo do flange e do filete do canto externo. Além disto, o raio do filete de uma seção extrudada é normalmente menor do que o raio da dobra de uma seção conformada, de modo que b_0 (distância do rebite à alma) pode ser feita menor.

Unidades revestimento-reforçador podem ser projetadas como colunas se formas secundárias de falha, tais como flambagem entre rebites e enrugamento da face são evitados. Com referência à Fig. 2.38, as seguintes regras de projeto normalmente evitarão estas fraquezas secundárias:

- (1) $\frac{t_{f_1}}{t_s} \geq 0,5$ promove falha local global da unidade
- (2) $0,4 < \frac{b_{f_2}}{b_w} < 0,5$
- (3) b_0 deve ser feito o menor possível para prevenir falha por enrugamento
- (4) $\frac{p}{b_s} < 0,5$ para prevenir flambagem entre rebites
- (5) $\frac{p}{d} < 8$ para prevenir falha por enrugamento

- (6) a resistência em tração da conexão, por polegada, deve ser maior ou igual a $0.05 F_{cy} t_s$, para prevenir falha por enrugamento
- (7) como diretriz grosseira, para prevenir contra falha por enrugamento, reforçadores conformados devem ser evitados se $b_s/t_s < 30$

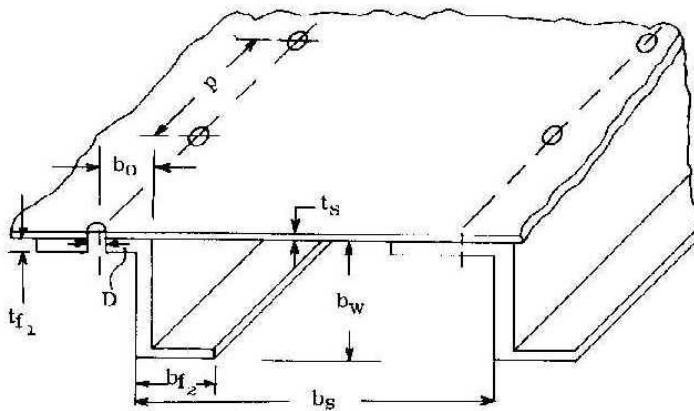
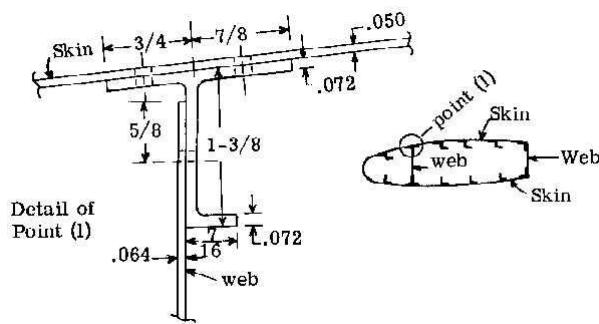


Fig. 2-38 Dimensões de um Painel Revestimento-Reforçador Montado

Exemplo 2.9



Uma estrutura de asa, de construção convencional, está mostrada no esboço. A asa é coberta por uma placa, geralmente referida como revestimento, e este revestimento é reforçado conectando elementos com seções conformadas ou extrudadas. Uma seção típica de uma asa envolve uma ou várias almas interiores e para conectar estas almas ao revestimento, um reforçador muitas vezes denominado de flange da alma ou mesa, é necessário para facilitar a conexão, como mostrado na figura.

O flange no caso deste exemplo é uma extrusão de liga de alumínio 7075-T2. O revestimento e a alma são manufaturados em liga de alumínio 7075-T2. O revestimento é conectado ao reforçador por duas fileiras de rebites de cabeça tipo Brazier de 1/8 in de diâmetro, com espaçamento de 7/8 in. A alma é conectada ao reforçador por uma fileira de rebites de cabeça chata de 3/16 in de diâmetro, espaçados de 1 in.

Pede-se determinar a tensão de falha local do reforçador, a área efetiva das chapas conectadas ao reforçador, e a carga total que é suportada pelo conjunto na condição de falha. Uma vez que o reforçador é apoiado lateralmente pela alma e revestimento, a ação de flexão de coluna é evitada, de modo que a verdadeira resistência a cargas longitudinais de compressão da unidade se dá por falha local (tensões adicionais são produzidas nestes cantos se a alma flamba em cisalhamento e forças de tração diagonal estão agindo; mas este assunto será tratado noutro capítulo).

Dados adicionais: área do reforçador $A_{st} = 0,24 \text{ in}^2$

propriedades da extrusão 7075-T6: $E_c = 10.500 \text{ ksi}$ e $F_{cy} = 70 \text{ ksi}$

propriedades das chapas 7075-T6: $E_c = 10.500 \text{ ksi}$ e $F_{cy} = 70 \text{ ksi}$

distância entre as conexões reforçador-revestimento = 0,875 in

Solução:

a) O método de Gerard será utilizado para o cálculo da tensão de falha local do reforçador.

$g = 1 \text{ corte} + 5 \text{ flanges} = 6$; Tabela 2.2, caso 6: $\beta_g = 0,67$, $m = 0,4$, $F_{cut} = 0,8F_{cy} = 56 \text{ ksi}$

$$\frac{F_{st}}{F_{cy}} = \beta_g \left[\frac{gt^2}{A_{st}} \sqrt{\frac{E}{F_{cy}}} \right]^m = 0,67 \left[\frac{6 \times 0,072^2}{0,24} \sqrt{\frac{10.500}{70}} \right]^{0,4} = 0,806 > \frac{F_{cut}}{F_{cy}} \Rightarrow F_{st} = F_{cut} = 56 \text{ ksi}$$

b) A Eq. (2.25) fornece (para mesmo material reforçador-chapa)

$$b_e = 1,7t \frac{E_{sk}}{E_{st}} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} = 1,7 \times 0,050 \sqrt{\frac{10.500}{56}} = 1,16 \text{ in} \text{ para o revestimento e}$$

$$b_e = 1,7t \frac{E_{sk}}{E_{st}} \sqrt{\frac{E_c}{F_{st}}} = 1,7 \times 0,064 \sqrt{\frac{10.500}{56}} = 1,50 \text{ in para a alma.}$$

A distância entre as linhas de rebitagem é, $l = 0,875 \text{ in} < 1,12$. Portanto, a área efetiva do revestimento é
 $(A_e)_{\text{revestimento}} = (1,16 + 0,875) \times 0,050 = 0,102 \text{ in}^2$

Para a alma, de acordo com o caso 5 da tabela 2-4,

$$(A_e)_{\text{alma}} = (0,365 + 0,5) b_e t = 0,865 \times 1,5 \times 0,064 = 0,083 \text{ in}^2$$

d) A carga total suportada pela unidade é

$$P_u = [A_{st} + (A_e)_{\text{revestimento}} + (A_e)_{\text{alma}}] F_{st} = (0,24 + 0,102 + 0,083) \times 56 = 23,8 \text{ kips}$$

Este resultado é o correto desde que não haja flambagem entre rebites em tensões abaixo da tensão de falha local do reforçador, de 56 ksi.

Os rebites do revestimento são do tipo Brazier com espaçamento $p = 7/8$. De acordo com a Tabela 2.6, o coeficiente de fixação para este tipo de rebite é $c = 3$. Portanto, para uso da Fig. 2-33 é necessário fazer uso da Eq. (2.30):

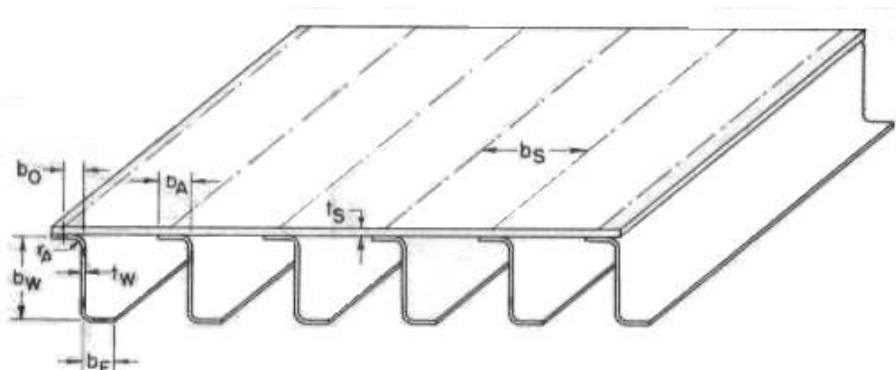
$$\left(\frac{p}{t} \right)_{\text{gráfico}} = \frac{2}{\sqrt{c}} \left(\frac{p}{t} \right)_{\text{real}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left(\frac{7/8}{0,050} \right) = 20.2 \text{ e a Fig. 2-33 fornece } F_{ir} = 60 \text{ ksi} > 56 \text{ ksi},$$

portanto o revestimento não flambará entre rebites.

Os rebites da alma são do tipo cabeça chata, com $c = 4$. O espaçamento é de 1,00 in, de modo que, com $p/t = 1,00 / 0,064 = 15,6$, a Fig. 2-33 fornece $F_{ir} = 64,6 \text{ ksi} > 56 \text{ ksi}$, que é consideravelmente maior do que a tensão de falha local do reforçador.

Na construção de asas, os rebites do revestimento normalmente são do tipo escareado. Para tal rebite, o coeficiente de fixação é $c = 1$. Neste caso, o parâmetro (p/t_s) corrigido a ser utilizado na Fig. 2-33 seria $2/\sqrt{1}(p/t_s) = 2 \times 0,875 / 0,05 = 35$, que forneceria $F_{ir} = 29 \text{ ksi}$, valor sensivelmente menor do que a tensão de falha local. Em consequência, o espaçamento entre rebites teria que ser reduzido. Usando um espaçamento de 9/16 in, ter-se-ia $(p/t_s) = 2 \times 0,5625 / 0,05 = 22$, e a Fig. 2-33 daria $F_{ir} = 57,4 \text{ ksi}$, maior do que a tensão média de falha local e, portanto, satisfatório.

Exemplo 2.10



A figura mostra um painel reforçado composto de revestimento e reforçadores conformados. O material é liga de alumínio 2024-T3 ($E_c = 10.700 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 39 \text{ ksi}$, $n = 11,5$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$). O problema é

determinar a tensão de falha em compressão, para um pequeno comprimento da unidade. Os dados gerais do painel são:

$$t_w = 0,064 \text{ in} ; \quad b_w = 2,437 \text{ in} ; \quad b_A = 0,593 \text{ in} ; \quad t_s = 0,064 \text{ in} ; \quad b_f = 0,905 \text{ in} ; \quad b_0 = 0,343 \text{ in} ; \\ b_s = 2,00 \text{ in} ; \quad \text{rebites tipo Brazier em AL 2117 - T3, diâmetro } 3/32 \text{ in, espaçamento } 3/4 \text{ in}$$

Solução:

- a) tensão de falha do reforçador agindo sozinho

$$\text{A área do reforçador é: } A_{st} = (0,593 + 2,437 + 0,905)0,064 = 0,252 \text{ in}^2$$

Para o método de Gerard, a Tabela 2-2 e Eq. (2.16) fornecem,

$$\frac{F_{st}}{40} = 3,2 \left[\frac{0,064^2}{0,252} \left(\frac{10.700}{40} \right)^{1/3} \right]^{0,75} = 0,589 < \frac{F_{cut}}{40} = 2 \left(\frac{0,064}{2,437} \right)^{1/3} = 0,594 \Rightarrow F_{st} = 23,6 \text{ ksi}$$

- b) tensão de falha local do painel, considerado monolítico

A Tabela 2-3 fornece, para o método de Gerard, $g = (8 \times 2 - 1)/6 = 7,83$, $m = 0,85$, $\beta_g = 0,56$ e $F_{cut} = F_{cy}$.

A área total é: $A = 0,252 + 2 \times 0,064 = 0,38 \text{ in}^2$, de modo que a Eq. (2.23) fornece

$$\frac{\bar{F}_{cc}}{40} = 0,56 \left[\frac{7,83 \times 0,064 \times 0,064}{0,38} \sqrt{\frac{10.700}{40}} \right]^{0,85} = 0,737 < 1 \Rightarrow \bar{F}_{cc} = 29,5 \text{ ksi}$$

- c) tensão de flambagem entre rebites

Para rebites tipo Brazier, $c = 3$. O espaçamento entre rebites é $p = \frac{3}{4} \text{ in}$. Em consequência, o parâmetro B, dado pela Eq. (2.29), é

$$B = \frac{1}{\pi} \frac{p}{t_s} \sqrt{\frac{12F_{0,7}(1-\nu_e^2)}{Ec}} = \frac{1}{\pi} \frac{0,75}{0,064} \sqrt{\frac{12 \times 39(1-0,3^2)}{10.700 \times 3}} = 0,430$$

Com este valor de B e $n = 11,5$, a Fig. 2-32 fornece $F_{ir}/F_{0,7} = 1,00$, de modo que $F_{ir} = 39 \text{ ksi}$, bastante acima das tensões de falha do reforçador e/ou painel monolítico.

- d) falha por enrugamento do revestimento

Para $p/d = 0,75/0,0937 = 8$ e $b_0/t_w = 0,343/0,064 = 5,36$, a Fig. 2-35b fornece $g/t_w = 6,5$.

Para $(b_w/t_w)/(b_s/t_s) = (2,437 \times 0,064)/(2,00 \times 0,064) = 1,22$ e $g/b_w = 6,5 \times 0,064/2,437 = 0,17$, a Fig. 2-37 fornece $k_w = 4,5$, de modo que, usando a Fig. 2-36,

$$\frac{k_w \pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)F_{0,7}} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2 = \frac{4,5 \pi^2 10.700}{12 \times 0,91 \times 39} \left(\frac{0,064}{2,00} \right)^2 = 1,14 \text{ e } n = 11,5 \Rightarrow \frac{\bar{F}_w}{39} = 0,9 \Rightarrow \bar{F}_w = 35,1 \text{ ksi}$$

Como a tensão de falha por enrugamento é maior do que a tensão de falha local do painel monolítico, ela não é crítica.

Os resultados indicam que a tensão de falha local para o reforçador sozinho, de 23,6 ksi, é o menor valor, de maneira que o reforçador é instável, falhando primeiro. Em consequência, a tensão média última do painel é dada pela Eq. (2.38)

$$(F_u)_{\text{média}} = \frac{F_{st} A_{st} + \bar{F}_w b_s t_s}{A_{st} + b_s t_s} = \frac{23,6 \times 0,252 + 35,1 \times 0,128}{0,252 + 0,128} = 27,5 \text{ ksi}$$

Como este valor é menor do que a tensão de falha local do painel monolítico, ele representa a tensão média de falha do painel dado. A capacidade última de carregamento do painel é

$$P_u = 27,5 \times 0,38 = 10,4 \text{ kips}$$

a) verificação dos rebites

Verificando o critério dado pela Eq. (2.39):

$$\frac{p}{b_s} < \frac{1,27}{\sqrt{k_w}} \quad \text{ou} \quad \frac{3/4}{2,0} = 0,375 < \frac{1,27}{\sqrt{k_w}} = \frac{1,27}{\sqrt{4,5}} = 0,60 \quad \text{OK}$$

A tensão de tração admissível nos rebites é dada pela Eq. (2.41):

$$\frac{d_e}{t_{\text{médio}}} = \frac{3/32}{0,064} = 1,47 < 1,67 \Rightarrow F_r = 57 \text{ ksi}$$

Por outro lado, a Eq. (2.40) fornece um limitante inferior para F_r :

$$F_r = 57 > \frac{0,7}{E_{st}} \frac{b_s}{d} \frac{p}{d} F_w^2 = \frac{0,7}{10.700} \frac{2,0}{3/32} \frac{3/4}{3/32} 35,1^2 = 13,8 \text{ ksi} \Rightarrow \text{OK}$$

2.13 FALHA DE PAINÉIS REFORÇADOS

A análise da falha de painéis reforçados longitudinalmente é relativamente complexa. O material apresentado nas seções 2-9 a 2-12 pode ser utilizado para predizer as tensões de falha de painéis curtos, quando $L'/\rho \leq 20$. À medida que o comprimento do painel aumenta, a tensão de falha diminui. Há, basicamente, três métodos de análise que podem ser considerados para a análise de falha de painéis reforçados. A primeira considera uma coluna composta de um reforçador típico e a área efetiva do revestimento associada a este reforçador. Nesta análise, usualmente, a resistência do reforçador é limitada pela tensão admissível de falha local. A flambagem local do reforçador pode ocorrer antes de ser atingida a carga última da unidade. O revestimento normalmente flamba antes de atingida a carga última. O segundo método de análise considera o painel com reforçadores discretos. Nesta análise o revestimento e os reforçadores são tratados como uma unidade. Usualmente, as tensões de flambagem local dos reforçadores e revestimento são projetadas para serem iguais ou menores do que a resistência última do painel. O terceiro método de análise é considerar o painel como uma placa ortotrópica equivalente. As propriedades de rigidez dos reforçadores são distribuídas no revestimento. Também aqui, normalmente, as tensões de flambagem local dos elementos são projetadas iguais ou maiores do que a resistência última do painel.

a) Coluna Reforçador-Revestimento

Os três modos de falha “puros”, para a “coluna reforçador-revestimento”, são: 1) flexão; 2) torsão; e 3) local. A flambagem por flexão é caracterizada pela translação do painel numa direção normal ao plano original do revestimento. A flambagem torsional envolve a torção dos reforçadores e a rotação do revestimento em torno de um eixo no plano médio do revestimento. A flambagem local envolve uma distorção dos elementos da seção transversal do reforçador, particularmente os flanges que não são conectados ao revestimento e a falha local representa o limite superior deste modo. O comprimento de semi-onda das “flambas” nos modos de flexão e torção é comparável à distância entre os suportes transversais (e.g. nervuras e cavernas) enquanto que o comprimento de semi-onda para flambagem

local é comparável às dimensões da seção transversal do reforçador ou espaçamento entre reforçadores.

Em geral, exceto para painéis cujos reforçadores possuem um eixo de simetria normal ao plano do revestimento, os modos de torsão e flexão serão acoplados. A tensão crítica associada com este modo acoplado é sempre menor daquela dos modos componentes tomados separadamente. Entretanto, em muitos painéis construídos com reforçadores de seção aberta, o acoplamento entre os modos ocorre com uma intensidade relativamente pequena. Para tais painéis, a tensão crítica correspondente a um dos modos componentes normalmente é significativamente menor do que a tensão correspondente ao outro modo componente, de maneira que o acoplamento entre os dois modos pode ser desprezado.

De uma maneira geral, o modo crítico em reforçadores de seção fechada, tendo em vista a sua alta rigidez em torção, é o de “falha local – flexão”. Reforçadores simétricos e ponto-simétricos de seção aberta são críticos em “falha local –flexão”, ou em torção pura. Reforçadores de seção aberta assimétrica são críticos em “falha local – flexão” ou em flexo-torção.

Quando o comprimento de semi-onda da “flamba” é curto (da ordem de grandeza das dimensões da seção do reforçador) a falha da “coluna reforçador-revestimento” resulta da falha local que sucede a flambagem local. Ao ser aumentado o comprimento de semi-onda da “flamba”, o modo de torsão é encontrado e eventualmente, com comprimentos crescentes, o modo de flambagem por flexão predominará (veja Fig. 2-39).

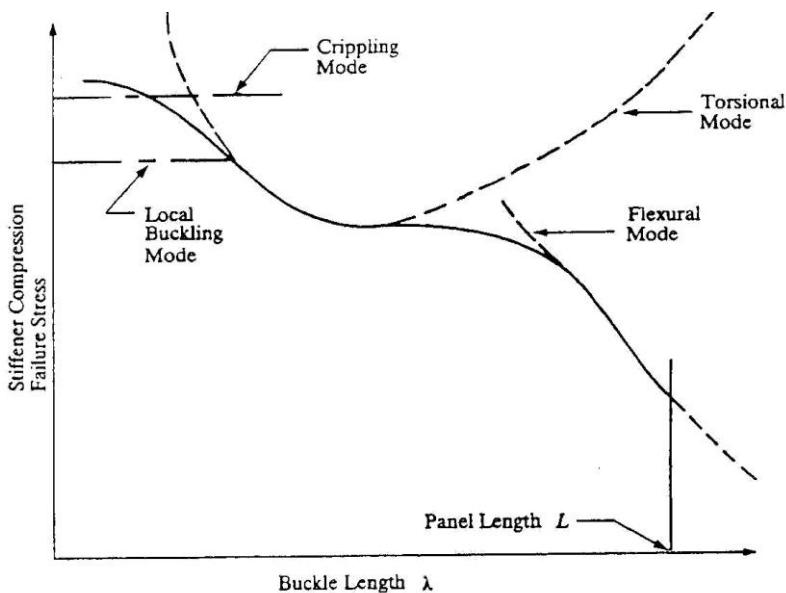
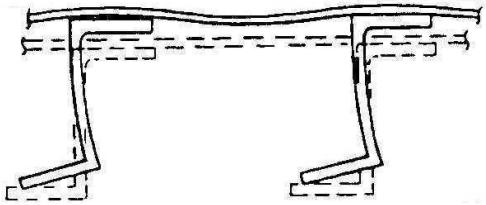


Fig 2-39 Relação Característica entre Comprimento de Flamba e Modo de Flambagem

Neste texto será apresentada a forma de analisar o modo “falha local – flexão” somente. Os modos flexo-torção e torção pura são analisados na Ref. 2.21 como uma extensão da teoria apresentada no Cap. 3. A presença do revestimento tem influência na análise, especialmente no que tange a localização do centro de torção, e o fato de que a flexo-torção pode se apresentar formas alternativas, simétrica ou anti-simétrica. A Ref. 2-21 apresenta a metodologia da análise passo-a-passo.

O modo “falha local – flexão” é mostrado no esboço. O acoplamento entre o modo de flambagem em flexão (Euler) e o modo de falha local pode ocorrer quando a tensão de compressão ultrapassar aproximadamente a metade da tensão de falha local do reforçador, F_{cc} . Em níveis menores de tensão, o modo de falha pode ser considerado como de flexão pura.



Modo de Falha: Falha Local + Flexão

A tensão de instabilidade para o modo “falha local – flexão” de um painel modelado como coluna reforçador-revestimento é obtida por uma adaptação da parábola modificada de Johnson (seção 2.9) como segue:

$$\text{Se } \frac{F_{co}}{2} \leq F_c \leq F_{cc} \quad \Rightarrow \quad F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}(L'/\rho)^2}{4\pi^2 E_c} \right] \quad (2.43a)$$

$$\text{Se } F_c \leq \frac{F_{co}}{2} \quad \Rightarrow \quad F_c = \frac{\pi^2 E}{(L'/\rho)^2} \quad (2.43b)$$

Onde

$$F_{co} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{F_{cc}}{\phi}} \right); \quad \phi = \frac{2\pi^2 E_c}{12,5^2}$$

F_{cc} = tensão média de falha local do reforçador

E_c = módulo de Young em compressão

L' = comprimento efetivo do painel = L/\sqrt{c}

c = coeficiente de fixação nas extremidades do painel

ρ = raio de giração do reforçador mais a área efetiva de revestimento

O procedimento de análise é dado a seguir:

Passo 1: Determine a tensão de falha local, F_{cc} , do reforçador sem a largura efetiva de revestimento, e calcule o parâmetro ϕ ;

Passo 2: Estime a tensão de falha, F_c , da coluna composta do reforçador e área efetiva de revestimento

Passo 3: Determine a área efetiva de revestimento, baseada no valor estimado de F_c , como mostrado na seção 2.11;

Passo 4: Compute r e L'/r usando a Fig. 2-40 ou

$$\left(\frac{\rho}{\rho_{st}} \right)^2 = \frac{1 + \xi [1 + (e/\rho_{st})^2]}{(1 + \xi)^2}, \text{ onde } \xi = \frac{A_e}{A_{st}}, \text{ } e = \text{distância entre o centróide do reforçador e}$$

superfície média do revestimento; A_e = área efetiva do revestimento, A_{st} = área da seção transversal do reforçador; ρ_{st} e ρ = raios de giração, respectivamente, do reforçador e da combinação reforçador-revestimento.

Passo 5: Compute F_c usando as Eqs. (2.43)

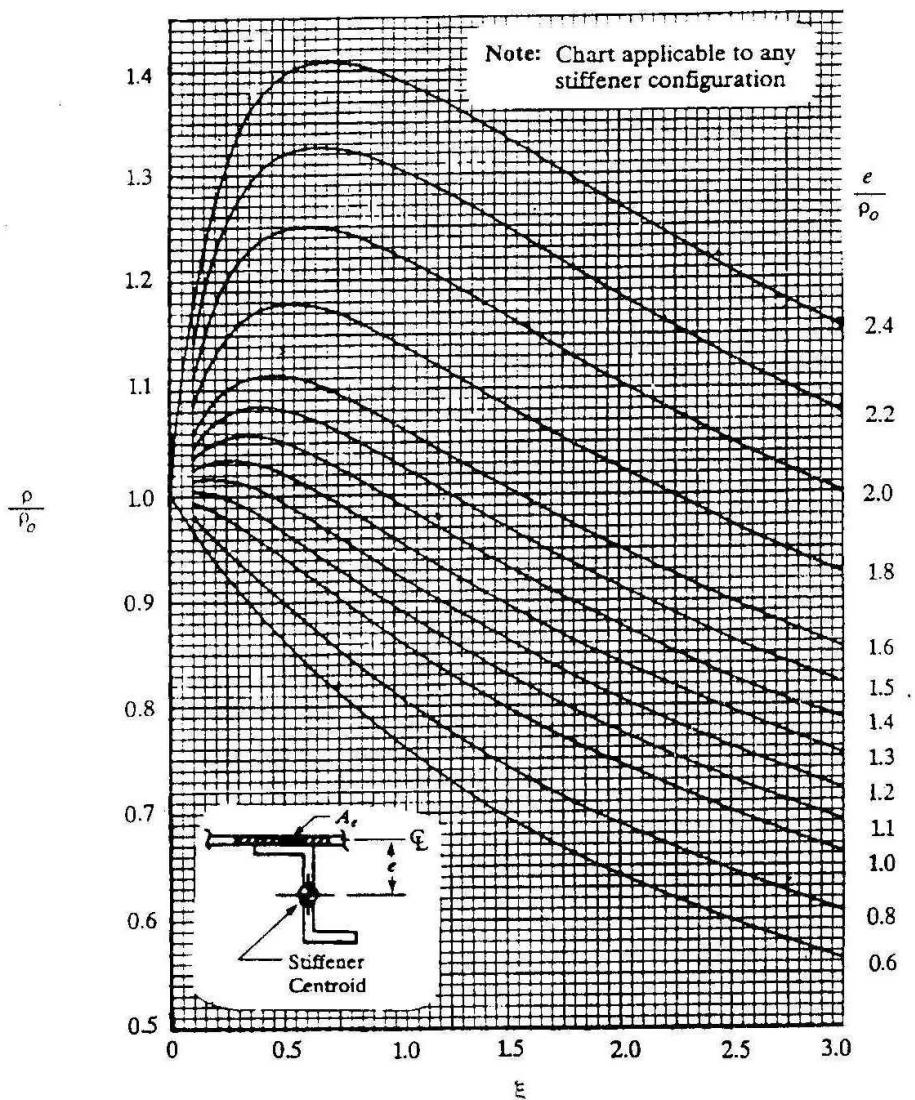
Passo 6: Compare a F_c computada no Passo 5 com aquela do Passo 2; se diferente, itere a partir do Passo 2 com o novo valor de F_c .

Passo 7: Compute a tensão média no painel $\bar{F}_c = \frac{F_c(A_{st} + A_e)}{A_{st} + b_s t_s}$

Passo 8: Compute a margem de segurança em tensões

$$MS = \frac{\bar{F}_c}{f_c} - 1$$

onde f_c é a tensão de compressão aplicada no painel.



$$\left(\frac{\rho}{\rho_o}\right)^2 = \frac{1 + \xi [1 + (e/\rho_o)^2]}{(1 + \xi)^2}$$

$$\xi = \frac{A_e}{A_{st}}$$

A_e = Effective skin area

A_{st} = Stiffener area

ρ_o = Stiffener radius of gyration (see BDM-6010)

ρ = Radius of gyration of skin-stiffener combination

Fig. 2-41 Raio de Giração da Combinação Reforçador - Área Efetiva de Revestimento

b) Painéis com reforçadores discretos

O método de análise para painéis com reforçadores discretos trata o revestimento e reforçadores como uma unidade integral, sem que ocorra a flambagem local de reforçadores ou flambagem entre rebites antes da falha do painel. Em consequência, deve ser feita a análise da flambagem local do reforçador para assegurar que não ocorra em tensões abaixo da tensão de instabilidade geral do painel. O método de análise apresentado aqui considera a rigidez axial e em flexão do reforçador na determinação da tensão crítica do painel; a rigidez torsional do reforçador é considerada somente no caso de painéis sujeitos a carregamentos transversais.

Dois tipos de instabilidade são indicados para este tipo de painel:

- Flambagem simultânea do revestimento e dos reforçadores para painéis cujos reforçadores apresentam momento de inércia relativamente pequeno; e
- Flambagem do revestimento entre reforçadores para painéis cujos reforçadores apresentam momento de inércia relativamente grande.

Os gráficos apresentados nas Figs. 2-42 a 2-46 são derivados de uma análise em que os centróides dos reforçadores foram assumidos estarem localizados no plano médio do revestimento. Para permitir uma leitura direta destas curvas no caso em que os reforçadores estão colocados de um só lado do revestimento, o momento de inércia do reforçador tem de ser primeiro modificado pela expressão

$$I = I_0 + \frac{A_{st} \bar{Z}^2}{1 + \left(\frac{A_{st}}{K_1 b_s t_s} \right)} \quad (2.44)$$

onde

I_0 é o momento de inércia dos reforçadores em torno do eixo centroidal paralelo ao revestimento;

\bar{Z} é a distância do centróide do reforçador ao plano médio do revestimento;

K_1 é um coeficiente para modificação do momento de inércia do reforçador dado pela Fig. 2-41; este coeficiente depende do alongamento L/b_s , e o número de semi-ondas n , na direção longitudinal do painel.

A_{st} é a área da seção transversal do reforçador

b_s é a distância entre reforçadores

t_s é a espessura do revestimento

L é o comprimento do painel

A tensão crítica do painel, F_x , para painéis sujeitos à compressão longitudinal é determinada pelas Figs. 2-42 a 2-42. Em todos os casos os painéis são assumidos simplesmente apoiados.

O procedimento de análise envolve os seguintes passos:

Passo 1: Calcule $L/b_s n$, com $n = 1$ como primeira aproximação (para painéis de comprimento infinito, $L/b_s n = \infty$);

Passo 2: Determine o coeficiente K_1 , da Fig. 5-41;

Passo 3: Calcule o momento de inércia modificado do reforçador, usando a Eq. (2.44)

Passo 4: Calcule $(E_t I_{st}) / (b_s D)$, usando um valor assumido para o módulo tangente do reforçador e o valor de I calculado no Passo 3; na expressão acima, $D = E_r t_s^3 / [12(1 - \nu_e^2)]$ é a rigidez em flexão do revestimento, cujo módulo reduzido E_r é dado, ou por E_t , o módulo tangente do revestimento, ou por $\sqrt{E E_t}$ como mostrado nas curvas de análise;

Passo 5: Do gráfico apropriado para tensões críticas (Figs. 2-42 a 2-45), determine n na interseção da curva $(E_t I_{st}) / (b_s D)$ apropriada com a vertical passando pelo valor L/b_s . Use a Fig. 2-45 para painéis com 4 ou mais reforçadores;

Passo 6: Se o n mostrado no gráfico tem o mesmo valor que foi assumido, proceda para o Passo 7; se é diferente, itere do Passo 1 com um novo valor de n ;

Passo 7: Determine $F_x b_s^2 / (\pi^2 D)$ das Figs. 2-42-2-45 (Fig. 2-46 para painéis infinitamente longos)

Passo 8: Compute a tensão crítica de compressão, F_x ;

Passo 9: Determine os módulos tangentes E_t para os materiais do reforçador e para do revestimento correspondente à tensão F_x ; se estes módulos assim determinados estiverem razoavelmente perto dos módulos assumidos no Passo 4 (dentro de $\pm 3\%$) proceda para o Passo 10; de outra forma, itere a partir do Passo 4 com novos valores de E_t .

Passo 10: Verifique se as tensões de flambagem local do reforçador e de flambagem entre rebites do revestimento são realmente maiores do que F_x ;

Passo 11: Compute a margem de segurança para a tensão de compressão uniaxial longitudinal

$$MS = F_x / f_x - 1, \text{ onde } f_x \text{ é a tensão longitudinal de compressão uniaxial aplicada, i.e.}$$

$$f_x = \frac{P}{\sum_i (A_{st})_i + W t_s}, \text{ onde } W \text{ é a largura do painel}$$

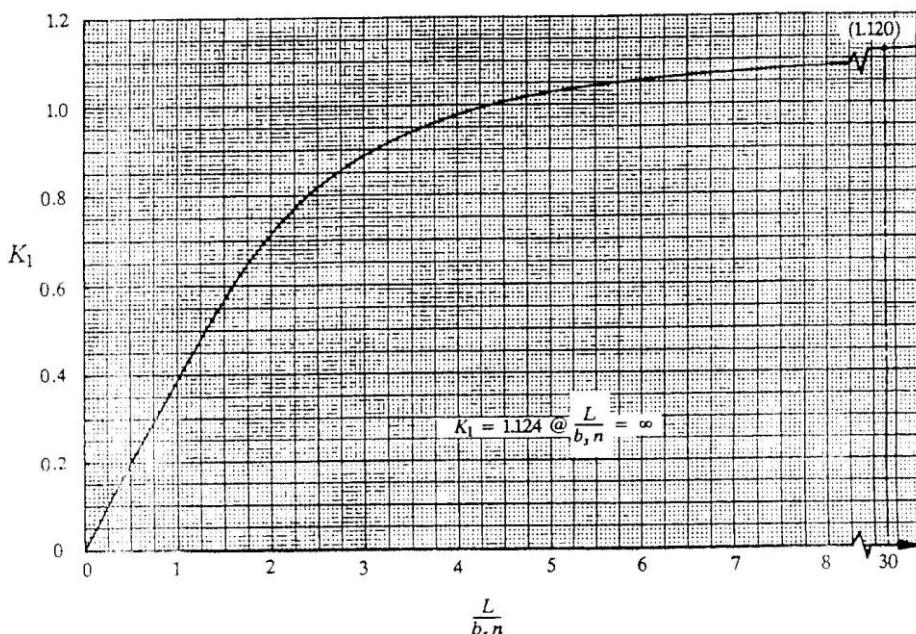
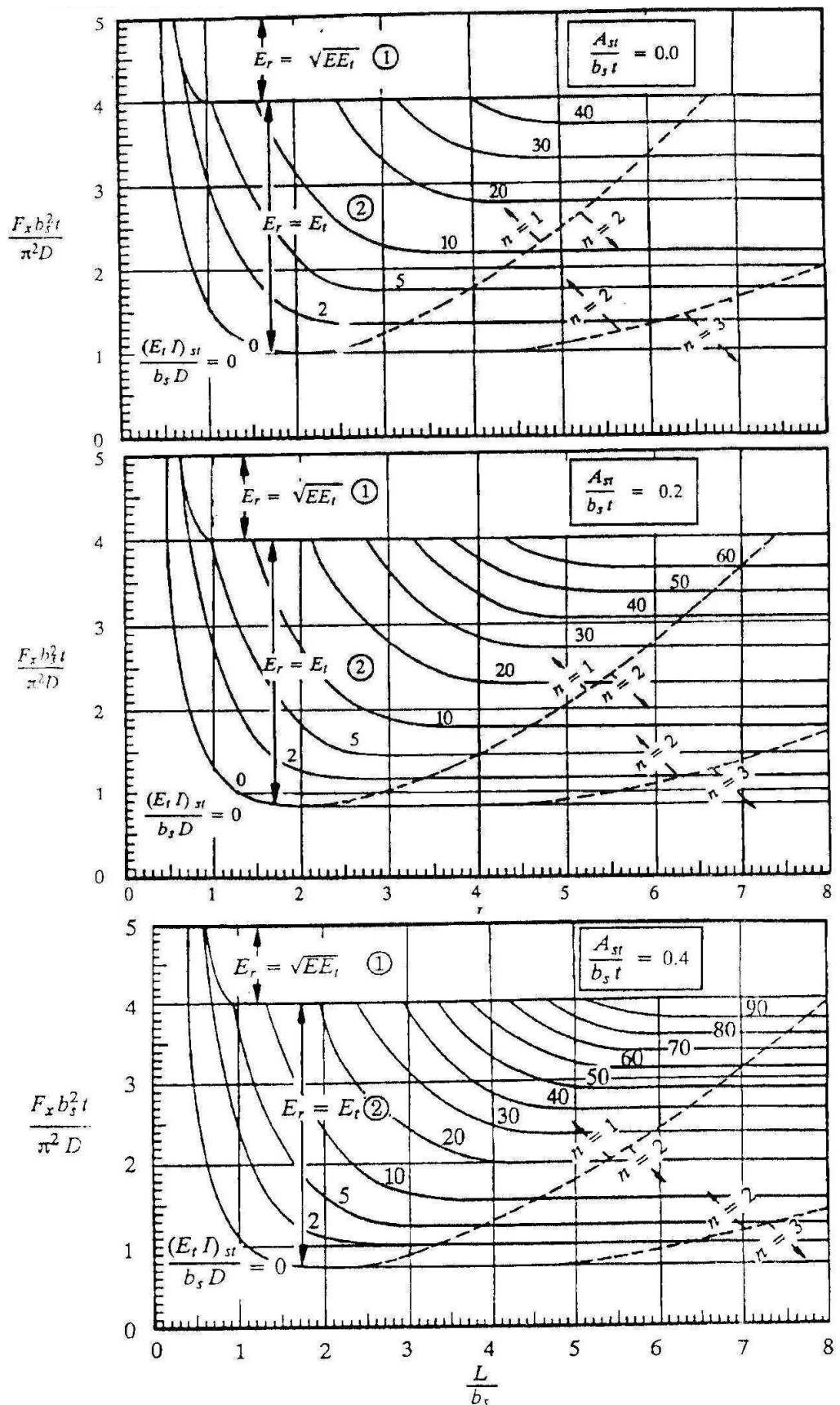


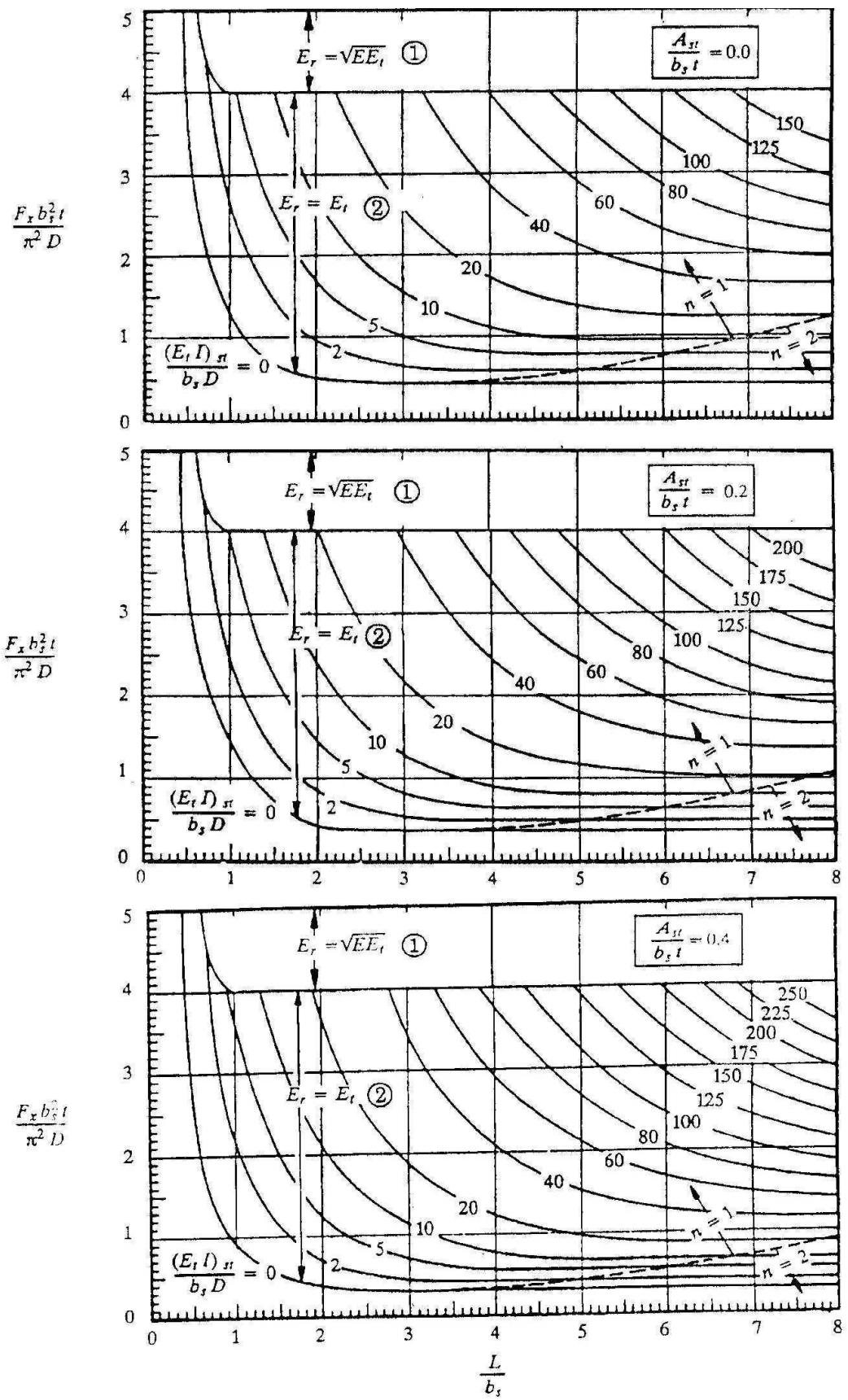
Fig. 2-41 Coeficiente para Cálculo do Momento de Inércia Modificado de Reforçador



NOTE: For values of $(A_{st}/b_s t) > 0.4$, the stiffener may be treated as a column.

- ① Skin buckles between stiffeners
- ② Skin and stiffeners buckle simultaneously

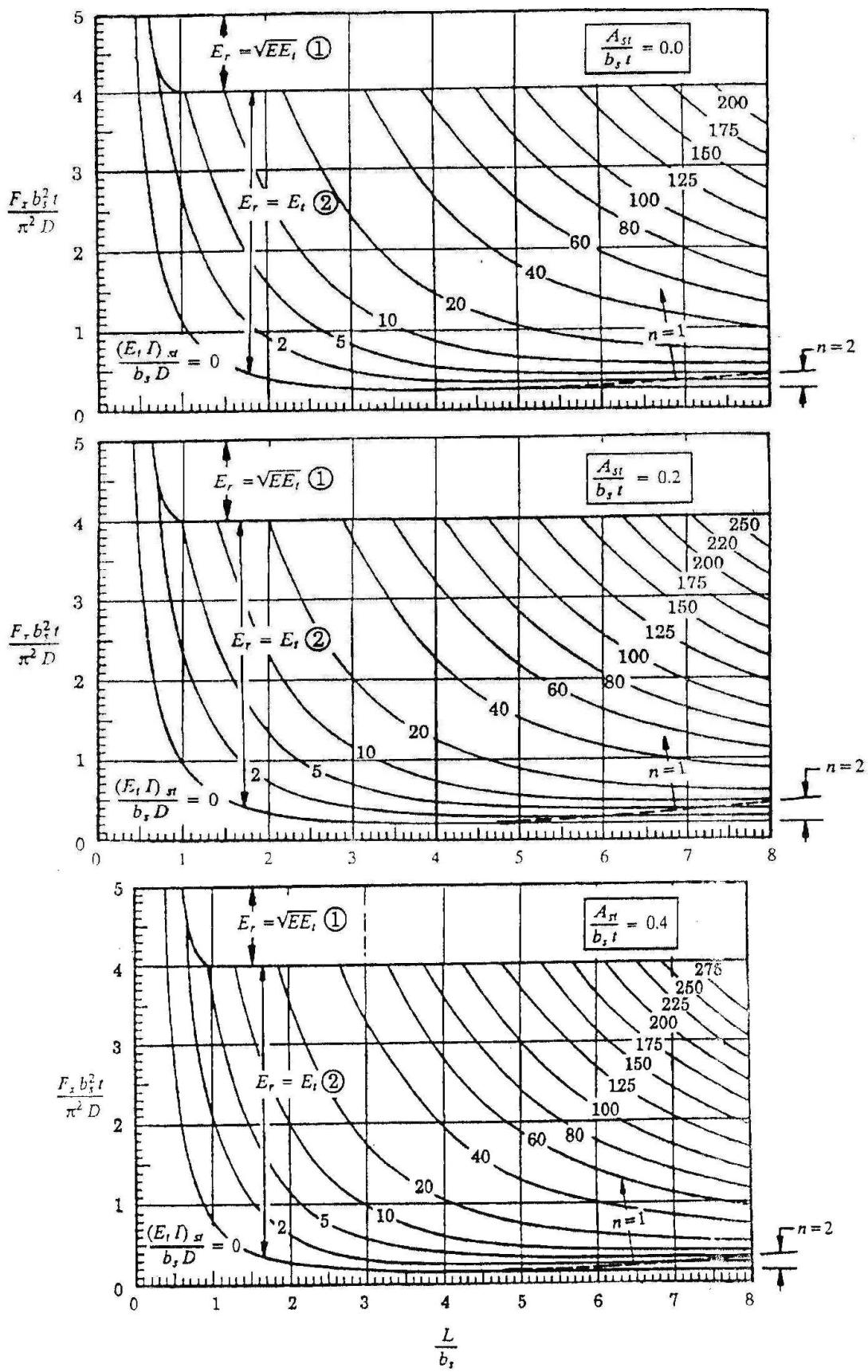
Fig. 2-42 Tensão Crítica para Painéis sob Compressão Longitudinal Um Reforçador Longitudinal



① Skin buckles between stiffeners

② Skin and stiffeners buckle simultaneously

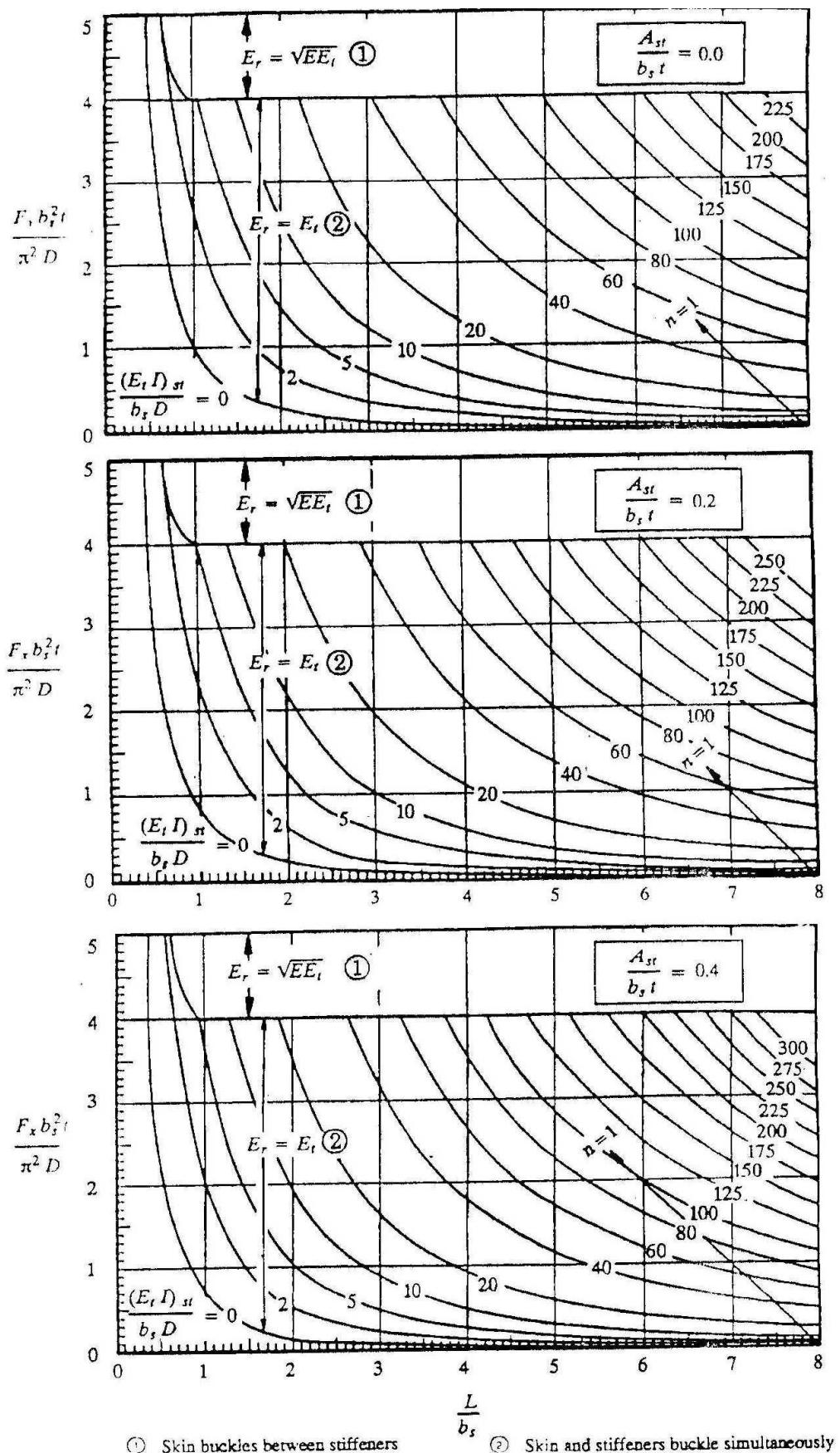
Fig. 2-43 Tensão Crítica para Painéis sob Compressão Longitudinal
Dois Reforçadores Longitudinais



① Skin buckles between stiffeners

② Skin and stiffeners buckle simultaneously

Fig. 2-44 Tensão Crítica para Painéis sob Compressão Longitudinal Três Reforçadores Longitudinais



① Skin buckles between stiffeners ② Skin and stiffeners buckle simultaneously

Fig. 2-45 Tensão Crítica para Painéis sob Compressão Longitudinal Infinitos Reforçadores Longitudinais

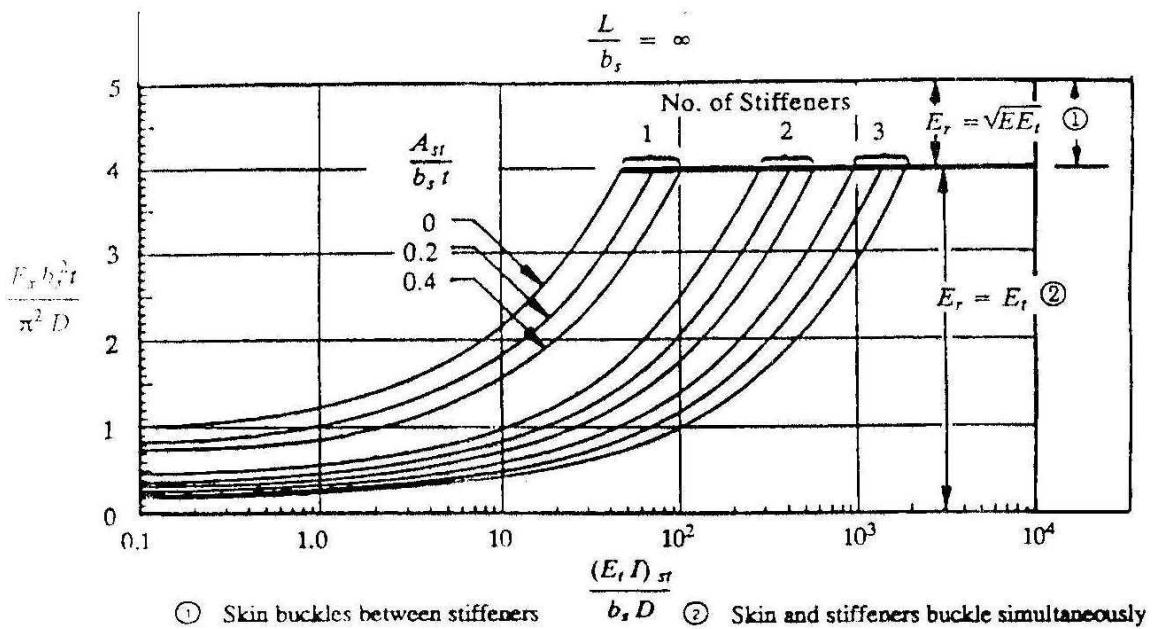


Fig. 2-46 Tensão Crítica de Painéis Infinitamente Longos sob Compressão Longitudinal

A tensão crítica F_y para painéis sujeitos a carregamentos de compressão transversal é determinada a partir da Fig. 2-47. Os bordos do painel são assumidos simplesmente apoiados, com a restrição elástica de rotação nas bordas assumida igual a $(GJ)_{st}/2$.

O procedimento de análise, passo-a-passo é:

Passo 1: Calcule $L/b_s n$, com $n = 1$ e obtenha K_1 da Fig. 2-41;

Passo 2: Calcule o momento de inércia modificado do reforçador, como anteriormente;

Passo 3: Calcule os dois parâmetros adimensionais independentes

$$\beta = \frac{\pi^2 b_s (GJ)_{st}}{DL^2} \quad \text{e} \quad \frac{\pi^4 (b_s/L)^3 (EI)_{st}}{DL}$$

Passo 4: Determine $F_y b_s^2 t_s / D$ da Fig. 2-47, para o alongamento L/b_s aplicável;

Passo 5: Calcule a tensão crítica de compressão F_y ;

Passo 6: Calcule a margem de segurança em tensões

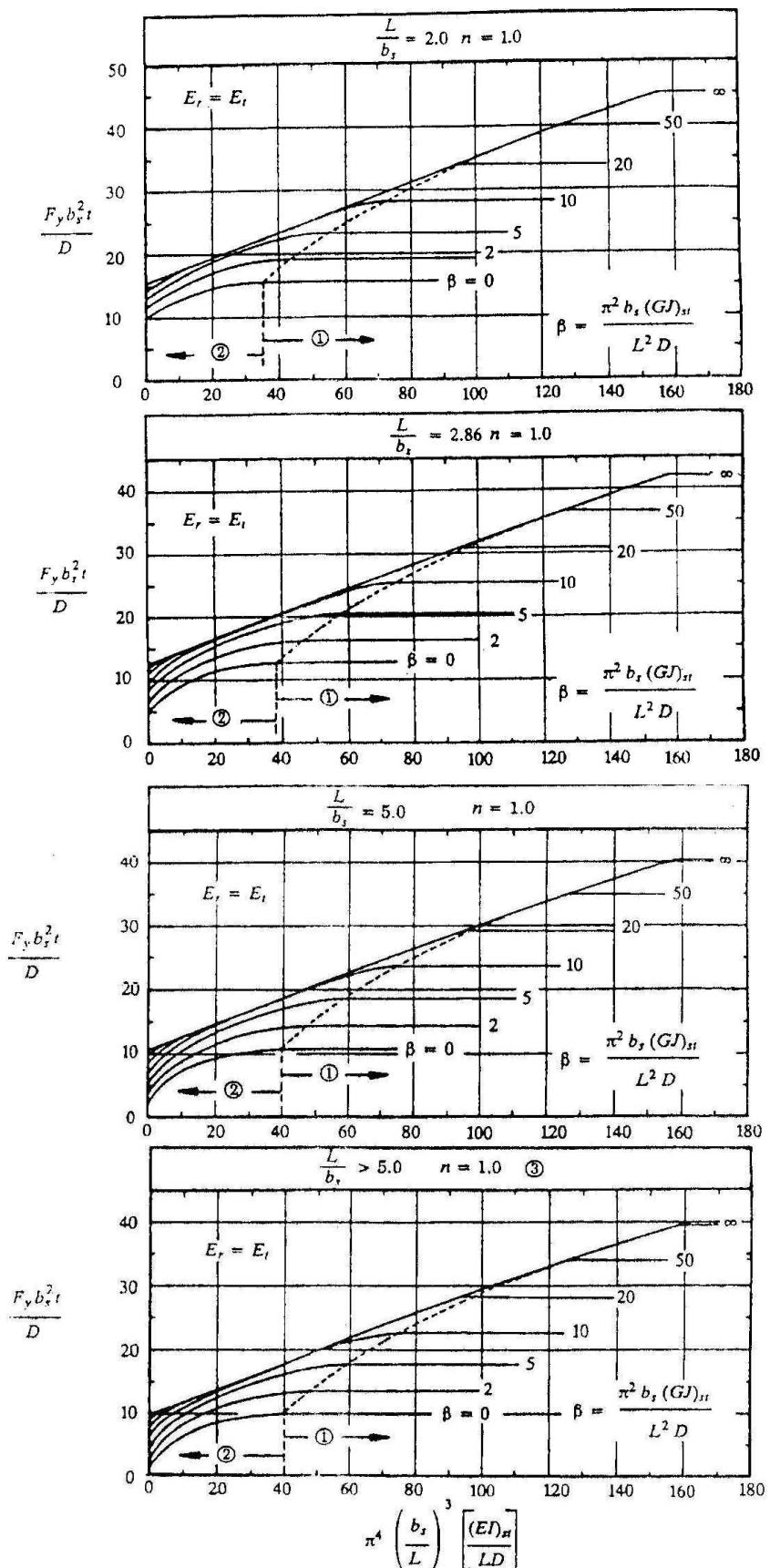
$$MS = F_y / f_y - 1$$

onde f_y é a tensão média de compressão aplicada, i.e., $f_y = P / L t_s$

Para carregamentos biaxiais de compressão, recomenda-se a seguinte equação de interação para painéis reforçados longitudinalmente e simplesmente apoiados:

$$R_x^{1.5} + R_y^2 \leq 1 \quad (2.45)$$

onde R_x é a razão das tensões de compressão longitudinais, f_x/F_x e R_y , a razão das tensões de compressão transversais f_y/F_y . A equação de interação acima é suportada por dados experimentais realizados em painéis com três reforçadores, $L/b_s \approx 3.5$ e $(E_c I)_{st} / (b_s D) > 60$, onde I é o momento de inércia do reforçador em torno da superfície média do revestimento.



① Skin buckles between stiffeners

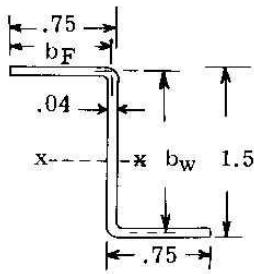
② Skin and stiffeners buckle simultaneously

③ Use $L/b_s > 5$ chart for all panels where skin

is not supported between stiffeners at the boundaries

Fig. 2-47 Tensão Crítica para Painéis sob Compressão Transversal
Três ou mais Reforçadores Longitudinais

Exemplo 2-11



O reforçador da figura, manufaturado de chapa conformada de liga de alumínio 7075-T6 ($E_c = 10.500 \text{ ksi}$; $F_{cy} = 67 \text{ ksi}$), é um de quatro reforçadores rebitados a uma placa de espessura 0,025 in, do mesmo material. O painel tem comprimento de 30 in e o coeficiente de fixação é $c = 1,5$, ou seja, $L' = L/\sqrt{c} = 30/\sqrt{1,5} = 24,49 \text{ in}$

Ache a carga que o painel suporta na condição de falha.

Suponha que o espaçamento entre os rebites seja tal a prevenir a flambagem entre rebites.

Solução:

Passo 1: Calculando a tensão de falha local do reforçador pelo Método da Boeing, da Tabela 2.1, $m = 0,80$; $B_{10} = 0,05275$; $g_f = 2,65$

Os dois flanges têm uma borda livre, $b_h = 0,75 - 0,02 = 0,73 \text{ in}$, $t_h = 0,04 \text{ in}$, de modo que a Eq. (2.13) dá

$$\frac{F_{cc1}}{\sqrt{F_{cy}E}} = \frac{F_{cc1}}{\sqrt{67 \times 10.500}} = \frac{F_{cc1}}{838,75} = \left[\frac{B_{10}}{b_1 / (10g_f t)} \right]^{0,80} = \left[\frac{0,05275}{0,73 / (10 \times 1 \times 0,04)} \right]^{0,80} = 0,0326$$

ou $F_{cc1} = F_{cc3} = 0,0326 \times 838,75 = 27,34 \text{ ksi}$; $P_{cc1} = P_{cc3} = 27,34 \times 0,73 \times 0,04 = 0,798 \text{ kips}$

A alma tem zero bordas livres, $b_h = 1,5 - 0,04 = 1,46 \text{ in}$, $t_h = 0,04 \text{ in}$, de modo que a Eq. (2.13) dá

$$\frac{F_{cc2}}{838,75} = \frac{0,05275}{[1,46 / (10 \times 2,65 \times 0,04)]^{0,80}} = 0,0408 \Rightarrow F_{cc2} = 34,25 \text{ ksi} \Rightarrow P_{cc2} = 2,000 \text{ kips}$$

$$F_{cc} = \frac{2 \times 0,798 + 2,000}{(2 \times 0,73 + 1,46) \times 0,04} = 30,8 \text{ ksi} \Rightarrow \phi = \frac{2\pi^2 E_c}{12,5^2} = \frac{2\pi^2 10.500}{12,5^2} = 1.326,47$$

$$F_{co} = \phi \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{F_{cc}}{\phi}} \right) = 1.326,47 \left(1 - \sqrt{1 - 2 \frac{30,8}{1.326,47}} \right) = 31,17 \text{ ksi}$$

Passo 2: Seja $F_c = 25 \text{ ksi}$;

$$\text{Passo 3: } b_e = 1,7t_s \sqrt{\frac{E_c}{F_c}} = 1,7 \times 0,025 \sqrt{\frac{10.500}{25}} = 0,871 \text{ in}$$

$$\text{Passo 4: } I_{st} = 2 \left[\frac{0,75 \times 0,04^3}{12} + 0,75 \times 0,04 \times (0,75 - 0,02)^2 \right] + \frac{0,04 \times (1,5 - 0,08)^3}{12} = 0,0415 \text{ in}^4$$

$$A_{st} = 2 \times 0,75 \times 0,04 + (1,5 - 0,08) \times 0,04 = 0,117 \text{ in}^2 \Rightarrow \rho_{st} = \sqrt{\frac{I_{st}}{A_{st}}} = \sqrt{\frac{0,0415}{0,117}} = 0,596 \text{ in}$$

$$\xi = \frac{A_e}{A_{st}} = \frac{0,871 \times 0,025}{0,117} = 0,186; e = 0,75 + 0,0125 = 0,7625 \text{ in}$$

$$\left(\frac{\rho}{\rho_{st}} \right)^2 = \frac{1 + \xi [1 + (e/\rho_{st})^2]}{(1 + \xi)^2} = \frac{1 + 0,186 [1 + (0,7625/0,596)^2]}{(1 + 0,186)^2} = 1,060 \Rightarrow \rho = 0,614 \text{ in}$$

$$\text{Passo 5: } F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co} (L'/\rho)^2}{4\pi^2 E_c} \right] = 31,17 \left[1 - \frac{31,17 (24,49/0,614)^2}{4\pi^2 10.500} \right] = 27,4 \text{ ksi}$$

Passo 2a: Seja $F_c = 27,4 \text{ ksi}$;

$$\text{Passo 3a: } b_e = 1,7 t_s \sqrt{\frac{E_c}{F_c}} = 1,7 \times 0,025 \sqrt{\frac{10.500}{27,4}} = 0,832 \text{ in}$$

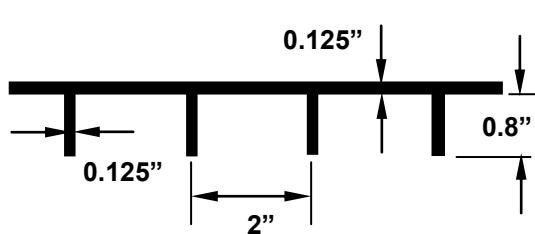
$$\text{Passo 4a: } \xi = \frac{A_e}{A_{st}} = \frac{0,832 \times 0,025}{0,117} = 0,178; e = 0,75 + 0,0125 = 0,7625 \text{ in}$$

$$\left(\frac{\rho}{\rho_{st}}\right)^2 = \frac{1 + \xi [1 + (e/\rho_{st})^2]}{(1 + \xi)^2} = \frac{1 + 0,178 [1 + (0,7625/0,596)^2]}{(1 + 0,178)^2} = 1,059 \Rightarrow \rho = 0,613 \text{ in}$$

$$\text{Passo 5a: } F_c = F_{co} \left[1 - \frac{F_{co}(L'/\rho)^2}{4\pi^2 E_c} \right] = 31,17 \left[1 - \frac{31,17(24,49/0,613)^2}{4\pi^2 10.500} \right] = 27,4 \text{ ksi}$$

$$\text{Passo 6: } P_c = 4F_c(A_{st} + A_e) = 4 \times 27,4 (0,117 + 0,832 \times 0,025) = 15,1 \text{ kips}$$

Exemplo 2-12



O painel integral da figura, simplesmente apoiado, é usinado em liga de alumínio 7075-T2. O comprimento do painel é 10 in.

Qual é a tensão de falha do referido painel para compressão uniaxial?

Dados do material: $E_c = 10.500 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 70 \text{ ksi}$, $n = 16,6$, $F_{0,7} = 72 \text{ ksi}$

Solução:

$$\text{Passo 1: } n = 1; L/b_s n = 10/2 = 5$$

$$\text{Passo 2: para } L/b_s n = 5, \text{ a Fig. 2-41 dá } K_1 = 1,04$$

$$\text{Passo 3: } I_0 = 0,125 \times 0,8^3 / 12 = 0,005333 \text{ in}^4; A_{st} = 0,125 \times 0,8 = 0,1 \text{ in}^2; \bar{Z} = 0,4 + 0,0625 = 0,4625 \text{ in}$$

$$\text{Da Eq. (2.44), } I = 0,005333 + \frac{0,1 \times 0,4625^2}{1 + \left(\frac{0,1}{1,04 \times 2 \times 0,125} \right)} = 0,02078 \text{ in}^2$$

$$\text{Passo 4: Seja } E_t = 9.000 \text{ ksi}; \frac{(E_t I)_{st}}{b_s D} = \frac{9.000 \times 0,02078}{2 \times 9.000 \times 0,125^3 / (12 \times 0,91)} = 58,09$$

Passo 5: Para $A_{st}/b_s t = 0,1/(2 \times 0,125) = 0,4$; $L/b_s = 5$ e o valor acima, a curva apropriada da Fig. 2-45 fornece $n = 1$

Passo 6: n mostrado no gráfico é o mesmo assumido inicialmente – OK

Passo 7: da curva apropriada da Fig. 2-45, $F_x b_s^2 t / \pi^2 D = 1,7$

$$\text{Passo 8: } F_x = \frac{1,7 \pi^2}{2^2 \times 0,125} \frac{9.000 \times 0,125^3}{12 \times 0,91} = 54 \text{ ksi}$$

Passo 9: Usando a representação de Ramberg-Osgood para calcular o módulo tangente em $F_x = 54 \text{ ksi}$

$$E_t = \frac{10.500}{1 + \frac{3 \times 16,6}{7} \left(\frac{54}{72} \right)^{15,6}} = 9.722 \text{ ksi}$$

Este valor é 8% superior ao valor assumido, de modo que uma iteração é necessária

$$\text{Passo 4a: Seja } E_t = 9.300 \text{ ksi; } \frac{(E_t I)_{st}}{b_s D} = \frac{9.300 \times 0,02078}{2 \times 9.300 \times 0,125^3 / (12 \times 0,91)} = 58,09$$

Passo 5a: Para $A_{st}/b_s t = 0,1/(2 \times 0,125) = 0,4$; $L/b_s = 5$ e o valor acima, a curva apropriada da Fig. 2-45 fornece $n = 1$

Passo 6a: n mostrado no gráfico é o mesmo assumido inicialmente – OK

Passo 7a: da curva apropriada da Fig. 2-45, $F_x b_s^2 t / \pi^2 D = 1,7$

$$\text{Passo 8a: } F_x = \frac{1,7 \pi^2}{2^2 \times 0,125} \frac{9.300 \times 0,125^3}{12 \times 0,91} = 55,8 \text{ ksi}$$

Passo 9a: Calculando o módulo tangente em $F_x = 55,8$ ksi

$$E_t = \frac{10.500}{1 + \frac{3 \times 16,6}{7} \left(\frac{55,8}{72} \right)^{15,6}} = 9.263 \text{ ksi}$$

Este valor está dentro do desvio de $\pm 3\%$ permitido

Passo 10: A tensão de flambagem local do painel será calculada com o auxílio da Fig. 2-23.

$b_w = 0,8 \text{ in}; b_s = 2 - 0,125 = 1,875 \text{ in}; b_w/b_s = 0,8/1,875 = 0,43; t_w/t_s = 1 \Rightarrow k_s = 3,8$ (flambagem do reforçador restrinido pelo revestimento)

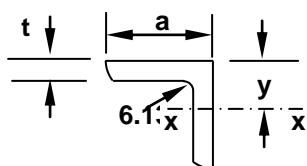
$$\frac{k_s \pi^2 E}{12(1 - \nu_e^2) F_{0.7}} \left(\frac{t_s}{b_s} \right)^2 = \frac{3,8 \times \pi^2 \times 10.500}{12 \times 0,91 \times 72} \left(\frac{0,125}{1,875} \right)^2 = 2,23$$

Fig. 5-55 $\Rightarrow F_{cr}/F_{0.7} = 1,1 \Rightarrow F_{cr} = 1,1 \times 72 = 79,2$ ksi

Da Tabela 5.2, o valor de corte é $F_{cut} = 1,075$; $F_{cy} = 1,075 \times 70 = 75,3$ ksi de modo que a tensão de flambagem local é $F_{cr} = 75,3$, muito acima da tensão de falha do painel.

6.13 EXERCÍCIOS

EXERCÍCIO 2.1

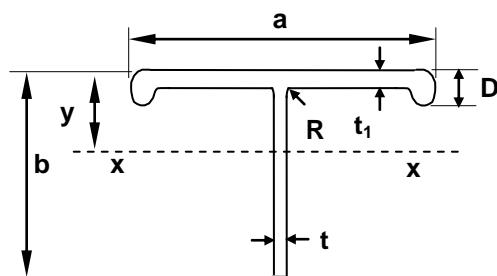


Considere o ângulo extrudado, de lados iguais, da figura. O material é liga AL 7075-T6 ($E = 10.500$ ksi, $F_{cy} = 70$ ksi, $F_{0.7} = 72$ ksi, $n = 16,6$).

- Determine a tensão de flambagem local;
- Determine a tensão de falha local;
- Determine o diâmetro mínimo requerido do bulbo necessário para fazer com que o lado vertical se comporte como uma alma em vez de flange.

Dados: $a = 3/4$ in, $t = 1/16$ in, $R = 1/8$ in, $y = 0,199$ in, Área = $0,089 \text{ in}^2$

EXERCÍCIO 2.2



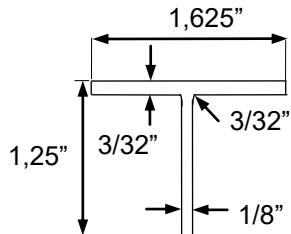
Considere a seção da figura, extrudada em liga de alumínio 7075-T6 ($E = 10.500$ ksi, $F_{cy} = 70$ ksi, $F_{0.7} = 72$ ksi, $n = 16,6$).

- Determine a tensão de flambagem local;
- Determine a tensão de falha local;

Dados: $a = 1 \frac{3}{8}$ in, $b = 11/16$ in, $D = 1/8$ in, $R = 1/16$ in, $t = 1/16$ in,

$t_1 = 1/16$ in, $y = 0,133$ in, Área = $0,137 \text{ in}^2$

EXERCÍCIO 2.3



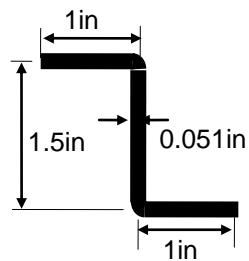
Considere o perfil da figura, extrudado em liga 7075-T2.

- estime a tensão de flambagem local
- calcule a tensão média de falha local na temperatura ambiente, usando o método da Boeing
- idem, usando o método de Gerard
- qual o diâmetro de bulbo que torna fornece condição de apoio completa para o flange horizontal?
- calcule a tensão média de falha local do perfil com bulbos como calculado no item c (use o método da Boeing)
- calcule a tensão média de falha local de ambas as seções, com e sem bulbos, sob temperatura de 450° F (Boeing)

Dados do material:

T.A.: $E = 10.500 \text{ ksi}$; $F_{cy} = 70 \text{ ksi}$; $F_{0.7} = 72 \text{ ksi}$; $v = 0,3$; $n = 16,6$
 450° F: $E = 7.800 \text{ ksi}$; $F_{cy} = 22,5 \text{ ksi}$; $F_{0.7} = 21,3 \text{ ksi}$; $v = 0,3$; $n = 7,2$

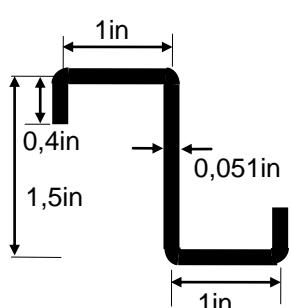
EXERCÍCIO 2.4



Considere a seção conformada mostrada na figura. O material é a liga de alumínio 7075-T6 ($E = 10.500 \text{ ksi}$, $F_y = 70 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 72 \text{ ksi}$, $n = 16,6$).

- Determine a tensão de flambagem local
- Determine a tensão de falha local;
- Determine o comprimento dos lábios necessários para que as abas se comportem como almas;
- Determine a tensão de falha local da seção como calculada em c), acima (ambos os flanges com os lábios)

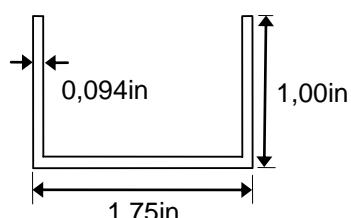
EXERCÍCIO 2.5



Considere a seção conformada mostrada na figura. O material é a liga de alumínio clad 2024-T6 ($E=10.700 \text{ ksi}$, $v_e = 0,3$, $F_{0.7} = 47 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 47 \text{ ksi}$, $n = 10,6$).

- Determine a tensão de flambagem local
- Determine a tensão de falha local;

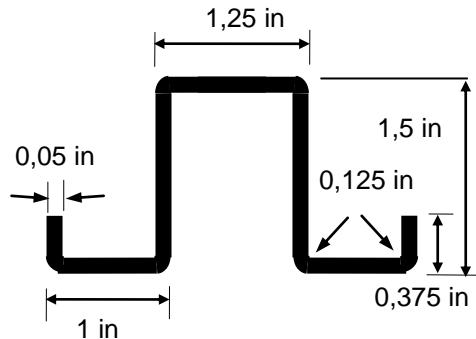
EXERCÍCIO 2.6



Considere uma coluna com a seção extrudada da figura. O material é a liga de alumínio 7075-T6 ($E = 10.500 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 70 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 72 \text{ ksi}$, $n = 16,6$).

- Determine a tensão de flambagem local;
- Determine a tensão de falha local;
- Determine a tensão de falha da coluna se o coeficiente de fixação é $c = 2$ e o comprimento é 10 in;
- Idem, se o comprimento é 60 in.

EXERCÍCIO 2.7



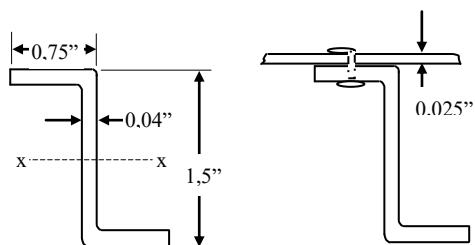
Considere o perfil da figura, conformado em liga 2024-T4.

- Calcule a tensão média de falha local pelo método de Needham;
- Calcule a tensão média de falha local pelo método da Boeing;
- Calcule a tensão média de falha local pelo método de Gerard

Dados do material:

$$E = 10.700 \text{ ksi} ; F_{cy} = 38 \text{ ksi} ; F_{0.7} = 36,7 \text{ ksi} ; v = 0,3 ; n = 15,6$$

EXERCÍCIO 2.8

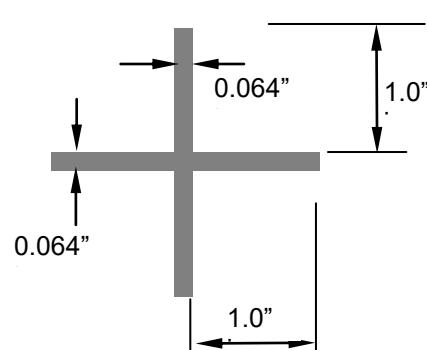


Uma seção conformada em Z, como mostrado na figura, é usada como coluna, simplesmente apoiada numa extremidade e engastada na outra. O comprimento é $L = 30"$. Esta coluna é amarrada de forma a fazer com que a flambagem se dê em torno do eixo x-x.

O material é liga de alumínio 7075-T6
($E = 10.500 \text{ ksi}$; $F_{cy} = 67 \text{ ksi}$; $F_{0.7} = 70 \text{ ksi}$; $n = 9,2$)

- Ache a carga total que a coluna pode carregar sem falhar.
- Suponha, agora, que esta coluna é um de vários reforçadores rebitados a uma chapa de 0,025" de espessura, manufaturada do mesmo material. Qual seria, então, a carga total que cada combinação reforçador-chapa pode carregar?

EXERCÍCIO 2.9



Considere a coluna com a seção em cruz dada na figura (dupla simetria), extrudada em liga de alumínio 7075-T6, cujas propriedades são:

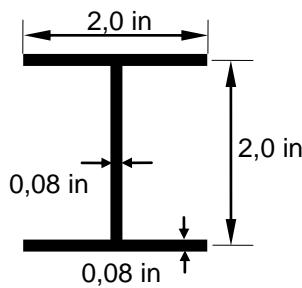
$$E_c = 10.500 \text{ ksi}, F_{cy} = 70 \text{ ksi}, F_{0.7} = 72 \text{ ksi}, v_e = 0,3, n = 12,6$$

A coluna, engastada em ambas as extremidades, tem comprimento $L = 40$ in e está submetida a uma carga axial central (pressão uniforme sobre a seção transversal).

Nestas condições, pede-se:

- Qual a tensão de flambagem local?
- Qual a tensão média de falha local?
- Qual a tensão de falha da coluna? Desconsidere possibilidade de falha por torção.

EXERCÍCIO 2.10

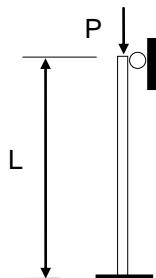
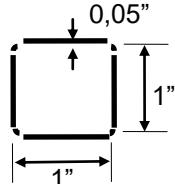


Considere uma coluna de comprimento 25in, extrudada em liga de alumínio 7075-T6 ($E=10.500\text{ksi}$; $F_{0.7}=72\text{ksi}$; $n=16,6$; $F_{cy}=70\text{ksi}$; $\nu_e = 0,3$), simplesmente apoiada em ambas as extremidades, e com seção transversal dada na figura.

- qual a tensão de flambagem local?
- qual a tensão média de falha local?
- qual a tensão média de colapso da coluna?

Desconsidere possibilidade de flambagem primária torsional.

EXERCÍCIO 2.11

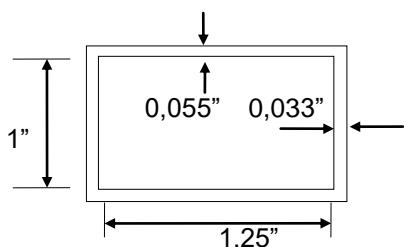


A coluna da figura é manufaturada a partir de uma chapa de liga AL 2414-T6, de espessura 0,05 in, com seção quadrada.

- Ache a carga de flambagem local da coluna
- Ache a carga de falha local da coluna
- Ache a carga de falha da coluna, quando $L = 20$ in

$$E=10.700 \text{ ksi}, \nu_e = 0,3, F_{0.7} = 39 \text{ ksi}, F_{cy} = 40 \text{ ksi}, n = 11,5$$

EXERCÍCIO 2.12



Uma coluna bi-engastada, de comprimento $L = 10$ in, tem seção como mostrado na figura, extrudada em liga de alumínio 7075-T6

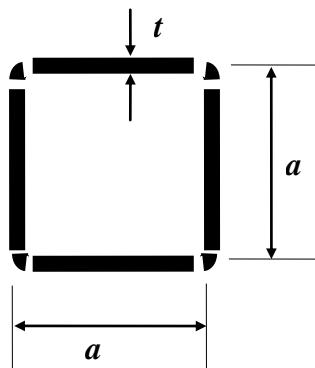
$$(E_c = 10.500\text{ksi}, F_{cy} = 70\text{ksi}, F_{0.7} = 72\text{ksi}, n = 16,6, \nu = 0,3).$$

Ache:

- a tensão de flambagem local
- a tensão de falha local
- a carga que carrega no colapso

Nota: as dimensões dadas são internas à seção

EXERCÍCIO 2.13



Deseja-se manufaturar uma coluna de comprimento $L = 20$ in, simplesmente apoiada em ambas as extremidades, que suporte, sem falhar, uma carga de compressão central $P = 8.000 \text{ lb}$. Para tanto, decidiu-se manufaturar a coluna a partir do dobramento de chapa de alumínio com espessura t e seção quadrada de lado a , conforme mostrado na figura.

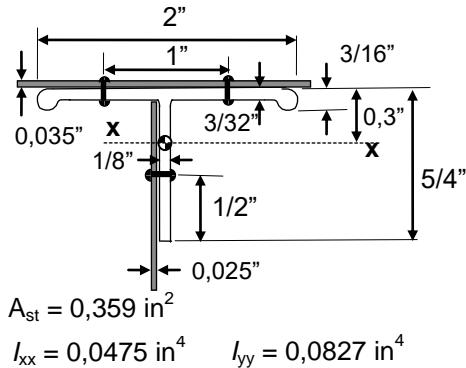
No almoçarifado, há disponibilidade de chapas de liga de alumínio 2024-T3, nas bitolas: 0,032" - 0,040" - 0,050" - 0,064" - 0,072".

- Qual deve ser a espessura t , da chapa, e o lado a , da seção, para que a coluna satisfaça o requisito imposto e para que o volume do material empregado seja mínimo?
- Qual a carga de flambagem local para a coluna encontrada em a)?
- Qual a carga de falha local para a coluna encontrada em a)?

Propriedades do material:

$$F_{cy} = 40 \text{ ksi}, E_c = 10.700 \text{ ksi}, F_p = 24 \text{ ksi}, F_{0.7} = 39 \text{ ksi}, \nu = 1/3, n = 11,5$$

EXERCÍCIO 2.14



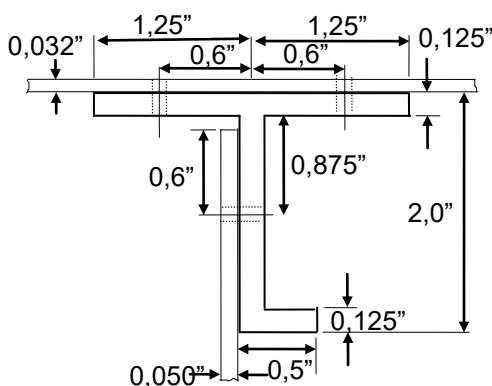
Chapa Liga Al 2024-T3:
 $E=10.700\text{ksi}$, $F_{cy}=40\text{ksi}$, $F_{0.7}=39\text{ksi}$, $n=11,5$

Extrusão Liga Al 7075-T6:
 $E=10.500\text{ksi}$, $F_{cy}=70\text{ksi}$, $F_{0.7}=72\text{ksi}$, $n=16,6$

Considere a região da junção "mesa da longarina - alma da longarina - recobrimento" de uma asa, conforme mostrado na figura. A mesa, extrudada em liga Al 7075-T6, tem seção de área A_{st} e momentos principais de inércia, respectivamente, I_{xx} e I_{yy} . Os flanges horizontais, de espessura 3/32", tem bulbos de diâmetro 3/16", nas extremidades livres. O flange vertical tem espessura 1/8". O centro de área está indicado. O recobrimento (espessura 0,035") e a alma (espessura 0,025"), ambos em liga Al 2024-T3, estão rebitados à mesa, como indicado, através de rebites tipo Brazier com 3/32" de diâmetro.

- supondo que não ocorra flambagem das chapas entre rebites e que não ocorra falha por enrugamento, calcule a carga máxima que o elemento composto (mesa + chapas) pode suportar.
- calcule o espaçamento máximo entre os rebites da ligação mesa-recobrimento para que não ocorra flambagem entre rebites.
- calcule o espaçamento máximo entre os rebites da ligação mesa-alma para que não ocorra flambagem entre rebites.

EXERCÍCIO 2.15



A figura mostra um membro de canto, numa seção reforçada de asa. A mesa é extrudada em liga de alumínio 7075

($E = 10.500 \text{ ksi}$, $F_y = 70 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 72 \text{ ksi}$, $n = 16,6$).

O recobrimento, de espessura 0,032" é fixado num reforçador T, através de duas linhas de rebitagem, como indicado. A alma, de espessura 0,050" é fixada por uma linha de rebitagem.

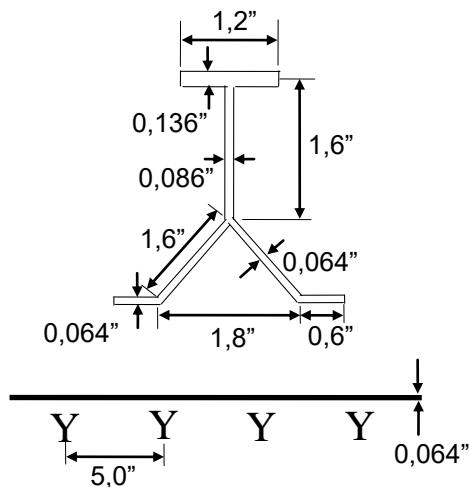
Pede-se calcular

- o espaçamento máximo entre os rebites da ligação mesa-recobrimento para que não ocorra flambagem entre rebites;
- a carga total máxima que a unidade pode suportar (sem falha).

Quando:

- as placas são manufaturadas em liga clad de alumínio 2024-T3 ($E = 10.700 \text{ ksi}$, $F_y = 37 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 35,7 \text{ ksi}$, $n = 12$).
- as placas são manufaturadas em liga clad de alumínio 7075-T6 ($E = 10.500 \text{ ksi}$, $F_y = 64 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 64,5 \text{ ksi}$, $n = 19,5$).

EXERCÍCIO 2.16



Uma chapa de liga de alumínio 2024-T3 de espessura 0,064" é reforçada por reforçadores Y com espaçamento 5" entre reforçadores. Os reforçadores são extrudados em liga de alumínio 7075-T6 e as dimensões da seção transversal são dadas na figura. Nestas condições:

- determine a tensão de falha local do painel monolítico (não há flambagem entre rebites).
- qual a tensão de flambagem entre rebites se as linhas de rebitagem estiverem espaçadas de 1,5" e os rebites são do tipo Brazier?

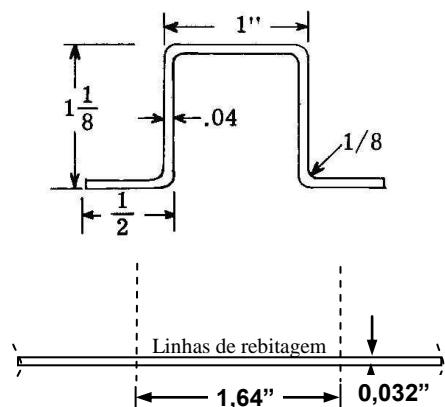
Dados:

2024-T3 ($E = 10.700 \text{ ksi}$, $F_y = 40 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 39 \text{ ksi}$, $n = 10,5$).
 7075-T6 ($E = 10.500 \text{ ksi}$, $F_y = 70 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 72 \text{ ksi}$, $n = 16,6$).

EXERCÍCIO 2.17

Considere a seção chapéu da figura, de um reforçador conformado em chapa de liga de alumínio 7075-T6

$$E_c = 10.500 \text{ ksi}, F_{cy} = 67 \text{ ksi}, F_{0.7} = 70 \text{ ksi}, n = 9,2, v_e = 0,3$$



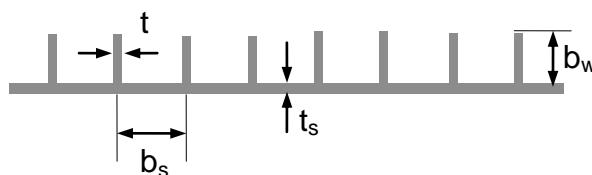
Este reforçador é um de vários rebitados ao revestimento de espessura $t_s = 0,032$, manufaturado em liga de alumínio 2024-T3

$$E_c = 10.700 \text{ ksi}, F_{cy} = 40 \text{ ksi}, F_{0.7} = 39 \text{ ksi}, n = 11,5, v_e = 0,3$$

- Qual é a tensão média de falha local do reforçador? (use o método de Needham)
- Qual é a carga que uma unidade reforçador/área efetiva de revestimento pode suportar na falha, se o painel tem comprimento $L = 20$ in e o coeficiente de fixação nas extremidades é $c = 2$? (use o método das larguras efetivas e suponha que não haja flambagem entre rebites e/ou falha por enrugamento)
- Qual é o espaçamento mínimo entre os rebites, se estes são de cabeça tipo Brazier com diâmetro $D = 3/32$ in, para que não ocorra flambagem entre rebites?

EXERCÍCIO 2.18

Considere um painel de construção integral de 35 in de comprimento e seção dada na figura, usinado em liga de alumínio 7075-T2.



a) ache a tensão de flambagem local;

b) ache a tensão de falha local;

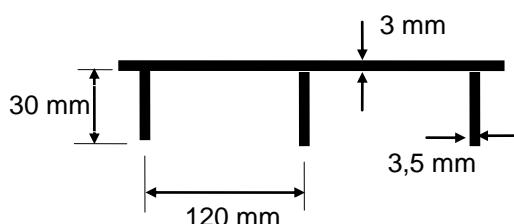
c) ache a carga que o painel carrega no momento da falha global considerando que está simplesmente apoiado em ambas as extremidades.

Dados:

$$b_w = 1 \text{ in}; b_s = 2 \text{ in}; t_w = 0,040 \text{ in}; t_s = 0,050 \text{ in}$$

$$E = 10.500 \text{ ksi}, F_y = 70 \text{ ksi}, F_{0.7} = 72 \text{ ksi}, n = 16,6$$

EXERCÍCIO 2.19



Para simplificar o cálculo das propriedades da seção, assuma que a espessura é pequena em relação às outras dimensões.

A figura mostra parte de um painel em compressão extrudado de uma construção interna. O painel, de comprimento $L = 1000$ mm, é engastado em ambas as extremidades. O material é elástico linear, com módulo de Young de 70.000 N/mm^2 , perfeitamente plástico, com tensão de escoamento de 300 N/mm^2 e $v = 0,308$.

a) Qual é a **carga por unidade de largura** do painel em que se verifica a flambagem inicial do painel?

b) Qual é a **carga por unidade de largura** do painel em que se verifica a falha do painel?

EXERCÍCIO 2.20

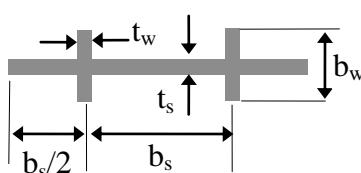
Considere um painel de construção integral com 25in de comprimento e cuja seção é dada na figura, usinado em liga de alumínio 7075-T2.

Ache a carga que o painel carrega no momento da falha global considerando que está engastado em ambas as extremidades.

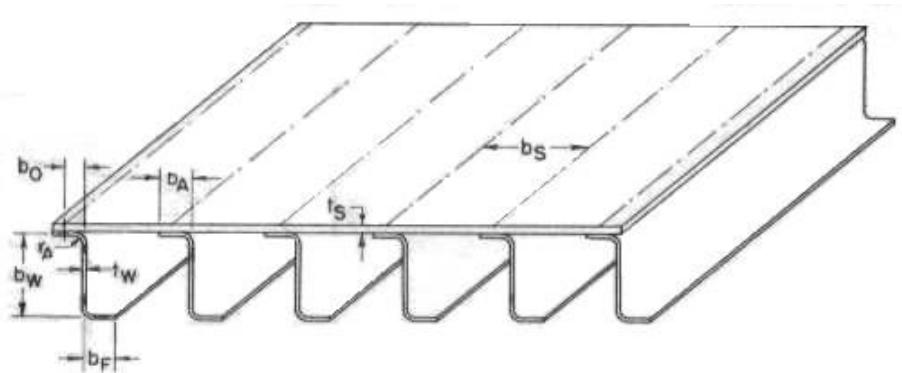
Dados:

$$b_w = 1 \text{ in}; b_s = 2 \text{ in}; t_w = 0,060 \text{ in}; t_s = 0,050 \text{ in}$$

$$E = 10.500 \text{ ksi}, F_y = 70 \text{ ksi}, F_{0.7} = 72 \text{ ksi}, n = 16,6$$



EXERCÍCIO 2.21

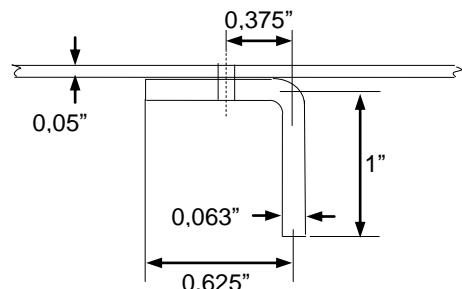


A figura mostra um painel reforçado composto de revestimento e reforçadores conformados. O material é liga de alumínio 2024-T3 ($E_c = 10.700 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 39 \text{ ksi}$, $n = 11,5$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$). Os dados gerais do painel são:

$t_w = 0,072 \text{ in}$; $b_w = 2,50 \text{ in}$; $b_A = 0,625 \text{ in}$; $t_s = 0,072 \text{ in}$; $b_f = 1,0 \text{ in}$; $b_0 = 0,375 \text{ in}$; $b_s = 2,50 \text{ in}$; rebites tipo Brazier em AL 2117 - T3, $D = 1/8 \text{ in}$, $p = 7/8 \text{ in}$

- qual a tensão de falha local?
- qual a carga total na falha, se o painel está simplesmente apoiado e tem comprimento $L = 20 \text{ in}$?

EXERCÍCIO 2.22



Considere um painel montado, com revestimento de espessura 0,05", em liga de alumínio 2024-T3 ($E = 10.700 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 40 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 39 \text{ ksi}$, $n = 11,5$, $v_e = 0,33$) e reforçadores conformados em chapa 7075-T6 de espessura 0,063" ($E = 10.500 \text{ ksi}$, $F_{cy} = 67 \text{ ksi}$, $F_{0.7} = 70 \text{ ksi}$, $n = 9,2$, $v_e = 0,33$).

A distância entre as linhas de rebitagem (rebites Brazier AL 2117, $p = 7/8$, $D = 1/8$) dos reforçadores é $b_s = 2,0"$.

- Estime a tensão de flambagem local do painel;
- Determine a tensão média de falha local;
- Determine a carga por unidade de largura que será suportada na falha, se o painel tem comprimento 15" e está simplesmente apoiado.
- critique o projeto

2.14 REFERÊNCIAS

- Gerard, G. & Becker, H.: Handbook of Structural Stability, pt. I: Buckling of Flat Plates, *NACA Tech. Note 3781*, 1957. Disponível em <http://naca.larc.nasa.gov/reports/1957/naca-tn-3781/>
- Becker, H.: Handbook of Structural Stability, pt. II: Buckling of Composite Elements, *NACA Tech. Note 3782*, 1957.
- Gerard, G. & Becker, H.: Handbook of Structural Stability, pt. III: Buckling of Curved Plates and Shells, *NACA Tech. Note 3783*, 1957. Disponível em <http://naca.larc.nasa.gov/reports/1957/naca-tn-3783/>
- Gerard, G. & Becker, H.: Handbook of Structural Stability, pt. IV: Failure of Plates and Composite Elements, *NACA Tech. Note 3784*, 1957.
- Gerard, G.: Handbook of Structural Stability, pt. V: Compressive Strength of Flat Stiffened Elements, *NACA Tech. Note 3785*, 1957.
- Becker, H.: Handbook of Structural Stability, pt. VI: Strength of Stiffened Curved Plates and Shells, *NACA Tech. Note 3786*, 1957.
- Gerard, G. & Becker, H.: Handbook of Structural Stability, pt. VII: Strength of Thin-Wing Construction, *NACA Tech. Note D-162*, 1959.

- 2.8 Argyris, D.E. & Dunne, P.C.: *Handbook of Aeronautics, pt. 2: Structural Analysis*, 4th ed., Pitman, New York, 1952.
- 2.9 Heller, C.O.: Behavior of Stiffened Plates, vol.1, Analysis, U.S. Naval Acad. Eng. Dept. Report, 67-1, 1967.
- 2.10 Windenberg, D.F.: Proc. 5th International Congress for Applied Mechanics, pp. 54-61, 1939.
- 2.11 Stowell, E.Z.: Compressive Strength of Flanges, *NACA Tech. Note 2020*, 1950.
- 2.12 Needham, R.A.: The Ultimate Strength of Aluminum-alloy Formed Structural Shapes in Compression, *J. Aeronaut. Scienc.*, **21** (4), pp. 217-229, 1954.
- 2.13 Gerard, G.: The Crippling Strength of Compression Elements, *J. Aeronaut. Scienc.*, **25** (1), pp. 37-52, 1958.
- 2.14 *Boeing Design Manual*, BDM-6220, Compression Crippling, The Boeing Co., Seattle, Sep 1988.
- 2.15 Seide, P. & Stein, M.: Compressive Buckling of Simply Supported Plates with Longitudinal Stiffeners, *NACA Tech. Note 1825*, 1949.
- 2.16 Budiansky, B. & Seide, P.: Compressive Buckling of Simply Supported Plates with Transverse Stiffeners, *NACA Tech. Note 1557*, 1948.
- 2.17 Seide, P.: The Effect of Longitudinal Stiffeners Located on One Side of a Plate on the Compressive Buckling Stress of the Plate-Stiffener Combination, *NACA Tech. Note 2873*, 1953.
- 2.18 Boughan, R.B. & Baab, G.H.: Charts for Calculation of the Critical Compressive Stress for Local Instability of Idealized Web- and T-stiffened Panels, *NACA Wartime Report L-204*, 1944.
- 2.19 Gallaher, G.L. & Boughan, R.B.: A Method of Calculating the Compressive Strength of Z-stiffened Panels that Develop Local Instability, *NACA Tech. Note 1482*, 1947.
- 2.20 Semonian, J.W. & Peterson, J.P: An Analysis of the Stability of Short Sheet-stringer Panels with Special Reference to the Influence of Riveted Connection between Sheet and Stringer, *NACA Tech. Note 3431*, 1955.
- 2.21 *Boeing Design Manual*, BDM-6540, Stability of Flat Stiffened Panels, The Boeing Co., Seattle, Jan 1995.
- 2.22 McCombs, W.F.: *A Supplement to Analysis and Design of Flight Vehicle Structures – Bruhn – for Increased Scope and Usefulness*, Daltec, Dallas, pp. 41-44, 1998