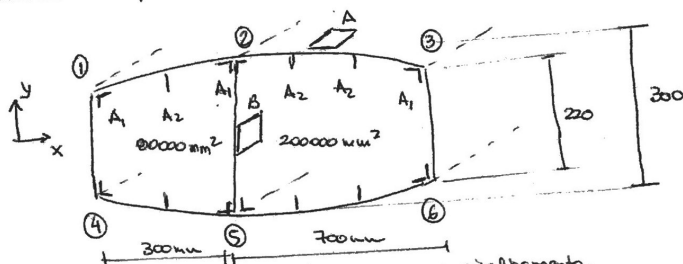


$I_{xx} = \int_A y^2 dA$ ;  $I_{yy} = \int_A x^2 dA$ ;  $I_{xy} = \int_A xy dA$   
 Eixos paralelos:  $I_u = I_c + Ab^2$

### 2ª Prova Parcial de EBT-25

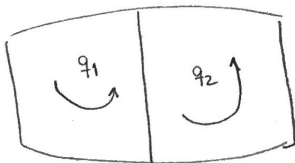
2) Siga a seção transversal de um caixão estrutural de uma asa. Cada um dos 6 reforçadores na junção longitudinal - revestimento tem área total de  $A_1 = 130 \text{ mm}^2$ . Cada um dos 6 reforçadores do revestimento tem área  $A_2 = 80 \text{ mm}^2$ . Despreze eventual afilamento. A caixa tem simetria em torno do eixo  $x$ . A seção está sujeita a um momento torçor  $T_z$ . Quando feitas informações da geometria da seção, pode-se assumir que os trechos de revestimento são retos. A espessura dos revestimentos é de 2 mm e dos longarinos é de 3 mm. Calcule e descreva claramente o estado de tensões nos pontos A (situado no centro da célula maior, no revestimento superior) e B (situado no meio da longarina central).



$|T_z| = 40 \text{ kN.m}$

Torque puro  $\Rightarrow$  Booms não influenciarão no cisalhamento.

$T = T_1 + T_2 = 2A_1 q_1 + 2A_2 q_2 \quad (1)$



$\left(\frac{d\theta}{dz}\right)_1 = \left(\frac{d\theta}{dz}\right)_2 \quad \text{com} \quad \frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{2A} \oint \frac{q}{Gt} ds$

$\left(\frac{d\theta}{dz}\right)_1 = \frac{1}{2A_1} \cdot \frac{1}{G} \left[ q_1 \left( \frac{b_{45}}{t_{45}} + \frac{b_{52}}{t_{52}} + \frac{b_{21}}{t_{21}} + \frac{b_{14}}{t_{14}} \right) - q_2 \frac{b_{25}}{t_{25}} \right] \quad (2)$

$\left(\frac{d\theta}{dz}\right)_2 = \frac{1}{2A_2} \cdot \frac{1}{G} \left[ q_2 \left( \frac{b_{56}}{t_{56}} + \frac{b_{63}}{t_{63}} + \frac{b_{32}}{t_{32}} + \frac{b_{25}}{t_{25}} \right) - q_1 \frac{b_{25}}{t_{25}} \right] \quad (3)$

De (2) e (3)  $\Rightarrow \frac{A_2}{A_1} \left[ q_1 \left( \frac{300}{2} \cdot 2 + \frac{300}{3} + \frac{220}{3} \right) - q_2 \frac{300}{3} \right] = \left[ q_2 \left( 2 \cdot \frac{700}{2} + \frac{220}{3} + \frac{300}{3} \right) - q_1 \frac{300}{3} \right]$

2,5.  $[q_1 (900 + 300 + 220) - 300 q_2] = 3 \cdot q_2 (2100 + 220 + 300) - 300 q_1$

$2,5 q_1 1420 - 2,5 \cdot q_2 \cdot 300 = q_2 \cdot 2620 - 300 q_1$

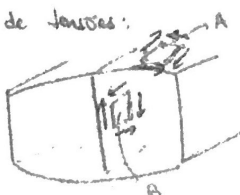
$13850 q_1 - 3370 q_2 = 0 \quad (4)$

De (1) e (4):

$-40 \cdot 10^6 = 2 \cdot 80000 q_1 + 2 \cdot 200000 q_2 \Rightarrow 2q_1 + 5q_2 = -500 \quad (5)$

$\begin{cases} 2q_1 + 5q_2 = -500 \\ 13850q_1 - 3370q_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left( \frac{2 \cdot 3370}{3850} + 5 \right) q_2 = -500 \Rightarrow q_2 = -74,07 \text{ N/mm (sentido horário)}$   
 $q_1 = -64,83 \text{ N/mm ( " " )}$

Estado de tensões:



$\sigma_A = \frac{34,07}{2} = 37,04 \text{ N/mm}^2$

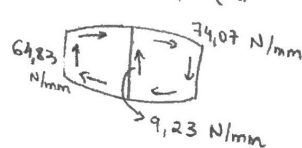
$\tau_B = \frac{9,23}{3} = 3,08 \text{ N/mm}^2$





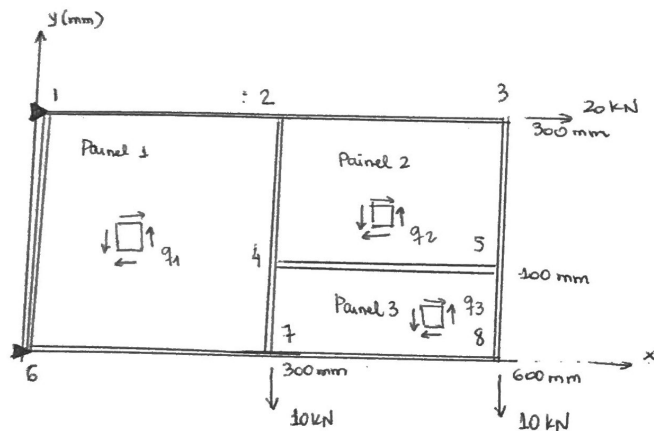
$$\tau = \frac{14,07}{2} = 7,04 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = \frac{9,23}{3} = 3,08 \text{ N/mm}^2$$

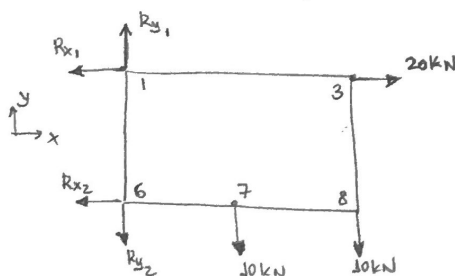


02) A viga de alma de parede fina com reforçadores está fixada em  $x=0$ . Para simplificar a manufatura, todos os reforçadores serão iguais, e cada painel terá uma espessura crítica. Para simplificar os cálculos, admita que os painéis resistem apenas à tensão de cisalhamento, e os reforçadores somente à tensão normal. Toda a viga será feita com uma mesma liga de alumínio. Suponha que haverá restrições de modo que os reforçadores não saiam do plano  $x-y$ . Pedem-se:

- as espessuras de cada um dos três painéis para que a tensão de cisalhamento média em cada painel não ultrapasse  $\tau_{\max} = 40 \text{ MPa}$ .
- a área do reforçador usado para que a tensão normal não ultrapasse  $\sigma_{\max} = 200 \text{ MPa}$ .
- antes de entrar o projeto para a manufatura, quais outras análises você faria? Por que?



1º Passo: Equilíbrio das Forças Externas da viga.



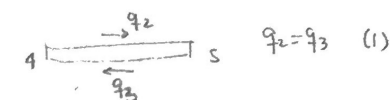
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{x1} + R_{x2} = 20 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{y1} = 20 + R_{y2} \quad (2)$$

$$\sum M_b = 0 \Rightarrow R_{x1} \cdot 300 = 20 \cdot 300 + 10 \cdot 300 + 10 \cdot 600 \quad (3)$$

$$R_{x1} = 50 \text{ kN} \Rightarrow R_{x2} = -30 \text{ kN}$$

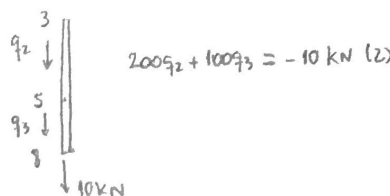
2º Passo: Determinação dos fluxos de cisalhamento nos painéis.



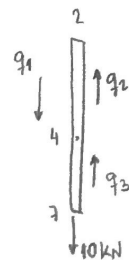
$$q_2 = q_3 \quad (1)$$

$$\Rightarrow q_2 = -33,3 \text{ N/mm}$$

$$q_3 = -33,3 \text{ N/mm}$$



$$200q_2 + 100q_3 = -10 \text{ kN} \quad (2)$$



$$300q_1 + 10 \text{ kN} = 100q_2 + 100q_3$$

$$300q_1 = -20 \text{ kN}$$

$$q_1 = -66,67 \text{ N/mm}$$

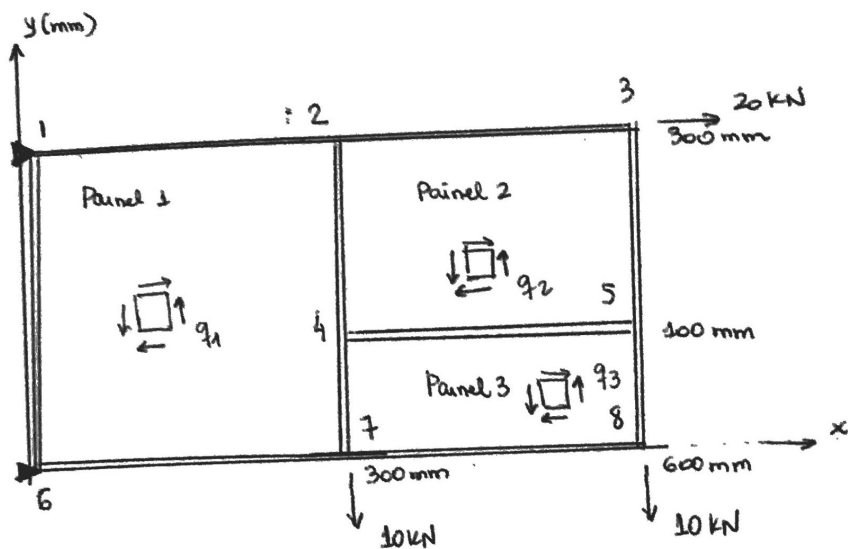
a) Espessura dos painéis:

$$2 \times 3 \rightarrow \tau = q/t \Rightarrow t = q/\tau \Rightarrow t = 33,3/40 \Rightarrow t_{23} = 0,8325 \text{ mm}$$

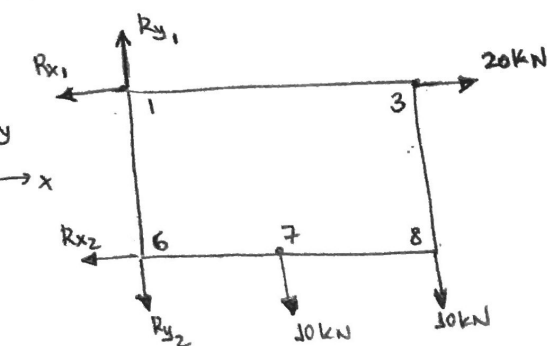
$$1 \times 3 \rightarrow \tau = q/t \Rightarrow t = q/\tau \Rightarrow t_1 = 66,67/40 \Rightarrow t_1 = 1,665 \text{ mm}$$

menor espessura deve ser 1,665 mm do painel

- todos os reforçadores devem ser feitos com a mesma espessura de alumínio. Suponha que a tensão normal não ultrapasse  $\sigma_{max} = 40 \text{ MPa}$ .
- b) a área do reforçador usado para que a tensão normal não ultrapasse  $\sigma_{max} = 200 \text{ MPa}$ .
- c) antes de entrar o projeto para a manufatura, quais outras análises você faria? Por que?



Passo: Equilíbrio das Forças Externas da viga.



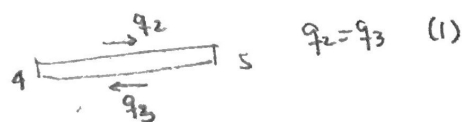
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_{x1} + R_{x2} = 20 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_{y1} = 20 + R_{y2} \quad (2)$$

$$\sum M_6 = 0 \Rightarrow R_{x1} \cdot 300 = 20 \cdot 300 + 10 \cdot 300 + 10 \cdot 600$$

$$R_{x1} = 50 \text{ kN} \Rightarrow R_{x2} = -30 \text{ kN} \quad (3)$$

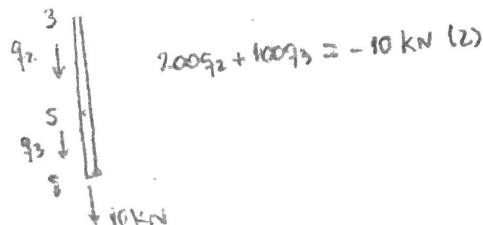
Passo: Determinação dos fluxos de cisalhamento nos painéis.



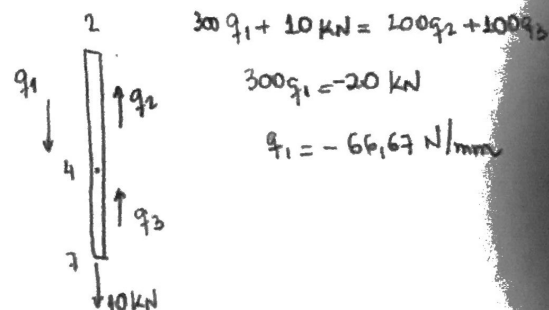
$$q_2 = q_3 \quad (1)$$

$$\Rightarrow q_2 = -33,3 \text{ N/mm}$$

$$q_3 = -33,3 \text{ N/mm}$$



$$200q_2 + 100q_3 = -10 \text{ kN} \quad (2)$$



$$300q_1 + 10 \text{ kN} = 200q_2 + 100q_3$$

$$300q_1 = -20 \text{ kN}$$

$$q_1 = -66,67 \text{ N/mm}$$

a) Espessura dos painéis:

$$\sigma = q/t \Rightarrow t = q/\sigma \Rightarrow t = 33,3/40 \Rightarrow t_{23} = 0,8325 \text{ mm}$$

$$\sigma = q/t \Rightarrow t = q/\sigma \Rightarrow t = 66,67/40 \Rightarrow t_1 = 1,665 \text{ mm}$$

menor espessura deve ser 1,665 mm do painel

b) Reforçador com maior tensão é o reforçador 1-2-3. Logo:



$$\sigma_2 = \frac{P}{A} \Rightarrow A = \frac{50 \cdot 10^3}{200} \Rightarrow A = 250 \text{ mm}^2$$

A área usada deverá ser  $A = 250 \text{ mm}^2$ .

c) Análises adicionais:

Concentração de Tensão nos pontos de força aplicada  $\Rightarrow$  Necessidade de Reforços.  
 Estabilidade dos reforçadores e painéis  $\Rightarrow$  compressão do reforçador 6  $\Rightarrow$  Estabilidade (flexão) de suas bordas.  
 Possibilidade de flambagem no painel na direção de suas bordas.  
 Pnueis  $\Rightarrow$  Viga de Vium.

Análise de critérios de falha por estabilidade.  
 Concentração de Tensão pelo fato de a nova armadura ter sido guiada por esforços medidos.