
ESTRUTURAS AEROESPACIAIS II

Prof. Mauricio V. Donadon

ITA-IEA



Bibliografia

1. Donadon M.V., “Estruturas Aeroespaciais II”, Notas de Aula, *Instituto Tecnológico de Aeronáutica-ITA*, 2013.
2. Rizzi, P., “Estabilidade de Estruturas Aeronáuticas”, Apostila do Curso em Análise Estrutural, *Instituto Tecnológico de Aeronáutica-ITA*, 2007.

Obs: O material didático completo encontra-se disponível no site do departamento de aeronáutica, <ftp://161.24.15.247/Donadon/EST-25>



CRITÉRIOS DE FALHA PARA PLACAS SUJEITAS A FLAMBAGEM



Flambagem Inelástica de Placas (Revisão EST-15)

$$\sigma_{cr} = \frac{\eta k \pi^2 E}{12(1 - \nu_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2$$

$$\eta = \eta_p \eta_{clad} \quad \eta_p = \frac{\sigma_{cr}}{(\sigma_{cr})_{elástico}}; \quad \eta_{clad} \rightarrow \text{Tab. 5.3 da apostila}$$

η_p = Fator de Correção de Plasticidade

η_c = Fator de Correção de Cladding

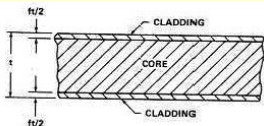


Fig. 5-52 Corte de uma Chapa Alclad

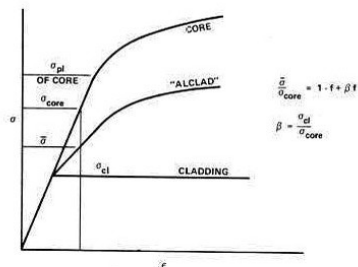


Fig. 5-53 Curvas Tensão-Deformação para o Clad, Núcleo e Combinações Clad-Núcleo

Tabela 5.3 Fatores de Redução de Cladding Simplificados

Loading	$\sigma_{cl} < \bar{\sigma}_{cr} < \sigma_{pl}$	$\bar{\sigma}_{cr} > \sigma_{pl}$
Short Plate Column	$\frac{1 + \left(\frac{3\beta f}{4} \right)}{1 + 3f}$	$\frac{1}{1 + 3f}$
Long Plate Columns	$\frac{1}{1 + 3f}$	$\frac{1}{1 + 3f}$
Compression and Shear Panels	$\frac{1 + 3\beta f}{1 + 3f}$	$\frac{1}{1 + 3f}$

Tabela 5-1 Fatores de Correção de Plasticidade

$$j = (1 - \nu_e^2) / (1 - \nu^2)$$

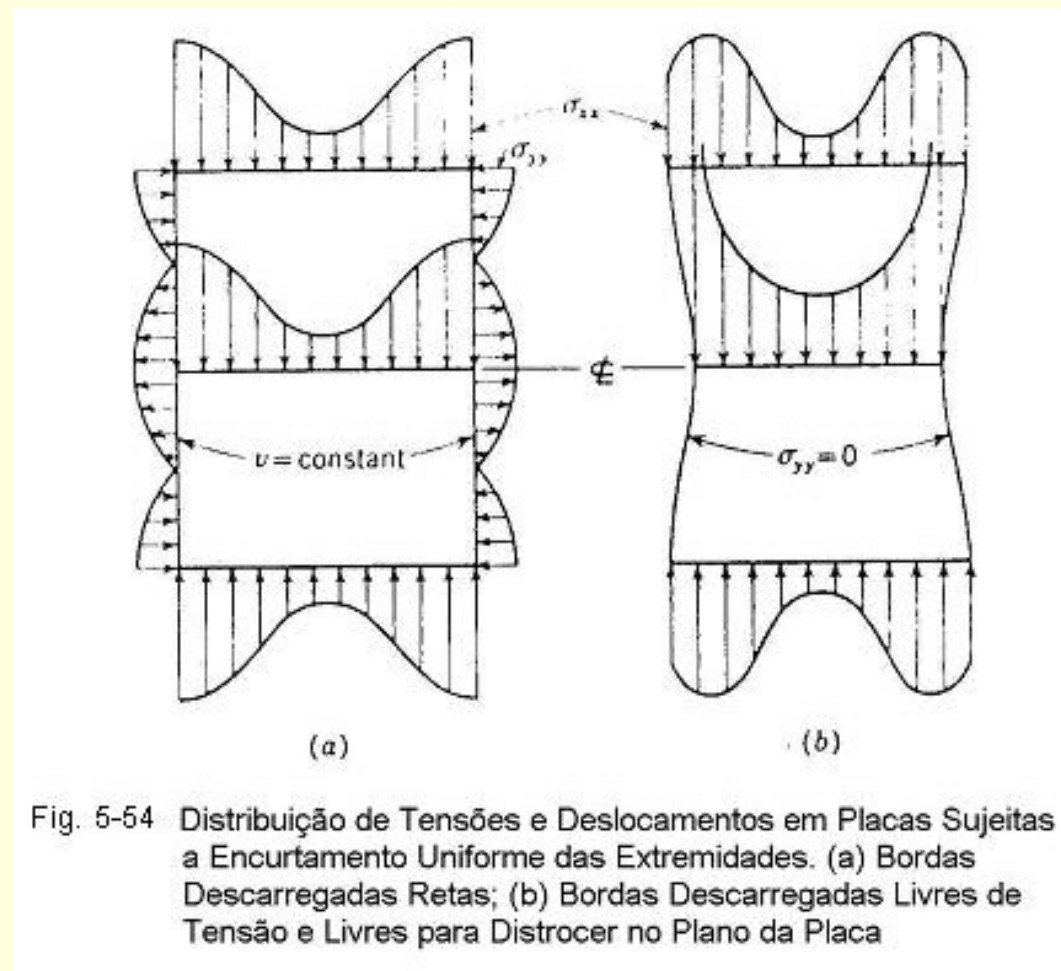
Case	Type of Structure and Loading	Inelastic Factor, η / j
A	Long plate, one unloaded edge simply supported and one unloaded edge free 	$\frac{E_s}{E_c}$
B	Long plate, one unloaded edge clamped and one unloaded edge free 	$\frac{E_s}{E_c} \left(0.330 + 0.670 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3E_t}{4E_s}} \right)$
For long plates, the equations in this figure for η apply whether the loaded edges are simply supported or clamped.		
C	Long plate, both unloaded edges simply supported 	$\frac{E_s}{E_c} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3E_t}{4E_s}} \right)$
D	Long plate, both unloaded edges clamped 	$\frac{E_s}{E_c} \left(0.352 - 0.648 \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3E_t}{4E_s}} \right)$
E	Short plate loaded as a column, loaded edges simply supported; $a/b \ll 1$ 	$\frac{E_s}{4E_c} + \frac{3E_t}{4E_c}$
F	Square plate loaded as a column, loaded edges simply supported; $a/b = 1$ 	$0.114 \frac{E_s}{E_c} + 0.886 \frac{E_t}{E_c}$
G	Long plate loaded as a column 	$\frac{E_t}{E_c}$
H	Flat or curved plate; edge conditions may be either simply supported or clamped 	$\frac{G_s}{G}$

xxxxx Clamped edge
— Simply supported edge

E_s and G_s are the secant modulus for compression and shear, respectively. E_t is the tangent modulus.



Comportamento de Placas Após a Flambagem



Imperfeições Iniciais

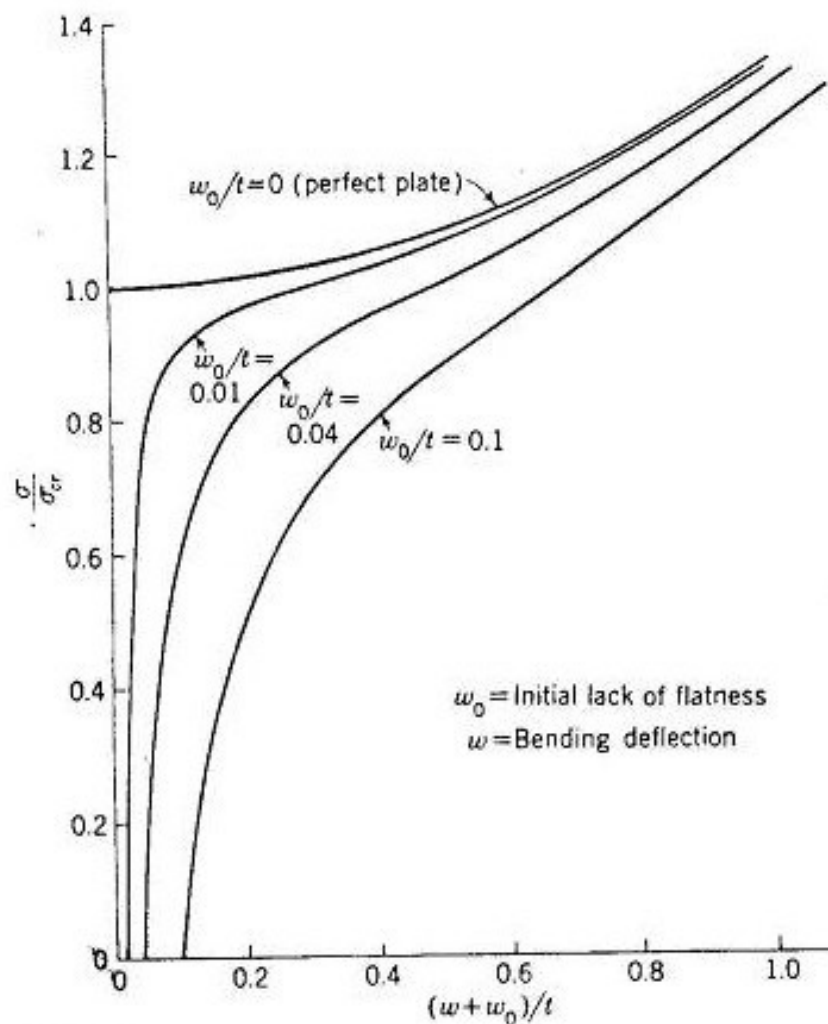


Fig. 5-55 Comportamento de Placas Perfeitas e Imperfeitas Submetidas a Encurtamento Uniforme das Extremidades

Largura Efetiva de Chapa

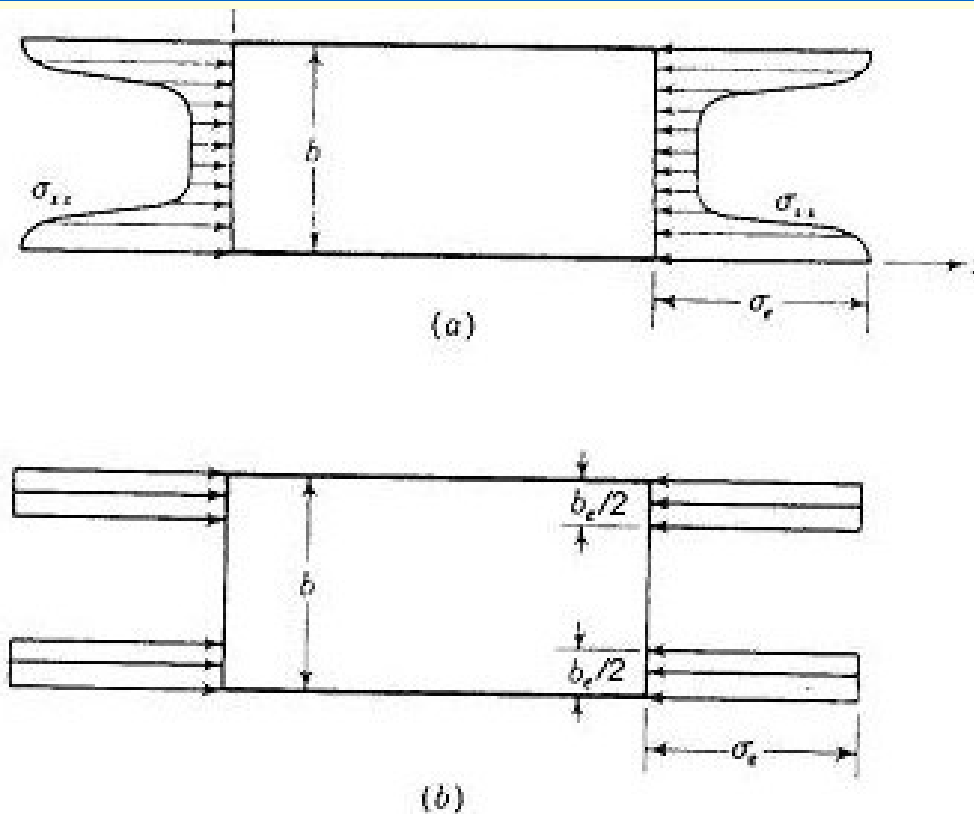


Fig. 5-56 Distribuições de Tensão em Placa Flambada
(a) Real; (b) Assumida

$$P = \sigma_e b_e t = t \int_0^b \sigma_{xx} dy \quad \Rightarrow \quad b_e = \frac{1}{\sigma_e} \int_0^b \sigma_{xx} dy$$



Largura Efetiva de Chapa

Koiter – placas longas; grandes cargas após a flambagem – $A_r/at = 0$
apoio simples, engaste e restrição elástica

$$b_e = b \left[1.2 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{0.4} - 0.65 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{0.8} + 0.45 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{1.2} \right]$$

Marguerre – placas quadradas; grandes cargas após a flambagem
– $A_r/at = 0$

$$b_e = b \left[0.19 + 0.81 \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^{1/2} \right]$$



Largura Efetiva de Chapa

Argyris & Dunne – Cargas relativamente pequenas ($\sigma_e/\sigma_{cr} \leq 3$)
placas longas simplesmente apoiadas

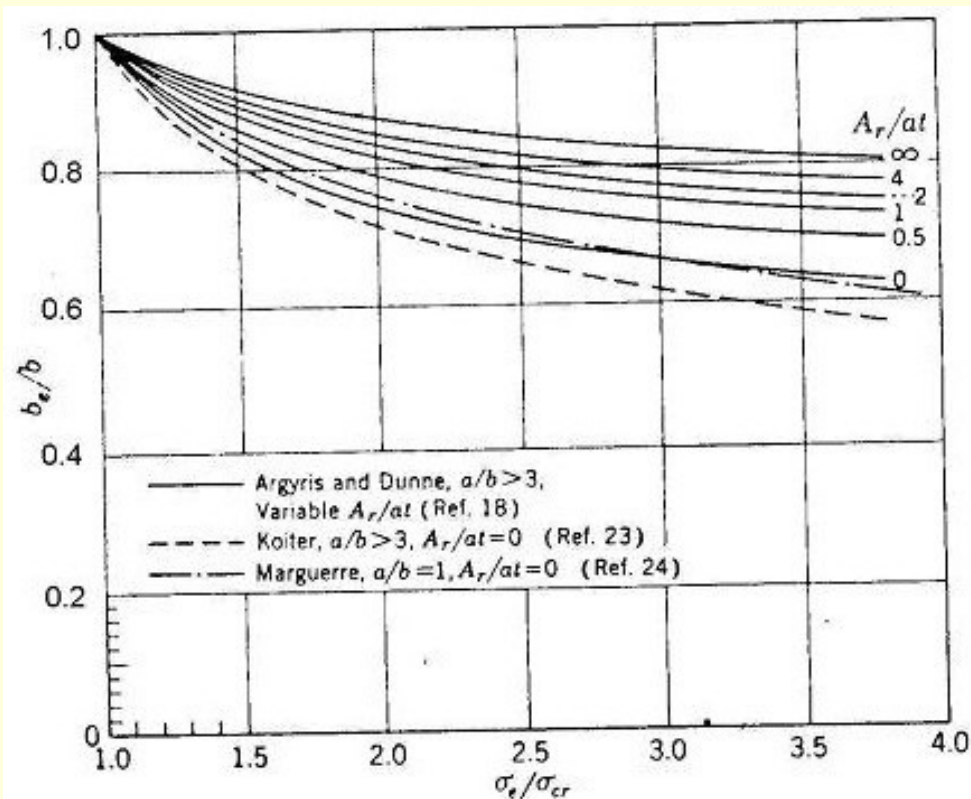
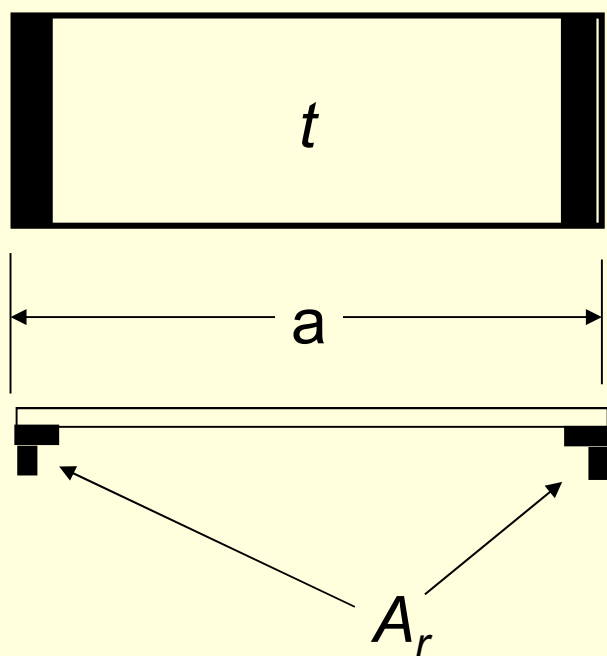


Fig. 5-57 Larguras Efetivas de Placas em Compressão



Largura Efetiva de von Karman

$$\sigma_{cr} = \frac{\eta k \pi^2 E}{12(1 - \nu_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad k = 4, \nu = 0.3, b_e = b$$

$$\sigma_b = 3.615 \eta E \left(\frac{t}{b_e} \right)^2 \Rightarrow b_e = 1.90 t \sqrt{\frac{\eta E}{\sigma_b}}$$

$$\text{Reforçadores leves} \Rightarrow b_e = 1.70 t \sqrt{\frac{\eta E}{\sigma_b}}$$

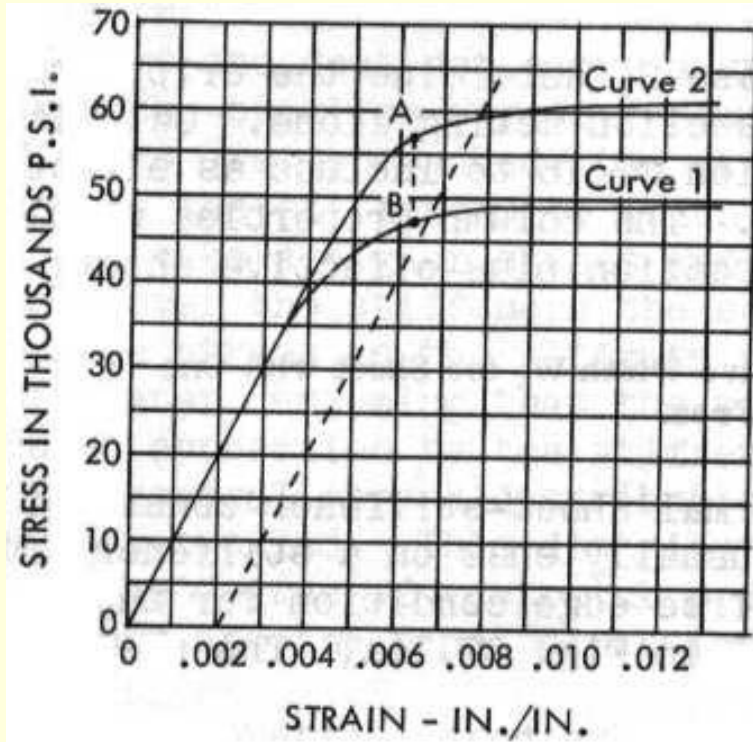
$$\text{Boeing: } \eta = 1 \Rightarrow b_e = 1.70 t \sqrt{\frac{E}{\sigma_b}}$$

$$\text{Douglas: } \eta = (E_t/E)^{1/2} \Rightarrow b_e = 1.90 t \sqrt{\frac{E_t}{\sigma_b}}$$

$$\text{Bordas engastadas} \quad \sigma_b = 6.35 \eta E \left(\frac{t}{b_e} \right)^2 \Rightarrow b_e = 2.52 t \sqrt{\frac{\eta E}{\sigma_b}}$$



Largura Efetiva – Materiais Distintos



Curva 1 = reforçador

Curva 2 = chapa

$$b_e = \frac{\sigma_{\text{chapa}}}{\sigma_{\text{reforçador}}} (b_e)_{\text{material reforçador}}$$

Mesma deformação →

$$\frac{\sigma_{\text{chapa}} / \varepsilon}{\sigma_{\text{reforçador}} / \varepsilon} = \frac{(E_s)_{\text{chapa}}}{(E_s)_{\text{reforçador}}}$$

$$b_e = 1.90 t \frac{(E_s)_{\text{chapa}}}{(E_s)_{\text{reforçador}}} \sqrt{\frac{\eta E}{\sigma_b}}$$



Falha de Placas

Von Karman

$$P_u = b_e t \sigma_{cy} \quad \text{com} \quad b_e = b \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cy}}}$$

$$k = 4 \quad \longrightarrow \quad P_u = 1.9 \sigma_{cy} t^2 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cy}}}$$

Winter

$$b_e = b \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cy}}} \left(1 - 0.25 \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cy}}} \right)$$

$$k = 4 \quad \longrightarrow \quad P_u = b_e t \sigma_{cy} = 1.9 \sigma_{cy} t^2 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cy}}} \left(1 - \frac{0.475}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cy}}} \right)$$



Falha de Placas – Método de Gerard

$$\frac{b_e}{b} = \alpha \left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e} \right)^r, \quad \alpha, r = \text{constantes empíricas a determinar}$$

$$\bar{\sigma} = \sigma_e b_e / b = \alpha \sigma_e (\sigma_e / \sigma_{cr})^r \Rightarrow \bar{\sigma} / \sigma_{cr} = \alpha (\sigma_e / \sigma_{cr})^{r+1}$$

Seja $\bar{\sigma}_f$ a tensão média de falha $\bar{\sigma}_f / \sigma_{cr} = \alpha (\sigma_{cy} / \sigma_{cr})^n \quad n = r + 1$

Flambagem inelástica $\longrightarrow \bar{\sigma}_f \approx \sigma_{cr}$

$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cr}} = \alpha \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{cr}} \right)^n \quad \text{para} \quad \sigma_{cr} \leq \alpha^{1/n} \sigma_{cy} \quad \frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cr}} = 1 \quad \text{para} \quad \sigma_{cr} > \alpha^{1/n} \sigma_{cy}$$



Falha de Placas – Método de Gerard

$\bar{\sigma}_f / \sigma_{cr}$ e $\sigma_{cy} / \sigma_{cr}$ correlacionados via ensaios

Tab. 5-5 Valores de α e n para Falha de Placas.

<i>Condição</i>	α	n
1. Teoria para placa simplesmente apoiada, com bordas descarregadas retas	0.78	0.80
2. Ensaio para placa simplesmente apoiada ou engastada, com bordas livres para empenar	0.80	0.58
3. Ensaio para placa de três painéis	0.80	0.65
4. Testes para flange simplesmente apoiado, com borda apoiada reta	0.81	0.80
5. Testes para flange simplesmente apoiado, com borda livre para empenar	0.68	0.58



Falha de Placas – Método de Gerard

$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cr}} = \alpha \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{cr}} \right)^n \Rightarrow \frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cy}} = \alpha \left(\frac{\sigma_{cy}}{\sigma_{cr}} \right)^{n-1} = \alpha \left[\frac{\frac{k\pi^2 E}{12(1-\nu_e^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2}{\sigma_{cy}} \right]^{1-n}$$
$$\alpha \left[\frac{k\pi^2}{12(1-\nu_e^2)} \right]^{1-n} \left[\frac{t}{b} \left(\frac{E}{\sigma_{cy}} \right)^{1/2} \right]^{2(1-n)} \longrightarrow$$

$$\frac{\bar{\sigma}_f}{\sigma_{cy}} = \beta \left[\frac{t}{b} \left(\frac{E}{\sigma_{cy}} \right)^{1/2} \right]^m \quad \beta = \alpha \left[\frac{k\pi^2}{12(1-\nu_e^2)} \right]^{1-n} \quad \text{e} \quad m = 2(1-n)$$

