EES-60 – Sensores e Sistemas para Navegação e Guiamento
Prof. Jacques
11 de setembro de 2019 – Lista Computacional 1 Parte 2 – individual.
Navegação inercial com dados reais de sensores solidários
Prazo para entrega: 30 de setembro de 2019.

Objetivo:
Integração numérica das equações de atitude com quaternion relativo e de navegação inercial usando dados reais de IMUs de classe inercial e de classe comercial (COTS – *commercial off-the-shelf*);

Iremos conhecer a diferença de desempenho entre duas unidades de medidas inerciais (IMUs) com qualidades muito distintas. Para tal fim, implementaremos um sistema de navegação inercial.

O arquivo *dados.dat* contém uma matriz com medidas feitas por IMU de classe inercial desenvolvida e ensaiada pelo IAE no âmbito do projeto Sistemas Inerciais para Aplicação Aeroespacial (SIA). **A freqüência de amostragem é 100Hz**. A IMU é solidária ao veículo que a transporta. **As medidas nesse arquivo são incrementais**. As colunas de 2 a 4 contêm os **incrementos** temporais de velocidade angular do corpo em relação ao espaço inercial, em **rad**, ocorridos durante o intervalo de amostragem mais recente. As colunas de 5 a 7 contêm os **incrementos** temporais de força específica em relação ao espaço inercial (também chamados de incrementos de velocidade de empuxo – *thrust velocity*), em **m/s**.

As coordenadas iniciais são 23° 05´ 54,04´´S, 47° 00´ 41,55´´W, e altitude de 774,6707 m com respeito ao elipsoide WGS-84. A IMU está estacionária inicialmente.

Qual a magnitude máxima de força específica [m/s^2] em cada eixo e em qual instante ocorre?

O arquivo *SN500574Outside.mat* contém uma matriz com medidas feitas por IMU de classe comercial (commercial-off-the-shelf) Xsens Mti-G, adquirida pelo projeto SIA. A IMU permanece em condição estacionária fora do prédio da AER. **A freqüência de amostragem também é 100Hz**. **As medidas nesses dois arquivos NÃO são incrementais**. As colunas de 5 a 7 contêm a velocidade angular do corpo em relação ao espaço inercial, em **rad/s**. As colunas de 2 a 4 contêm a força específica em **m/s^2**. As colunas de 8 a 10 contêm os componentes do vetor campo geomagnético quase-normalizado, por incorreções na calibração, e adimensional. Como essa IMU tem girômetros MEMS incapazes de medir a velocidade angular da Terra, o alinhamento inicial **com os dados desses dois arquivos** usará o vetor campo geomagnético.

As coordenadas iniciais associadas a esse arquivo são 23,20947° S, 45,87722° W e altitude de 630 m com respeito ao elipsoide WGS-84.

Para cada um desses arquivos, altere o parâmetro g_0 no modelo de gravidade visto em sala de forma que a média da magnitude do vetor força específica nos primeiros seis minutos seja igual à magnitude predita pelo modelo de gravidade nas respectivas coordenadas iniciais. Esse paliativo se deve à qualidade deficiente dos acelerômetros do Xsens e ao modelo tosco de gravidade empregado na disciplina em tela.

1 – Navegação inercial:

Após os 6 primeiros minutos empregados para alinhamento grosseiro com o método TRIAD, o INS atribui estampa de tempo zero e inicia o modo de navegação integrando numericamente as equações de determinação de atitude e de navegação vistas em sala. Os sinais de excitação para essas equações são as medidas inerciais da IMU. Assuma o elipsóide WGS-84 para modelar a forma da Terra e use o modelo de gravidade visto em sala, com a alteração em g_0. Obtenha a atitude, velocidade terrestre representada em S_{NED}, latitude, longitude e altitude a partir do instante inicial 0[s].

1.1 – Determinação de atitude (*simultaneamente com navegação!*):

A seguinte equação diferencial do quatérnion relativo fornece o quaternion de rotação computado que gira de S_{NED} a S_B considerando Terra girante e o movimento em relação ao solo (eq. (1) in M. Shibata, "*Error Analysis Strapdown Inertial Navigation Using Quaternions*", *Journal of Guidance*, May-June 1986, pp. 379-381; eqs.(5a)-(5c) in J. Waldmann, "*Attitude Determination Algorithms, Computational Complexity, and the Accuracy of Terrestrial Navigation with Strapdown Inertial Sensors*", *Anais do XIV Congresso Brasileiro de Automática*, Natal, RN, 2002, pp. 2367-2372):

$$\dot{\boldsymbol{q}}^{NED}_{B,comp} = \frac{1}{2}\left(\left[\begin{array}{c|c} 0 & -\left(\boldsymbol{\omega}^{Bi}_{B,medido}\right)^T \\ \hline \boldsymbol{\omega}^{Bi}_{B,medido} & -\boldsymbol{\Omega}^{Bi}_{B,medido}\end{array}\right] + \left[\begin{array}{c|c} 0 & \left(\boldsymbol{\omega}^{NEDi}_{NED,comp}\right)^T \\ \hline -\boldsymbol{\omega}^{NEDi}_{NED,comp} & -\boldsymbol{\Omega}^{NEDi}_{NED,comp}\end{array}\right]\right)\boldsymbol{q}^{NED}_{B,comp}; \quad \boldsymbol{q}^{NED}_{B,comp}(0) = \boldsymbol{q_0}$$

em que:

$\boldsymbol{\omega}^{\mathbf{Bi}}_{\mathbf{B,medido}} = \left[\omega^{Bi}_{xb,m} \quad \omega^{Bi}_{yb,m} \quad \omega^{Bi}_{zb,m}\right]^T$ é a velocidade angular inercial obtida de cada um dos arquivos de dados.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega}^{\mathbf{NEDi}}_{\mathbf{NED,comp}} &= \left[(\Omega + \dot{\Lambda}_c)\cos(\lambda_c) \quad -\dot{\lambda}_c \quad -(\Omega + \dot{\Lambda}_c)\mathrm{sen}(\lambda_c)\right]^T \\ &= \left[\omega^{NEDi}_{N,c} \quad \omega^{NEDi}_{E,c} \quad \omega^{NEDi}_{D,c}\right]^T\end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\Omega}^{\mathbf{Bi}}_{\mathbf{B,medido}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^{Bi}_{zb,m} & \omega^{Bi}_{yb,m} \\ \omega^{Bi}_{zb,m} & 0 & -\omega^{Bi}_{xb,m} \\ -\omega^{Bi}_{yb,m} & \omega^{Bi}_{xb,m} & 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Omega}^{\mathbf{NEDi}}_{\mathbf{NED,comp}} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega^{NEDi}_{D,c} & \omega^{NEDi}_{E,c} \\ \omega^{NEDi}_{D,c} & 0 & -\omega^{NEDi}_{N,c} \\ -\omega^{NEDi}_{E,c} & \omega^{NEDi}_{N,c} & 0 \end{bmatrix}$$

sendo o subscrito "c" o valor produzido pelo computador de bordo ao resolver numericamente as equações de navegação. Portanto, as equações de atitude são acopladas com as de posição e velocidade terrestre. O escalar Ω refere-se à magnitude da velocidade angular da Terra. O quaternion inicial de rotação $\boldsymbol{q_0}$ decorre do alinhamento inicial obtido com TRIAD na parte 1 desta lista.

Use o método de Runge-Kutta *de* quarta ordem **com passo fixo** de integração de 1/100[s] para a integração numérica.

1.2 – Determinação de velocidade terrestre e posição (*simultaneamente com determinação de atitude!*):

Com respeito às equações de navegação vistas em sala, observe que as equações de navegação, uma vez findo o alinhamento inicial, são excitadas pelos sinais da IMU obtidos dos arquivos de dados e pela saída do modelo embarcado da gravidade (o qual tem o parâmetro g_0 alterado):

$$\boldsymbol{A}_{sp,NED,medido,q} = \boldsymbol{q}_{B,comp}^{NED} \cdot \boldsymbol{A}_{sp,B,medido,q} \cdot \left(\boldsymbol{q}_{B,comp}^{NED}\right)^{-1};$$
$$\mathbf{A}_{\mathbf{sp,NED,medido}} = \text{parte\_imaginaria}(\mathbf{A}_{\mathbf{sp,NED,medido,q}})$$
$$\mathbf{g}_{\mathbf{NED,comp}} = \mathbf{g}_{\mathbf{NED}}(\lambda_c, h_c)$$

e da primeira equação acima fica patente que erro na determinação de atitude provoca erro na representação no S_{NED} da medida de força específica e consequente incorreção na navegação.

A integração numérica das equações de navegação é simultânea à de determinação de atitude, usando o método de Runge-Kutta *de* quarta ordem com passo fixo de integração de 1/100[s].

Atenção:

Utilize a altitude inicial para estabilização do canal vertical na primeira IMU porque ela não conta com auxílio de sensor adicional que meça altitude ou velocidade vertical. Nos dados do Xsens, pode ser usado para estabilização do canal vertical o fato de a IMU estar estacionária em altitude conhecida.

2 – Análise da atitude computada pelo INS:

2.1. No caso da primeira IMU, do quaternion inicial de rotação $\boldsymbol{q_0}$ e do correspondente quaternion de rotação $\mathbf{q}_{\mathbf{B,comp}}^{\mathbf{NED}}$ (em sendo ambos quaternions de rotação, ambos têm norma unitária) obtenha o vetor rotação $\boldsymbol{\varphi} = [\phi_N \quad \phi_E \quad \phi_D]^T$ que gira, **ao final de cada volta**, do sistema $S_{NED(0)}$, obtido no alinhamento inicial, ao sistema computado $S_{NED,comp}$, empregando as expressões abaixo:

$$\mathbf{q}_{\mathbf{NED,comp}}^{\mathbf{NED(0)}} = \mathbf{q}_{\mathbf{B}(0)}^{\mathbf{NED}(0)} * \left(\mathbf{q}_{\mathbf{B,comp}}^{\mathbf{NED}}\right)^{-1} = \mathbf{q_0} * \left(\mathbf{q}_{\mathbf{B,comp}}^{\mathbf{NED}}\right)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\|\varphi\|/2) \\ \hat{\varphi}.\sin(\|\varphi\|/2) \end{bmatrix}$$

De forma similar, ao final de cada volta, empregando a relação entre DCM e quaternion (que pode não ser um quaternion de rotação por degradação da norma unitária ao longo da integração temporal):

$$\mathbf{D}_{\mathbf{NED,comp}}^{\mathbf{NED}(0)} = \mathbf{D}_{\mathbf{NED,comp}}^{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{D_0} = (\mathbf{I} + \mathbf{E}) = \{d_{ij}\}; i,j = 1,2,3; \quad \mathbf{E} = \mathbf{E}^s + \mathbf{E}^a$$
$$\mathbf{E}^s = \left(\mathbf{E} + \mathbf{E}^T\right)/2; \quad \mathbf{E}^a = \left(\mathbf{E} - \mathbf{E}^T\right)/2 = -[\varphi\times]$$

$$-[\boldsymbol{\varphi}\times] = \begin{bmatrix} 0 & \phi_D & -\phi_E \\ -\phi_D & 0 & \phi_N \\ \phi_E & -\phi_N & 0 \end{bmatrix}$$

$$\phi_D = (d_{12} - d_{21})/2; \quad \phi_E = (d_{31} - d_{13})/2; \quad \phi_N = (d_{23} - d_{32})/2 \text{ [arcseg].}$$

sendo d_{ij} os elementos da DCM $\mathbf{D}_{\mathbf{NED,comp}}^{\mathbf{NED(0)}}$. A matriz de erro $\mathbf{E}$ decorre dos erros de ortonormalização que se acumulam em $\mathbf{D}_{\mathbf{NED,comp}}^{\mathbf{NED(0)}}$ e cujo componente simétrico $\mathbf{E}^s$ degrada o determinante unitário e a antissimetria que, idealmente, existiria (vide a matriz [$\boldsymbol{\varphi}$x]). As relações acima referidas são aproximações que assumem pequenos vetores rotação, isto é, pequenos desalinhamentos angulares.

Já no caso da IMU do Xsens, compute o vetor rotação $\boldsymbol{\varphi} = [\phi_N \quad \phi_E \quad \phi_D]^T$ **ao longo do tempo** em relação à atitude inicial computada com TRIAD.

2.2. Determine o índice de desalinhamento, que é a magnitude da rotação em torno do eixo de Euler que leva o sistema $S_{NED(0)}$ a alinhar-se com o computado $S_{NED,comp}$. No caso da primeira IMU, compute o índice **ao final de cada volta** ; já no caso da IMU do Xsens, compute-o **ao longo do tempo**. Use escala logarítmica para avaliar o comportamento do índice, que terá valores bem pequeninos.

Índice de desalinhamento [arcseg]: $I = \left| \operatorname{acos}\left(\frac{1}{2} \text{traço}\left(\mathbf{D}_{\mathbf{NED,comp}}^{\mathbf{B}} \cdot \mathbf{D}_{\mathbf{0}} \right) - \frac{1}{2} \right) \right|$

e compare com a magnitude do desalinhamento $|\varphi|$ em [arcseg] computado em 2.1 com quaternions.

2.3. Avaliar a efetividade de se normalizar o quaternion de rotação a cada passo de integração na determinação de atitude, comparando os índices de normalidade **ao final de cada volta**, com e sem normalização do quaternion ao longo da integração.

Índice de normalidade: $J(t) = \left\{ \left(\left| q_{B,comp}^{NED} \right| - 1 \right)^2 \right\}^{1/2}$

Verifique o comportamento do índice usando escala logarítmica – e sempre imediatamente antes do passo de normalização ao longo da integração de forma a não incorrer em singularidade. Verifique também o efeito da normalização do quaternion sobre o índice de desalinhamento obtido em 2.2, comparando-o com o obtido sem essa normalização.

Note que o Matlab faz as computações em precisão dupla com ponto flutuante e armazenamento com 64 bits diferentemente de computadores de bordo de baixo custo para uso embarcado. Por isso, os resultados obtidos com Matlab serão melhores que os de uma implementação embarcada real.
(http://www.mathworks.com/company/newsletters/articles/integer-and-single-precision-math-in-matlab-7.html).

3 – Análise da trajetória computada pelo INS:

A posição computada pelo INS em coordenadas geodésicas do elipsoide WGS-84 deve ser transformada para coordenadas cartesianas em S_{ECEF} (vide Farrell e Barth pg. 27; *atenção às definições das variáveis de achatamento f e excentricidade e, cujas variáveis têm nomes opostos aos usados no curso*), comparada com as coordenadas em S_{ECEF} do ponto inicial e o resultante vetor posição relativa ao ponto inicial, **em metros**, representado em $S_{NED(0)}$. Isso permitirá traçar o trajeto percorrido no NED local ao ponto inicial e comparar com um mapa Google.

Para cada arquivo de dados, apresente a trajetória estimada pelo INS **<u>em relação ao ponto inicial</u>, <u>em metros</u>,** nas direções Norte, Leste e altitude a partir do instante inicial 0[s].

3.1. Exiba o resultado da altura contra tempo, e o gráfico tri-dimensional da trajetória computada pelo INS.

3.2 Quantas voltas há no primeiro experimento? Plote Norte contra Leste na primeira volta e superponha sobre a imagem (do Google Maps) de satélite da montanha russa Montezum do parque de diversões HopiHari em Vinhedo, SP, nas duas primeiras voltas e até o final do experimento. O que ocorre?

3.3. Qual o erro de posição relativa ao ponto inicial no plano horizontal e em altura ao final da primeira volta no primeiro experimento?

3.4. Ainda com respeito ao primeiro experimento, o que ocorre entre o final da primeira volta e o início da segunda volta? E nas demais voltas, isto é, entre o fim de uma volta anterior e o início da seguinte?

3.5. O que ocorre com a navegação inercial usando a IMU baseada em sensores MEMS do Xsens?