

EES-60 – Sensores e Sistemas para Navegação e Guiamento

Prof. Jacques Waldmann

Lista Computacional 1

Determinação de atitude contínua no tempo no movimento de cone usando quatérnions – 22 de agosto de 2019.

Entrega: 29 de agosto de 2019.

As funções  $\psi(t)$ ,  $\theta(t)$  e  $\phi(t)$  que representam a solução analítica dos ângulos de Euler do movimento de cone serão usadas na avaliação da qualidade da determinação de atitude por integração numérica.

1 - Resolva o problema contínuo no tempo de determinação de atitude de  $S_B$  em relação a  $S_{NED}$  a partir das medidas de velocidade angular mediante a integração numérica da equação diferencial do quatérnion de rotação de  $S_{NED}$  para  $S_B$ :

$$\dot{\mathbf{q}}_{B,comp}^{NED} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}_{aug,m} \mathbf{q}_{B,comp}^{NED} \quad \mathbf{q}_{B,comp}^{NED} = \begin{bmatrix} \lambda \\ \rho_x \\ \rho_y \\ \rho_z \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Omega}_{aug,m} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{xb}^{BNED} & -\omega_{yb}^{BNED} & -\omega_{zb}^{BNED} \\ \omega_{xb}^{BNED} & 0 & \omega_{zb}^{BNED} & -\omega_{yb}^{BNED} \\ \omega_{yb}^{BNED} & -\omega_{zb}^{BNED} & 0 & \omega_{xb}^{BNED} \\ \omega_{zb}^{BNED} & \omega_{yb}^{BNED} & -\omega_{xb}^{BNED} & 0 \end{bmatrix}$$

O alinhamento inicial é assumido ideal e, portanto, a condição inicial  $\mathbf{q}_{B,comp}^{NED}(0) = \mathbf{q}_0$  é obtida do enunciado do item 1 do preâmbulo, que permite discernir o vetor rotação em  $t=0$ .

O resultado da integração numérica é o *quatérnion de rotação computado* a cada passo de integração. A duração do movimento a ser usado para teste é de 100 segundos. Considere  $\theta_c=11,4^\circ$  e  $\Omega_{prec}=30^\circ/s$ . (Atenção ao uso correto das unidades físicas na equação diferencial.)

Para fins de avaliação do desalinhamento angular entre a solução numérica e a analítica, utilizaremos inicialmente a parametrização por DCM. A DCM computada, associada ao quatérnion de rotação computado, é dada por:

$$\mathbf{D}_{B,comp}^{NED} = \begin{bmatrix} \lambda^2 + \rho_x^2 - \rho_y^2 - \rho_z^2 & 2(\rho_x \rho_y + \lambda \rho_z) & 2(\rho_x \rho_z - \lambda \rho_y) \\ 2(\rho_x \rho_y - \lambda \rho_z) & \lambda^2 - \rho_x^2 + \rho_y^2 - \rho_z^2 & 2(\rho_y \rho_z + \lambda \rho_x) \\ 2(\rho_x \rho_z + \lambda \rho_y) & 2(\rho_y \rho_z - \lambda \rho_x) & \lambda^2 - \rho_x^2 - \rho_y^2 + \rho_z^2 \end{bmatrix}$$

Os componentes do desalinhamento  $\boldsymbol{\psi} = [\psi_N \ \psi_E \ \psi_D]^T$  na determinação numérica da atitude, em radianos, podem ser expressados por:

$$\mathbf{D}_{\text{NED,comp}}^{\text{NED}} = \mathbf{D}_{\text{NED,comp}}^{\text{B}} \mathbf{D}_{\text{B}}^{\text{NED}} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\psi} \times) = \begin{bmatrix} 1 & \psi_D & -\psi_E \\ -\psi_D & 1 & \psi_N \\ \psi_E & -\psi_N & 1 \end{bmatrix}$$

Utilize o método de integração numérica Runge-Kutta de quarta ordem com passo de integração fixo com passo de décimo, centésimo e milésimo de segundo. Avalie o compromisso entre o tamanho do passo de integração, a carga computacional e a acurácia dos resultados. Mostre como evoluem ao longo do tempo os componentes de desalinhamento em unidades de arcseg. Compute e mostre, também, a evolução do ângulo de desalinhamento em torno do eixo de desalinhamento a partir da DCM acima indicada em unidades de arcseg.

2 – Desconsidere a rotação da Terra. Para avaliar o impacto da qualidade da medida de velocidade angular pelos girômetros, acrescente deriva constante de magnitude 0,001 grau/hora às componentes de  $\boldsymbol{\omega}_b^{\text{bl}}$  e verifique seu efeito na determinação de atitude. Escolha o sinal positivo ou negativo da deriva de forma aleatória em cada componente do vetor velocidade angular. Repita para deriva de 0,01 grau/hora, mantendo o mesmo sinal positivo ou negativo da deriva em cada componente. **Análise os resultados.** Observe: há algum padrão que chame sua atenção? Como se relacionam o sinal positivo ou negativo em cada componente escolhido para a deriva e o sinal do respectivo componente de desalinhamento.

3 - Refaça os itens acima e analise os resultados decorrentes do aumento, em separado, de  $\theta_c$  e  $\Omega_{\text{prec}}$ . Apresente os resultados de forma concisa e criativa, sem envolver um tedioso desfile de gráficos, e **análise os resultados.** Teça conclusões concisas acerca de seus resultados e análise – não seja repetitivo.