

ITA
CURSOS DE ENGENHARIAS AERONÁUTICA E AEROESPACIAL
EST-25 - 1ª Prova - 2018

Nome: FERNANDO FIORINI

AER 20

Tempo de prova: 150 min. Prova com consulta somente aos seu formulário. Permitido uso de calculadora. Entregar todas páginas desta prova. Entregar o seu formulário! Os desenhos não estão em escala. Use os versos das folhas (vamos economizar papel!). Destaque sua resposta.

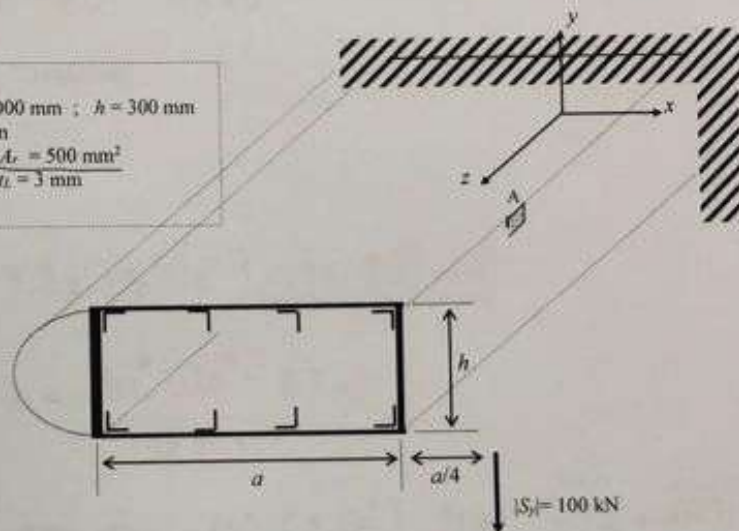
*** BOA PROVA ! ***

- 1) (4,0) Seja o caixão estrutural feito de alumínio, retangular, sujeito a uma força cortante em $z = 10.000 \text{ mm}$. A origem do sistema de coordenadas está localizado no CG da seção transversal, junto ao engastamento. A seção transversal em destaque tem dupla simetria. Despreze o efeito da restrição axial. Os reforçadores são pequenos, estão igualmente espaçados, e pode-se desprezar a inércia à flexão em torno de seus próprios CGs.

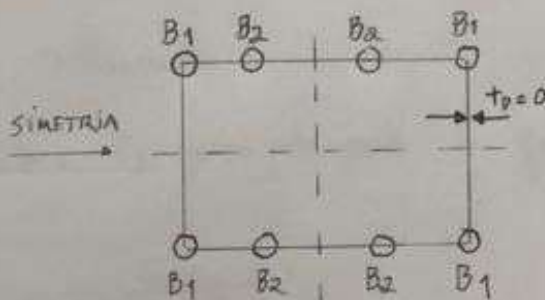
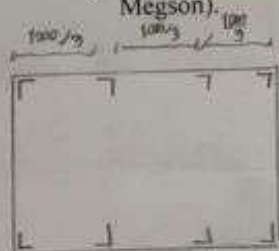
Seção transversal:

- dimensões das linhas médias: $a = 1000 \text{ mm}$; $h = 300 \text{ mm}$
- espessura do revestimento: $t_R = 2 \text{ mm}$
- área de cada um dos 8 reforçadores: $A_r = 500 \text{ mm}^2$
- espessura das almas das longarinas: $t_L = 3 \text{ mm}$
- Alumínio: $E=72\text{GPa}$, $G=28\text{GPa}$

OBS: $1 \text{ MPa} = 10^6 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ N/mm}^2$
 $1 \text{ GPa} = 10^9 \text{ N/m}^2 = 10^3 \text{ N/mm}^2$



- 2) (0,5) Idealize a seção transversal, utilizando 8 booms (conforme idealização estrutural proposta pelo Megson).



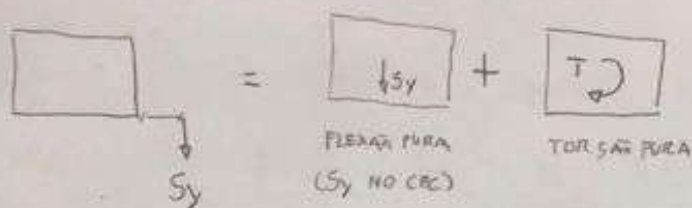
$$M_y = 0$$

$$I_{xy} = 0$$

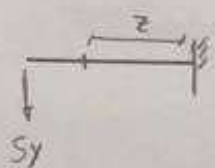
$$B_1 = \frac{3 \cdot 300}{6} (2 + (-1)) + \frac{2 \cdot 1000}{3} (2 + 1) + 500 \quad \therefore \underline{B_1 = 983,33 \text{ mm}^2}$$

$$B_2 = \frac{2 \cdot 1000}{3} (2 + 1) + \frac{2 \cdot 1000}{3} (2 + 1) + 500 \quad \therefore \underline{B_2 = 1166,67 \text{ mm}^2}$$

- b) (3,0) Calcule as tensões atuantes no ponto A: (500 ; 145 ; 7000) (coordenadas em mm), localizado na longarina traseira.



a) FLEXÃO PURA:



$$M_x = |S_y| \cdot (10^3 - z) \quad M_y = 0$$

(Partindo segundo convenção)

• Cálculo do I_{xx} da idealização:

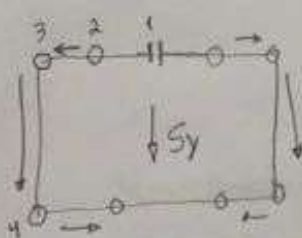
$$I_{xx} = \sum B y^2 = 4 B_1 \cdot 150^2 + 4 B_2 \cdot 150^2 = 1,935 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

Logo, $\sigma_z = \frac{M_x}{I_{xx}} \cdot y \quad \sigma_z = \frac{10^5 (10^3 - z)}{1,935 \cdot 10^8} y$

No ponto A = (500, 145, 7000) $\rightarrow \sigma_z = \frac{10^5 (3 \cdot 10^3)}{1,935 \cdot 10^8} \cdot 145$

$$\sigma_z = 224,8 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

• Cálculo das tensões de cisalhamento



Como S_y passa pelo ponto 1, $q_{5,0} = 0$

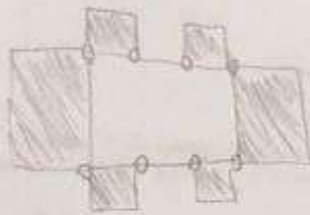
(Idealização)

$$q_{5,1,2} = -\frac{S_y}{I_{xx}} \left(\int_0^s y ds + \sum B y \right) \quad q_{5,1,2} = \frac{10^5}{1,935 \cdot 10^8} \cdot 0 \quad q_{5,1,2} = 0$$

$$q_{5,2,3} = \frac{10^5}{1,935 \cdot 10^8} \cdot 1166,67 \cdot 150 + 0 \quad q_{5,2,3} = 90,44 \frac{\text{N}}{\text{mm}} = q_{5,3}$$

$$q_{5,3,4} = \frac{10^5}{1,935 \cdot 10^8} \cdot 983,33 \cdot (150) + 90,44 \quad q_{5,3,4} = 166,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}} \quad 2$$

Pelo simétrico



Logo, o fluxo de cisalhamento é constante na parte $A = (500; 195,7000)$
 e vale $\tau_s = \frac{q_{s, \max}}{+} = 55,56 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ (no sentido de $-\hat{j}$)

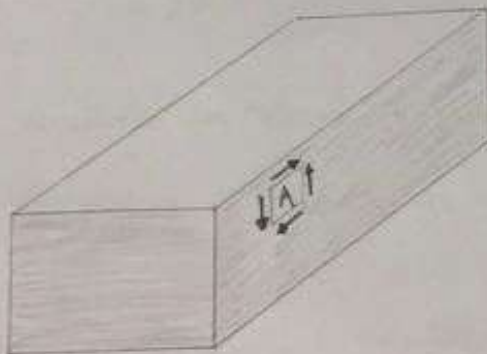
b) Torção pura:

$$\boxed{\tau_T} \quad T = |S_y| \cdot \frac{3a}{4} = 10^3 \cdot 750 = 7,5 \cdot 10^7 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

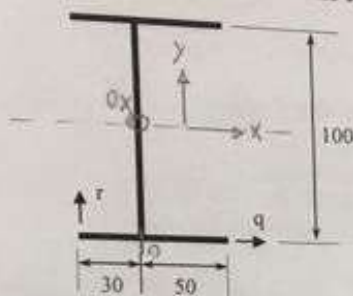
$$\tau_{\max} = \frac{T}{2A\ell} = \frac{7,5 \cdot 10^7}{2 \cdot 1000 \cdot 300 \cdot 3} = 41,67 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad (\text{no sentido de } -\hat{j})$$

$$\therefore \text{No ponto A} \begin{cases} \sigma_z = 224,8 \text{ N/mm}^2 \\ \tau_{xz} = -97,22 \text{ N/mm}^2 \end{cases}$$

b) (0,5) Desenhe o estado de tensões em A, contendo direções e sentidos reais das tensões atuantes.



2) (3,5) Seja a seção transversal "I" de paredes finas, com um eixo de simetria. A seção tem espessura uniforme $t = 2 \text{ mm}$. As dimensões cotadas estão em mm, e referem-se às linhas médias. Obtenha as coordenadas (q, r) do CEC.

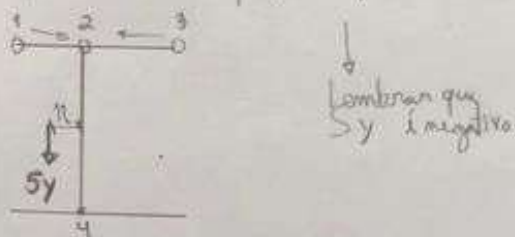


Cálculo do centróide

$$\bar{x} = \frac{100 \cdot 20 + 80 \cdot 2 + 100 \cdot 20}{100 \cdot 2 + 80 \cdot 2 + 100 \cdot 2}$$

$$\bar{x} = 62,154 \text{ mm}$$

Aplicando uma força S_y no CEC:



Devido à simetria em x , $I_{xy} = 0$

Cálculo do I_{xx}

$$I_{xx} = 2 \left(\frac{80 \cdot 2^3}{12} + 80 \cdot 2 \cdot 50^2 \right) + \frac{2 \cdot 100^3}{12} + 2 \cdot 100 \cdot 0 \quad I_{xx} = 1,67 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$

Cálculo dos fluxos de cisalhamento

$$q_{s1,2} = -\frac{S_y}{I_{xx}} \int_0^s y \, ds \quad q_{s1,2} = -\frac{S_y}{1,67 \cdot 10^5} \cdot 2 \cdot 50 \cdot 30 = -3,10 \cdot 10^{-3} S_y$$

$$q_{s3,2} = -\frac{S_y}{I_{xx}} \int_0^s y \, ds \quad q_{s3,2} = -\frac{S_y}{1,67 \cdot 10^5} \cdot 2 \cdot 50 \cdot 50 = -5,17 \cdot 10^{-3} S_y$$

Torque resultante em relação ao ponto 4 deve ser nulo. Logo,

$$S_y \cdot n = (5,17 \cdot 10^{-3} \cdot 50 \cdot 100 - 3,10 \cdot 10^{-3} \cdot 30 \cdot 100) S_y$$

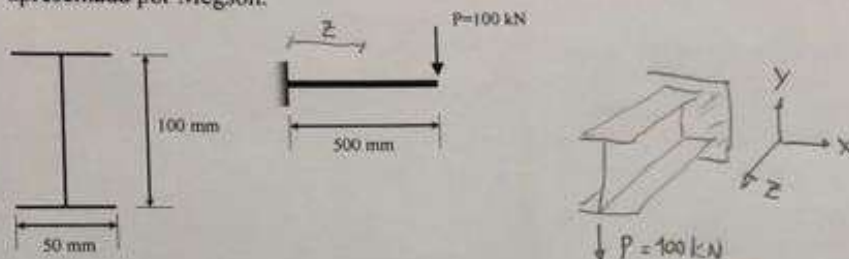
$$n = 16,55 \text{ mm}$$

Representado no desenho

$$\text{Logo, } (q, n) = (-16,55, 50)$$

- 3) (1,0) Com relação às nervuras existentes em uma asa, indique Verdadeiro ou Falso
- [F] Não contribuem significativamente para aumentar a estabilidade estrutural do revestimento e da alma da longarina.
 - [F] Aumentam significativamente o momento de inércia à flexão da seção transversal da asa.
 - [V] São muito importantes para a manutenção do perfil aerodinâmico original da asa, especialmente sob torção.
 - [F] São pontos de fixação de cargas concentradas, tais como motores.

- 4) (1,5) Uma viga cantilever feita de alumínio ($E=70\text{GPa}$, $\nu=0,3$) tem seção transversal "I" (abaixo, cotas pelas linhas médias, espessura $t=2\text{mm}$). A viga possui 500 mm de comprimento. A carga P está aplicada no CEC. Determine o deslocamento máximo da viga, levando-se em conta a influência das tensões normais e de cisalhamento. Se preferir, pode usar uma idealização estrutural (pode ser uma bem simples!), conforme apresentada por Megson.



De simétrica, $I_{xy} = 0$. Como $S_x = 0 \rightarrow M_y = 0$

• $M_x = 10^5 (500 - z)$

• Cálculo de I_{xx} : (Paradas/mm)

$$I_{xx} = \left(\frac{50 \cdot 2^3}{12} + 50 \cdot 2 \cdot 50^2 \right) \cdot 2 + \frac{2 \cdot 100^3}{12} + 2 \cdot 100 \cdot 0$$

$$I_{xx} = 6,67 \cdot 10^5 \text{ mm}^4$$

$$v'' = -\frac{M_x}{EI_{xx}} = -\frac{10^5 (500 - z)}{70 \cdot 10^3 \cdot 6,67 \cdot 10^5}$$

$$v''(z) = \frac{z - 500}{4,67 \cdot 10^5}$$

$$v(z) = \frac{1}{4,67 \cdot 10^5} \left(\frac{z^3}{6} - \frac{500 z^2}{2} + C_1 z + C_2 \right)$$

Como a viga é engastada, $v(0) = 0$ e $v'(0) = 0$

Logo, $C_1 = 0$ e $C_2 = 0$

$$v(z) = \frac{1}{4,67 \cdot 10^5} \left(\frac{z^3}{6} - \frac{500 z^2}{2} \right)$$

Na extremidade, $z = 500$: $v(500) = -89,22 \text{ mm}$