

Gerador de uma distribuição exponencial com o Método da Transformada Inversa

Engenharia Física - Universidade de Coimbra
Francisco Relvão - 2018285965 e Sílvia Santos - 2018282660
Interação e Detecção de Partículas

6 de Outubro de 2021

1 Objetivo

Com este trabalho, pretendeu-se desenvolver um gerador de uma distribuição exponencial utilizando o método da transformada inversa, para diferentes valores de λ .

2 Introdução

O método da transformada inversa é um dos métodos utilizados para gerar distribuições não uniformes. Deste modo, a sua implementação passa por obter a função de distribuição cumulativa da função da distribuição pretendida ($f(t)$) para a amostra:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt \quad (1)$$

De seguida, gera-se um número aleatório de uma distribuição uniforme (U), que é uma amostra de $F(x)$. Por fim, podemos obter uma amostra de $f(t)$ invertendo $F(x)$.

Para aplicar o método descrito e obter uma distribuição exponencial, temos que:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Cuja função cumulativa é:

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda x} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

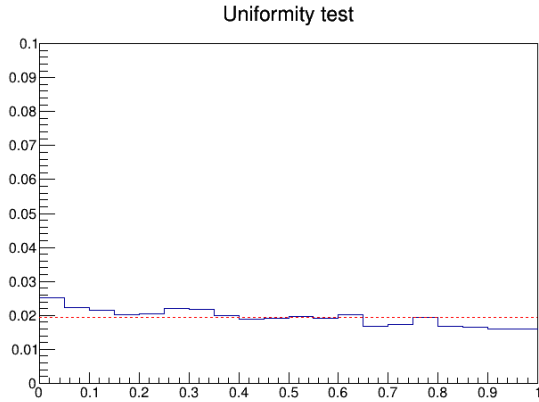
A função cumulativa é então invertida, para se obter uma amostra de $f(t)$:

$$x = -\ln(1 - U)/\lambda \equiv F^{-1}(U) \quad (4)$$

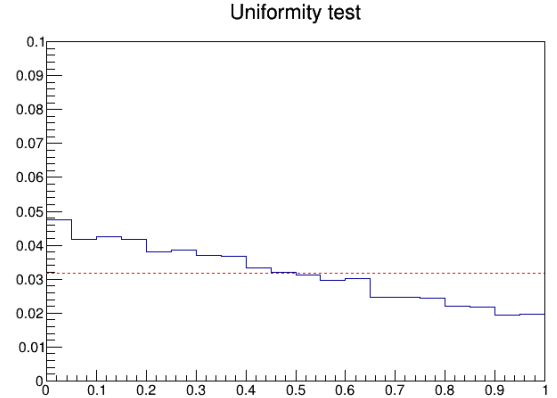
Sendo U um número aleatório obtido por um gerador de números aleatórios uniforme.

3 Resultados

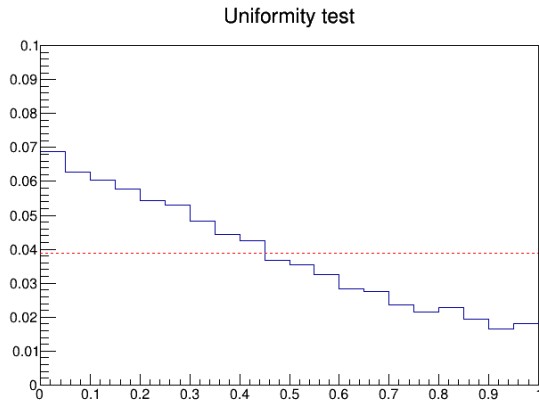
Foram obtidos 4 histogramas para diferentes valores do parâmetro λ , aplicando o método da transformada inversa.



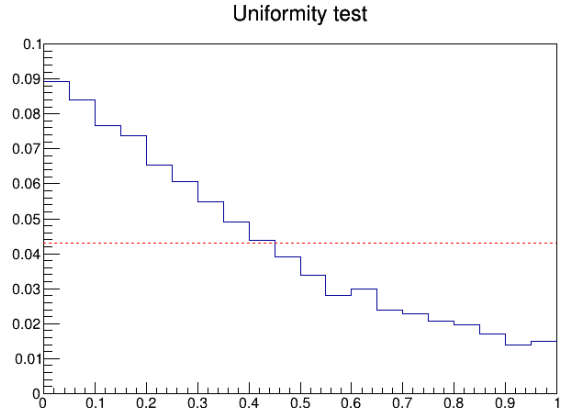
(a) Histograma obtido para $\lambda = 0.5$.



(b) Histograma obtido para $\lambda = 1.0$.



(c) Histograma obtido para $\lambda = 1.5$.



(d) Histograma obtido para $\lambda = 2.0$.

Figura 1: Histogramas obtidos para uma distribuição exponencial para diferentes valores do parâmetro λ . No eixo das ordenadas, encontra-se a frequência normalizada de ocorrência de um número aleatório, enquanto que no eixo das abscissas está representado o número aleatório gerado.

4 Conclusão

A partir dos histogramas obtidos, observa-se que estes descrevem distribuições exponenciais para diferentes valores do parâmetro λ . Apesar de não ter sido calculado, o valor esperado da distribuições ($E[X]$) diminui com o aumento do parâmetro referido.

5 Anexo

5.1 Gerador da distribuição exponencial

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <stdlib.h>
#include <time.h>
#include <math.h>

using namespace std;

int main(){

    ofstream outFile("random_numbers.dat");

    // First of all we must initialise the random generator with a seed
    // In this example, we're using the system clock
    // srand(time(0));
    // but we can also have a fixed seed, as shown here
    // This ensures that we always get the same sequence of random numbers
    srand(123);

    // Number of random numbers to generate

    int N = 10000;

    cout << "Number of random numbers: " << N << endl;

    //An array is not necessary, but it keeps things clean
    double randomArr[N];
    //Pick a lambda to change the "balance" of the distribution
    double lambda = 0.5; // 1.0|1.5|2.0

    // Now let's do a cycle and write randoms to the screen and/or file

    double random;

    for(int i=0; i<N; i++){

        random = rand()/((double)RAND_MAX + 1);

        // comment the line below if using a large N, otherwise you'll
        // end up with thousands (millions) of lines in the terminal
        //We are doing the exponential distribution

        randomArr[i] = -1.0*(1.0/lambda)*log(1.0-random);

        //Store each array element in the file
        outFile << randomArr[i] << endl;

    }

    outFile.close();

    return 0;

}
```