

# 從語句判斷到論證推理

2019/03/22

# 條件句與論證有效性

- 利用條件句真值判斷與論證有效性推衍的類似性，來協助我們辨識論證是否有效。
- 條件句不可前件真而後件假，否則其複合語句就是假值。
- 論證不可能前提真而結論假，否則其論證無效。
- 所以，我們可以把論證化為條件句，然後用真值表來檢視其真值。

# 條件句與論證有效性

- 把論證的「前提」化為「條件語句」的「前件」，把論證的「結論」化為「條件語句」的「後件」。
- 簡言之，就是把一個論證轉化為一個「條件語句」。
- 然後，再以真值表來檢視這個「條件語句」，看這個「條件語句」有沒有可能出現假值？
- 如果有，那它就是無效論證。如果沒有，那它就是有效論證。

- 如果我努力用功，我就會考上大學。
- 我並沒有努力用功。
- 所以，我不會考上大學。

• $A \rightarrow B$	A	B	$[(A \rightarrow B) \cdot \sim A] \rightarrow \sim B$
• $\sim A$	T	T	T
• $\therefore \sim B$	T	F	T
•	F	T	F
•	F	F	T

# 條件句與論證有效性

- $A \rightarrow B$
- $\sim A$
- $\therefore \sim B$
- $[(A \rightarrow B) \cdot \sim A] \rightarrow \sim B$
- 由其真值表判斷
- 知其為無效論證

- 張三和李四都會去考大學。  $A \cdot B$
- 如果李四去考大學，那麼，王五也必定會去考。  $B \rightarrow C$
- 所以，王五必定會去考大學。  $\therefore C$
- $[(A \cdot B) \cdot (B \rightarrow C)] \rightarrow C$
- 以真值表檢視，
- 知其為有效論證

• A B C       $[(A \cdot B) \cdot (B \rightarrow C)] \rightarrow C$

• T T T      T

• T T F      T

• T F T      T

• T F F      T

• F T T      T

• F T F      T

• F F T      T

• F F F      T

# 複習

- 有效論證：不可能前提皆真而結論假。
- 有效論證：前提的真必然保障結論的真。
- 無效論證：有可能前提皆真而結論假。



# 語句一致性與論證有效性

- 如果湯姆全心全意愛瑪莉，瑪莉就會嫁給湯姆。
- 瑪莉已經嫁給湯姆。
- 所以，湯姆確實全心全意愛瑪莉。
- $A \rightarrow B$
- $B$
- $\therefore A$

# 如何以一致性概念來檢視論證有效性？

- 把論證還原為一群語句。
- 先假定論證無效。即把結論用其否定句替代。
- 接著，架構真值表，檢視上述語句是否一致？
- 若一致，則論證無效。因它可能造成前提皆真而結論假。
- 若彼此不一致，則論證有效。因它永遠不可能造成前提皆真而結論假。

# 實際檢視

• $A \rightarrow B$	A	B	$A \rightarrow B$	$\sim A$
• B	T	T	T	F
• $\neg \therefore A$	T	F	F	F
• $A \rightarrow B$	F	T	T	T
• B	F	F	T	T
• $\sim A$				
• 見真值表，知該論證無效。				

# 另一實例

- 如果湯姆全心全意愛瑪莉，瑪莉就會嫁給湯姆。
- 湯姆確實全心全意愛瑪莉。
- 所以，瑪莉會嫁給湯姆。
- $A \rightarrow B$
- $A$
- $\therefore B$

# 實例檢視

• $A \rightarrow B$	A	B	$A \rightarrow B$	$\sim B$
• A	T	T	T	F
• $\neg \therefore B$	T	F	F	T
• $A \rightarrow B$	F	T	T	F
• A	F	F	T	T
• $\sim B$				
• 見真值表，知該論證有效。				

# 自然演繹法natural deduction

# 蘊含性規則 Rules of Implication

# 肯定前件就肯定後件規則(MP規則)

若水被加熱達攝氏一百度 (A)，那水就會沸騰 (B)。

現在水已經被加熱達攝氏一百度。

所以，水會沸騰。

就這個論證而言，根據我們提示的符號，可以把其論證形式表述為：

$$A \rightarrow B$$
$$A$$
$$\therefore B$$



• **A    B     $[(A \rightarrow B) \cdot A] \rightarrow B$**

• **T    T                    T**

• **T    F                    T**

• **F    T                    T**

• **F    F                    T**

# 肯定前件就肯定後件規則(**MP**規則)

$$\mathbf{A \rightarrow B}$$

$$\mathbf{A}$$

$$\mathbf{/\therefore B}$$

若總統說重話(A)，那麼，行政院長會辭職(B)且清廉專案會中止(C)。

若行政院長且清廉專案中止，那麼，百姓就只能自求多福(D)。

總統已說重話。

所以，百姓就只好自求多福。

回 就這個論證而言，根據提示的符號，就可將論證翻譯為：

$$A \rightarrow (B \cdot C)$$
$$(B \cdot C) \rightarrow D$$
$$A$$
$$\hline \therefore D$$

**1.  $A \rightarrow (B \cdot C)$**

**P**

**2.  $(B \cdot C) \rightarrow D$**

**P**

**3. A**

**P**

**4.  $B \cdot C$**

**1,3 MP**

**5. D**

**2,4 MP**

# 否定後件就否定前件規則(MT規則)

如果勇哥中了樂透頭彩一億 (**A**)，它必然會拿出五千萬當作慈善捐款(**B**)。

勇哥並沒有拿出五千萬當作慈善捐款。

所以，勇哥一定沒有中樂透頭彩一億。

▣ 根據實例中所提示的符號，我們可以把這個論證翻譯為：

**$A \rightarrow B$**

**$\sim B$**

**$\therefore \sim A$**

<b>A</b>	<b>B</b>	<b><math>[(A \rightarrow B) \cdot \sim B] \rightarrow \sim A</math></b>
----------	----------	---

<b>• T</b>	<b>T</b>	<b>T</b>
------------	----------	----------

<b>• T</b>	<b>F</b>	<b>T</b>
------------	----------	----------

<b>• F</b>	<b>T</b>	<b>T</b>
------------	----------	----------

<b>• F</b>	<b>F</b>	<b>T</b>
------------	----------	----------

若張三高中三年苦讀 (A)，他就必然不會在大專聯考落榜。  
若張三考試當天發生意外 (C)，他就會在大專聯考落榜 (B)。  
張三已在高中苦讀三年。  
所以，張三在考試當天沒有發生意外。

▣ 同樣地，我們以實例中所提示的符號，我們可以把這個論證翻譯為：

$$\begin{array}{c} A \rightarrow \sim B \\ C \rightarrow B \\ A \\ \hline \therefore \sim C \end{array}$$

**1.  $A \rightarrow \sim B$**

**P**

**2.  $C \rightarrow B$**

**P**

**3.  $A$**

**P**

**4.  $\sim B$**

**1,3 MP**

**5.  $\sim C$**

**2,4 MT**



# 添加規則(Add規則)

已知淑娟邏輯期中考已經及格。

所以，可以肯定的說，淑娟和淑惠至少有一人邏輯期中考會及格。

▣ 首先，我們把「淑娟邏輯期中考及格」翻譯為**P**，把「淑惠邏輯期中考及格」翻譯為**Q**，那上述論證的形式就成為：

**P**  
／ ∴ **P V Q**

• **P    Q     $P \rightarrow (P \vee Q)$**

• **T    T    T**

• **T    F    T**

• **F    T    T**

• **F    F    T**

如果帥哥出馬競選，就絕對不可能會有長昌和英堃同台競選的戲碼。

若安妮出來競選，長昌和英堃就必然會同時出馬競選。

帥哥已經決定出馬競選。

所以，要嘛安妮不會出來競選，要嘛阿輝自己出來競選。

同樣地，我們以實例中所提示的符號，我們可以把這個論證翻譯為：

$$\begin{array}{c} \mathbf{A} \rightarrow \sim(\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}) \\ \rightarrow(\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}) \\ \mathbf{A} \\ \hline \therefore \sim \mathbf{D} \vee \mathbf{E} \end{array}$$

**1.  $A \rightarrow \sim (B \cdot C)$**

**P**

**2.  $D \rightarrow (B \cdot C)$**

**P**

**3.  $A$**

**P**

**4.  $\sim (B \cdot C)$**

**1,3 MP**

**5.  $\sim D$**

**2,4 MT**

**6.  $\sim D \vee E$**

**5 Add**

# 選言三段論規則(DS規則)

張三和李四至少有一人曾經學過邏輯。

張三確實沒學過邏輯。

所以，李四必然學過邏輯。

如果我們把「張三曾經學過邏輯」翻譯為**P**，把「李四曾經學過邏輯」翻譯為**Q**。則整個論證可以翻譯為：

**P V Q**

**~P**

**/ ∴ Q**

• **P**    **Q**     **$[(P \vee Q) \cdot \sim P] \rightarrow Q$**

• **T**    **T**    **T**

• **T**    **F**    **T**

• **F**    **T**    **T**

• **F**    **F**    **T**

若執政者貪瀆 (A)，則人民會用選票唾棄 (B)。

要嘛社會動盪 (C)，要嘛人民不會用選票唾棄。

如果執政者沒有貪瀆或經濟穩定發展 (E)，那麼，台海就會有長足的安定 (D)。

社會並沒有動盪。

所以，台海會有長足的安定。

回 根據上述提示的符號，整個語句可以翻譯為：

$$\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ C \vee \sim B \\ (\sim A \vee E) \rightarrow D \\ \sim C \\ \hline \therefore D \end{array}$$

<b>1. <math>A \rightarrow B</math></b>	<b>P</b>
<b>2. <math>C \vee \sim B</math></b>	<b>P</b>
<b>3. <math>(\sim A \vee E) \rightarrow D</math></b>	<b>P</b>
<b>4. <math>\sim C</math></b>	<b>P</b>
<b>5. <math>\sim B</math></b>	<b>2,4 DS</b>
<b>6. <math>\sim A</math></b>	<b>1,5 MT</b>
<b>7. <math>\sim A \vee E</math></b>	<b>6 Add</b>
<b>8. <math>D</math></b>	<b>3,7 MP</b>



# 假言三段論規則(HS規則)

若是校長領導優質(**P**)，教師的研究和教學就會卓絕(**Q**)。

若教師的研究和教學卓絕，學生就會有很好的學習成果(**R**)。

因此，若是校長領導優質，學生就會有很好的學習成果。

▣ 根據論證中提示的符號，整個論證可以翻譯為：

$$P \rightarrow Q$$

$$Q \rightarrow R$$

$$\therefore P \rightarrow R$$

P	Q	R	$[(P \rightarrow Q) \cdot (Q \rightarrow R)] \rightarrow (P \rightarrow R)$
T	T	T	T
T	T	F	T
T	F	T	T
T	F	F	T
F	T	T	T
F	T	F	T
F	F	T	T
F	F	F	T

若阿山展開愛情攻勢，阿桃就會告別單身生活。

若阿桃告別單身生活，阿草就會失戀。

假如若阿山展開愛情攻勢，阿草就會失戀，那麼，班上就不會有和諧。

要嘛班上和諧，要嘛班上大部分同學會轉系。

所以，班上大部分同學會轉系。

▣ 若將「阿山展開愛情攻勢」翻譯為**A**；將「阿桃告別單身生活」翻譯為**B**；將「阿草會失戀」翻譯為**C**；將「班上和諧」翻譯為**D**；將「班上大部分同學會轉系」翻譯為**E**。則整個論證就可以翻譯為：

$$A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow C$$

$$(A \rightarrow C) \rightarrow \sim D$$

$$D \vee E$$

$$\therefore E$$

**1.  $A \rightarrow B$**

**P**

**2.  $B \rightarrow C$**

**P**

**3.  $(A \rightarrow C) \rightarrow \sim D$**

**P**

**4.  $D \vee E$**

**P**

**5.  $A \rightarrow C$**

**1,2 HS**

**6.  $\sim D$**

**3,5 MP**

**7.  $E$**

**4,6 DS**

# 簡化規則(Simp規則)

馬英九先生和陳水扁先生都曾擔任台北市長。

所以，可以確定馬英九先生曾擔任台北市長。

▣ 若將「馬英九先生曾擔任台北市長」翻譯為**P**；「陳水扁先生曾擔任台北市長」翻譯為**Q**，則整個語句翻譯為：

$$\frac{P \cdot Q}{\therefore P}$$

<b>P</b>	<b>Q</b>	<b><math>(P \cdot Q) \rightarrow P</math></b>
<b>T</b>	<b>T</b>	<b>T</b>
<b>T</b>	<b>F</b>	<b>T</b>
<b>F</b>	<b>T</b>	<b>T</b>
<b>F</b>	<b>F</b>	<b>T</b>

台灣政府若有明顯的統獨宣告，台海局勢必然不穩定。  
若台海局勢不穩定，那麼，台灣經濟就不可能順利發展且社會必然動盪。  
要嘛台灣經濟能順利發展，要嘛台灣有國際援助來穩定局勢。  
假如台灣有國際援助來穩定局勢或中共政權瓦解，那麼，台灣就可免於戰爭。  
顯然，台灣政府會有明顯的統獨宣告。  
所以，台灣就可免於戰爭。

☐ 若將「台灣政府有明顯的統獨宣告」翻譯為**A**；將「台海局勢穩定」翻譯為**B**；將「台灣經濟能順利發展」翻譯為**C**；將「台灣社會動盪」翻譯為**D**；將「台灣有國際援助來穩定局勢」翻譯為**E**；將「中共政權瓦解」翻譯為**F**；將「台灣可免於戰爭」翻譯為**G**。那整個論證就可被翻譯為：

$$A \rightarrow B$$

$$B \rightarrow (\sim C \cdot D)$$

$$C \vee E$$

$$(E \vee F) \rightarrow G$$

$$A$$

$$\therefore G$$



1. $A \rightarrow B$	P
2. $B \rightarrow (\sim C \cdot D)$	P
3. $C \vee E$	P
4. $(E \vee F) \rightarrow G$	P
5. $A$	P
6. $A \rightarrow (\sim C \cdot D)$	1,2 HS
7. $\sim C \cdot D$	5,6 MP
8. $\sim C$	7 Simp
9. $E$	3,8 DS
10. $E \vee F$	9 Add
11. $G$	4,10 MP

# 連結規則(Conj規則)

張三學過邏輯 (**P**)。

李四學過邏輯 (**Q**)。

所以，張三和李四都學過邏輯。

回 若以上述提示的符號，則整個語句可翻譯為：

$$\frac{P \quad Q}{\therefore P \cdot Q}$$

P	Q	$(P \cdot Q) \rightarrow (P \cdot Q)$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	T

馬英九和蘇貞昌都會競選總統。

若馬英九競選總統，則王金平就不會參與競選。

若謝長廷也競選總統，則王金平就會參與競選。

因此，蘇貞昌會競選總統，但謝長廷不會參與競選

▣ 若我們將「蘇貞昌會競選總統」都翻譯為**A**；將「馬英九會競選總統」都翻譯為**B**；將「王金平會競選總統」都翻譯為**C**。則整個論證可翻譯為：

**B·A**

**B→~C**

**D→C**

**/ ∴ A·~D**

1.  $B \cdot A$
2.  $B \rightarrow \sim C$
3.  $D \rightarrow C$
4.  $B$
5.  $\sim C$
6.  $\sim D$
7.  $A$
8.  $A \cdot \sim D$

$P$

$P$

$P$

1, Simp

2,4 MP

3,5 MT

1, Simp

6,7 Conj

# 建設性兩難規則(CD規則)

若張三邏輯考試及格 (**P**)，他就會開香檳慶祝 (**Q**)。

若張三英文考試及格 (**R**)，他就會開舞會慶祝 (**S**)。

張三的邏輯或英文考試至少有一科會及格。

因此，張三不是開香檳就是開舞會慶祝。

▣ 根據論證中提示的符號，這整個論證可被翻譯為：

$$P \rightarrow Q$$

$$R \rightarrow S$$

$$P \vee R$$

$$\therefore Q \vee S$$

P	Q	R	S	$\{[(P \rightarrow Q) \cdot (R \rightarrow S)] \cdot (P \vee R)\} \rightarrow (Q \vee S)$
T	T	T	T	T
T	T	T	F	T
T	T	F	T	T
T	T	F	F	T
T	F	T	T	T
T	F	T	F	T
T	F	F	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	T
F	T	T	F	T
F	T	F	T	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	T
F	F	T	F	T
F	F	F	T	T
F	F	F	F	T

若阿山加入校隊(**A**)，則校隊就會參加鐵人三項比賽(**B**)。

阿山和阿草至少有一人會加入校隊。

若校隊參加鐵人三項比賽或全國越野馬拉松賽，就一定會得錦標(**E**)。

若阿草加入校隊(**C**)，則校隊就會參加全國越野馬拉松賽(**D**)。

因此，要嘛校隊會得錦標，要嘛校隊會出國比賽(**F**)。

根據論證中提示的符號，這整個論證可被翻譯為：

$$\mathbf{A \rightarrow B}$$

$$\mathbf{A \vee C}$$

$$\mathbf{(B \vee D) \rightarrow E}$$

$$\mathbf{C \rightarrow D}$$

$$\mathbf{/\therefore E \vee F}$$



**1.  $A \rightarrow B$**

**P**

**2.  $A \vee C$**

**P**

**3.  $(B \vee D) \rightarrow E$**

**P**

**4.  $C \rightarrow D$**

**P**

**5.  $B \vee D$**

**1,2,4 CD**

**6.  $E$**

**3,5 MP**

**7.  $E \vee F$**

**6, Add**