

語句邏輯的形式化

2019/03/08



日常生活語句與形式語句

- 目前所學習的是語句邏輯，是以一整個語句來翻譯和思考。相對的是述詞邏輯。
- 符號化是目前學習的焦點之一。
- 以一個大寫的英文字母來翻譯一個語句的肯定狀態
- A：美國第一任總統是華盛頓。
- B：巴西是南美洲的國家。



邏輯符號：否定符號

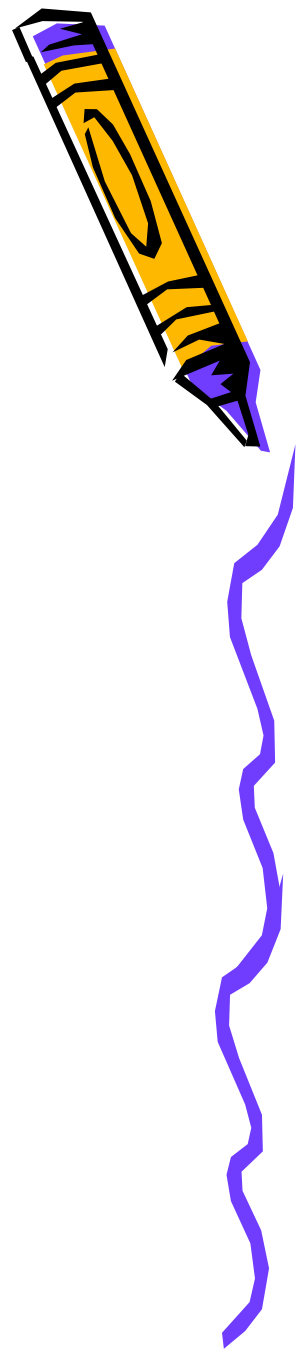


- 「否定」(negation)的符號： \sim
- A：美國第一任總統是華盛頓。
- $\sim A$ ：美國第一任總統不是華盛頓。
- $\sim A$ ：並非美國第一任總統是華盛頓。
- B：巴西是南美洲的國家。
- $\sim B$ ：巴西不是南美洲的國家。
- $\sim B$ ：並非巴西是南美洲的國家。



真值表(truth table)

- A $\sim A$
- T F
- F T



「語句連接詞」 (sentence connectives)

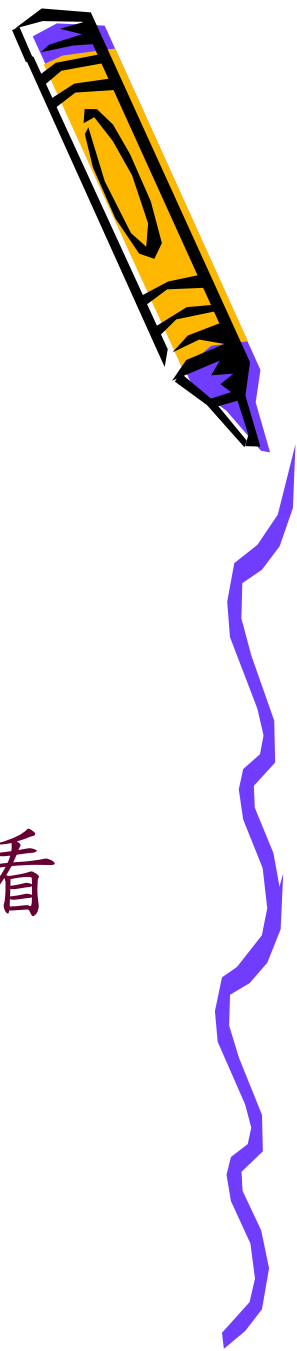


- 「 \sim 」、「 \cdot 」、「 \vee 」、「 \rightarrow 」、「 \leftrightarrow 」
- 簡單語句 (simple statement) 經語句連接詞連結成一複合語句 (compound statement)

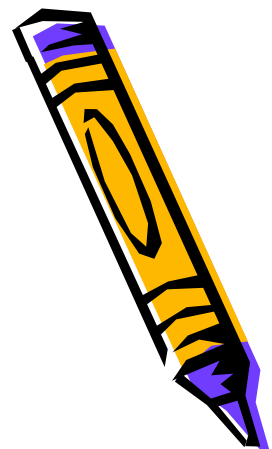


連言 (conjunctions or adjunctions)

- 張三和李四都去看了電影。
- 張三去看了電影。
- 李四去看了電影。
- 張三去看了電影，而且，李四也去看了電影。



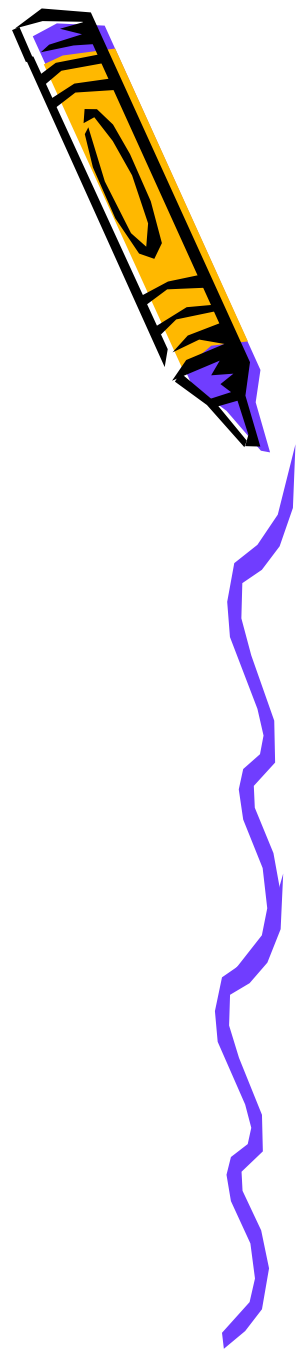
連言的翻譯



- A：張三去看了電影。
- B：李四去看了電影。
- 張三去看了電影，而且，李四也去看了電影。
- A·B
- 日常「和」、「且」、「但是」等連接詞皆是如此翻譯。 A和B就被稱為連言項



連言的真值表



• A B A · B

• T T T

• T F F

• F T F

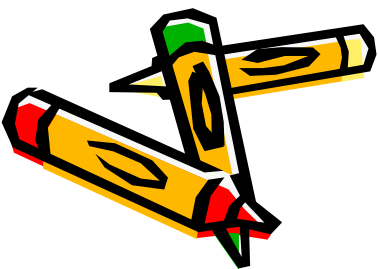
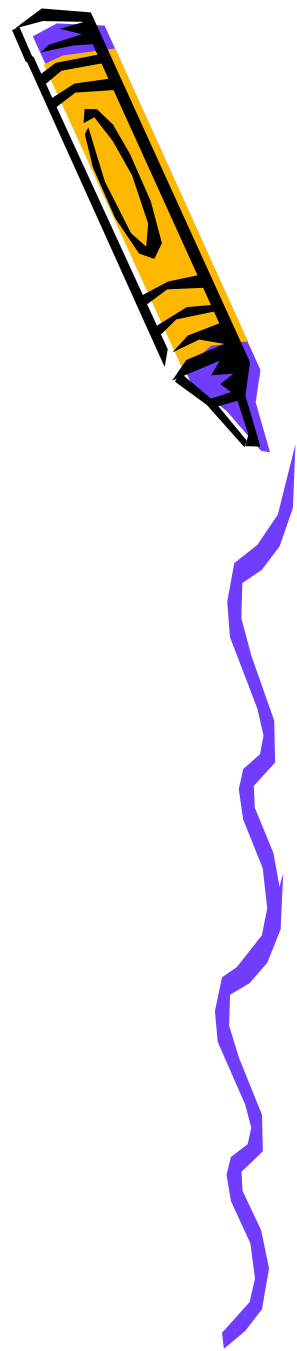
• F F F

• 真值表變化繁複度的公式是 2^n



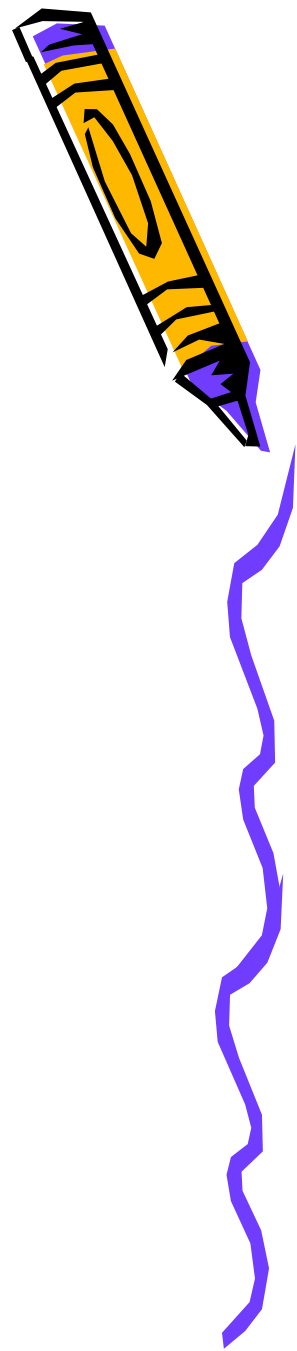
連言的交換律

- $G \cdot D = D \cdot G$
- 選言亦具有相同的性質
- $G \vee D = D \vee G$



連言實例

- 詠琴、文慧、秀蘭都去逛街。
- A：詠琴去逛街。
- B：文慧去逛街。
- C：秀蘭去逛街。
- A·B·C 這是非完構語句
- (A·B)·C 才是完構語句



完構語句

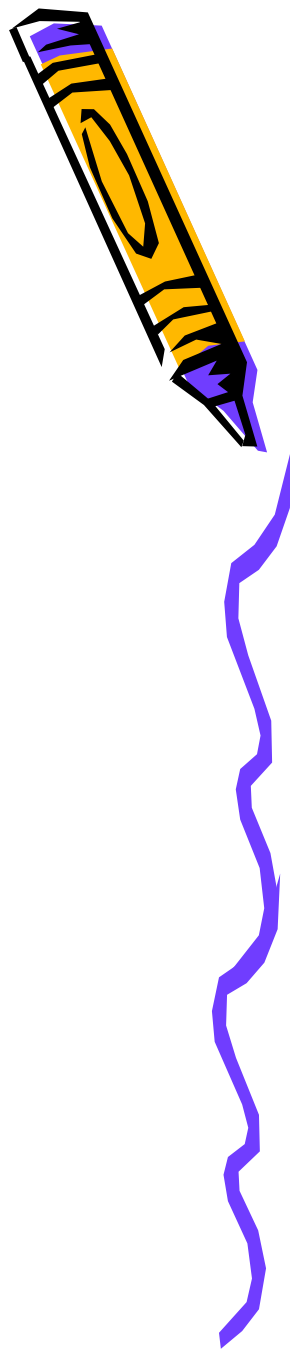


- 語句的符號化，除了「 \sim 」、「 \cdot 」、「 \vee 」、「 \rightarrow 」、「 \leftrightarrow 」五個語句連接詞的使用以外，我們還需要借重括號。
- $()$ 、 $[]$ 、 $\{ \}$
- 同時要注意語法。
- 所謂「完構語句」(well-formed sentence)，就是遵守符號邏輯使用之語法，並能有清楚真、假判斷的語句。



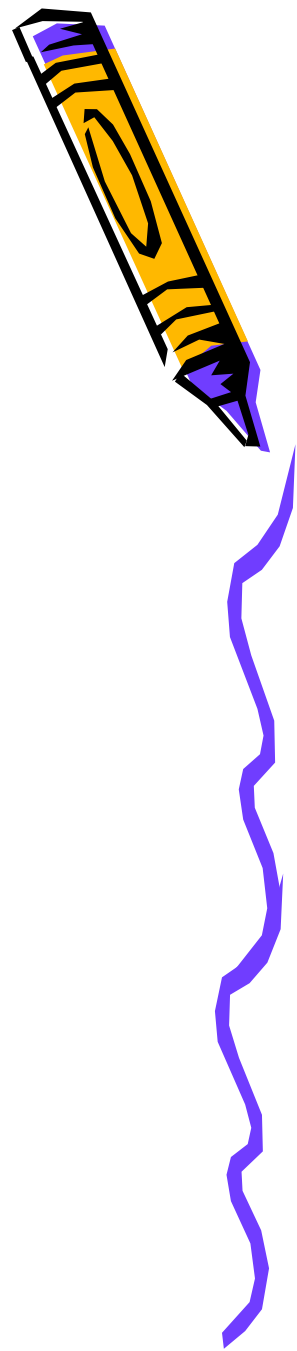
完構語句

- $A \cdot B \cdot C$
- $(A \cdot B \cdot C$
- $[(A \cdot B) \cdot C$
- $(A \cdot B) \cdot C\}$
- 皆非完構語句



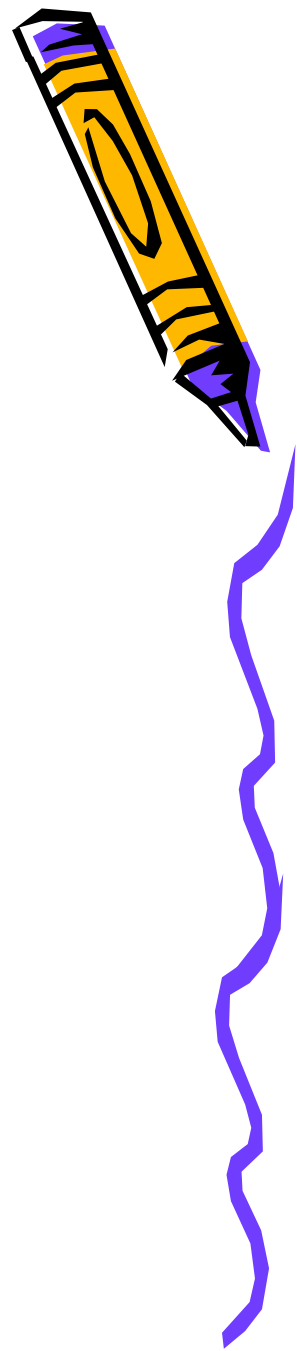
連言結合律

- $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
- 選言亦具有結合律的性質
- $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$



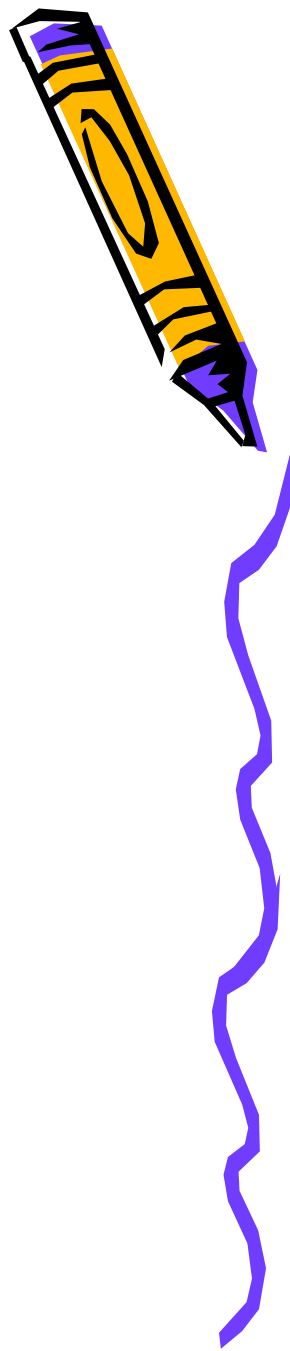
連言真值表實例

•	A	B	C	$(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$
•	T	T	T	T T T T T T T T T T
•	T	T	F	T T T F F T F T F F
•	T	F	T	T F F F T T F F F T
•	T	F	F	T F F F F T F F F F
•	F	T	T	F F T F T F F T T T
•	F	T	F	F F T F F F F T F F
•	F	F	T	F F F F T F F F F T
•	F	F	F	F F F F F F F F F F



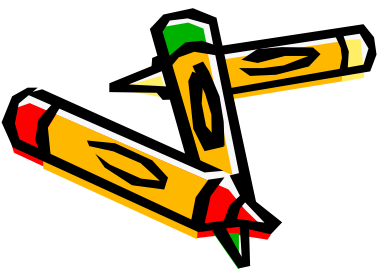
選言(disjunction)

- 張三去看電影或李四去看電影。
- A：張三去看電影。
- B：李四去看電影。
- $A \vee B$

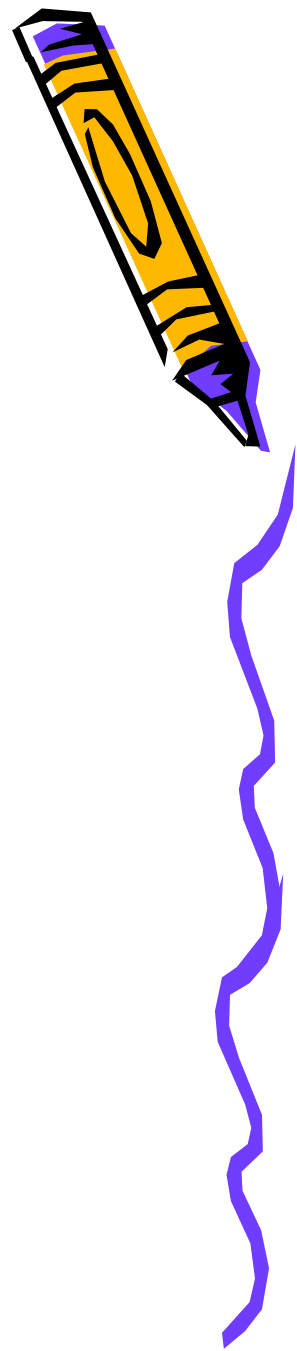


選言

- 像這種以「或」、「或者是」、「若不是...，就是...」、「要嘛...，要嘛...」、「必須...，否則...」等連接詞連結而成的日常複合語句，我們就稱之為「選言」，其所連結的「成分語句」或原子語句，就稱之為「選言項」



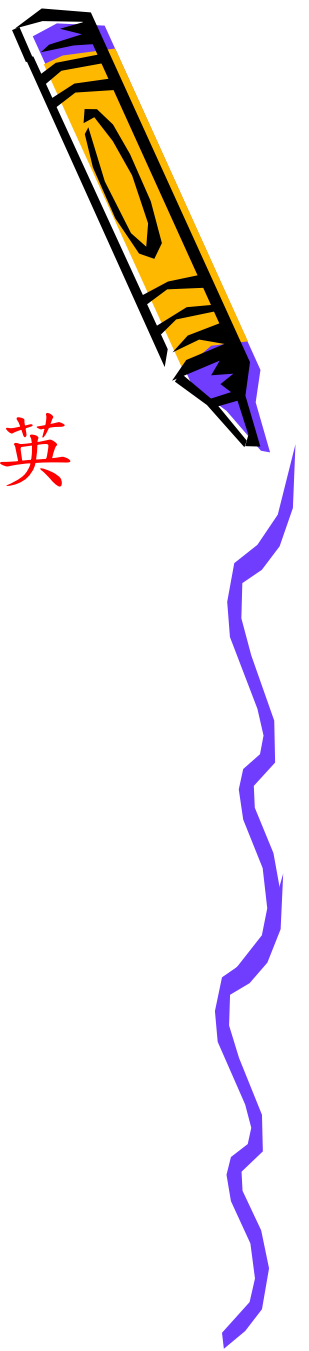
包容性的或 (inclusive or; nonexclusive or)



- 張三去看電影或李四去看電影。
- A B $A \vee B$
- T T T
- T F T
- F T T
- F F F



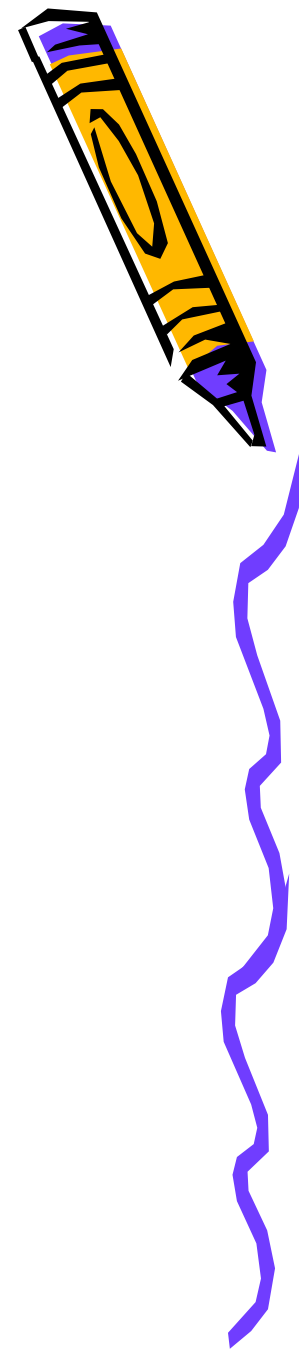
排斥性的或 (exclusive or)



- 2012年總統若非蔡英文當選，就是馬英九當選。
- A：2012年總統蔡英文當選。
- B：2012年總統馬英九當選。
- $A \underline{\vee} B$



排斥性的或 (exclusive or)

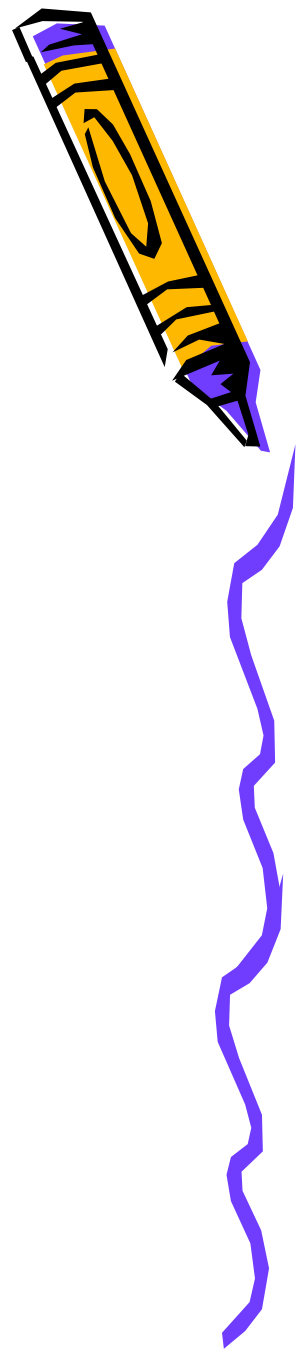


- A B $A \underline{\vee} B$
- T T F
- T F T
- F T T
- F F F



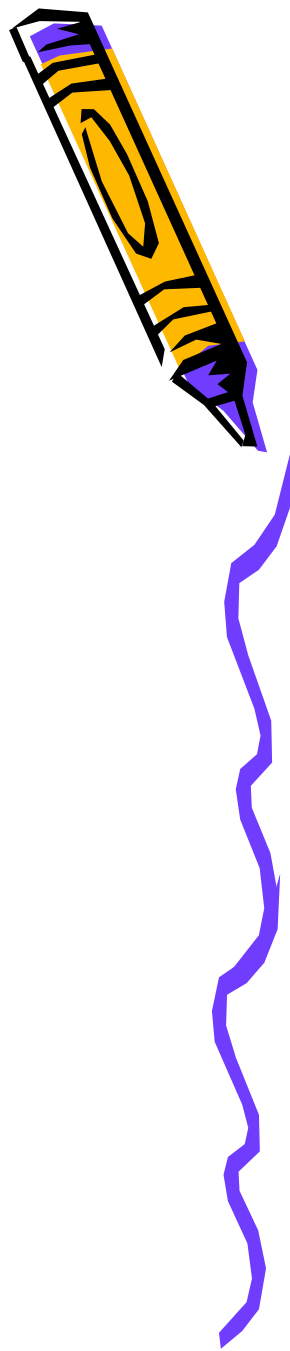
選言交換律和結合律

- $G \vee D = D \vee G$
- $(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
- 但注意下列語句就不適用
- $(A \vee B) \cdot C \neq A \vee (B \cdot C)$
- $A \cdot (B \vee C) \neq (A \cdot B) \vee C$



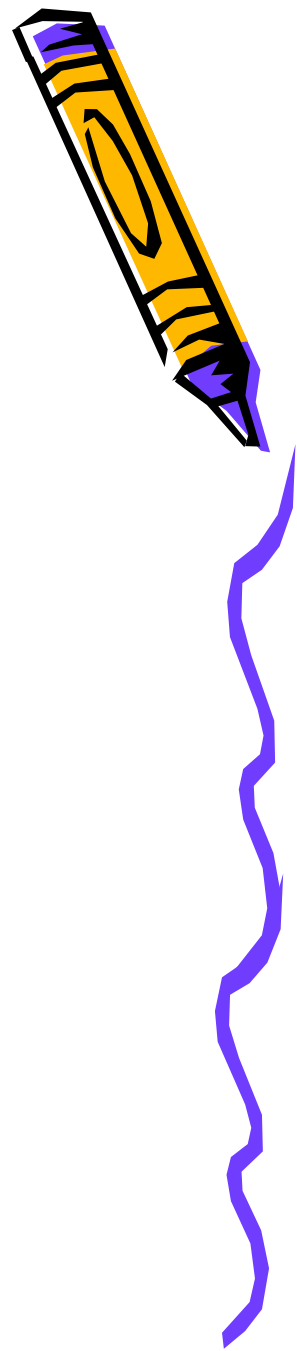
否定句(negation)

- 張三這次考試不及格。
- C：張三這次考試及格。
- $\sim C$



否定句

- 注意如下語句的否定
- 張三每次考試及格。
- 其否定不是
- 張三每次考試不及格。
- 而是
- 並非張三每次考試及格。



否定句

- 語句有觸及「主詞」(subject)的「量」(quantity)或「述詞」(predicate)的「頻率」(frequency)，其否定需特別注意。
- 複合語句的否定也需加以注意。



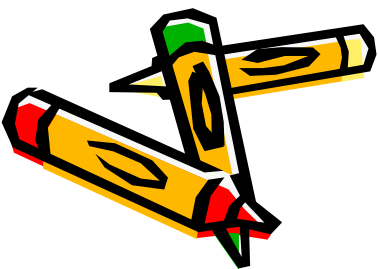
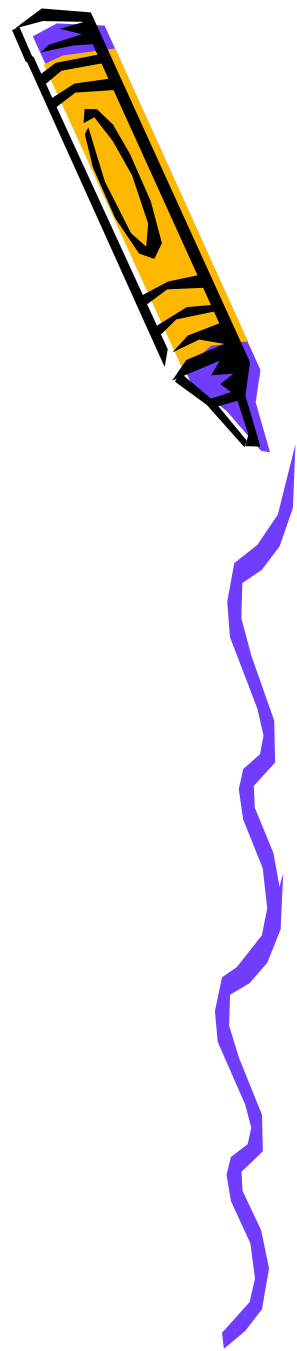
否定句

- 檢察官起訴：「張三和李四都貪污。」
- 證人在法院證稱：檢察官的陳述是錯的。
- 假如證人沒說謊，法官是否可以據此就推斷「張三和李四都沒有貪污。」
- A：張三貪污
- B：李四貪污



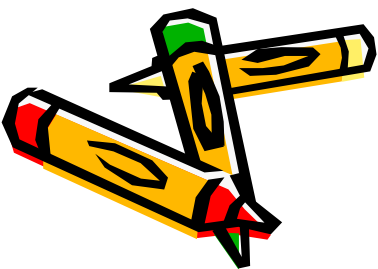
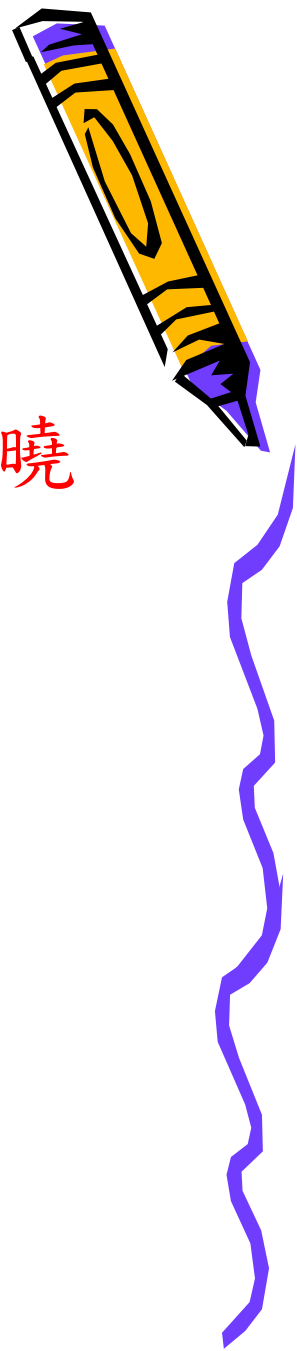
連言的否定句

- 「張三和李四都貪污。」可翻譯為：
- $A \cdot B$
- 此句之否定為： $\sim(A \cdot B)$
- 請從真值表解讀其意義
- 等值 (equivalence) 概念

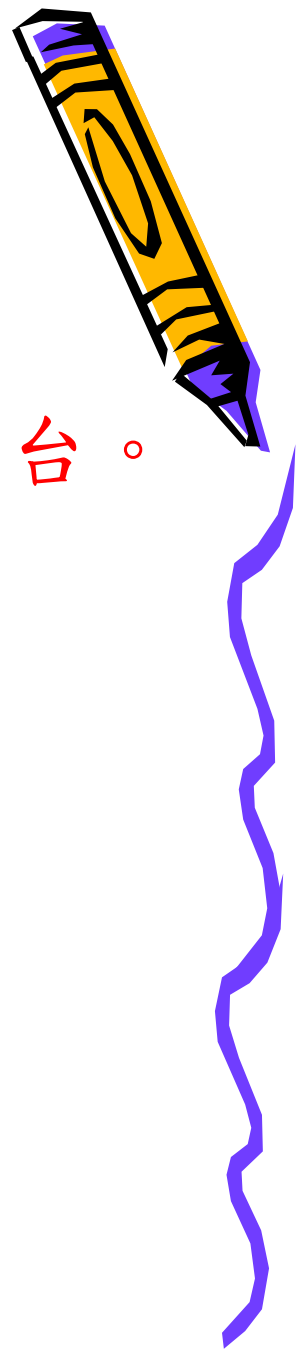


選言的否定句

- 要嘛李大明偷了王大智的錢，要嘛趙曉華偷了王大智的錢。
- 翻譯為： $L \vee H$
- 其否定為： $\sim(L \vee H)$
- 參看其真值表



條件句(conditional)

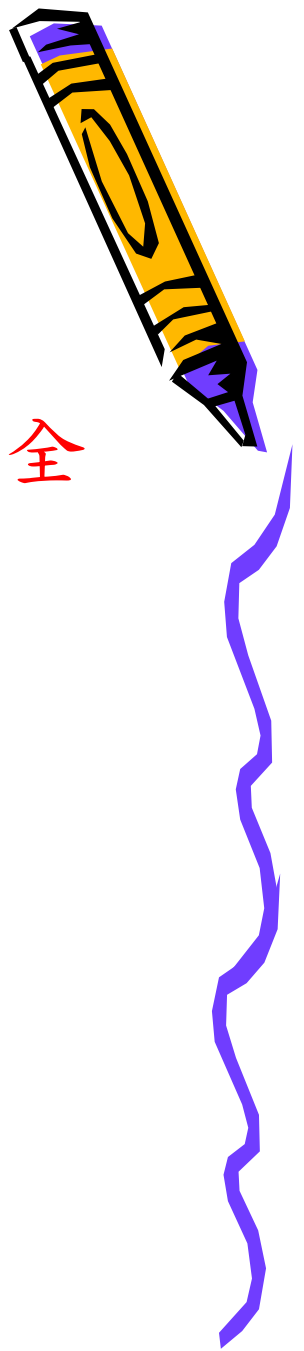


- 假如台灣宣布獨立，中共就會武力侵台。
- A：台灣宣布獨立
- B：中共武力侵台。
- $A \rightarrow B$



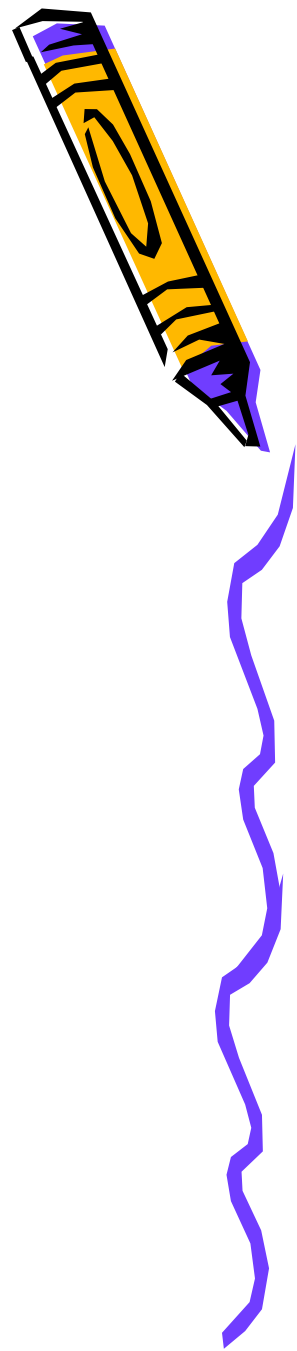
條件句的判斷

- 如果你願意成為我的女朋友，我一定全心全意呵護著你。
- 萬一從未呵護，其真值如何？
- 請從真值表解讀



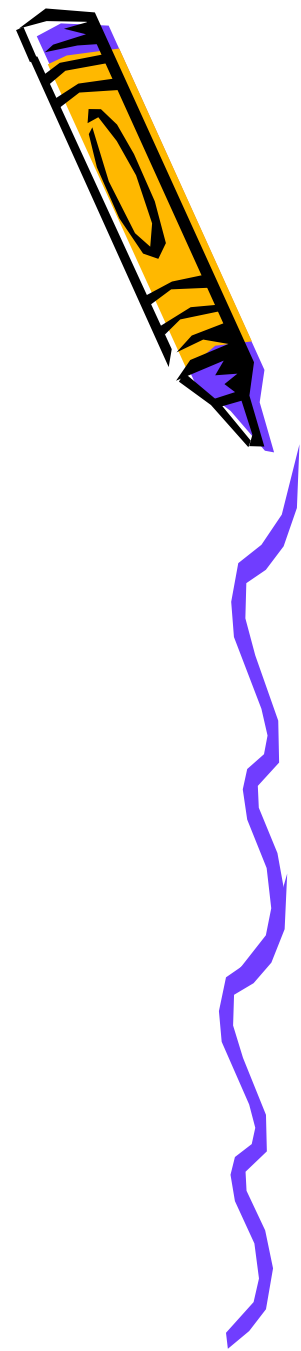
條件句的認識

- $A \rightarrow B$
- A是充分條件 (sufficient condition)
- B是必要條件 (necessary condition)



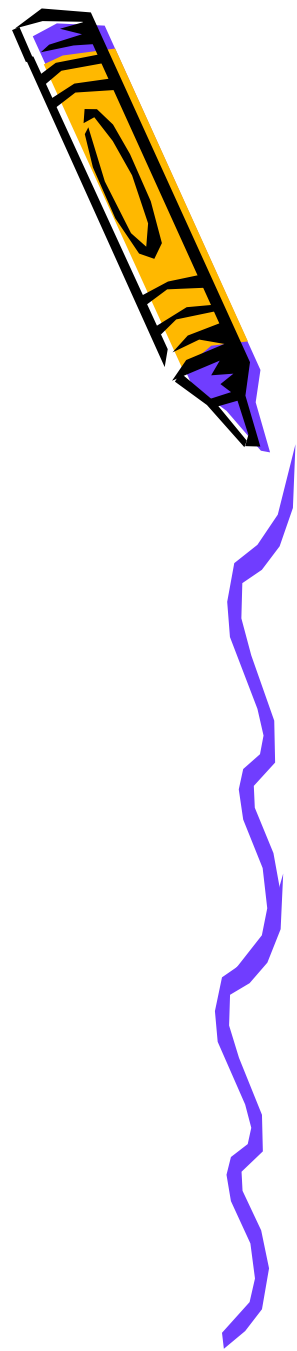
條件句的進一步認識

- 有之必然
- $A \rightarrow B$
- A
- $\therefore B$



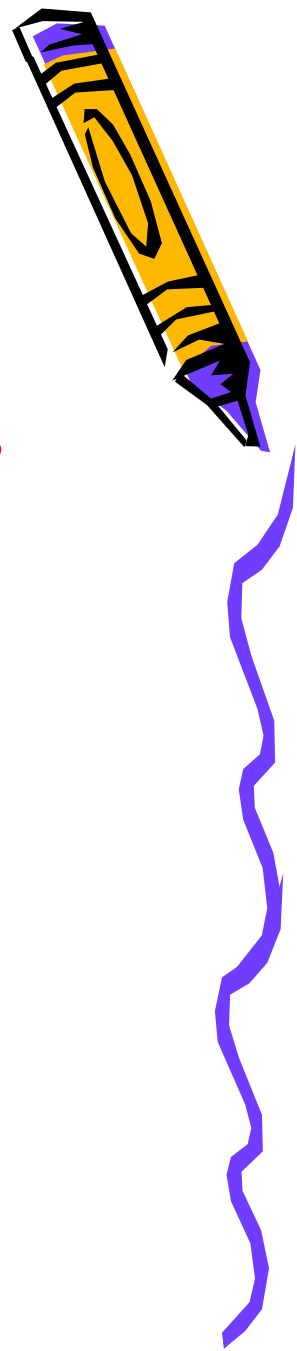
條件句的進一步認識

- 無之必不然
- $A \rightarrow B$
- $\sim B$
- $\therefore \sim A$



雙條件句 (bi-conditional)

- 若且唯若10能被2整除時，10是偶數。
- A：10能被2整除。
- B：10是偶數。
- $A \leftrightarrow B$
- A if and only if B.



雙條件句

- $A \leftrightarrow B$
- A 和 B 互為「充分條件」和「必要條件」
- 簡稱充要條件
- 亦即 $A \leftrightarrow B$ 完全等於 $(A \rightarrow B) \cdot (B \rightarrow A)$



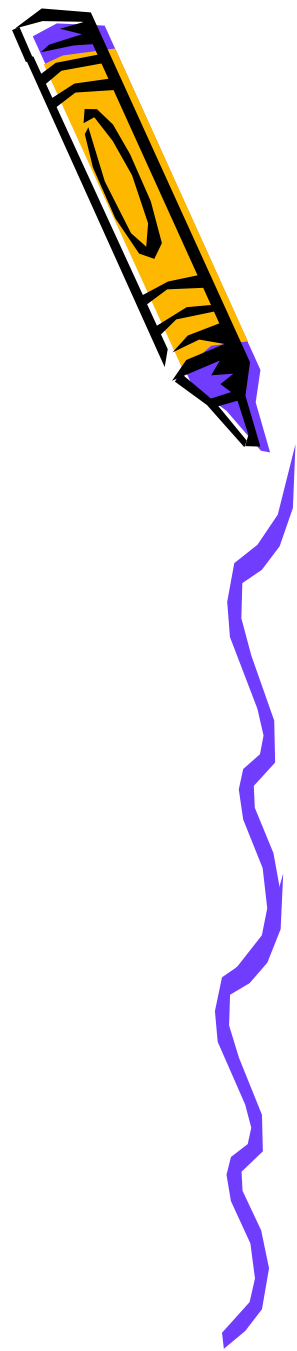
雙條件句的其他翻譯

- 張三對工作所付出的努力是他事業成功的充要條件。
- 政府政策決定的妥當性和國家的穩定發展可謂一體二面。
- 淑芳若穿防寒衣就會保暖，若不穿防寒衣就不會保暖。



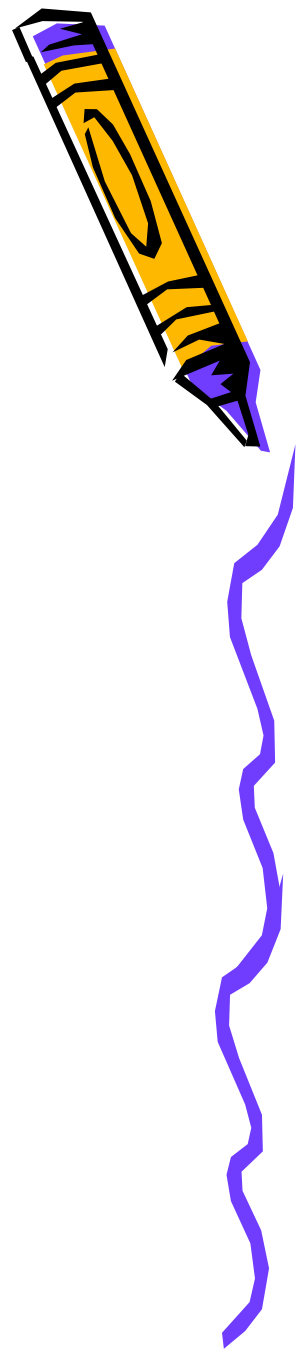
雙條件句的真值表

- 見白板



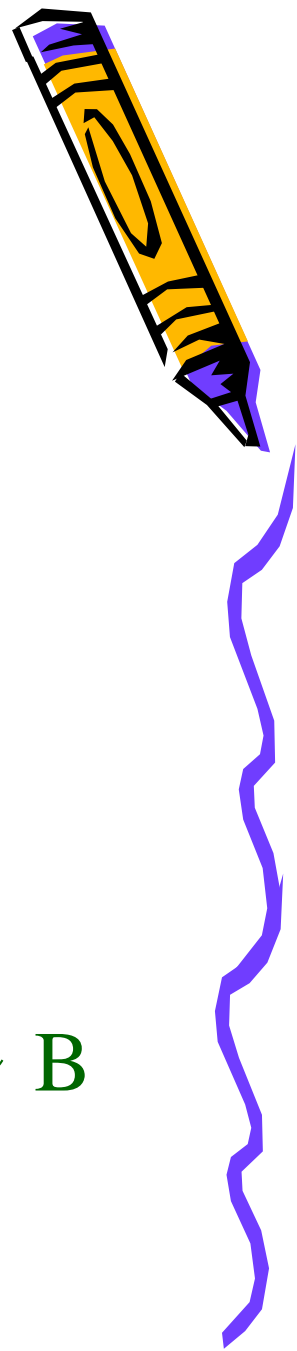
幾個值得注意的翻譯

- 張三只有用功，才會及格。
- A：張三用功。
- B：張三及格。
- $B \rightarrow A$
- Only if A, then B.



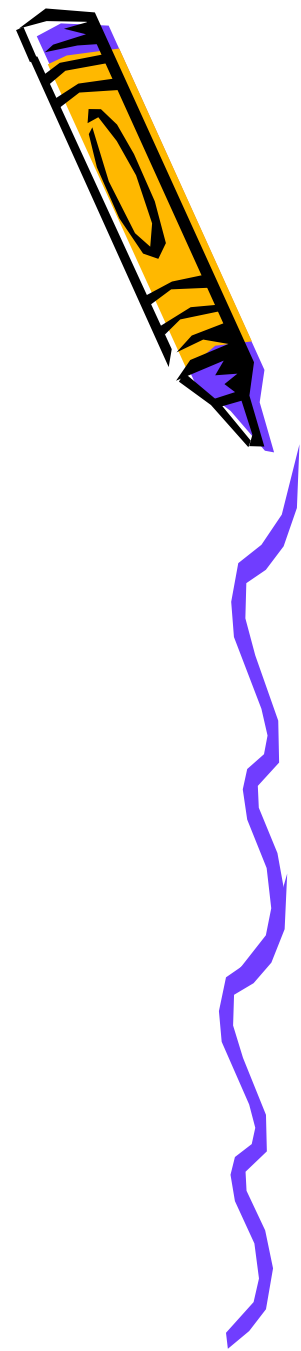
幾個值得注意的翻譯

- 除非你用功，否則你不會及格。
- A：你用功。
- B：你會及格。
- $A \vee \sim B$
- $\sim A \rightarrow \sim B$
- Unless A, then $\sim B$. $A \vee \sim B$; $\sim A \rightarrow \sim B$



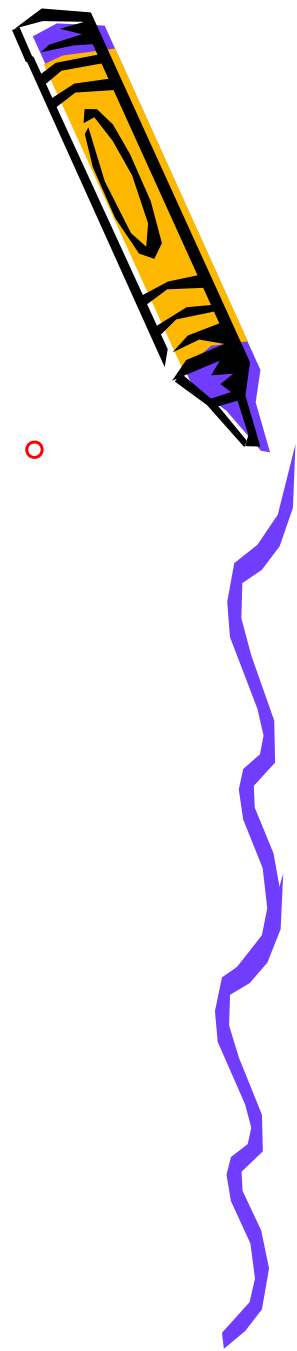
條件句與選言的關係

- $A \rightarrow B$
- $\sim A \vee B$
- $A \vee B$
- $\sim A \rightarrow B$



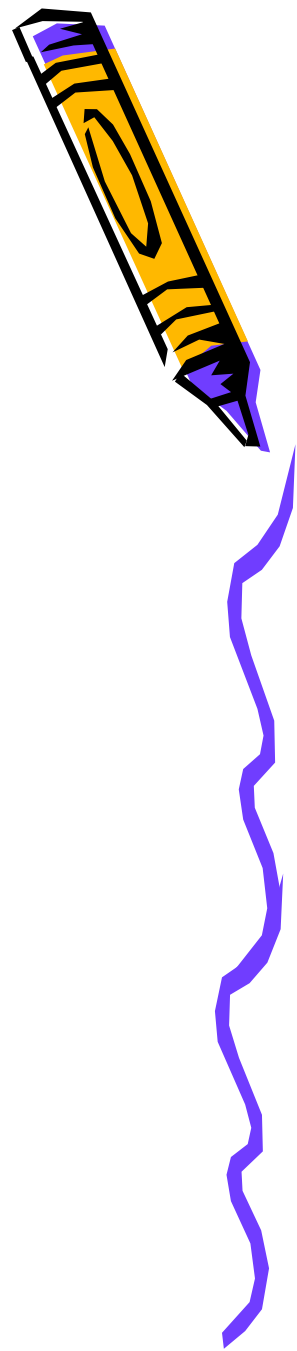
幾個值得注意的翻譯

- 高中畢業或高職畢業者皆可報考大學。
- A：高中畢業者可以報考大學。
- B：高職畢業者可以報考大學。
- A·B



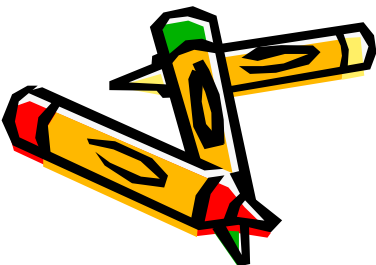
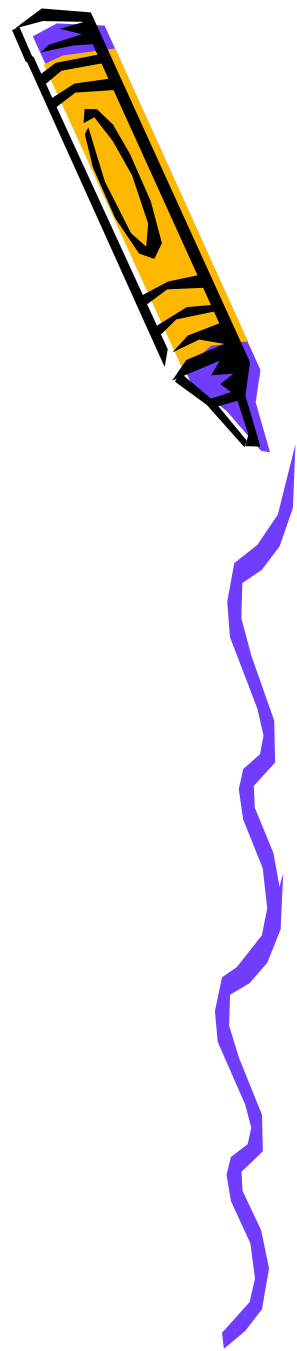
幾個值得注意的翻譯

- 張三可以在升學和就業中選擇。
- A：張三可以選擇升學。
- B：張三可以選擇就業。
- $A \vee B$



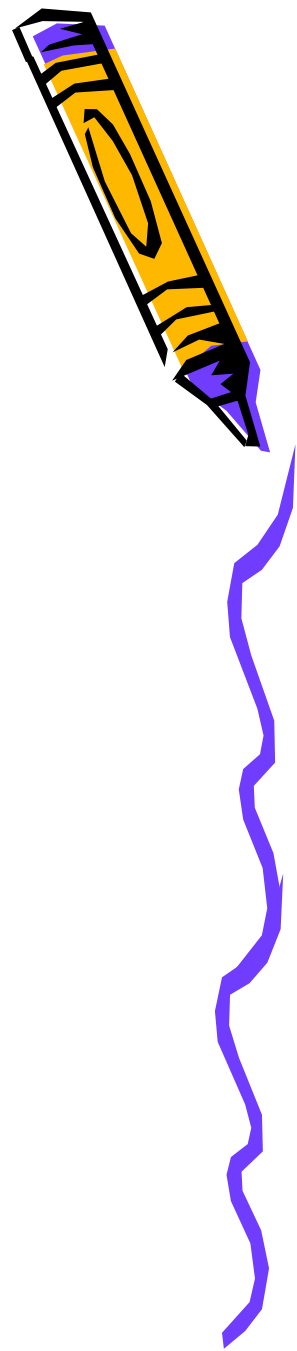
連言和選言的否定

- $A \cdot B$
- $\sim(A \cdot B)$
- $\sim A \vee \sim B$
- $A \vee B$
- $\sim(A \vee B)$
- $\sim A \cdot \sim B$



條件句的否定

- $A \rightarrow B$
- $\sim(A \rightarrow B)$
- $A \cdot \sim B$
- $\sim(A \rightarrow B)$
- $\sim(\sim A \vee B)$



雙條件句的否定

- $A \leftrightarrow B$
- $\sim (A \leftrightarrow B)$

