



11-12toan-tiepcanvagiaitoanxacsuat

Nguyễn Tuấn Anh (Trường THPT Chuyên Bắc Ninh)



Scan to open on Studeersnel

HƯỚNG DẪN HỌC SINH THPT TIẾP CẬN VÀ GIẢI CÁC BÀI TOÁN XÁC SUẤT

Bài 1 SỬ DỤNG ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN CỦA XÁC SUẤT GIẢI CÁC BÀI TOÁN XÁC SUẤT

1/Giải các bài toán xác suất có không gian mẫu được mô tả cô thê :

Để học sinh làm quen với khái niệm không gian mẫu và biến cố trước hết yêu cầu học sinh nhắc lại các khái niệm về phép thử, không gian mẫu, biến cố, tập hợp các kết quả thuận lợi của biến cố, công thức xác suất cổ điển sau đó phân tích và hướng dẫn các em làm bài tập sau:

Bài 1:

Gieo đồng thời hai con súc sắc. Tính xác suất để tổng số chấm tròn mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8.

Hướng dẫn học sinh:

Phép thử T: “Gieo đồng thời hai con súc sắc”

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), \dots, (1,6) \\ (2,1), (2,2), (2,3), \dots, (2,6) \\ \dots \\ (6,1), (6,2), (6,3), \dots, (6,6) \end{array} \right\}$$

Không gian mẫu: gồm $6 \cdot 6 = 36$ phần tử

Xét biến cố A: tổng số chấm tròn mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 8.

Tập Ω_A các kết quả thuận lợi của A :

$$\Omega_A = \{(2,6), (6,2), (3,5), (5,3), (4,4)\}$$

$$|\Omega_A| = 5$$

$$\text{Xác suất của A: } P_A = \frac{5}{36}$$

Học sinh giải bài tập sau :

Bài 2:

Một máy bay có 4 bộ phận A, B, C, D đặt liên tiếp nhau. Máy bay rơi khi có 2 viên đạn trúng vào cùng một bộ phận hoặc 2 bộ phận kề nhau trúng đạn.

Tìm xác suất để máy bay rơi trong trường hợp:

a/ 4 bộ phận có diện tích bằng nhau và máy bay trúng hai viên đạn

b/ Các bộ phận B,C, D có diện tích bằng nhau và bằng nửa diện tích bộ phận A và máy bay trúng hai viên đạn

Hướng dẫn học sinh:

a/ Đánh số 4 bộ phận A,B,C,D là 1,2,3,4

Phép thử T: “máy bay trúng hai viên đạn”

$$\Omega = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), \dots, (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$$

Không gian mẫu: $\{(4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$ gồm $4 \cdot 4 = 16$ phần tử

Xột biến cố A: máy bay rơi.

Tập Ω_A các kết quả thuận lợi của A :

$$\Omega_4 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (2,1), \dots, (3,4), (4,3)\}$$

$$|\Omega_A| = 10$$

Xác suất của A: $P_A = \frac{5}{8}$

Phản b/ Thể hiện không gian mẫu dưới dạng khái quát để cho các em tiếp cận với các không gian mẫu trùm tượng hơn:

b/ Đánh số 4 bộ phận A₁, A₂,B,C,D là 1,2,3,4,5

Phép thử T: “máy bay trúng hai viên đạn”

Không gian mẫu: $\Omega = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 5; 1 \leq y \leq 5; x \in N, y \in N\}$ gồm $4 \cdot 4 = 16$ phần tử

Xét biến cố Λ : máy bay rơi

Tập Ω_A các kết quả thuận lợi của A :

$$\Omega_1 \equiv \{(x, x) : 1 \leq x \leq 5, x \in N\} \cup \{(x, x+1) : 1 \leq x \leq 4, x \in N\}$$

$$\cup \{(x \pm 1, x) : 1 \leq x \leq 4, x \in N\} \cup \{(1, 3), (3, 1)\}$$

$$|\Omega_1| = 5 + 2 \cdot 4 + 2 = 15$$

$$\text{Xác suất của A: } P_A = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

2/Tiếp cận các bài toán xác suất có không gian mẫu được mô tả trừu tượng hơn :

Trước hết hướng dẫn các em làm bài tập sau:

Bài 3:

Có 10 người gồm 6 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 6 người. Tính xác suất để có 4 nam và 2 nữ được chọn.

Hướng dẫn học sinh:

Phép thử T: “Chọn ngẫu nhiên 6 người từ 10 người”

Có C_{10}^6 cách chọn ra 6 người từ 10 người suy ra không gian mẫu: gồm C_{10}^6 phần tử

Xét biến cố A: có 4 nam và 2 nữ được chọn.

Có $C_6^4 \cdot C_4^2$ cách chọn ra 4 nam và 2 nữ nòn $|\Omega_A| = C_6^4 \cdot C_4^2$

$$P_A = \frac{C_6^4 \cdot C_4^2}{C_{10}^6} = \frac{3}{7}$$

Xác suất của A:

Cho học sinh giải bài tập sau :

Bài 4:

Có 4 em bé lên một đoàn tàu lượn gồm 4 toa. Mỗi em bé độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên một toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

Hướng dẫn học sinh:

Phép thử T: “Xếp 4 người lên một đoàn tàu 4 toa”

Mỗi người có 4 cách chọn toa nên có 4^4 cách xếp 4 người lòn một đoàn tàu

4 toa suy ra không gian mẫu: gồm 4^4 phần tử

Xét biến cố A: 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai.

Số cách chọn 1 toa có 3 người, 1 toa có 1 người, 2 toa còn lại không có ai là A_4^2 , số cách chọn 3 người ở chung 1 toa là C_4^3 , $|\Omega_A| = A_4^2 \cdot C_4^3$

$$Xác suất của A: P_A = \frac{A_4^2 \cdot C_4^3}{4^4} = \frac{3}{16}$$

Bài 5:

Tính xác suất để 12 người chọn ngẫu nhiên có ngày sinh rơi vào 12 tháng khác nhau.

Hướng dẫn học sinh:

Không gian mẫu: gồm 12^{12} phần tử

Xét biến cố A: 12 người chọn ngẫu nhiên có ngày sinh rơi vào 12 tháng khác nhau.

$$|\Omega_A| = 12!$$

$$Xác suất của A: P_A = \frac{12!}{12^{12}}$$

Yêu cầu học sinh về nhà giải các bài tập:

Bài 1: Gieo đồng thời ba con súc sắc. Tính xác suất để tổng số chấm tròn mặt xuất hiện của hai con súc sắc bằng 11.

Bài 2: Một chiếc hộp đựng 6 quả cầu trắng, 4 quả cầu đá và 2 quả cầu đen.

Chọn ngẫu nhiên 6 quả cầu. Tính xác suất để chọn được 3 quả cầu trắng, 2 quả cầu đá và 1 quả cầu đen

Bài 3: Tại một khách sạn trong tuần có 7 đám cưới. Tính xác suất để mỗi ngày có đóng một đám cưới.

Bài 4: Một nước có 50 tỉnh, mỗi tỉnh có 2 đại biểu Quốc hội. Chọn ngẫu nhiên 50 đại biểu để thành lập 1 uỷ ban. Tính xác suất để mỗi tỉnh đều có đóng một đại biểu trong uỷ ban.

Bài 5: Xếp ngẫu nhiên 6 quả cầu khác nhau vào 8 chiếc hộp khác nhau. Tính xác suất để hộp thứ nhất có 3 quả cầu, hộp thứ hai có 2 quả cầu, hộp thứ ba

có 1 quả cầu.

BÀI 2 SỬ DỤNG KẾT HỢP CÁC QUY TẮC XÁC SUẤT GIẢI CÁC BÀI TOÁN XÁC SUẤT

1/ Sử dụng quy tắc cộng xác suất trong các bài toán Tính xác suất:

Trước hết yêu cầu học sinh nhắc lại các khái niệm về biến cố hợp, các biến cố xung khắc, quy tắc cộng xác suất sau đó cùng học sinh phân tích và giải bài toán sau:

Bài 1:

Có 8 học sinh lớp A, 6 học sinh lớp B, 5 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Tính xác suất để 8 học sinh được chọn thuộc vào không quá hai trong 3 lớp .

Hướng dẫn học sinh:

Không gian mẫu gồm C_{19}^8 phần tử

Gọi A là biến cố 8 học sinh được chọn đều thuộc lớp A, khi đó $\Omega_A = C_8^8 = 1$

Gọi B là biến cố 8 học sinh được chọn thuộc lớp A, hoặc B khi đó $\Omega_B = C_{14}^8$

Gọi C là biến cố 8 học sinh được chọn thuộc lớp A, hoặc C khi đó $\Omega_C = C_{13}^8$

Gọi D là biến cố 8 học sinh được chọn thuộc lớp C, hoặc B khi đó $\Omega_D = C_{11}^8$

A,B,C,D là các biến cố xung khắc

$A \cup B \cup C \cup D$ là biến cố 8 học sinh được chọn thuộc vào không quá hai trong 3 lớp .

Vậy xác suất để 8 học sinh được chọn thuộc vào không quá hai trong 3 lớp bằng:

$$P(A \cup B \cup C \cup D) = P(A) + P(B) + P(C) + P(D) =$$

$$= \frac{1}{C_{19}^8} + \frac{C_{14}^8}{C_{19}^8} + \frac{C_{13}^8}{C_{19}^8} + \frac{C_{11}^8}{C_{19}^8}$$

Giúp học sinh đưa ra nhận xét : Trong những bài toán mà các kết quả thuận lợi của biến cố A chia thành nhiều nhóm ta có thể coi biến cố A là biến cố hợp của các biến cố A_1, \dots, A_n xung khắc tương ứng. Sau đó sử dụng quy tắc cộng xác suất để Tính xác suất của biến cố A

2/Sử dụng quy tắc nhân xác suất trong các bài toán Tính xác suất:

Trước hết yêu cầu học sinh nhắc lại các khái niệm về biến cố giao, các biến cố độc lập, quy tắc nhân xác suất sau đó cùng học sinh phân tích và giải bài toán sau:

Bài 2:

Xạ thủ A bắn 2 viên đạn vào mục tiêu, xác suất bắn trúng của A trong một

lần bắn là $\frac{7}{10}$. Xạ thủ B bắn 3 viên đạn vào mục tiêu, xác suất bắn trúng của

B trong một lần bắn là $\frac{9}{10}$. Tính xác suất để mục tiêu không trúng đạn
Hướng dẫn học sinh:

Gọi A_1 là biến cố A bắn trượt lần bắn thứ nhất thì $P(A_1) = \frac{3}{10}$

Gọi A_2 là biến cố A bắn trượt lần bắn thứ hai thì $P(A_2) = \frac{3}{10}$

A_1, A_2 là độc lập

$A = A_1 \cap A_2$ là biến cố A bắn trượt cả hai lần bắn

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2) = \left(\frac{3}{10}\right)^2$$

$B = B_1 \cap B_2 \cap B_3$ là biến cố B bắn trượt cả ba lần bắn

$$P(B) = P(B_1).P(B_2)P(B_3) = \left(\frac{1}{10}\right)^3$$

A, B là độc lập

$A \cap B$ là biến cố mục tiêu không trùng đan

$$P(A \cap B) = P(A).P(B) = \frac{3^2}{10^5}$$

→ Giúp học sinh đưa ra nhận xét :

Trong những bài toán mà các kết quả thuận lợi của biến cố A phải đồng thời thỏa mãn nhiều điều kiện ràng buộc khác nhau ta có thể coi biến cố A là biến cố giao của các biến cố A_1, \dots, A_n độc lập tương ứng. Sau đó sử dụng quy tắc nhân xác suất để Tính xác suất của biến cố A

3/Sử dụng biến cố đối trong các bài toán Tính xác suất:

Yêu cầu học sinh nhắc lại các khái niệm về biến cố đối, công thức Tính xác suất biến cố đối sau đó cùng học sinh phân tích và giải bài toán sau:

Bài 3:

Có 5 học sinh lớp A, 4 học sinh lớp B, 3 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn thuộc vào không quá hai trong 3 lớp .

Hướng dẫn học sinh:

Không gian mẫu gồm C_{12}^4 phần tử

Gọi A là biến cố 4 học sinh được chọn thuộc cả lớp A, lớp B, lớp C

$$\Omega_A = C_5^2 C_4^1 C_3^1 + C_5^1 C_4^2 C_3^1 + C_5^1 C_4^1 C_3^2$$

\bar{A} là biến cố 4 học sinh được chọn thuộc vào không quá hai trong 3 lớp .

$$P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^2 C_4^1 C_3^1 + C_5^1 C_4^2 C_3^1 + C_5^1 C_4^1 C_3^2}{C_{12}^4}$$

Bài 4:

Một máy bay có 3 bộ phận A, B, C lần lượt chiếm 15%, 30%, 55% diện tích máy bay. Máy bay rơi khi có hoặc 1 viên trúng vào A, hoặc 2 viên trúng vào B, hoặc 3 viên trúng vào C. Tính xác suất để máy bay rơi nếu máy bay trúng 3 viên đạn.

Hướng dẫn học sinh:

Gọi A là biến cố máy bay không rơi khi máy bay trúng 3 viên đạn.

A chính là biến cố có 1 viên trúng B, 2 viên trúng C

$$A = (B_1 \cap B_2 \cap C) \cup (B_1 \cap C \cap B_2) \cup (C \cap B_1 \cap B_2)$$

$$P(A) = 3P(B_1) \cdot P(B_2) \cdot P(C) = 3 \cdot 0,55^2 \cdot 0,3$$

\bar{A} là biến cố máy bay rơi khi máy bay trúng 3 viên đạn

$$P(\bar{A}) = 1 - 3 \cdot 0,55^2 \cdot 0,3 = 0,728$$

Trong những bài toán mà các kết quả thuận lợi của biến cố A chia thành quá nhiều nhóm khác nhau ta nên sử dụng biến cố đối để lời giải đơn giản

4/Sử dụng kết hợp các quy tắc xác suất giải các bài toán xác suất :

Cùng học sinh phân tích bài toán để đưa biến cố cần xem xét thành biến cố hợp của các biến cố con có cùng xác suất

Bài 5:

Trong lớp học có 6 bóng đèn, mỗi bóng có xác suất bị cháy là 0,25. Lớp học đủ ánh sáng nếu có ít nhất 4 bóng hỏng. Tính xác suất để lớp học không đủ ánh sáng .

Hướng dẫn học sinh:

Mỗi bóng có xác suất bị cháy là 0,25, mỗi bóng có xác suất hỏng là 0,75

Gọi A_1 là biến cố 4 bóng hỏng 2 bóng tối, A_1 là biến cố hợp của C_6^4 biến cố con, $P(A_1) = C_6^4 \cdot 0,75^4 \cdot 0,25^2$

Gọi A_2 là biến cố 5 bóng hỏng 1 bóng tối, A_2 là biến cố hợp của C_6^5 biến cố con, $P(A_2) = C_6^5 \cdot 0,75^5 \cdot 0,25^1$

Gọi A_3 là biến cố 6 bóng hỏng $P(A_3) = C_6^6 \cdot 0,75^6$

$A = A_1 \cup A_2 \cup A_3$ là biến cố lớp học đủ ánh sáng

\bar{A} là biến cố lớp học không đủ ánh sáng

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,8305$$

Bài 6:

Một người bắn 3 viên đạn. Xác suất để cả 3 viên trúng vòng 10 là 0,008, xác suất để 1 viên trúng vòng 8 là 0,15, xác suất để 1 viên trúng vòng dưới 8 là 0,4. Tính xác suất để xạ thủ đạt ít nhất 28 điểm

Hướng dẫn:

Gọi A_1 là biến cố 1 viên 10, 2 viên 9, A_1 là biến cố hợp của C_3^1 biến cố con,
 $P(A_1) = C_3^1 \cdot 0,2 \cdot 0,25^2$

Gọi A_2 là biến cố 2 viên 10, 1 viên 9, A_2 là biến cố hợp của C_3^1 biến cố con,
 $P(A_2) = C_3^1 \cdot 0,2^2 \cdot 0,25$

Gọi A_3 là biến cố 2 viên 10, 1 viên 8, A_3 là biến cố hợp của C_3^1 biến cố con,
 $P(A_3) = C_3^1 \cdot 0,2^2 \cdot 0,15$

Gọi A_4 là biến cố 3 viên 10, $P(A_4) = 0,008$

$A = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4$ là biến cố xạ thủ đạt ít nhất 28 điểm

$P(A) = 0,0935$

Yêu cầu học sinh giải các bài tập:

Bài 7:

Tại một thành phố tỉ lệ người thích bóng đá là 65%. Chọn ngẫu nhiên 12 người. Tính xác suất để có đúng 5 người thích bóng đá

Đáp số: $P = C_{12}^5 \cdot 0,65^5 \cdot 0,35^7 = 0,0591$

Bài 8:

Gieo đồng thời 3 con súc sắc. Bạn thắng nếu có xuất hiện ít nhất 2 lần ra 6 chấm. Tính xác suất để trong 5 ván chơi bạn thắng ít nhất 3 ván

$$Đáp số: P = C_5^3 \left(\frac{2}{27}\right)^3 \cdot \left(\frac{25}{27}\right)^2 + C_5^4 \left(\frac{2}{27}\right)^4 \cdot \left(\frac{25}{27}\right) + \left(\frac{2}{27}\right)^5$$

Bài 9

Bài thi trắc nghiệm gồm 12 câu , mỗi câu có 5 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng . Mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm, mỗi câu trả lời sai bị trừ 1 điểm. Một học sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để anh ta bị điểm âm.

$$Đáp số: P = C_{12}^0 \left(\frac{4}{5}\right)^{12} + C_{12}^1 \left(\frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{11} + C_{12}^2 \left(\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{10} = 0,5583$$