

Exam Timetable Scheduling

vdmedragon

April 2024

1 Introduction

Notion: <https://drive.google.com/drive/folders/1HgFMZVRpda3uBb-wMPNiRN1xHUUUMc2>
Drive: <https://drive.google.com/drive/folders/1HgFMZVRpda3uBb-wMPNiRN1xHUUUMc2>
Parameters:

- C : The number of courses
- s_c : the number of students taking exam course c
- R_t : The number of examination rooms
- S : The number of students
- T : The number of available timeslots
- S_i : The number of registered students in exam i
- f_{rt} : The capacity for room r at time t
- c_{ij} : The conflict matrix where each element $(c_{ij}, i, j \in 1 \dots N)$

Decision variables;

- x_{jrt} : 1 nếu môn j được thi tại phòng r và time slot t
- x_{jt} : 1 nếu môn j được thi ở time slot t
- w_{ijrt} : student i attends exam j at room r at time t
- w_{ijt} : sinh viên i thi môn j ở time slot t

- w_{it} : sinh viên i thi ở time slot t
- w_{pq}^i : sinh viên i thi ở trong các time slot p và q
- z_{pq}^j : môn j được tổ chức liên tiếp từ time-slot p đến time slot q . Có thể làm chặt bằng cách bỏ các slot nối 2 ngày khác nhau; hoặc thêm điều kiện để chỉ thi trên 1 slot, hoặc tối đa 2 slot liên tiếp bằng cách gán các biến còn lại bằng 0.
- X_{rt}^{ij} : hai môn i và j cùng thi tại phòng (r, t)

Các ràng buộc cơ bản:

- $\sum_{j,r} w_{ijrt} \leq 1$: sinh viên i tham gia không quá một môn ở thời điểm t với mọi cặp (i, t)
- $\sum_{i,j} w_{ijrt} \leq f_r$: số sinh viên tham gia phòng thi r thỏa mãn điều kiện giới hạn số sinh viên của phòng tại thời điểm t bất kỳ.
- $\sum_{r,t} w_{ijrt} = 1$: sinh viên i phải thi môn j ở phòng r và ở tại thời điểm t nào đó với mọi cặp (i, j) mà sinh viên i thi môn j
- $w_{ijrt} \leq x_{jrt} \leq x_{jt}$: sinh viên chỉ thi tại phòng mà nó được mở; và môn thi được tổ chức ở timeslot đó
- $\sum_r x_{jrt} \geq x_{jt}$: phải có ít nhất 1 phòng được sử dụng để thi môn j ở thời điểm t
- $\sum_i w_{ijrt} \geq x_{jrt}$: phải có ít nhất một sinh viên i thi môn j ở thời điểm t nếu môn này được tổ chức tại thời điểm đó và phòng đó.
- $\sum_{r,t} x_{jrt} f_r \geq S_j$: số phòng mở phục vụ môn học j phải thỏa mãn số sinh viên cho môn này

Ràng buộc liên quan đến thông tin môn thi i, j thi chung phòng

- $X_{rt}^{ij} \leq x_{irt}$ với mọi bộ (i, j, r, t)
- $X_{rt}^{ij} \leq x_{jrt}$ với mọi bộ (i, j, r, t)
- $X_{rt}^{ij} \geq x_{rt}^i + x_{rt}^j - 1$ với mọi bộ (i, j, r, t)

Ràng buộc liên quan đến thời điểm thi đầu và cuối của sinh viên để "penalty" cho từng sinh viên

- $\sum_{p,q|p \leq q} w_{pq}^i = 1$: mỗi sinh viên sẽ chỉ chọn thi trong một khoảng time slot $[p,q]$ duy nhất
- $w_{ip} \geq \sum_{q|q \geq p} w_{pq}^i$ với mọi bộ (i,p) : đoạn (p,q) nào đó dc chọn thì có một môn sẽ thi ở thời điểm p với p là thời điểm bắt đầu của của mọi môn thi của sinh viên i
- $w_{iq} \geq \sum_{p|p \leq q} w_{pq}^i$ với mọi bộ (i,q) với mọi bộ (i,q) : đoạn (p,q) nào đó dc chọn thì có một môn sẽ thi ở thời điểm q (với q là thời điểm kết thúc mọi môn thi của sv i)
- $w_t^i + \sum_{q|p \leq q} w_{pq}^i \leq 1$ for all (i,p) và $t < p$: p là thời điểm mà bắt đầu các môn thi của sv i thì sv này ko thi bất kỳ môn nào trc thời điểm p
- $w_t^i + \sum_{p|p \leq q} w_{pq}^i \leq 1$ for all (i,q) và $t > q$: q là thời điểm mà kết thúc các môn thi của sv i thì sv này ko thi bất kỳ môn nào sau thời điểm q
- $z_{pq}^i = 0$ với mọi bộ (p,q) mà $q-p+1 < \text{số lượng môn khác nhau mà sinh viên } i \text{ tham gia thi}$

Ràng buộc mong muốn/yêu cầu các môn thi phải nằm trong các slot liên tiếp

- $\sum_{p,q|p \leq q} z_{pq}^i = 1$ với mọi i ; có một khoảng thời gian $p..q$ được chọn để tổ chức thi môn thi i
- $x_{jt} \geq z_{pq}^j$ với mọi bộ (j,p,q,t) và $p \leq t \leq q$. Có nghĩa là nếu đoạn $p..q$ được tổ chức để thi môn j ($w_{pq}^j = 1$) thì bất cứ slot nào cũng phải có môn j thi (hay $x_{jt} = 1$)
- $x_t^i + \sum_{q|p \leq q} z_{pq}^i \leq 1$ for all (i,p) và $t < p$: p là thời điểm mà bắt đầu các môn thi của môn i thì môn này ko thi bất kỳ môn nào trc thời điểm p
- $x_t^i + \sum_{p|p \leq q} z_{pq}^i \leq 1$ for all (i,q) và $t > q$: q là thời điểm mà kết thúc các môn thi của môn i thì môn này ko thi bất kỳ môn nào sau thời điểm q

Hàm mục tiêu:

- $\text{Obj} = \text{obj1} + \text{obj2} + \text{obj3}$: gồm các hàm phạt khác nhau ứng với các mục tiêu khác nhau

- obj1 = mỗi môn nên được tổ chức trong các slot liên tiếp nhất có thể và ít slot nhất có thể (và đặc biệt nên tránh 1 môn được chia làm 2 ngày)

$$- \text{obj1} = 1e9 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} z_{pq}^j (q - p)$$

- obj2 = mỗi sinh viên nên được sắp xếp các môn thi gần nhau nhất có thể

$$- \text{obj2} = 1e4 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} (q <= 6 || (p >= 7)) w_{pq}^j (q - p) + 1e5 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} (p <= 6 || (q >= 6)) w_{pq}^j (q - p)$$

- obj3 = mỗi môn học dùng ít phòng nhất có thể

$$- \text{obj3} = 1e7 * \sum_j \sum_{r,t} x_{jrt} + 1e8 * \sum_{i,j,r,t} x_{rt}^{i,j}$$

2 Mô hình 3 chiều

Decision variables;

- x_{jrt} : 1 nếu môn j được thi tại phòng r và time slot t
- x_{jt} : 1 nếu môn j được thi ở time slot t
- x_{rt} : 1 nếu phòng r được sử dụng ở time slot t
- w_{irt} : sinh viên i thi môn nào đó ở phòng r tại timeslot t
- w_{ijt} : sinh viên i thi môn j ở time slot t
- w_{it} : sinh viên i thi ở time slot t
- w_{pq}^i : sinh viên i thi ở trong các time slot p và q
- z_{pq}^j : môn j được tổ chức liên tiếp từ time-slot p đến time slot q . Có thể làm chặt bằng cách bỏ các slot nối 2 ngày khác nhau; hoặc thêm điều kiện để chỉ thi trên 1 slot, hoặc tối đa 2 slot liên tiếp bằng cách gán các biến còn lại bằng 0.

Các ràng buộc cơ bản:

- $\sum_t w_{ijt} = 1$ - với mọi cặp (i,j) mà sinh viên i thi môn j thì phải thi ở thời điểm t nào đó.
- $\sum_j w_{ijt} = w_{it}$: sinh viên i thi ở thời gian thời gian t thì phải thi một môn nào đó trong danh sách môn thi của họ
- $\sum_r w_{irt} = w_{it}$ - với mọi cặp (i,t): sinh viên i thi môn gì đó ở thời điểm t thì sinh viên này sẽ phải ở một phòng r nào đó
- $\sum_i w_{irt} \leq f_r$ - với mọi cặp (r,t): số sinh viên tham gia phòng thi r thỏa mãn điều kiện giới hạn số sinh viên của phòng tại thời điểm t bất kỳ.
- $w_{ijt} \leq x_{jt}$: sinh viên i thi môn j ở time slot t nếu môn j được tổ chức thi ở time slot t
- $w_{irt} \leq x_{rt}$: sinh viên i chỉ ở phòng r ở time slot t nếu phòng đó đc sử dụng
- $x_{jrt} \leq x_{jt}$: môn j thi ở phòng r ở thời điểm t chỉ khi môn j được xác định thi ở thời điểm t
- $w_{irt} + w_{ijt} \leq x_{jrt} + 1$ với mọi bộ (i,j,r,t): nghĩa là có sinh viên i thi môn j ở phòng r tại thời điểm t thì biến x_{jrt} phải nhận giá trị 1
- $\sum_r x_{jrt} \geq x_{jt}$: phải có ít nhất 1 phòng được sử dụng để thi môn j ở thời điểm t
- $\sum_j x_{jrt} \geq x_{rt}$: phải có ít nhất 1 môn thi j nào đó được sử dụng để thi ở phòng r tại thời điểm t nếu phòng đó được sử dụng.
- $\sum_{r,t} x_{jrt} f_r \geq S_j$: số phòng mở phục vụ môn học j phải thỏa mãn số sinh viên cho môn này

Ràng buộc liên quan đến thời điểm thi đầu và cuối của sinh viên để "penalty" cho từng sinh viên

- $\sum_{p,q|p \leq q} w_{pq}^i = 1$: mỗi sinh viên sẽ chỉ chọn thi trong một khoảng time slot [p,q] duy nhất

- $w_{ip} \geq \sum_{q|q \geq p} w_{pq}^i$ với mọi bộ (i,p): đoạn (p,q) nào đó dc chọn thì có một môn sẽ thi ở thời điểm p với p là thời điểm bắt đầu của của mọi môn thi của sinh viên i
- $w_{iq} \geq \sum_{p|p \leq q} w_{pq}^i$ với mọi bộ (i,q) với mọi bộ (i,q): đoạn (p,q) nào đó dc chọn thì có một môn sẽ thi ở thời điểm q (với q là thời điểm kết thúc mọi môn thi của sv i)
- $w_t^i + \sum_{q|p \leq q} w_{pq}^i \leq 1$ for all (i,p) và $t < p$: p là thời điểm mà bắt đầu các môn thi của sv i thì sv này ko thi bất kỳ môn nào trc thời điểm p
- $w_t^i + \sum_{p|p \leq q} w_{pq}^i \leq 1$ for all (i,q) và $t > q$: q là thời điểm mà kết thúc các môn thi của sv i thì sv này ko thi bất kỳ môn nào sau thời điểm q
- $z_{pq}^i = 0$ với mọi bộ (p,q) mà $q-p+1 < \text{số lượng môn khác nhau mà sinh viên i tham gia thi}$

Ràng buộc mong muốn/yêu cầu các môn thi phải nằm trong các slot liên tiếp

- $\sum_{p,q|p \leq q} z_{pq}^i = 1$ với mọi i; có một khoảng thời gian p..q được chọn để tổ chức thi môn thi i
- $x_{jt} \geq z_{pq}^j$ với mọi bộ (j,p,q,t) và $p \leq t \leq q$. Có nghĩa là nếu đoạn p..q được tổ chức để thi môn j ($w_{pq}^j = 1$) thì bất cứ slot nào cũng phải có môn j thi (hay $x_{jt} = 1$)
- $x_{jt} \geq \sum_{p \leq j \leq q} z_{pq}^j$ với mọi bộ (j,t) - có thể dùng cái này thay cái trên, mạnh hơn và ít ràng buộc hơn
- $x_t^i + \sum_{q|p \leq q} z_{pq}^i \leq 1$ for all (i,p) và $t < p$: p là thời điểm mà bắt đầu các môn thi của môn i thì môn này ko thi bất kỳ môn nào trc thời điểm p
- $x_t^i + \sum_{p|p \leq q} z_{pq}^i \leq 1$ for all (i,q) và $t > q$: q là thời điểm mà kết thúc các môn thi của môn i thì môn này ko thi bất kỳ môn nào sau thời điểm q

Hàm mục tiêu:

- $\text{Obj} = \text{obj1} + \text{obj2} + \text{obj3}$: gồm các hàm phạt khác nhau ứng với các mục tiêu khác nhau

- obj1 = mỗi môn nên được tổ chức trong các slot liên tiếp nhất có thể và ít slot nhất có thể (và đặc biệt nên tránh 1 môn được chia làm 2 ngày)

$$- \text{obj1} = 1e9 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} z_{pq}^j (q - p)$$

- obj2 = mỗi sinh viên nên được sắp xếp các môn thi gần nhau nhất có thể

$$- \text{obj2} = 1e4 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} (q <= 6 || (p >= 7)) w_{pq}^j (q - p) + 1e5 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} (p <= 6 || (q >= 6)) w_{pq}^j (q - p)$$

- obj3 = mỗi môn học dùng ít phòng nhất có thể và hạn chế dùng chung

$$- \text{obj3} = 1e8 * \sum_{r,t} \sum_j x_{jrt}$$