

Exam Timetable Scheduling

vdmedragon

April 2024

1 Introduction

Notion: <https://drive.google.com/drive/folders/1HgFMZVRpda3uBb-wMPNiRN1xHUUUMc2>
Drive: <https://drive.google.com/drive/folders/1HgFMZVRpda3uBb-wMPNiRN1xHUUUMc2>
Parameters:

- C : The number of courses
- s_c : the number of students taking exam course c
- R_t : The number of examination rooms
- S : The number of students
- T : The number of available timeslots
- S_i : The number of registered students in exam i
- f_{rt} : The capacity for room r at time t
- c_{ij} : The conflict matrix where each element ($c_{ij}, i, j \in 1 \dots N$)

Decision variables;

- x_{jrt} : 1 nếu môn j được thi tại phòng r và time slot t
- x_{jt} : 1 nếu môn j được thi ở time slot t
- w_{ijrt} : student i attends exam j at room r at time t
- w_{ijt} : sinh viên i thi môn j ở time slot t
- w_{it} : sinh viên i thi ở time slot t
- w_{pq}^i : sinh viên i thi ở trong các time slot p và q
- z_{pq}^j : môn j được tổ chức liên tiếp từ time-slot p đến time slot q . Có thể làm chặt bằng cách bỏ các slot nối 2 ngày khác nhau; hoặc thêm điều kiện để chỉ thi trên 1 slot, hoặc tối đa 2 slot liên tiếp bằng cách gán các biến còn lại bằng 0.

- x_{rt}^{ij} : hai môn i và j cùng thi tại phòng (r, t)

Constraints:

- $\sum_{j,r} w_{ijrt} \leq 1$: sinh viên i tham gia không quá một môn ở thời điểm t với mọi cặp (i, t)
- $\sum_{i,j} w_{ijrt} \leq f_r$: số sinh viên tham gia phòng thi r thỏa mãn điều kiện giới hạn số sinh viên của phòng tại thời điểm t bất kỳ.
- $\sum_{r,t} w_{ijrt} = 1$: sinh viên i phải thi môn j ở phòng r và ở tại thời điểm t nào đó với mọi cặp (i, j) mà sinh viên i thi môn j
- $w_{ijrt} \leq x_{jrt} \leq x_{jt}$: sinh viên chỉ thi tại phòng mà nó được mở; và môn thi được tổ chức ở timeslot đó
- $\sum_r x_{jrt} \geq x_{jt}$: phải có ít nhất 1 phòng được sử dụng để thi môn j ở thời điểm t
- $x_{rt}^{ij} \leq x_{irt}$
- $x_{rt}^{ij} \leq x_{jrt}$
- $x_{rt}^{ij} \geq x_{rt}^i + x_{rt}^j - 1$
- $\sum_i x_{ijrt} \geq x_{jrt}$; phải có ít nhất một sinh viên i thi môn j ở thời điểm t
- $\sum_{r,t} x_{jrt} f_r \geq S_j$: số phòng mở phục vụ môn học j phải thỏa mãn số sinh viên cho môn này
- $\sum_{p,q|p \leq q} w_{pq}^i = 1$: sinh viên i sẽ thi tất cả các môn ở trong time slot từ $p..q$ với p, q nào đó (nghĩa là sẽ thi trong một vài slot ở trong này)
- $w_{ip} = w_{iq} = w_{pq}^i$: nếu khoảng $[p, q]$ là khoảng thời gian mà sinh viên i thi thì p là thời điểm thi sớm nhất và q là thời điểm thi muộn nhất của sinh viên i
- $w_t^i + w_{pq}^i \leq 1$ for all (i, p, q) và t ko nằm trong đoạn p, q : để đảm bảo mọi môn thi của sinh viên i phải nằm trong đoạn $p..q$ với $p..q$ nào đó; constraint này và constraint bên trên có đủ đảm bảo là sẽ tồn tại 1 đoạn $p..q$ duy nhất mà mọi môn thi của sinh viên t sẽ nằm trong đoạn $p..q$ và 2 môn thi sớm nhất và muộn nhất sẽ ứng với hai thời điểm p và q ?
- $\sum_{t=1..p-1} w_{it} \leq (p-1)(1 - w_{pq}^i)$: ràng buộc làm chặt này có nghĩa là nếu $[p, q]$ là khoảng được chọn thì ko thi môn nào trước thời điểm p .
- $\sum_{t=q+1..T} w_{it} \leq (T-q)(1 - w_{pq}^i)$ với mọi bộ (i, p, q) : tương tự nếu $p..q$ là khoảng được chọn thì ko thi môn nào sau thời điểm q .

- $\sum_{p,q|p \leq q} z_{pq}^i = 1$ với mọi i ; nghĩa là môn i sẽ được thi trên 1 bộ slot liên tiếp.
- $x_{jt} \geq z_{pq}^j$ với mọi bộ (j,p,q,t) và $p \leq t \leq q$. Có nghĩa là nếu đoạn $p..q$ được tổ chức để thi môn j ($w_{pq}^j = 1$) thì bất cứ slot nào cũng phải có môn j thi (hay $x_{jt} = 1$)
- $\text{Obj} = \text{obj1} + \text{obj2} + \text{obj3}$: gồm các hàm phạt khác nhau ứng với các mục tiêu khác nhau
 - obj1 = mỗi môn nên được tổ chức trong các slot liên tiếp nhất có thể và ít slot nhất có thể (và đặc biệt nên tránh 1 môn được chia làm 2 ngày)

$$* \text{obj1} = 1e9 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} z_{pq}^j (q - p)$$
 - obj2 = mỗi sinh viên nên được sắp xếp các môn thi gần nhau nhất có thể

$$* \text{obj2} = 1e4 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} (q - p) w_{pq}^j + 1e5 * \sum_j \sum_{p,q|p \leq q} (p - 6) w_{pq}^j (q - p)$$
 - obj3 = mỗi môn học dùng ít phòng nhất có thể

$$* \text{obj3} = 1e7 * \sum_j \sum_{r,t} x_{jrt} + 1e8 * \sum_{i,j} \sum_{r,t} x_{rt}^{i,j}$$