Parallel Programming

Homework 2: Mandelbrot Set

- 111065524 李懷-

Implementation:

Pthread version:

1. Create pthread:

將各個 thread 所需的 argument 的變數設成 global 或包進 struct 後 pthread_create:

```
55  double start, end, left, right, lower, upper;
56  int width, height, iters, num_threads;
57  int* image;
58
59
60  struct ThreadArgs {
61      int tid;
62      // start, end, left, right, lower, upper;
63      // int width, height, iters, num_threads;
64      // int* image;
65  };
```

```
69  void *compute(void *arg) {
70      struct ThreadArgs *data = (struct ThreadArgs *)arg; // cast back
71
72      int tid = data->tid;
```

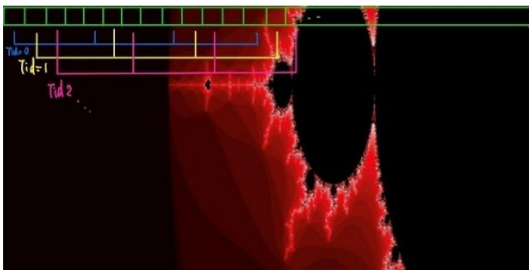
```
221     for (int i = 0; i < num_threads; i++) {
222         args[i].tid = i;
223
224         pthread_create(&threads[i], NULL, compute, (void *)&args[i]);
225
226     }
```

2. Distributing data for each thread:

最一開始我是將 image 的所有 pixels 切分成# of threads 個連續 chunks 去平均分配，每個 thread 處理一個區塊內的所有 pixels，但此方法會導致某些 thread 被分配到較多黑色區塊，代表需要算滿 iteration，導致較差的 load balance。

我後來試了以下兩種分配方法:

1. 由於每個 pixel 間為 data independent，計算順序互不影響的，可將整個 image 的 pixels 平分，每個 thread 從 image 左上到右下連續 pixels 以# of thread 為 stride 依序去處理 (如下圖 2)，相較於最初的方法 thread 處理連續的 pixels 可能會導致某些 thread 處理到過多需要算滿 iteration(也就是在 set 裡的座標)的 pixels，此方法更能均勻的分配 workload。



舉例: 假如 4 個 threads，第一個 thread 在整張 image 中負責處理的為第 0, 4, 8,…,個的 pixels，再來便是得出 pixel 在複數平面的(x,y)座標，這裡 iteration 一次有兩個 pixels 是因為有做 vectorization:

```
    int idx = tid;
    for (; idx+1 < (long long)width * height; idx += num_threads*2) {

        long long idx1 = idx;
        int y1 = idx1 / width;
        int x1 = idx1 % width;
        double x0_1 = left + x1 * dx;
        double y0_1 = lower + y1 * dy;

        long long idx2 = idx + num_threads; // The next pixel for this thread
        if (idx2 >= (long long)width * height) break; // Check bounds
        int y2 = idx2 / width;
        int x2 = idx2 % width;
        double x0_2 = left + x2 * dx;
        double y0_2 = lower + y2 * dy;
```

2. 即便第一種方法已經有不錯的 load balance，但仍會有某些 thread 先處理完的問題，所以另一種方法是將 pixels array 分成更小的 chunk，利用 locking 讓每個 thread 執行完一個小 chunk 後就進入到 critical section 去 grab 下一個 chunk 來處理(e.g. total pixels/(num_of_threads*500) (但 chunk_size 設太小可能會導致 threads 一直進入 critical section 去尋找下一個 chunk，導致整體平行化較差)，來達到更好的 thread 使用率及 load balance，我這邊是用 mutex 來實現:

```
int chunk_counter = 0;
int base_chunk, blocks;

pthread_mutex_t mutex;
int get_chunk(){
    pthread_mutex_lock(&mutex);
    int chunk = chunk_counter++;
    pthread_mutex_unlock(&mutex);
    return chunk;
}
```

```
    while (true) {
        int chunk_id = get_chunk();
        int start = chunk_id * base_chunk;
        int end = (start + base_chunk) < (width * height) ? (start + base_chunk) : (width * height);

        if (chunk_id >= blocks) break;

        // int idx = tid;
        int idx = start;
        for (; idx < end; idx += 2) {
```

3. Vectorization:

由於我們有使用 sse2 的 instruction set 去做 vectorization，使用__m128d data type 可以將兩個 double load 進 sse2 的 XMM register，一次處理兩個 pixels，並將原本 Mandelbrot set 的計算流程改為 intrinsic function:

```
const __m128d two  = _mm_set1_pd(2.0);
const __m128d four = _mm_set1_pd(4.0);
const __m128d one = _mm_set1_pd(1.0);
```

```
__m128d y0v = _mm_set_pd(y0_2, y0_1); // reversed because first one is high 64 bits
__m128d x0v = _mm_set_pd(x0_2, x0_1);

__m128d x = _mm_setzero_pd();
__m128d y = _mm_setzero_pd();
__m128d repeats_pd = _mm_setzero_pd();  // doubles; convert back to int at the end
__m128d active_mask_pd = _mm_set1_pd(1.0);
for (int k = 0; k < iters; ++k) { // iterate up to iters since multiple lanes
    // x^2, y^2, xy
    __m128d xx = _mm_mul_pd(x, x);
    __m128d yy = _mm_mul_pd(y, y);
    __m128d xy = _mm_mul_pd(x, y);

    x = _mm_add_pd(_mm_sub_pd(xx, yy), x0v); // x^2 - y^2 + x0
    y = _mm_add_pd(_mm_add_pd(xy, xy), y0v);  // 2*xy + y0

    __m128d len2   = _mm_add_pd(_mm_mul_pd(x, x), _mm_mul_pd(y, y));
    active_mask_pd = _mm_cmplt_pd(len2, four); // check if length_squared < 4

    // If both pixels diverge, break
    if (_mm_movemask_pd(active_mask_pd) == 0) {
        break;
    }

    // repeats += mask ? 1 : 0
    repeats_pd = _mm_add_pd(repeats_pd, _mm_and_pd(active_mask_pd, one)); // results
}
```

由於是一次處理兩個 pixels，這邊 active_mask_pd 會是兩個 pixels 的 mask，當兩個 pixel 都發散時 loop 會 break，repeats_pd 則是兩個 pixels 個別跑的 iteration 數，出 loop 後要再加一次 active_mask_pd 的 invert，因為若 pixel 的 mask 變 0 出 loop 後，會少加到 1 次 iteration，最後再將 double 轉回 int 並 load 回 memory，再寫到 global image 對應的 pixel 上:

```
repeats_pd = _mm_add_pd(repeats_pd, _mm_andnot_pd(active_mask_pd, _mm_set1_pd(1.0)));
__m128i repeats_i = _mm_cvtpd_epi32(repeats_pd); // convert back to int

// Store two pixels: note _mm_cvtpd_epi32 packs to low 2 ints of __m128i
int tmp[2];
_mm_storel_epi64((__m128i*)tmp, repeats_i);

image[idx1] = tmp[0];
image[idx2] = tmp[1];
```

Omp+MPI version:

1. Distributing data

針對 hybrid 版，需要先將資料分配給 processes，每個 process 的資料再由 thread 去分配。

Data among MPI ranks:

我這邊試了兩種方法:

1. 單純將 image 分成連續 pixels 的 chunk 平均分配給 each MPI rank:

```
84    int rem = total_pixels % size;
85
86    int base_chunk = total_pixels / size, start = rank * base_chunk+(rank < rem ? rank : rem), end = start + base_chunk + (rank < rem ? 1 : 0), mpi_chunk_size = end - start;
87    // int thread_chunk = (base_chunk + (rank < rem ? 1 : 0))/NUM_THREADS, thread_rem = (base_chunk + (rank < rem ? 1 : 0))%NUM_THREADS;
88
89    int* rank_image = (int*)malloc(mpi_chunk_size * sizeof(int));
90    assert(rank_image);
```

2. 類似於上方 Pthread 版本 thread 間的分法，用 stride 去分，stride 設 rank 數，每個 rank 有個 indices array 去存有其負責處理的 image pixel 的 indices:

```
92    int* indices = (int*)malloc(mpi_chunk_size * sizeof(int));
93    // indices with stride: r, r+size, r+2*size, ...
94    for (size_t k = 0, g = (size_t)rank; k < mpi_chunk_size; ++k, g += (size_t)size)
95        indices[k] = g;
```

e.g. 總共 4 個 rank，rank0 處理(0,4,8,...,)的 pixels

Data among threads:

Thread 之間資料的分配我試了以下:

1. 將每個 rank 分配到的 pixels 平均分配給 each thread，手動計算每個 thread 的在 global image 的 start 及 end index，再去計算座標:

```
101     #pragma omp parallel for num_threads(NUM_THREADS) schedule(static)
102     for (int i = 0; i < NUM_THREADS; i++) {
103         // chunk each mpi rank with # threads
104         int thread_start = start+thread_chunk*i+(i < (int)thread_rem ? i : thread_rem),
105             thread_end = thread_start + thread_chunk + (i < (int)thread_rem ? 1 : 0);
106         for (int idx = thread_start; idx < thread_end; idx += 2) {
107
```

這分法是每個 thread 都會被平均分配到連續的區塊(process 分配不用 stride 的情況下)，然後一次 iteration 處理區塊內相連的 2 顆 pixels，在 process 沒有分散平分的情況下，此方法較 workload 較不平均，thread 會處理到連續的 pixels。

2. 用 **static schedule** 去分配 iterations 的 chunk，由於 static 是 threads 之間 round robin 的方式去分配 iterations，所以相較於 1 此方法較平均，但每個 thread 全部處理的 iterations 數平均，並不能很好地利用優先算完的 thread。
3. 利用 omp 的 **dynamic schedule**，並將 iterations 分得更細，我們這邊設 chunk_size=total_pixels/(num_threads*500)，處理完一個 chunk 的 iterations 後 thread 會接著繼續處理其他尚未被處理的 chunk(能著多勞的概念)，相較於(1)和(2)平均分配每個 thread 處理的 iterations，能將區塊分得更細，能更平均的分配 thread 的 workload:

```
int chunk_size = (mpi_chunk_size / NUM_THREADS)/500;
chunk_size = chunk_size < 10 ? 10 : chunk_size;
#pragma omp parallel for schedule(dynamic, chunk_size)
for (int i = 0; i < mpi_chunk_size; i += 2) {
```

* 其他 omp schedule 的比較我放在下面 discussion。

最後上交的版本 process 的分法是(2)，thread 的分法是(3)的，後續的 implementation 也是基於這分法。

再來從 indices 獲取每個 pixel 在 image 的 index，計算其(x,y)座標並透過 vectorization 計算 mandlebrot set:

```
for (int i = 0; i < mpi_chunk_size; i += 2) {
    int idx1 = indices[i];
    int y1 = idx1 / width;
    int x1 = idx1 % width;
    double x0_1 = left + x1 * dx;
    double y0_1 = lower + y1 * dy;

    // Pixel 2: (x2, y2)
    int idx2 = (i+1 >= mpi_chunk_size) ? 0 : indices[i+1]; // Check bounds
    int y2 = idx2 / width;
    int x2 = idx2 % width;
    double x0_2 = left + x2 * dx;
    double y0_2 = lower + y2 * dy;
```

2. Vectorization

Hybrid 的 vectorization implementation 跟 pthread 版的一樣，code 的部分請助教參照上方，但每個 thread 最後在寫入 pixel 值時是寫入在其 MPI rank 的 rank_image array:

```
191             int tmp[2];
192             _mm_storel_epi64((__m128i*)tmp, repeats_i);
193             
194             rank_image[i] = tmp[0];
195             if (i+1 < mpi_chunk_size){
196                 rank_image[i+1] = tmp[1];
197             }
```

3. MPI:

由於 rank_image 是各 rank 負責 pixels 組成的 array，最後在送給 rank0 合併成最後的 image array 時要考慮其對應到的 image index 及 stride，這裡使用 MPI_Type_vector，一種 non-contiguous vector 的 datatype，可以設定 stride=rank 數，MPI_Irecv 會將 rank_image 共 counts 個 ints 寫入到其在 image 對應的 pixel index 上，也就是寫在 image[r], image[r+stride], image[r+2*stride],…，r 代表 recieve 的資料來自哪個 rank，最後再由 rank0 輸出 png:

```
231     if (rank == 0) {
232         image = (int*)malloc(width * height * sizeof(int));
233         MPI_Request *reqs = (MPI_Request*) malloc(size * sizeof(*reqs));
234         // receive each rank's data
235         for (int r = 0; r < size; ++r) {
236             int counts = base_chunk + (r < rem ? 1 : 0);
237 
238             MPI_Datatype vec;
239             MPI_Type_vector(counts, 1, size, MPI_INT, &vec); // stride=# of ranks
240             MPI_Type_commit(&vec);
241 
242             // Place pixels to corresponding indices in image
243             MPI_Irecv(&image[r], 1, vec, r, 0, MPI_COMM_WORLD, &reqs[r]);
244 
245             MPI_Type_free(&vec);
246         }
247 
248         if (mpi_chunk_size > 0)
249             MPI_Send(rank_image, (int)mpi_chunk_size, MPI_INT, 0, 0, MPI_COMM_WORLD);
250 
251         MPI_Waitall(size, reqs, MPI_STATUSES_IGNORE);
252         free(reqs);
253 
254     } else {
255         if (mpi_chunk_size > 0)
256             MPI_Send(rank_image, (int)mpi_chunk_size, MPI_INT, 0, 0, MPI_COMM_WORLD);
257     }
```

3. Experiment & Analysis:

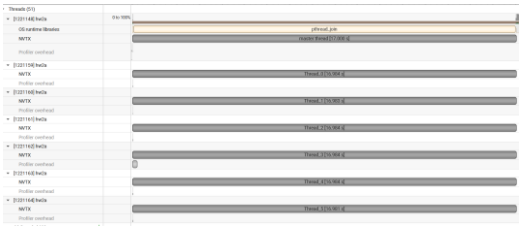
Methodology

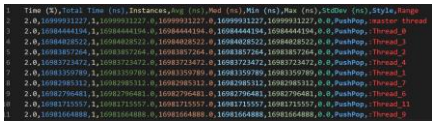
(a) System Spec:

實驗皆使用課程提供的 apollo cluster，Compiler: GCC，MPI implementation: OpenMPI

(b) Profiler & Metrics:

Pthread 程式需要用 **nvtx** 去加 trace 才能看到每個 thread 的細節，用 nvtx range push/pop 包在每個 thread 的 parallel region 再用 nsys 去 trace 來做 profiling，最後轉成 csv 檔並用 python 去 plot:





Hybrid 程式我是使用 **nsys** 去 profile MPI 及 OMP 的 events，由於我 complier 使用 gcc 時沒辦法抓到 omp event(似乎是跟 OMPT 有關)，所以 hybrid 版本實驗的部分 compiler 改為 icc。

Scalability 實驗:

我們計算了在不同 core 數下的 Speedup factor:

$\boldsymbol{S_{pthread}} = T_{base} \ / \ T_{master\_thread}$ ；

$\boldsymbol{S_{hybrid}} = T_{base} \ / \ T_{rank0}$ ；

$\boldsymbol{T_{base}}$：process 跟 core 數設 1 的 execution time；

$\boldsymbol{T_{master\_thread}}$：main thread 到 pthread_join() 執行完的 execution time；

$\boldsymbol{T_{rank0}}$：rank0 從 MPI_Init()到 MPI_finalize()的 duration；

$\boldsymbol{CPU_{rank0}}$：我們紀錄 rank0 的 cpu time，將總時間 $T_{rank0} - comm_{rank0} - * io_{rank0}$ ；

以上單位皆為 second(s)；

※ 由於 write_png()幾乎沒有平行化的效益，可視為 constant across all scales，所以我們排除掉 write_png()的執行時間，沒了 fopen 跟 fwrite 等後，io_{rank0}可無視。

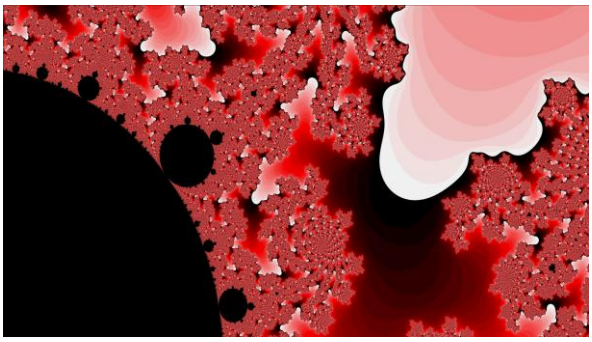
Load balance 實驗:

畫出每個 thread (or process) for loop 的 execution time 及透過 Nsight GUI 來看 parallel region 的 workload 是否有平均分配。

Plots: Scalability & Load Balancing & Profile

- ## Experimental Method:

Testcase: 實驗我使用的 testcase 是 **strict35.txt**，從圖中可看到，此黑色區塊分布較集於左下方，可以很好地看出我們 thread 間的 load balance 如何:



Args: 10000 -0.2931209325179713 -0.2741427339562606 -0.6337125743279389 -0.6429654881215695 7680 4320

Parallel Configs:

- Scalability Test:

Pthread:

Node 跟 process 數固定為 1，core 數我們比較了 1~12 的 speedup，沒有 create 額外的 threads，所以 core 數=thread 數。

Hybrid:

我們嘗試了幾種不同的 n × c 組合來測試程式在總 core 使用數增加時的 speedup： 8、16、24、32、40、48(由於每個 user 在 cluster 上一次只能用 48 cores，所以我們 scalibility 的 plot 最高就 cap 在 n*c=48)。沒有 create 額外的 threads，因此每個 process 的 core 數即為其 thread 數。

- Load balance Test:

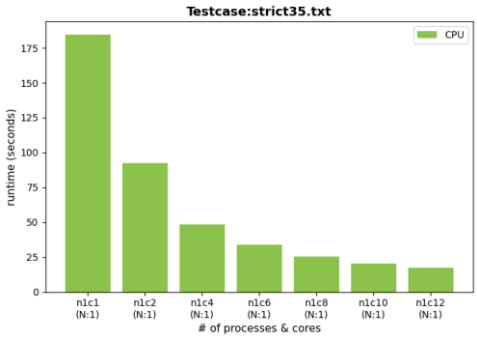
這部分則分開探討 process/thread 在不同的 workload 分配方法下的各 process/thread 的執行時間。

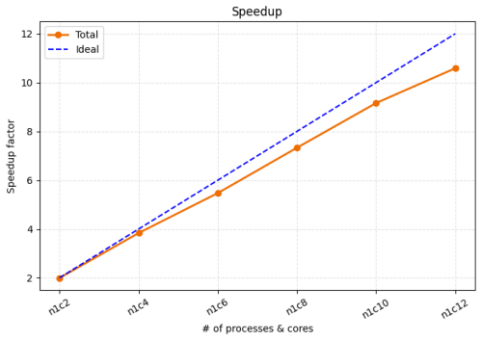
※Node 數我沒指定而是讓 slurm 去分配，因為每個 user 一次只能用 4 nodes，所以有些會用到>4 個 nodes 的 n 跟 c 的組合沒辦法跑，e.g. c6n8

- # Plots & Results:

Scalability:

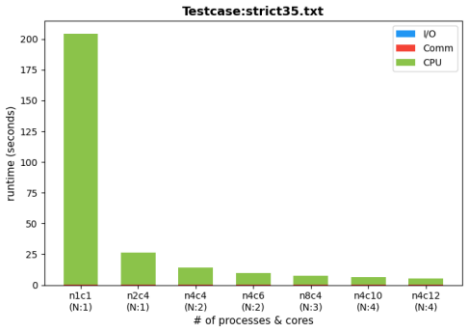
Pthread:

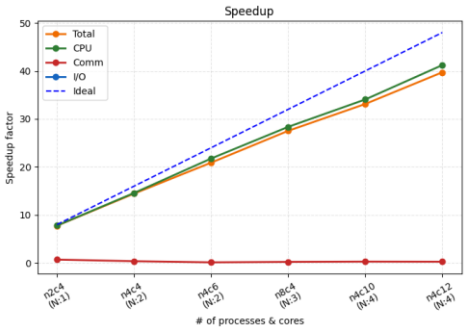





```
n1c1  p=   1  speedup=  1.00  efficiency= 100.0%
n1c2  p=   2  speedup=  1.99  efficiency=  99.7%
n1c4  p=   4  speedup=  3.84  efficiency=  95.9%
n1c6  p=   6  speedup=  5.47  efficiency=  91.2%
n1c8  p=   8  speedup=  7.33  efficiency=  91.6%
n1c10 p=  10  speedup=  9.16  efficiency=  91.6%
n1c12 p=  12  speedup= 10.59  efficiency=  88.2%
```

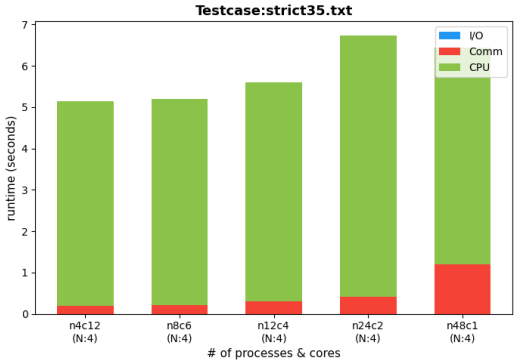
Hybrid:






```
 n1c1  p=   1  speedup=  1.00  efficiency= 100.0%
 n2c4  p=   8  speedup=  7.77  efficiency=  97.1%
 n4c4  p=  16  speedup= 14.44  efficiency=  90.3%
 n4c6  p=  24  speedup= 20.90  efficiency=  87.1%
 n8c4  p=  32  speedup= 27.52  efficiency=  86.0%
n4c10  p=  40  speedup= 33.12  efficiency=  82.8%
n4c12  p=  48  speedup= 39.72  efficiency=  82.7%
```

由上圖可以看到，兩個版本的 overall runtime 皆隨著整體使用的 processors 數上升而下降，speedup factor 幾乎是跟著 n*c 數 linear scale 的，代表無論是 process 還是 threads 間的 load balance 皆佳，Hybrid 版本雖有 MPI communication time，其隨著 process 數上升，但不顯著，沒有像在 hw1 一樣成為 bottleneck，這也是因為在 Mandelbrot set 中，每個 rank 只有在最後算完 pixels 會把資料傳給 rank0，而沒有像 odd-even sort 一樣要在每個 phase 進行 rank pair 之間的溝通。



上圖為 hybrid 版本在同樣 threads 數的情況下不同的 process 跟 core 的組合，雖不明顯，但較小的 process 數會稍快一點，e.g. 同樣是使用 48 個 processors，n8c6 比 n12c4 稍快一些，主要是少掉一些 MPI 的 communication time 以及我們 thread 之間因為透過 dynamic schedule 的關係 workload 會分配地比 process 之間好。

Load balance across threads(pthread):

Load balance across processes & across threads(hybrid):

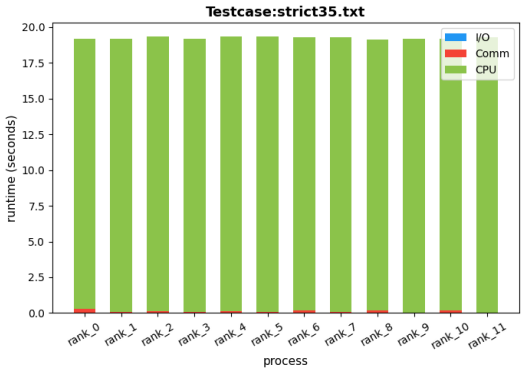


Figure 1: n12c1

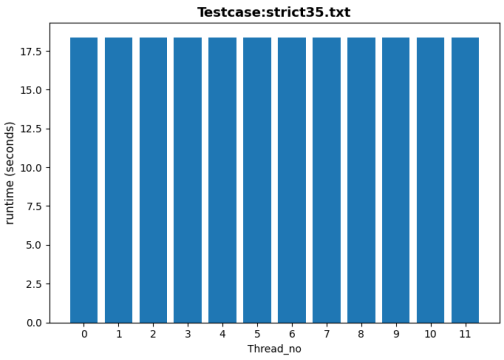


Figure 2: n1c12

- ## Optimization Strategies:

1. **Load balance 的優化過程(performance 比較放在 discussion):**

   Pthread :

   (1) 平均分配連續的 pixel chunk → (2) 考量到 Mandelbrot set 的特性，連續 pixels 的 chunk 可能導致 workload 分布不均，所以用 stride 去分配 → (3) 透過 locking 去更平均地分配每個 thread 的 workload；

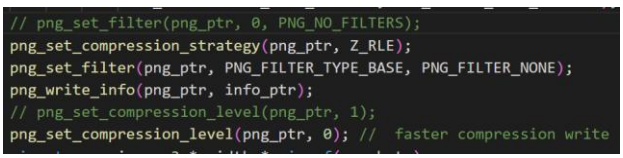
   Hybrid:

   (1) processes 間平均分配連續的 pixels chunk → (2) 用 stride 去分配; threads 間用嘗試了不同的 omp schedule，將區塊分得更小，去更好利用每個 thread 以達到較好的 load balance。

2. **Other potential strategies:**

   除了上述已實施的 rank 及 thread 間的 load balance 優化外，vectorization 的部分仍可以進一步優化，在 vectorization 計算兩個 pixels 時，目前的方式是採 2 個 pixels 同進同出，也就是說即便這對 pixels 中一個 pixel 已經發散算完了，但另一個 pixel 還未發散時，iteration loop 仍會持續進行，已算完的 pixel 會一直佔據著 simd register 一半的空間，直到二個 pixels 都發散 break 或 iteration 跑完，但理論上應該可以馬上把算完的 pixel 的空間釋出給下一顆 pixel 來達到更好的 SIMD 效率。

   另外 write_png() 目前是由 main thread 去執行，理論上這個 function 在 assign pixel 顏色的迴圈部分應該也是能由多個 thread 去分配執行，但考量到這邊只是 assign RGB 值而已，平行化的效益不大，但其中用到的一些 png.h 的 function 其實有些優化空間，像是 compression，用 zlib.h 的 Run-Length Encoding 的 compression strategy 對於 encode 大片重複顏色的 pixels 很有幫助，關掉 png filtering 也可以顯著加快 encode 速度，對於輸出較大的 image 可以快上數秒:



Discussion

這裡我們用 implementation 提到的幾個分配 workload 的方法探討 scalability 及 process 跟 threads 間的 load balance，Hybrid 的部分我是透過 Nsight GUI 去觀察。

Scalability:

Pthread:

threads 間的 load balance:

我們每個 core 額外產出 4 個 pthreads 更好地看出差距，當將 pixels 切成連續的區塊分配給 threads 的話，會導致極度不平衡的 workload，相較之下 mutex 配上小 chunk 能很好的分配 workload:

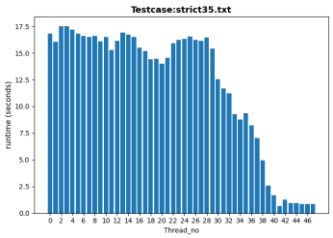


Figure 3: contiguous chunk

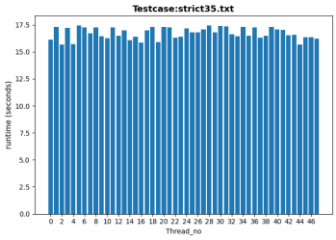


Figure 4: stride 分法

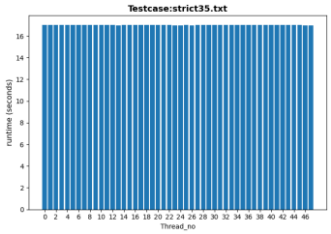


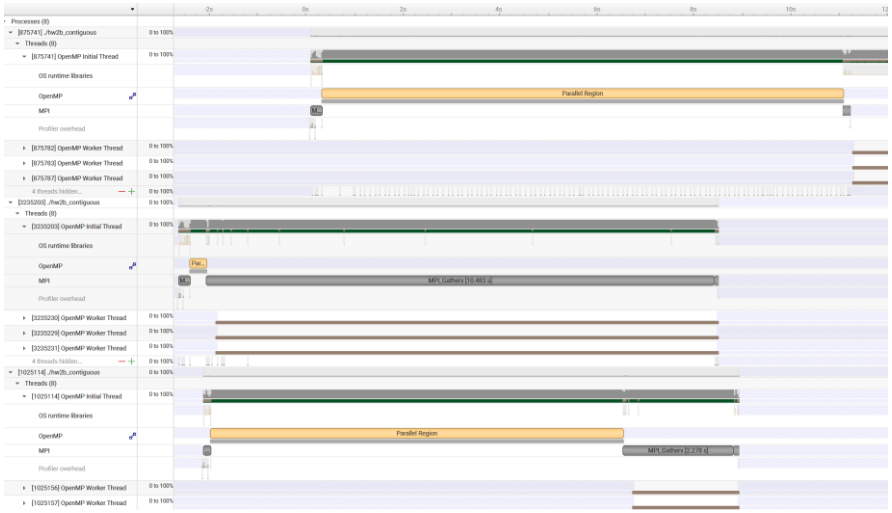
Figure 5: Mutex 配小 chunk

Hybrid:

processes 間的 load balance:

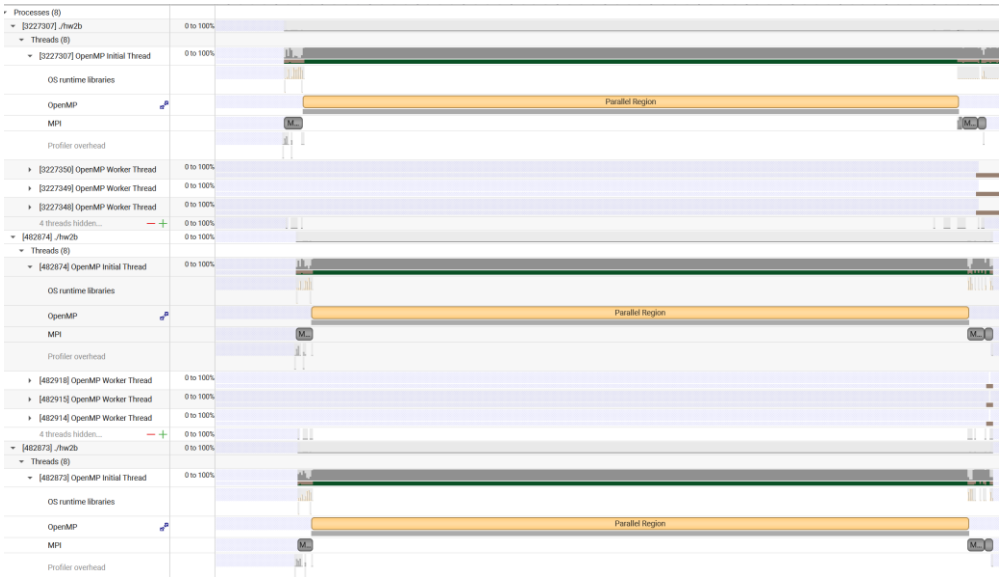
這裡我比較不同 process 分法下 MPI ranks 間的 load balance，process 跟 core 數固定為-n8 -c4:

1. Contiguous pixels 的 chunk:



```
Rank 4: Thread 1(-1404831936) finished work in 9.052995 seconds
Rank 5: Thread 0(-142312192) finished work in 5.317069 seconds
Rank 5: Thread 1(-654518464) finished work in 5.315872 seconds
Rank 5: Thread 3(-662923200) finished work in 5.313344 seconds
Rank 5: Thread 2(-658720832) finished work in 5.314474 seconds
Rank 6: Thread 2(1946150848) finished work in 1.816473 seconds
Rank 6: Thread 0(-1832637184) finished work in 1.818077 seconds
Rank 6: Thread 1(2018281280) finished work in 1.817233 seconds
Rank 6: Thread 3(1941948480) finished work in 1.815873 seconds
Rank 7: Thread 0(704777472) finished work in 0.334145 seconds
Rank 7: Thread 1(340563776) finished work in 0.333364 seconds
Rank 7: Thread 3(180525120) finished work in 0.331614 seconds
Rank 7: Thread 2(184727488) finished work in 0.332599 seconds
Rank 1: Thread 0(618593536) finished work in 9.839141 seconds
Rank 1: Thread 3(108152896) finished work in 9.835896 seconds
Rank 1: Thread 1(116557632) finished work in 9.838144 seconds
Rank 1: Thread 2(112355264) finished work in 9.836781 seconds
Rank 2: Thread 0(-1096676096) finished work in 9.258892 seconds
Rank 2: Thread 2(-1617987648) finished work in 9.256718 seconds
Rank 2: Thread 1(-1613785280) finished work in 9.258087 seconds
Rank 2: Thread 3(-1622190016) finished work in 9.255097 seconds
```

2. 每個 process 以 process 數為跨度去處理 pixels:



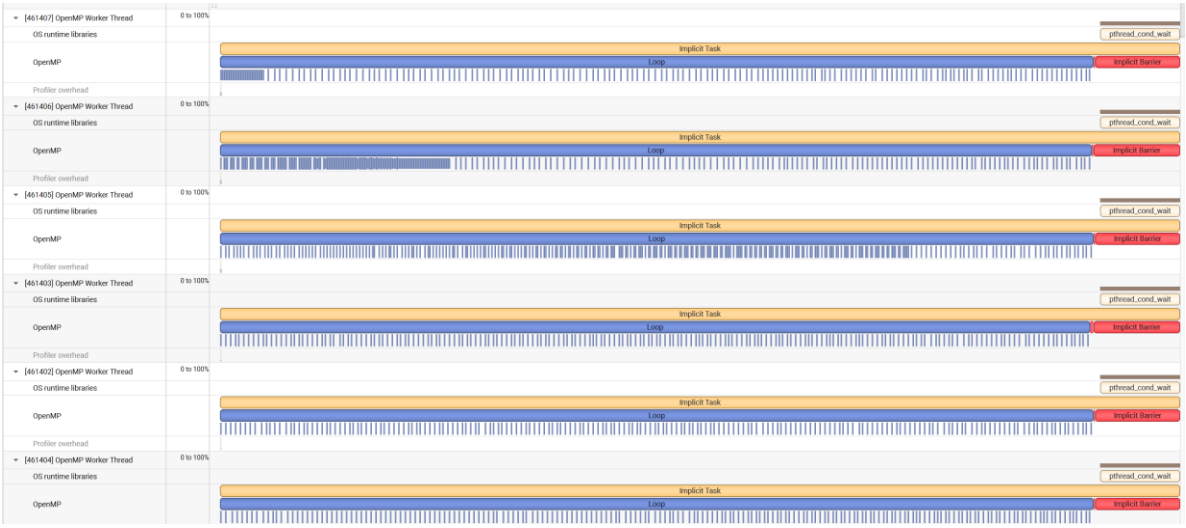

```
Rank 7: Thread 0(176459008) finished work in 6.649600 seconds
Rank 7: Thread 3(-361609152) finished work in 6.648657 seconds
Rank 7: Thread 2(-357406784) finished work in 6.646876 seconds
Rank 7: Thread 1(-353204416) finished work in 6.647547 seconds
Rank 6: Thread 0(832695552) finished work in 6.649226 seconds
Rank 6: Thread 3(291833920) finished work in 6.645881 seconds
Rank 6: Thread 1(300238656) finished work in 6.648138 seconds
Rank 6: Thread 2(296036288) finished work in 6.646955 seconds
Rank 4: Thread 0(-1121866496) finished work in 6.933603 seconds
Rank 4: Thread 3(-1663875008) finished work in 6.929179 seconds
Rank 4: Thread 2(-1659672640) finished work in 6.932425 seconds
Rank 4: Thread 1(-1655470272) finished work in 6.929907 seconds
Rank 3: Thread 0(2103725312) finished work in 6.906558 seconds
Rank 3: Thread 1(1575307072) finished work in 6.904106 seconds
Rank 3: Thread 2(1571104704) finished work in 6.905470 seconds
Rank 3: Thread 3(1566902336) finished work in 6.902949 seconds
Rank 5: Thread 0(-974869248) finished work in 6.918868 seconds
Rank 5: Thread 2(-1509587008) finished work in 6.916824 seconds
Rank 5: Thread 1(-1403480256) finished work in 6.917675 seconds
Rank 5: Thread 3(-1648007104) finished work in 6.916100 seconds
Rank 1: Thread 0(1054997760) finished work in 6.972562 seconds
Rank 1: Thread 3(377649216) finished work in 6.969602 seconds
Rank 1: Thread 1(520271680) finished work in 6.970353 seconds
Rank 1: Thread 2(516069312) finished work in 6.971555 seconds
Rank 2: Thread 0(-1996202752) finished work in 6.951147 seconds
Rank 2: Thread 1(1770374976) finished work in 6.949196 seconds
Rank 2: Thread 2(1766172608) finished work in 6.949842 seconds
Rank 2: Thread 3(1761970240) finished work in 6.946517 seconds
```

可看到(1)的分法因為 Mandelbrot set 的特性，可能連續 pixels 都是在 set 內的，導致 processes 間的 workload 非常不平均，load balance 很差；由於(2)每個 process 處理的 pixels 是散開的，比較不會有一次處理過多在 set 的 pixels，計算時間相近，代表充分利用每個 process，沒有 load balance 不好而造成某些 process underutilized 的情況。

threads 間的 load balance:

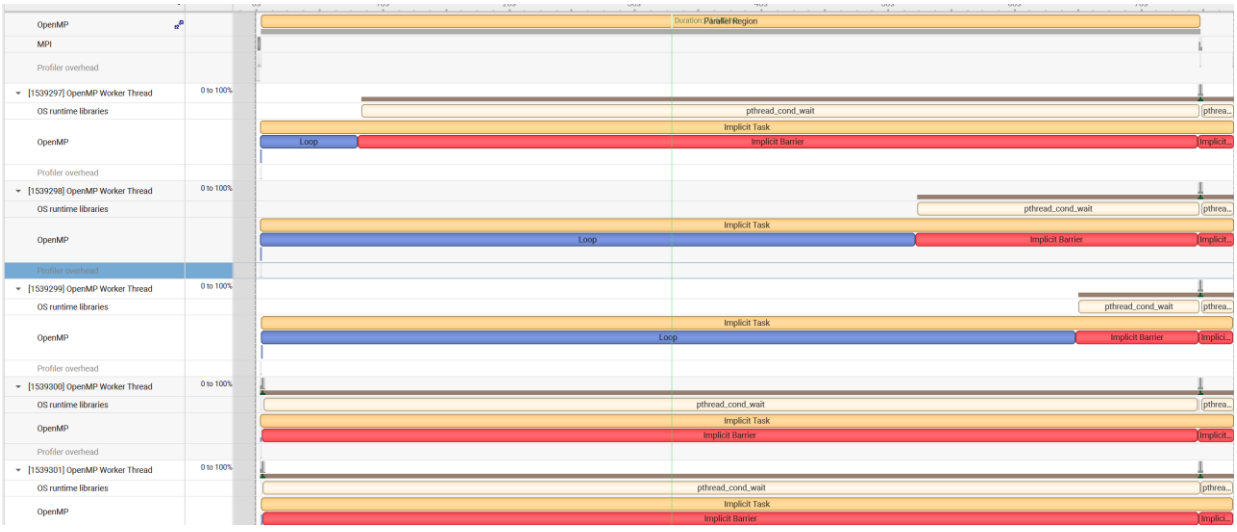
這裡我比較不同 omp schedule 下的 load balance，固定為-n1 -c8。

1. **dynamic schedule** with chunk_size=total_pixels/(num_threads*500):



藍色 loop 為一個 thread 執行計算 iterations 的總時長，下面細小的藍色區塊代表一個 iterations chunk，chunks 間越緊密代表計算時間短；chunk 後的空格越大就代表那個 chunk 計算較長，可能含有較多黑色沒發散的 pixels。可以看到將區塊切小並用 dynamic schedule 後，各 thread 的計算總時長相當，代表沒有 thread 算完就 idle 在那邊造成 bottleneck 的情況，thread 間的 load balance 佳。

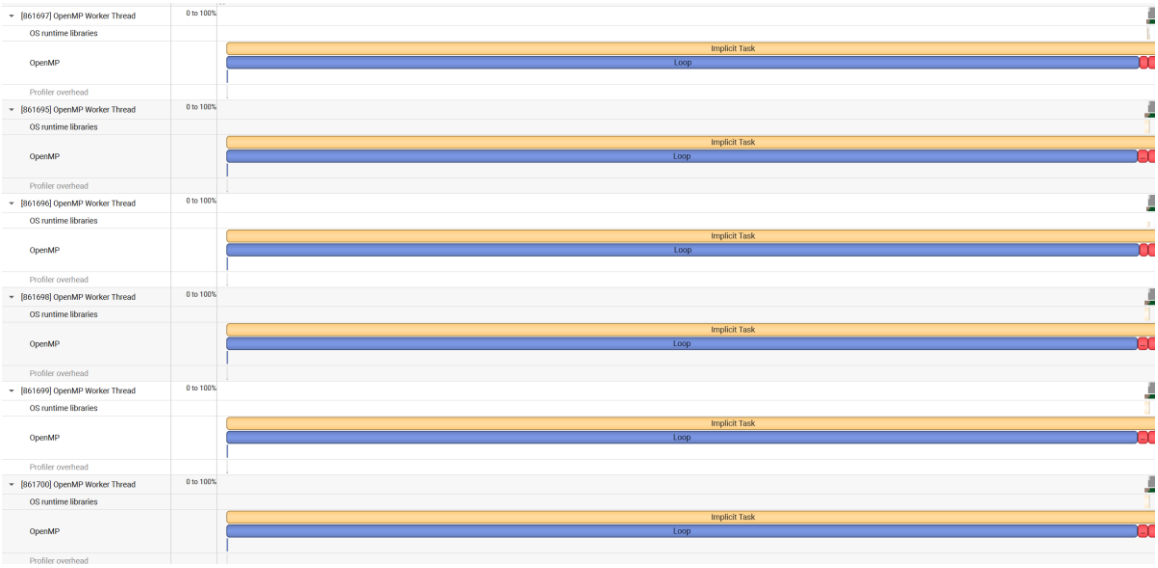
2. **dynamic schedule** with chunk_size=total_pixels/(num_threads) (等同於每個 thread 處理一個連續大 chunk，相當於 implementation thread 中的第一種分法):



可以看到有些 thread 的藍色 loop 條很短，代表很快就處理完了，但有些 thread 卻執行很長的時間，此方法 load balance 差，導致整個 program scale 的不好。

此方法在 process 為 1 的情況下 load balance 特別差，但如果有多個 processes 搭配 stride 的分法，即便 thread 一次處理一個大 chunk，其處理的 pixels 已是分散非連續的，load balance 不會太糟。

3. **static schedule** with chunk_size=total_pixels/(num_threads*500):

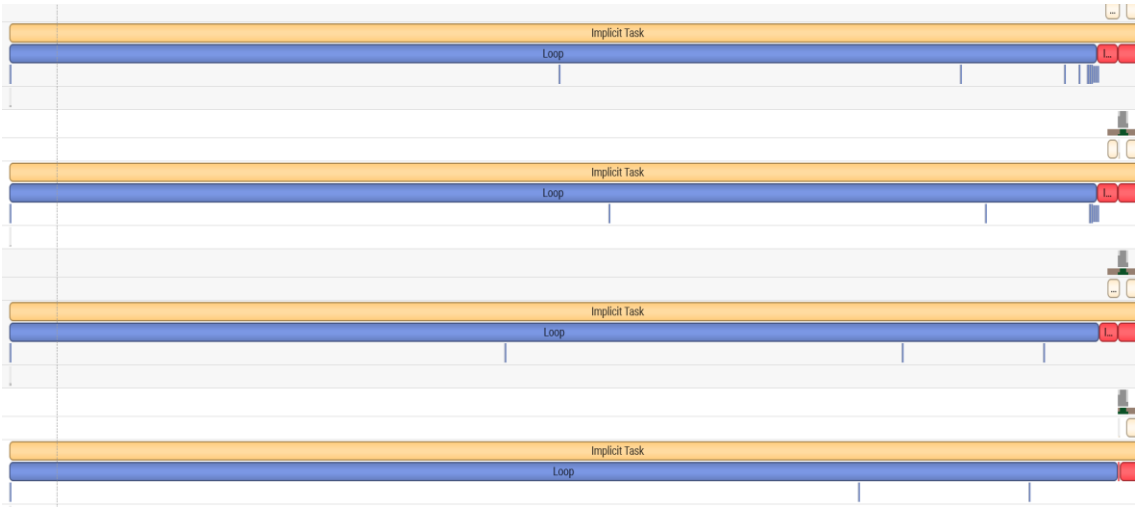


由於是 round robin 的方式去處理 chunk，每個 thread 處理的 iteration 數平均，load balance 沒有像 dynamic 那樣好(這裡 GUI 顯示每個 thread 只有處理一個 chunk，是因為雖然我們把 loop 切成許多小塊，但跟 dynamic 不同的是 static 每個 thread 分配到的 iterations 是固定的且連續執行的，沒有像 dynamic 那樣動態分配)。

4. **static schedule** with chunk_size = 1:

由於 chunk size 為 1 且為 round-robin，其實就是等同於 stride 的分法，load balance 好，但在 processes 已經採此分法的情況下，效益可能沒有 dynamic 搭配小 chunk_size 好。

5. **guided schedule**:



由於 guided 類似 dynamic，只是一開始 chunk size 較大再來漸漸 decay，可透過 GUI 看到 chunks 越來越密集(表示越來越快，代表 size 越來越小)，load balance 好，但有可能因為某些 threads 在 chunk_size 還很大時被分配到 workload 較大的 chunk，導致 load balance 仍有點不平均，略輸 dynamic。

Conclusion: process 間用 stride 的分法可以很好地分散 workload；threads 間用 static schedule 的話 chunk_size 對於 load balance 的影響不特別大；dynamic 雖然 load balance 較好，但可能會因為 chunk_size 設太大導致 load balance 差(如(2))或太小導致各 thread 一直進 critical section；guided 則是不用考慮 chunk_size 就可以達到接近 dynamic 的效果。

4. Experience & Conclusion

透過這次 Mandelbrot set 的作業，我深刻理解了在 multiple-processes 及 multi-threads 程式中 load balance 為影響 scalability 好壞的關鍵因素，這是在 HW1 的 Odd-even sort 沒體會到的，其中為了達到好的 load balance 而嘗試了不同的 workload 分配方式，像是 Pthread 中實作了 locking 機制來增加 thread 的使用率、Hybrid 中嘗試了不同的 OMP 寫法及 schedule，並透過實驗驗證了不同方法下的 load balance 差異，由於 threads 間是 shared memory，導致常遇到 race condition 需要 debug，其他還有學到透過 sse2 的 instruction 及 SIMD register 來實作 vectorization，又因其 debugging 較為困難，花了一些時間，另外還有一些遺憾的是最後程式的效率還是跟 scoreboard 上前幾名的同學有顯著的差異，代表程式仍有很大的優化空間。