

Matemáticas para las ciencias aplicadas III, Tarea I
Arteaga Vázquez Alan Ernesto, Almeida Rodríguez Jerónimo y
Sánchez Salgado Alma Rocío

1. Mardsen - Tromba | Sección 3.3

27. Suppose $f : \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbb{R}$ is C^2 , and that x_0 is a critical point for f . Suppose $Hf(x_0)(h) = h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + 4h_2h_3$. Does f have a local maximum, minimum, or saddle at x_0 ? **51.**

- (a) Let f be a C^1 function on the real line \mathbb{R} . Suppose that f has exactly one critical point x_0 that is a strict local minimum for f . Show that x_0 is also an absolute minimum for f ; that is, that $f(x) \geq f(x_0)$ for all x .
- (b) The next example shows that the conclusion of part (a) does not hold for functions of more than one variable. Let $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ be defined by

$$f(x, y) = -y^4 - e^{-x^2} + 2y^2 \sqrt{e^x + e^{-x^2}}$$

2. Mardsen - Tromba | Sección 3.4

26. An irrigation canal in Arizona has concrete sides and bottom with trapezoidal cross section of area $A = y(x + y \tan \theta)$ and wetted perimeter

$P = x + \frac{2y}{\cos \theta}$, where x = bottom width, y = water depth, and θ = side inclination, measured from vertical. The best design for a fixed inclination θ is found by solving $P = \text{minimum}$ subject to the condition $A = \text{constant}$. Show that $y^2 = \frac{A \cos \theta}{2 - \sin \theta}$

3. Hugues - Hallet | Sección 16.1

5. Figure 16,8 shows a contour plot of population density, people per square kilometer, in a rectangle of land 3 km by 2 km. Estimate the population in the region represented by Figure 16,8

Sea R el rectángulo y $f(x, y)$ la densidad poblacional en el punto (x, y) , la población está dada por $\int_R f(x, y) dA$. Si aproximamos la integral con sumas de Riemann usando la información de cada km por km, entonces podemos tomar la densidad en un punto y sumarlos. Vamos a dividir el eje y en dos partes y el eje x en tres, tenemos los puntos: $(0.5, 1.5)=500$, $(0.5, 0.5)=$

650, $(1.5, 1.5) = 450$, $(1.5, 0.5) = 200$, $(2.5, 1.5) = 100$ y $(2.5, 0.5) = 400$ por lo que la densidad por km cuadrado es la suma de estos valores

$$\int_R (x, y) dA \approx 500 + 450 + 100 + 650 + 200 + 400 = 2300$$

6-12 Decide (without calculation) whether the integrals are positive, negative, or zero. Let D be the region inside the unit circle centered at the origin, let R be the right half of D and let B be the bottom half of D

6. $\int_D dA$ Es positiva, la integral de $f(x, y) = 1$
7. $\int_R 5x dA$ La integral es positiva, tomemos en cuenta que es la mitad derecha del área total del círculo unitario, entonces toma x toma valores mayores a 0. La función siendo integrada es $f(x, y) = 5x$
8. $\int_B 5x dA$ B es una función simétrica respecto a x por lo que la integral se cancela: $f(x, y) = -f(-x, y)$ y el resultado es cero.
9. $\int_D (y^3 + y^5) dA$ D es simétrico respecto a y , por lo que la integral es cero también
10. $\int_B (y^3 + y^5) dA$ Los valores de la función con $y < 0$ (porque es la mitad de abajo del círculo) son negativos, por lo que la integral también lo es.
11. $\int_D (y - y^3) dA$ $f(x, y) = y - y^3$ es una función impar, y D es simétrica respecto a y por lo que la integral se cancela y es igual a cero
12. $\int_B (y - y^3) dA$ La función $f(x, y) = y - y^3$ es negativa en la región B ya que todos los valores de y en esa región son negativos, entonces tenemos que $|y^3| < |y|$ por lo que la integral es negativa.

4. Anton - Bivens - Davis | Sección 14.1

10. $\int_{\pi/2}^{\pi} \int_1^2 x \cos xy dy dx$ En nuestra herramienta de cálculo pusimos : $N[\text{Integrate}[x \text{ Cos}[x y], x, 1, 2, y, \text{Pi}/2, \text{Pi}]]$ y nos arroja :

$$\text{int}_{\pi/2}^{\pi} \int_1^2 x \cos xy dy dx = -\frac{4}{\pi} \approx -1.27324$$

28. Use the result in Exercise 27 to evaluate the integral

$$\int_0^{\ln 3} \int_{-1}^1 \sqrt{e^y + 1} \tan x dx dy$$

by inspection. Explain your reasoning **33**