

Математическое моделирование

Лабораторная работа № 1

Чилеше Лупупа

2026-02-19

Содержание (i)

Вводная часть

Теоретическая часть

Экспериментальная часть

Параметрический анализ

Итоговая часть

1. Вводная часть



Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическую интерпретацию

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическую интерпретацию
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическую интерпретацию
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести анализ влияния коэффициента роста α

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическую интерпретацию
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести анализ влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическую интерпретацию
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести анализ влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ динамику функции $u(t)$

Цель работы

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическую интерпретацию
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести анализ влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ динамику функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2

- Изучить модель экспоненциального роста и её математическую интерпретацию
- Получить аналитическое решение дифференциального уравнения
- Провести анализ влияния коэффициента роста α
- Проанализировать:
 - ▶ динамику функции $u(t)$
 - ▶ зависимость времени удвоения T_2
 - ▶ особенности вычислительных затрат

Задание

- Рассмотреть модель экспоненциальной динамики

Задание

- Рассмотреть модель экспоненциальной динамики
- Исследовать её математическое описание

Задание

- Рассмотреть модель экспоненциальной динамики
- Исследовать её математическое описание
- Провести серию вычислительных экспериментов при различных значениях α

Задание

- Рассмотреть модель экспоненциальной динамики
- Исследовать её математическое описание
- Провести серию вычислительных экспериментов при различных значениях α
- Представить результаты в виде графиков

2. Теоретическая часть



Процесс экспоненциального изменения описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u — исследуемая величина (популяция, капитал, объём и др.)

Процесс экспоненциального изменения описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – исследуемая величина (популяция, капитал, объём и др.)
- t – время

Процесс экспоненциального изменения описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – исследуемая величина (популяция, капитал, объём и др.)
- t – время
- α – параметр роста

Процесс экспоненциального изменения описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – исследуемая величина (популяция, капитал, объём и др.)
- t – время
- α – параметр роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – рост

Процесс экспоненциального изменения описывается уравнением:

$$\frac{du}{dt} = \alpha u$$

Обозначения:

- u – исследуемая величина (популяция, капитал, объём и др.)
- t – время
- α – параметр роста
 - ▶ $\alpha > 0$ – рост
 - ▶ $\alpha < 0$ – спад

Общее решение уравнения:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Время удвоения определяется выражением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Свойства модели:

- увеличение α усиливает скорость роста

Общее решение уравнения:

$$u(t) = u_0 e^{\alpha t}$$

Время удвоения определяется выражением:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha} \approx \frac{0.693}{\alpha}$$

Свойства модели:

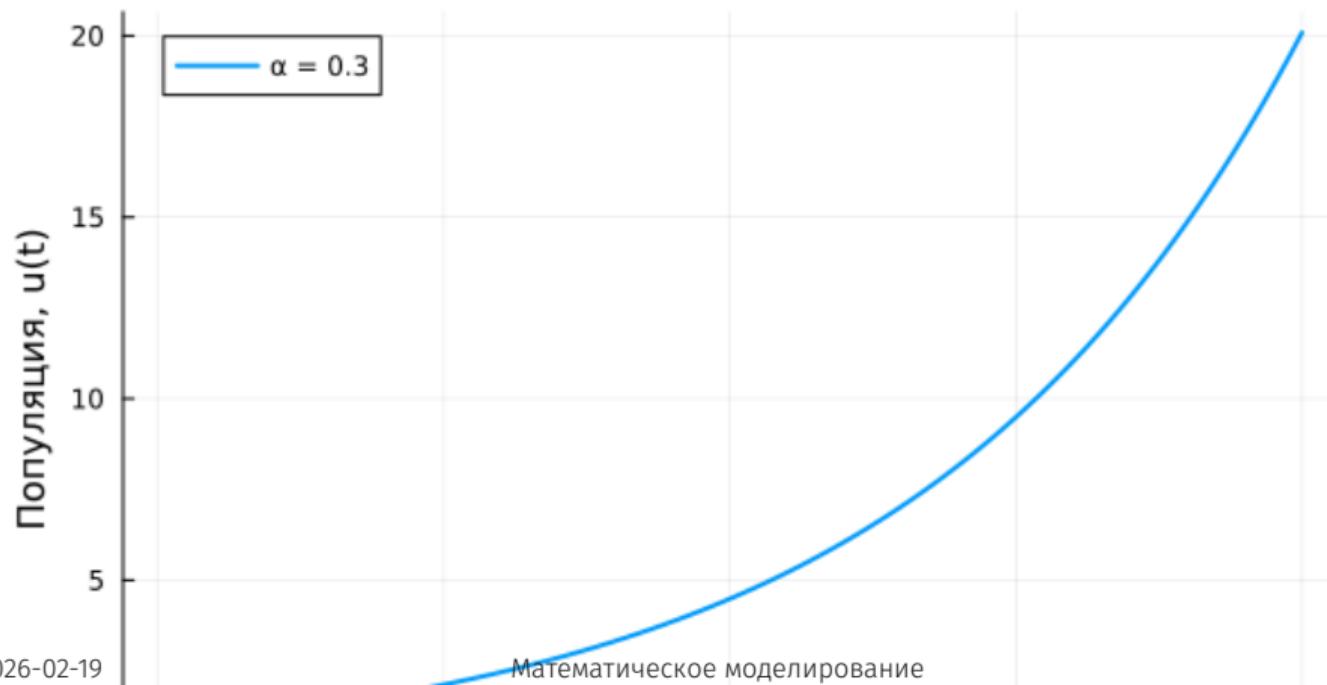
- увеличение α усиливает скорость роста
- время удвоения обратно пропорционально α

3. Экспериментальная часть

Базовый расчёт ($\alpha = 0.3$)

- Выполнено моделирование при фиксированном значении коэффициента

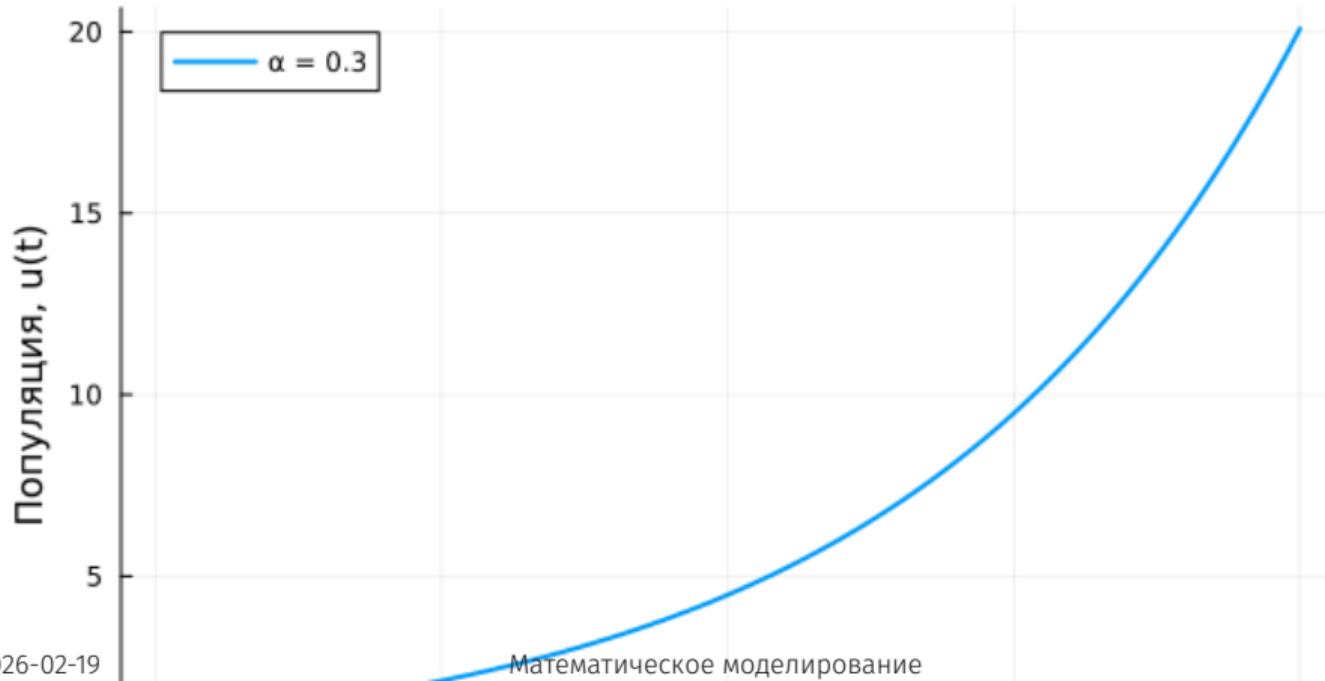
Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



Базовый расчёт ($\alpha = 0.3$)

- Выполнено моделирование при фиксированном значении коэффициента
- График отражает ускоряющийся характер изменения функции

Экспоненциальный рост (базовый эксперимент)



4. Параметрический анализ

Влияние коэффициента роста

- Рассмотрены значения:



Влияние коэффициента роста

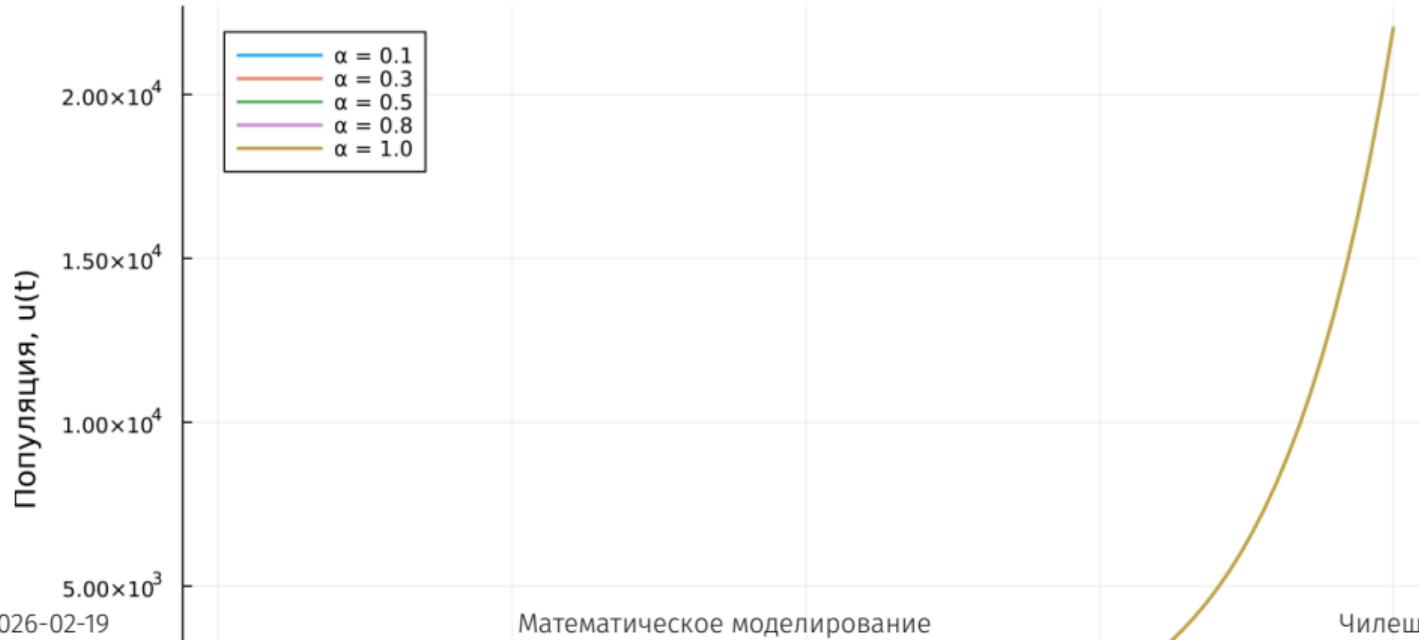
- Рассмотрены значения:
 - $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$



Влияние коэффициента роста

- Рассмотрены значения:
 - ▶ $\alpha = 0.1, 0.3, 0.5, 0.8, 1.0$
- С увеличением α кривая становится более крутой

Параметрическое исследование: влияние α на рост



Формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

- Численные результаты подтверждают теоретическую зависимость

Зависимость времени удвоения от α



Формула:

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\alpha}$$

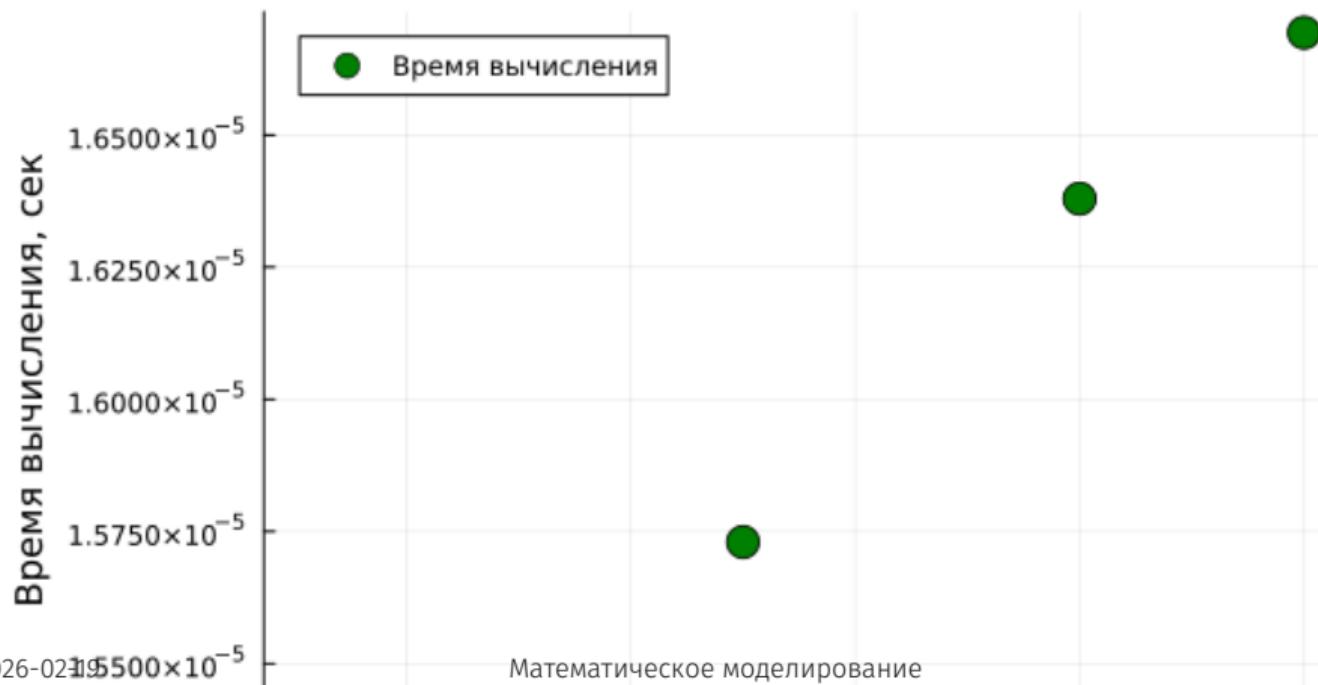
- Численные результаты подтверждают теоретическую зависимость
- При больших α период удвоения сокращается

Зависимость времени удвоения от α



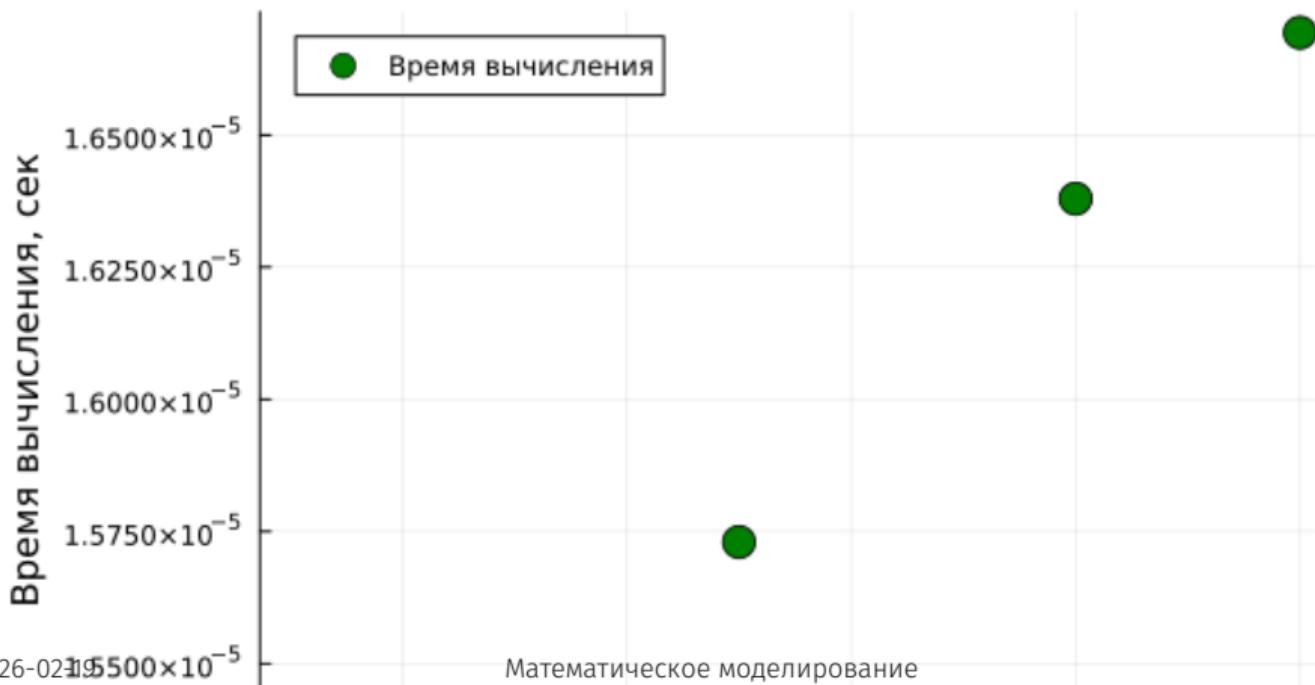
- Оценена длительность расчётов при разных α

Зависимость времени вычисления от α



- Оценена длительность расчётов при разных α
- Существенной зависимости не обнаружено

Зависимость времени вычисления от α



5. Итоговая часть

- Экспериментальные данные согласуются с аналитическим решением

- Экспериментальные данные согласуются с аналитическим решением
- Рост параметра α приводит к:

- Экспериментальные данные согласуются с аналитическим решением
- Рост параметра α приводит к:
 - ▶ ускорению динамики

- Экспериментальные данные согласуются с аналитическим решением
- Рост параметра α приводит к:
 - ▶ ускорению динамики
 - ▶ уменьшению времени удвоения

- Экспериментальные данные согласуются с аналитическим решением
- Рост параметра α приводит к:
 - ▶ ускорению динамики
 - ▶ уменьшению времени удвоения
 - ▶ незначительному увеличению вычислительных затрат