

電機システム制御特論 レポート課題

Assignment(2016/06/03)

九州工業大学大学院 工学府

機械知能工学専攻 知能制御工学コース

所属： 西田研究室

学籍番号： 16344217

提出者氏名： 津上 祐典

平成 28 年 6 月 10 日

目 次

1	問題	1
2	DC モータの特性	1
3	I-PD 制御	3
3.1	I-PD 制御の原理	3
3.2	I-PD 制御による制御系の設計	5
3.3	シミュレーションと考察	6
4	IMC(Internal Model Contorl) 法	8
4.1	IMC の原理	8
4.2	IMC 法による PID コントローラの設計	10
4.3	シミュレーションと考察	11
5	まとめ	14
	参考文献	14

1 問題

以下に示す特性を持つ DC モータの速度制御系を少なくとも 2 つの方法で設計せよ.

表 1. DC モータのパラメータ

名称 [単位]	記号	数値
定格電力 [kW]	P	150
定格電圧 [V]	V	450
電機子抵抗 [Ω]	R_a	0.15
電機子インダクタンス [H]	L_a	0.003
慣性モーメント [kgm^3]	J	10
誘起電圧定数 [$\text{V}\cdot\text{s}/\text{rad}$]	K_E	8.50
トルク定数 [Nm/A]	K_T	8.50
基底速度 [rpm]	ω	500

2 DC モータの特性

はじめに, 本レポートで用いる DC モータのブロック線図を図 1 に示す.

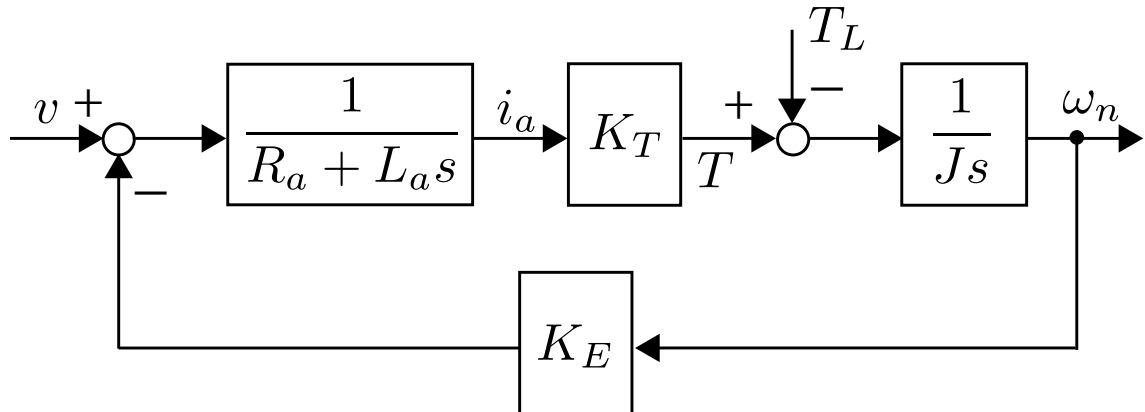


図 1. DC モータのブロック線図

はじめに，図 1 に示す DC モータのモデルの伝達特性を導出する．図 1 より

$$\Omega_m(s) = \frac{1}{Js} \left\{ \frac{K_T}{R_a + L_a s} (V - K_E \Omega_m) - T_L \right\} \quad (1)$$

と表され，式変形すると，

$$\begin{aligned} \left(Js + \frac{K_T K_E}{R_a + L_a s} \right) \Omega_m(s) &= \frac{K_T}{R_a + L_a s} - T_L \\ \Omega_m(s) &= \frac{K_T}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E} - \frac{R_a + L_a s}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E} T_L \\ \Omega_m(s) &= \frac{\frac{1}{K_E}}{\frac{JL_a}{K_T K_E} s^2 + \frac{JR_a}{K_T K_E} s + 1} - \frac{\frac{R_a + L_a s}{K_T K_E}}{\frac{JL_a}{K_T K_E} s^2 + \frac{JR_a}{K_T K_E} s + 1} T_L \end{aligned} \quad (2)$$

となる．(2) 式において

$$\begin{cases} T = \sqrt{\frac{L_a J}{K_E K_T}} \\ \zeta = \frac{R_a}{2} \sqrt{\frac{J}{K_E K_T L_a}} \\ K = \frac{1}{K_E} \end{cases} \quad (3)$$

とおくと，負荷を含まない DC モータ単体の入出力伝達関数 $P(s)$ は，

$$P(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1} \quad (4)$$

となる [1]．

3 I-PD制御

本節ではI-PD制御によるDCモータの速度制御系を設計する。

3.1 I-PD制御の原理

はじめにI-PD制御の原理について説明する．一般的なPID制御系の構造は直列補償型であるのに対してI-PD制御系の構造は直列補償＋フィードバック補償型である．PID制御系に目標値としてステップ関数が入力されたとき，制御入力 u は微分要素によってデルタ関数を含む形になる．これは微分キックと呼ばれ，システム機器が危険な状態になる可能性がある．これを避けるためにPIDコントローラの微分要素をフィードバックパスに移動させた制御系をPI-D制御系と呼ぶ．さらに，ステップ状の制御入力を避けるために比例要素をフィードバックパスに移動させた制御系が本節で取り扱うI-PD制御系である．I-PD制御は比例微分先行型PID制御とも呼ばれる．I-PD制御系の特徴としてPID制御系より目標値への追従が遅い，また，速応性を上げ過ぎると制御系が不安定になる場合があることが挙げられる [2, 3, 3, 4, 5]．図2にI-PD制御系のブロック線図を示す．ここで，

$$\frac{K_i}{s} = \frac{K_p}{T_i s} \quad , \quad F(s) = K_p(1 + T_d s) \quad (5)$$

とおくと，図2は図3(a)のように表せる．図3(b)に示すようなI-PD制御系の伝達関数と等し

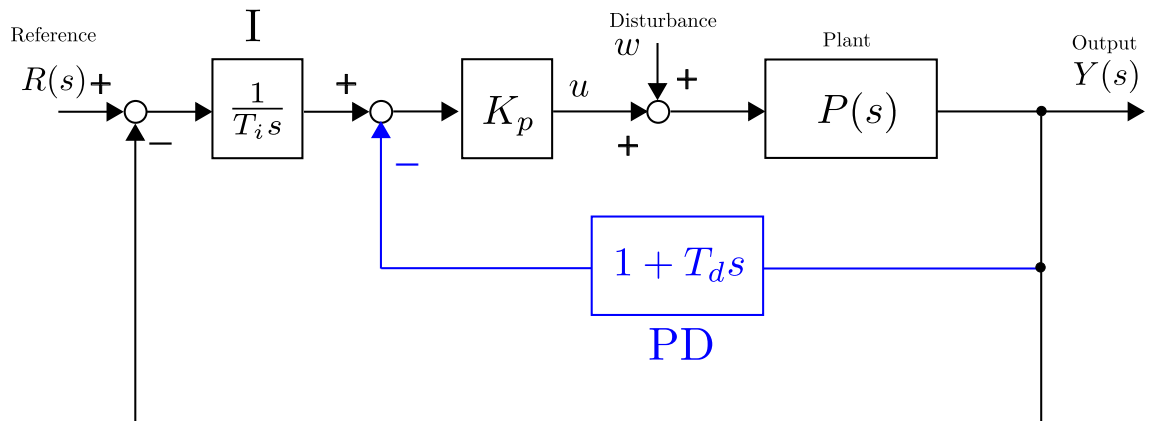
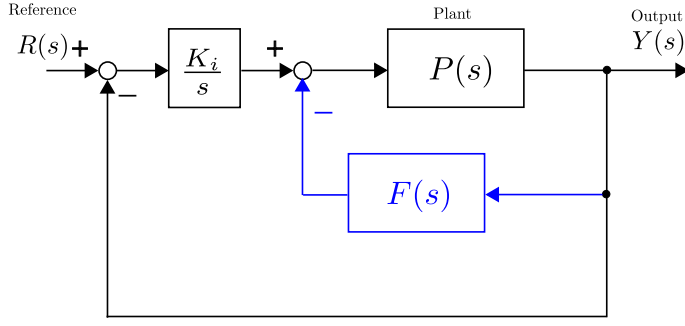
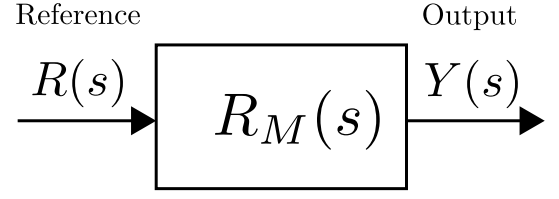


図 2. I-PD 制御系



(a) I-PD 制御系



(b) 参照モデル

図 3. I-PD 制御系の設計

い参照モデル $R_M(s)$ を決定する．3 次の参照モデル $R_M(s)$ は，

$$R_M(s) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 \sigma s + \alpha_2 (\sigma s)^2 + \alpha_3 (\sigma s)^3} \quad (6)$$

と表現できる．ただし， σ はタイムスケールを表す．また， $R_M(s)$ の係数 $\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{1, 1, 0.5, 0.15\}$ と北森は推薦している [3]．ここで図 3(a) より $R(s), Y(s)$ の関係を求めると，

$$Y(s) = P(s) \left\{ \frac{K_i}{s} (R(s) - Y(s)) - F(s) Y(s) \right\} \quad (7)$$

となる．すると伝達関数 $T(s)$

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_i}{s} P(s)}{1 + P(s) \left(\frac{K_i}{s} + F(s) \right)} = \frac{1}{1 + \frac{s}{K_i} \left(\frac{1}{P(s)} + F(s) \right)} \quad (8)$$

を得る．ここでプラント $P(s)$ が 2 次系で

$$P(s) = \frac{1}{\beta(s)} = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 s^2} \quad (9)$$

と表現されるとき，I-PD コントローラのパラメータは，

$$\begin{aligned} T(s) &= R_M(s) \\ \frac{1}{1 + \frac{s}{K_i} \left(\beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 s^2 + K_p + K_p T_d s \right)} &= \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 \sigma s + \alpha_2 (\sigma s)^2 + \alpha_3 (\sigma s)^3} \\ \frac{1}{1 + \frac{\beta_0 + K_p}{K_i} s + \frac{K_p T_d + \beta_1}{K_i} s^2 + \frac{\beta_2}{K_i} s^3} &= \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 \sigma s + \alpha_2 (\sigma s)^2 + \alpha_3 (\sigma s)^3} \end{aligned} \quad (10)$$

より決定できる．

3.2 I-PD 制御による制御系の設計

次に、先ほど説明した I-PD 制御を用いて DC モータの速度制御系を設計する．はじめに、参照モデル $R_M(s)$ 中の $\sigma = 1, 2, 3$ としたときの場合のステップ応答を図 4 に示す．ただし、 $\alpha_i (i = 0, 1, 2, 3)$ は北森の推薦する $\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{1, 1, 0.5, 0.15\}$ を用いた．図 4 より、最も即応性の高い $\sigma = 1$ を採用した．次に、 $\sigma = 1$ のときの (9) 式の $\beta_i (i = 0, 1, 2)$ を具体的に計算すると、

$$\begin{cases} \beta_0 = \frac{1}{K} = K_E = 8.50 \\ \beta_1 = \frac{2\zeta T}{K} = \frac{R_a J}{K_T} = \frac{3}{17} \\ \beta_2 = \frac{T^2}{K} = \frac{L_a J}{K_T} = \frac{3}{850} \end{cases} \quad (11)$$

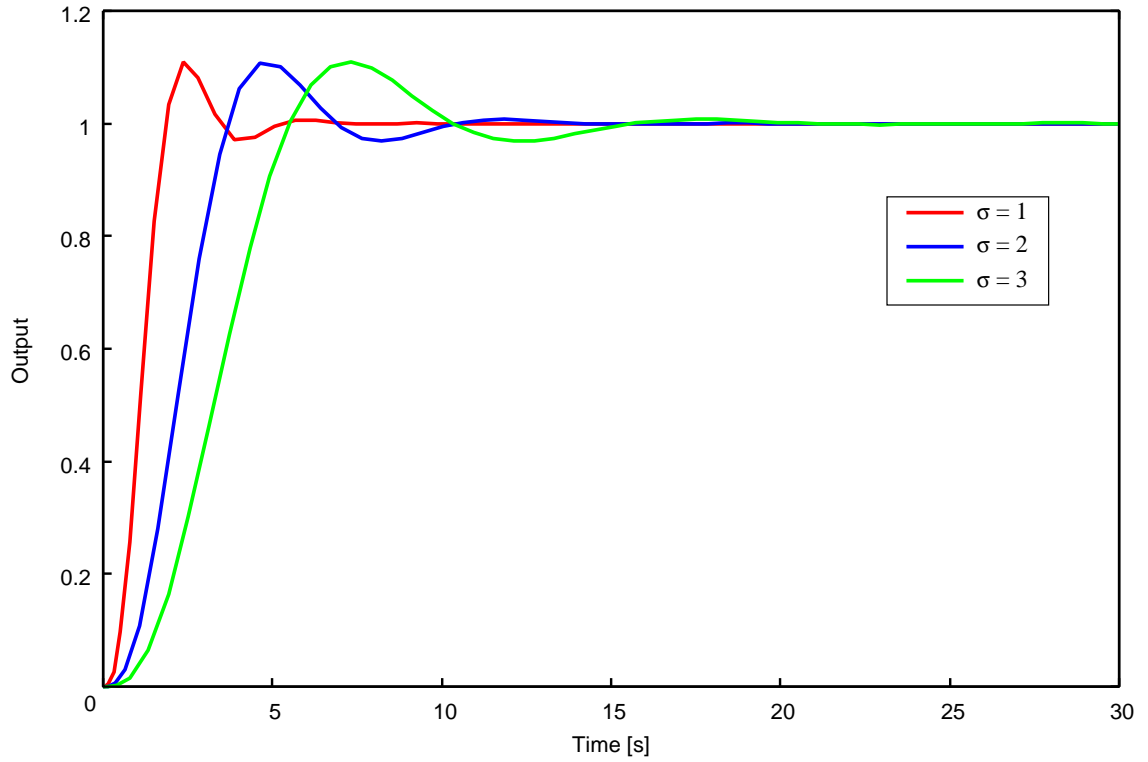


図 4. 参照モデル $R_M(s)$ のステップ応答

となる．これらを (10) 式に代入し，係数比較によりコントローラのパラメータである

$$\begin{cases} K_p = -\frac{1441}{170} \\ T_d = \frac{28}{1441} \\ K_i = \frac{2}{85} \end{cases} \quad (12)$$

を得る．

3.3 シミュレーションと考察

I-PD 制御を用いた DC モータの速度制御系を構成し，MATLAB/simulink でシミュレーションを行った．DC モータを I-PD 制御したときのステップ応答と参照モデル $R_M(s)$ のステップ応答の比較をしたものを図 5 に示す．また，負荷トルク T_L を考慮し，シミュレーションしたものを図 6 に示す．ただし，目標値は 500[rpm] とし，時間 10[sec] の時，負荷トルクしてトルク定数に電機子電流 ($i_a = P/v$) を掛けた値 $T_L = 2833.3[\text{Nm}]$ をステップ状外乱として与えた [1]．

図 5 を見ると I-PD 制御を行った場合の応答は参照モデルの応答より行き過ぎ量が多いが目標値に共に収束しており，同等の応答の波形であることがわかる．行き過ぎ量は係数 α_i を望ましいステップ応答形状に応じて適宜変更することで抑えることが出来るのではないかと考えられる [6]．また，図 6 より時間 10[sec] 時に負荷トルクを与えるとモータの回転速度が逆方向に約 1400[rpm] になり，基底速度を大幅に超えており，モータが破壊する可能性があると考えられる．さらに，負荷トルクが与えられてから目標値に収束するまで 10[sec] 以上要している．したがって，I-PD 制御系は外乱にロバストでないと考えられる．

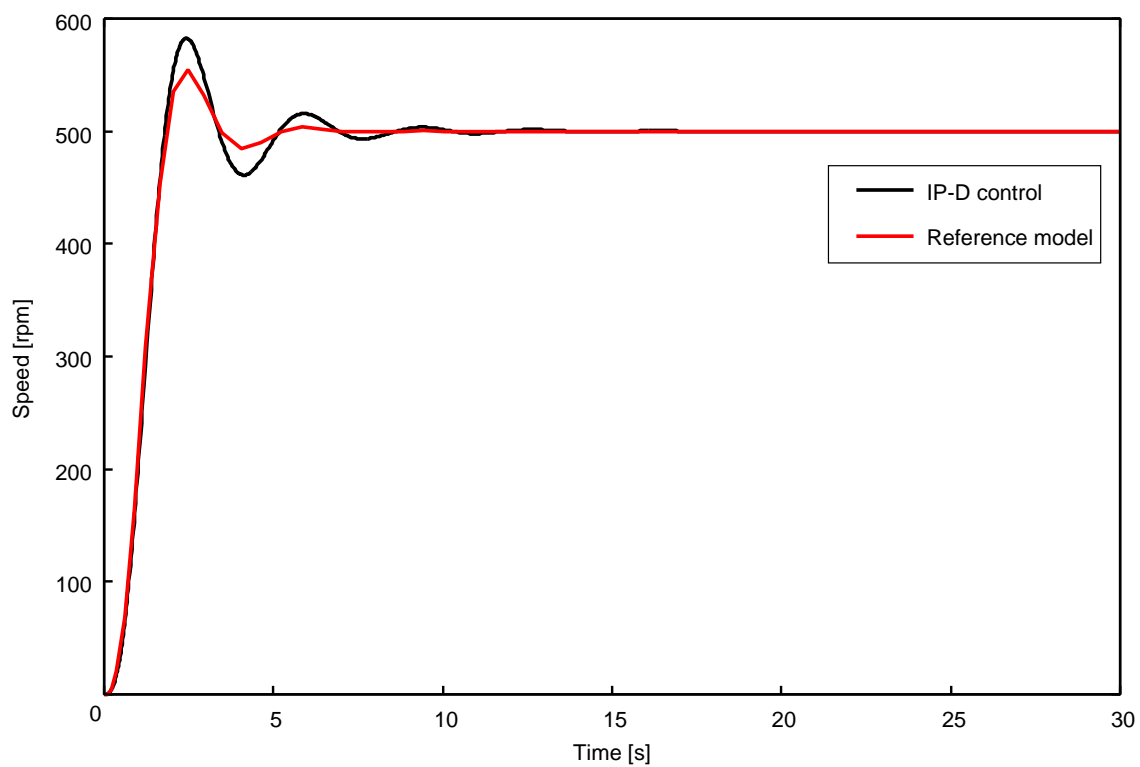


図 5. I-PD 制御したときのステップ応答と参照モデル $R_M(s)$ のステップ応答の比較

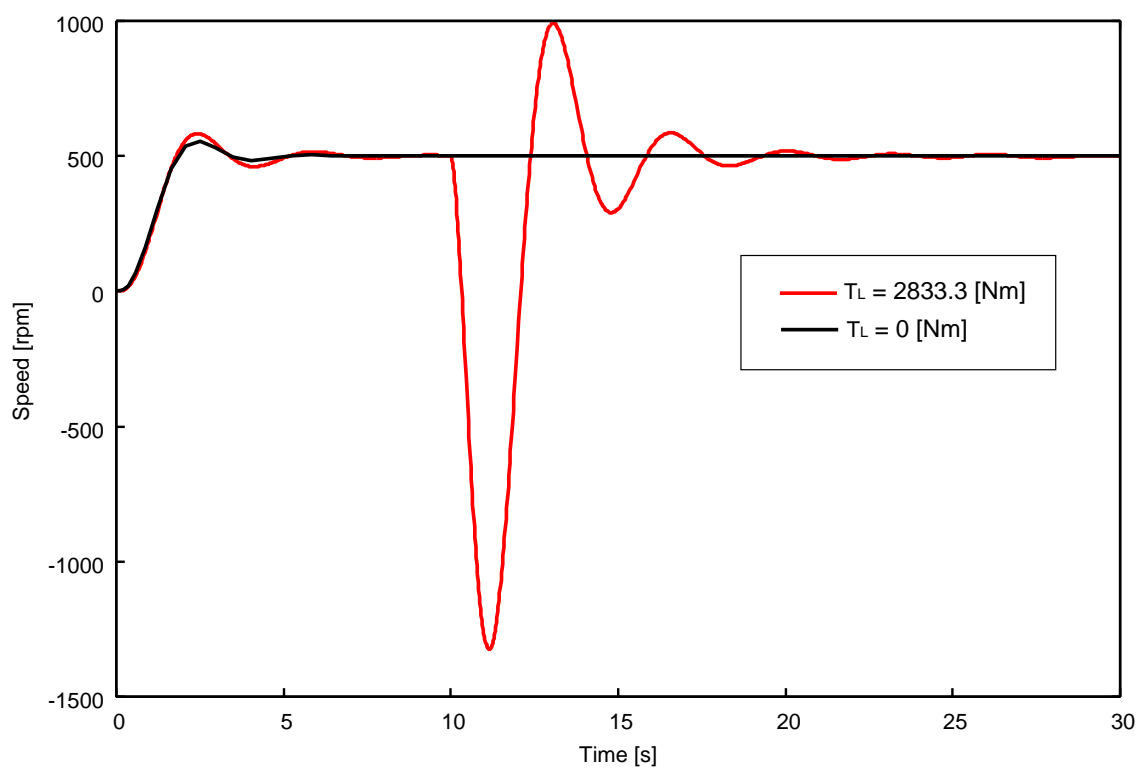


図 6. I-PD 制御したときのステップ応答（負荷トルク $T_L = 2833.3[\text{Nm}]$ ）

4 IMC(Internal Model Control) 法

本節ではIMC(Internal Model Control) 法を用いて DC モータの速度制御系を設計する。IMC 法（内部モデル制御法）は適切なフィルタを選ぶことで簡単に安定な制御系を設計できる手法である。

4.1 IMC の原理

まず、IMC 法の原理について説明する。図7にフィードフォワード制御系のブロック線図を示す。ここで、コントローラ $Q(s)$ がプラントのモデル $P(s)$ の逆数と等価であるとき、出力 $Y(s)$ は、入力を $R(s)$ とすると、

$$Y(s) = P(s)Q(s)R(s) = P(s)P^{-1}(s)R(s) = R(s) \quad (13)$$

となる。つまり、出力 $Y(s)$ は入力 $R(s)$ と等しくなる。つまり、入力の値がそのまま出力する。これがIMC 法の原理であり、コントローラはプラントのモデルの情報を含む形になる。図8にIMC 法を用いた制御系のブロック線図を示す。ここで $P_n(s)$ はプラントのノミナルモデルである。プラントのモデルを正確に同定することは難しいので、ノミナルモデルの出力とプラントモデルの出力の差分をフィードバックすることで差分を補っている構造である。もし、ノミナルモデルがプラントのモデルと完全に一致（つまり $P_n(s) = P(s)$ ）しているなら、プラントの出力とノミナルモデルの出力は等しくなる。したがって、図7に示すフィードフォワード制御系と等価になる。コントローラはプラントのモデルの逆数であることが望ましいが、場合によって、複素平面の右半面に位置する零点、もしくはむだ時間要素を持つシステムである非最小位相（NMP）系になる可能性がある。プラントのモデルの逆数は制御系のパフォーマンスに影響してくる。このような場合の改善策として以下の3点が挙げられる。

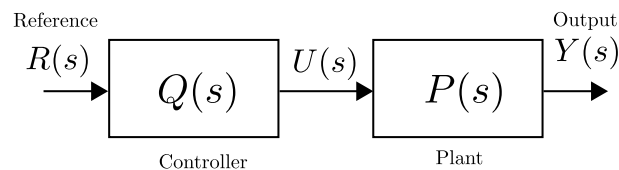


図 7. フィードフォワード制御系

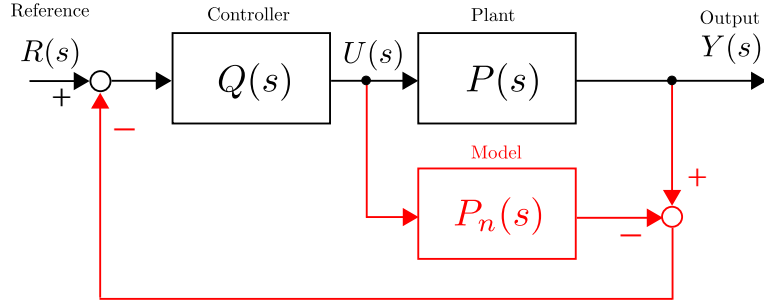


図 8. IMC 法を用いた制御系

- プラントにむだ時間要素を含む場合， $P^{-1}(s)$ はコントローラとして使えないので $P^{-1}(s)$ からむだ時間要素を取り除けば良い（無視すれば良い）．
- プラントに複素平面の右半面に位置する零点を持つ場合， $P^{-1}(s)$ は不安定である．この場合は，この零点を取り除き，零点を含むような全域通過関数（all-pass function）を構成すれば良い．例として， $P_n(s)$ に $s = 4$ という複素平面の右半面に位置する零点を持つ場合， $P_n(s)$ に $(s + 4)/(s - 4)$ を掛ける．すると全域通過関数は $(s + 4)/(s - 4)$ となる．
- $P(n)$ が厳密にプロパーで， $P^{-1}(s)$ がプロパーでない場合，IMC フィルターと呼ばれるローパスフィルタを追加すれば良い．

上述した3つ目の場合におけるコントローラの設計に関して考える．プラントのノミナルモデル $P_n(s)$ は最小位相（Minimum Phase）部 $P_{nM}(s)$ と全域通過（all-pass）部 $P_{nA}(s)$ に分解できる．

$$P_n(s) = P_{nM}(s)P_{nA}(s) \quad (14)$$

ここで $P_{nA}(s)$ はむだ時間要素もしくは複素平面の右半面に位置する零点をもつ伝達関数である．ここで，IMC フィルタ（ローパスフィルタ）は以下の式で与えられる．

$$F(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^n} \quad (15)$$

したがってコントローラ $Q(s)$ は

$$Q(s) = P_{nM}^{-1}(s)F(s) \quad (16)$$

となる．また，図8に示したIMCを用いる制御系は図9に示すような等価変形することが出来る．図9(b)中のコントローラ $C(s)$ は，

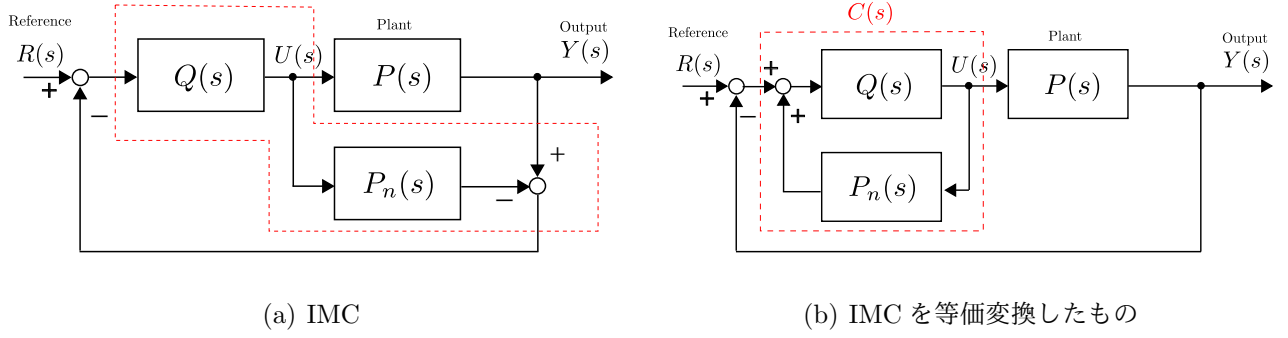


図 9. IMC の等価変換

$$C(s) = \frac{Q(s)}{1 - P_n(s)Q(s)} \quad (17)$$

となる．

4.2 IMC 法による PID コントローラの設計

次に、先ほど説明した IMC 法を用いて DC モータの速度制御系を設計する．ここではノミナルモデルはプラントと等しい、つまり $P(s) = P_n(s)$ である．また、ノミナルモデルは最小位相系である、つまり $P_n(s) = P_{nM}(s)$ であると仮定する．すると、IMC コントローラ $Q(s)$ は (4),(16) 式より

$$Q(s) = P_{nM}^{-1}(s)F(s) = P^{-1}(s)F(s) = \frac{T^2s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K}F(s) \quad (18)$$

となる．ここで一次 ($n = 1$) の IMC フィルタ $F(s)$ を考えると、(15) 式より $F(s)$ は

$$F(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad (19)$$

となる．以上より、IMC コントローラ $Q(s)$ は

$$Q(s) = \frac{T^2s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K(\lambda s + 1)} \quad (20)$$

となる．したがって，一般のフィードバックコントローラ $C(s)$ は

$$\begin{aligned}
C(s) &= \frac{Q(s)}{1 - P_n(s)Q(s)} \\
&= \frac{\frac{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K(\lambda s + 1)}}{1 - \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1} \frac{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K(\lambda s + 1)}} \\
&= \frac{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K\lambda s} \\
&= \frac{2\zeta T}{K\lambda} \left(1 + \frac{1}{2\zeta Ts} + \frac{T}{2\zeta} s \right)
\end{aligned} \tag{21}$$

となる．(21) 式は PID コントローラの式

$$C_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \tag{22}$$

と等価であるとみなせる．(21),(22) 式を係数比較することによって，

$$K_p = \frac{2\zeta T}{K\lambda} \quad , \quad T_i = 2\zeta T \quad , \quad T_d = \frac{T}{2\zeta} \tag{23}$$

を得る． λ の値を任意に 3 つ決定し，(23) 式に具体的な値を代入したものを表 2 に示す．

4.3 シミュレーションと考察

IMC 法を用いて決定した PID コントローラを用いて DC モータの速度制御系を構成し，MATLAB/simulink でシミュレーションを行った．このときのシミュレーション結果を図 10 に示す．また，負荷トルク T_L を考慮し，シミュレーションしたものを図 11 に示す．ただし，目標値は 500[rpm] とし，時間 10[sec] の時，負荷トルクしてトルク定数に電機子電流 ($i_a = P/v$) を掛けた値 $T_L = 2833.3[\text{Nm}]$ をステップ状外乱として与えた [1]．図 10 を見ると λ の値が小さければ小さいほど早く目標値に収束していることがわかる．即応性を高くするには IMC フィルタの λ

表 2. IMC 法を用いて決定した PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
$\lambda = 0.1$	1.765	0.020761	0.02
$\lambda = 0.2$	0.88235	0.020761	0.02
$\lambda = 0.5$	0.35294	0.020761	0.02

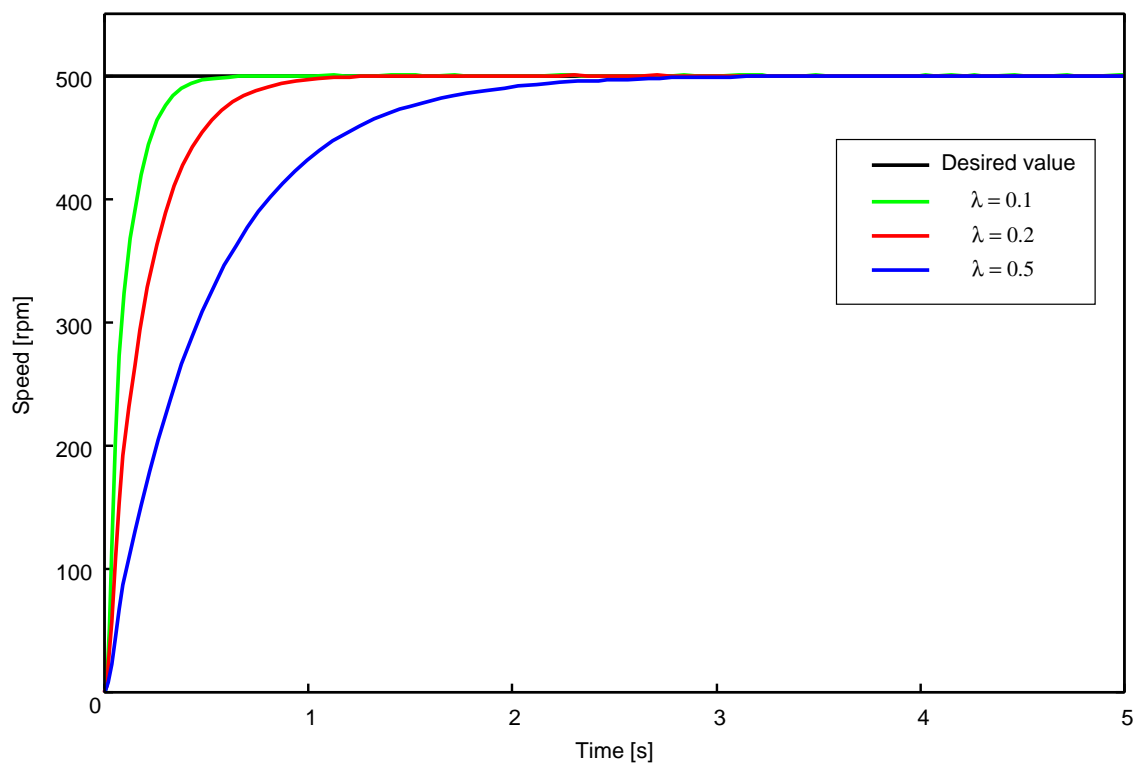


図 10. IMC 法で $\lambda = 0.1, 0.2, 0.5$ として設計したシステムのステップ応答

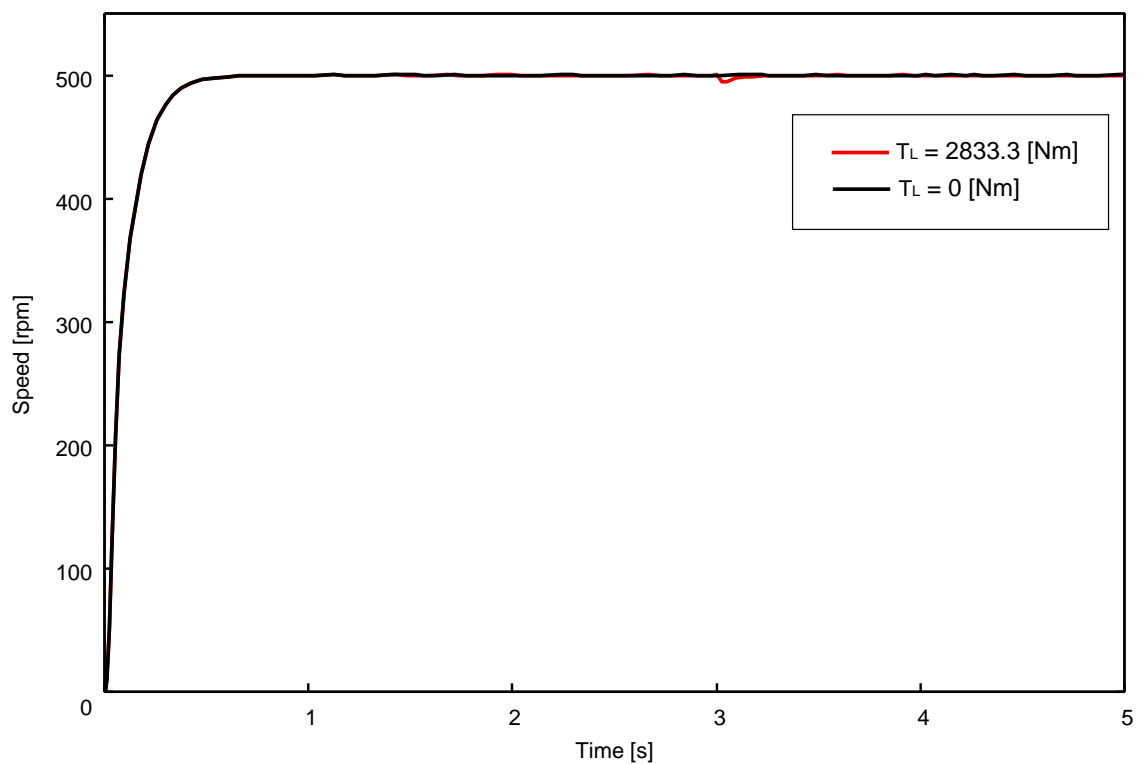


図 11. IMC フィルタの係数 $\lambda = 0.1$ としたときのステップ応答 (負荷トルク $T_L = 2833.3$ [Nm])

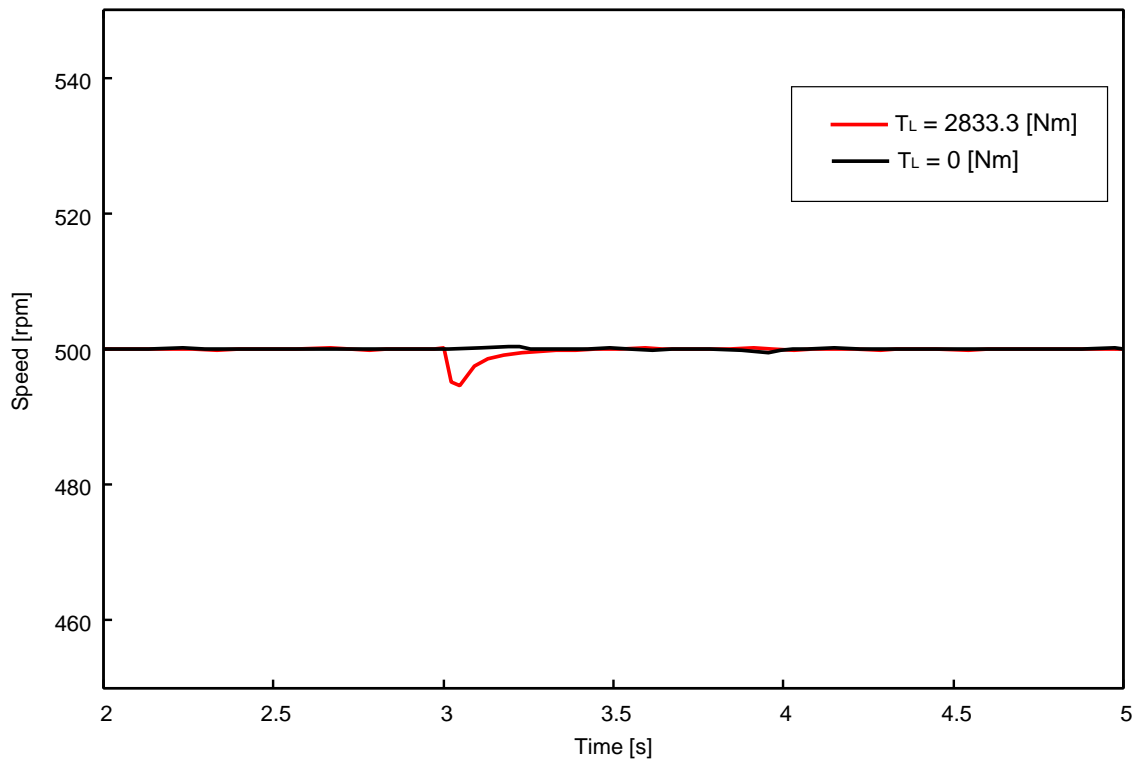


図 12. 図 11 の拡大図

を小さくすれば良いと考えられる。しかし，早く目標値に収束するためには，大きなトルクを出力しなければならないので，出力トルクがモータの定格トルクを超え，モータが破壊しないように適切に λ を設定する必要があると考えられる。また，IMC 法はプラントのモデルの同定精度によって大きく制御系の性能が変わってくる。プラントのモデルを精度よく同定さえすれば IMC フィルタの λ を調節すれば良いので制御系を容易に構成できると考えられる。また，図 10,11 を見ると負荷トルクを加えたとき，モータは逆方向に約 495[rpm] の速度で回転し目標値へ収束している。4.3 節でシミュレーションした I-PD 制御系と比較すると明らかに IMC 法によって設計した制御系の応答の方が負荷トルク（外乱）の影響が少なく目標値への収束が速い。よって IMC 法によって設計された制御系は外乱にロバストであると考えられる。

5 まとめ

I-PD 制御，内部モデル制御を用いて DC モータの速度制御系を設計し，シミュレーションを行った．I-PD 制御系は参照のモデルの決め方に制御系のパフォーマンスが大きく影響され，外乱にロバストでないことがわかった．また，IMC 法は IMC フィルタの係数 λ を調節することで速応性を決めることができ，外乱にロバストであることがわかった．

参考文献

- [1] 坂本哲三，”電気機器の電気力学と制御”，森北出版，pp.164-181，2007.
- [2] T.Sakamoto, ”Lecture Notes of Advanced Electrical Drive Control System”, 2016.
- [3] 北森俊行，”最適な制御系設計法と各種制御方式の基礎・理論・応用の実際”，アイ・エヌ・ジー，pp.221-230，1993.
- [4] 川田昌克，西岡勝博，”MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学”，森北出版，2001.
- [5] 足立修一ら，”制御の事典”，朝倉書店，2015.
- [6] 北森俊行，”IP-D 制御方式の原理と設計法”，システム/制御/情報，Vol.42，No.1，pp.7-17，1998.