

電機システム制御特論 レポート課題

Assignment(2016/06/03)

九州工業大学大学院 工学府

機械知能工学専攻 知能制御工学コース

所属： 西田研究室

学籍番号： 16344217

提出者氏名： 津上 祐典

平成 28 年 6 月 10 日

目 次

1	問題	1
2	DC モータの特性	1
3	I-PD 制御	2
3.1	I-PD 制御の原理	2
3.2	I-PD 制御による制御系の設計	4
3.3	シミュレーションと考察	5
4	IMC(Internal Model Contorl) 法	7
4.1	IMC の原理	7
4.2	IMC 法による PID コントローラの設計	9
4.3	シミュレーションと考察	10
5	まとめ	12
	参考文献	12

1 問題

以下に示す特性を持つ DC モータの速度制御系を少なくとも 2 つの方法で設計せよ.

表 1. DC モータのパラメータ

名称 [単位]	記号	数値
定格電力 [kW]	P	150
定格電圧 [V]	V	450
電機子抵抗 [Ω]	R_a	0.15
電機子インダクタンス [H]	L_a	0.003
慣性モーメント [kgm^3]	J	10
誘起電圧定数 [$\text{V}\cdot\text{s}/\text{rad}$]	K_E	8.50
トルク定数 [Nm/A]	K_T	8.50
基底速度 [rpm]	ω	500

2 DC モータの特性

はじめに, 本レポートで用いる DC モータのブロック線図を図 1 に示す.

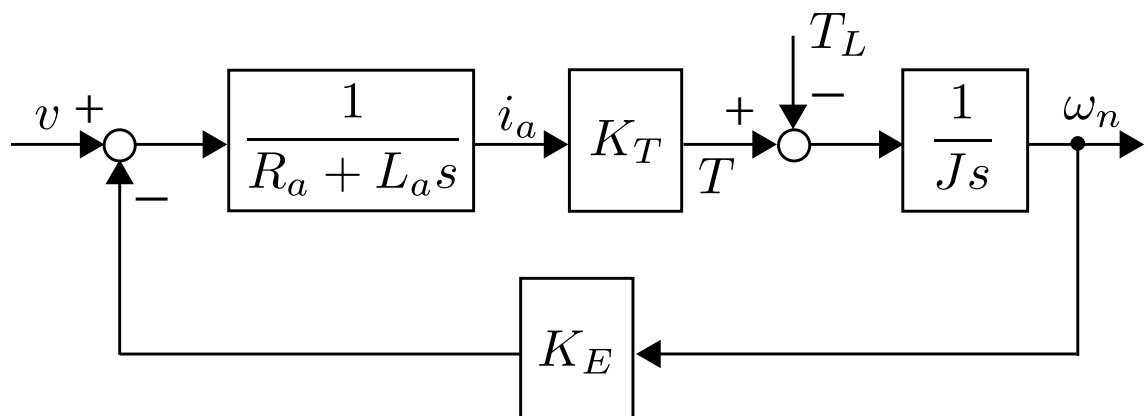


図 1. DC モータのブロック線図

はじめに，図 1 に示す DC モータのモデルの伝達特性を導出する．図 1 より

$$\Omega_m(s) = \frac{1}{Js} \left\{ \frac{K_T}{R_a + L_a s} (V - K_E \Omega_m) - T_L \right\} \quad (1)$$

と表され，式変形すると，

$$\begin{aligned} \left(Js + \frac{K_T K_E}{R_a + L_a s} \right) \Omega_m(s) &= \frac{K_T}{R_a + L_a s} - T_L \\ \Omega_m(s) &= \frac{K_T}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E} - \frac{R_a + L_a s}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E} T_L \\ \Omega_m(s) &= \frac{\frac{1}{K_E}}{\frac{JL_a}{K_T K_E} s^2 + \frac{JR_a}{K_T K_E} s + 1} - \frac{\frac{R_a + L_a s}{K_T K_E}}{\frac{JL_a}{K_T K_E} s^2 + \frac{JR_a}{K_T K_E} s + 1} T_L \end{aligned} \quad (2)$$

となる．(2) 式において

$$\begin{cases} T = \sqrt{\frac{L_a J}{K_E K_T}} \\ \zeta = \frac{R_a}{2} \sqrt{\frac{J}{K_E K_T L_a}} \\ K = \frac{1}{K_E} \end{cases} \quad (3)$$

とおく．負荷を含まない DC モータ単体の入出力伝達関数 $P(s)$ は，

$$P(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1} \quad (4)$$

となる．

3 I-PD 制御

本節ではを I-PD 制御による DC モータの速度制御系を設計する．

3.1 I-PD 制御の原理

はじめに I-PD 制御の原理について説明する．一般的な PID 制御系の構造は直列補償型であるのに対して I-PD 制御系の構造は直列補償＋フィードバック補償型である．PID 制御系に目標値としてステップ関数が入力されたとき，制御入力 u は微分要素によってデルタ関数を含む形

になる．これは微分キックと呼ばれ，システム機器が危険な状態になる可能性がある．これを避けるために PID コントローラの微分要素をフィードバックパスに移動させた制御系を PI-D 制御系と呼ぶ．さらに，ステップ状の制御入力を妨げるために比例要素をフィードバックパスに移動させた制御系が本節で取り扱う I-PD 制御系である．図 2 に I-PD 制御系のブロック線図を示す．ここで，

$$\frac{K_i}{s} = \frac{K_p}{T_i s} \quad , \quad F(s) = K_p(1 + T_d s) \quad (5)$$

とおくと，図 2 は図 3(a) のように表せる．図 3(b) に示すような I-PD 制御系の伝達関数と等しい参照モデル $R_M(s)$ を決定する．3 次系の $R_M(s)$ は，

$$R_M(s) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 \sigma s + \alpha_2 (\sigma s)^2 + \alpha_3 (\sigma s)^3} \quad (6)$$

と表現できる．ただし， σ はタイムスケールを表す．また， $\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{1, 1, 0.5, 0.15\}$ と北森は推薦している．ここで図 3(a) より $R(s), Y(s)$ の関係を求めると，

$$Y(s) = P(s) \left\{ \frac{K_i}{s} (R(s) - Y(s)) - F(s) Y(s) \right\} \quad (7)$$

となる．すると伝達関数 $T(s)$ ，

$$T(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_i}{s} P(s)}{1 + P(s) \left(\frac{K_i}{s} + F(s) \right)} = \frac{1}{1 + \frac{s}{K_i} \left(\frac{1}{P(s)} + F(s) \right)} \quad (8)$$

を得る．ここでプラント $P(s)$ が 2 次系で

$$P(s) = \frac{1}{\beta(s)} = \frac{1}{\beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 s^2} \quad (9)$$

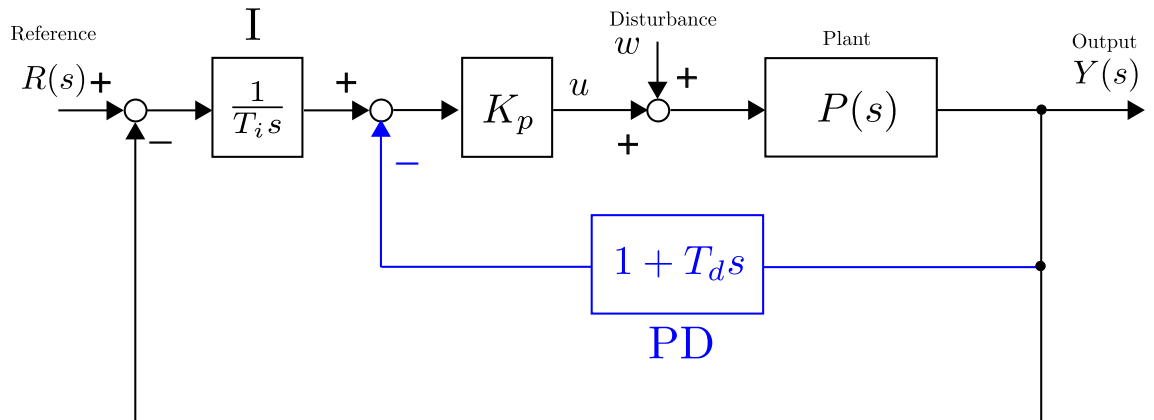
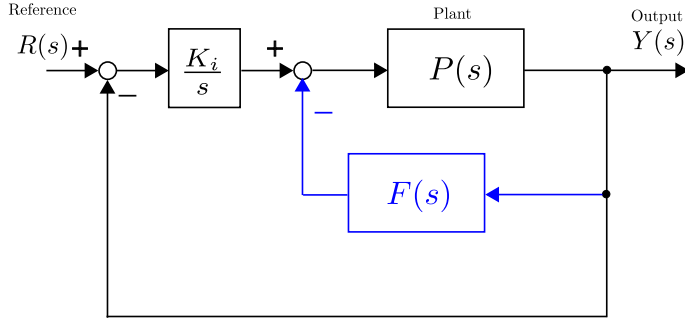
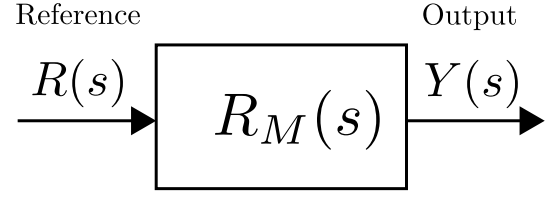


図 2. I-PD 制御系



(a) IP-D



(b) reference model

図 3. I-PD 制御系の設計

と表現されるとき, I-PD コントローラのパラメータは,

$$\begin{aligned}
 T(s) &= R_M(s) \\
 \frac{1}{1 + \frac{s}{K_i} \left(\beta_0 + \beta_1 s + \beta_2 s^2 + K_p + K_p T_d s \right)} &= \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 \sigma s + \alpha_2 (\sigma s)^2 + \alpha_3 (\sigma s)^3} \\
 \frac{1}{1 + \frac{\beta_0 + K_p}{K_i} s + \frac{K_p T_d + \beta_1}{K_i} s^2 + \frac{\beta_2}{K_i} s^3} &= \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_1 \sigma s + \alpha_2 (\sigma s)^2 + \alpha_3 (\sigma s)^3} \quad (10)
 \end{aligned}$$

より決定できる.

3.2 I-PD 制御による制御系の設計

次に, 先ほど説明した IP-D 制御を用いて DC モータの速度制御系を設計する. はじめに, 参照モデル $R_M(s)$ 中の $\sigma = 1, 2, 3$ としたときの場合のステップ応答を図 4 に示す. ただし, $\alpha_i (i = 0, 1, 2, 3)$ は北森の推薦する $\{\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\} = \{1, 1, 0.5, 0.15\}$ を用いた. 図 4 より, * * * * * であるから $\sigma = 1$ を採用した. 次に, (9) 式の $\beta_i (i = 0, 1, 2)$ を具体的に計算すると,

$$\begin{cases} \beta_0 = \frac{1}{K} = K_E = 8.50 \\ \beta_1 = \frac{2\zeta T}{K} = \frac{R_a J}{K_T} = \frac{3}{17} \\ \beta_2 = \frac{T^2}{K} = \frac{L_a J}{K_T} = \frac{3}{850} \end{cases} \quad (11)$$

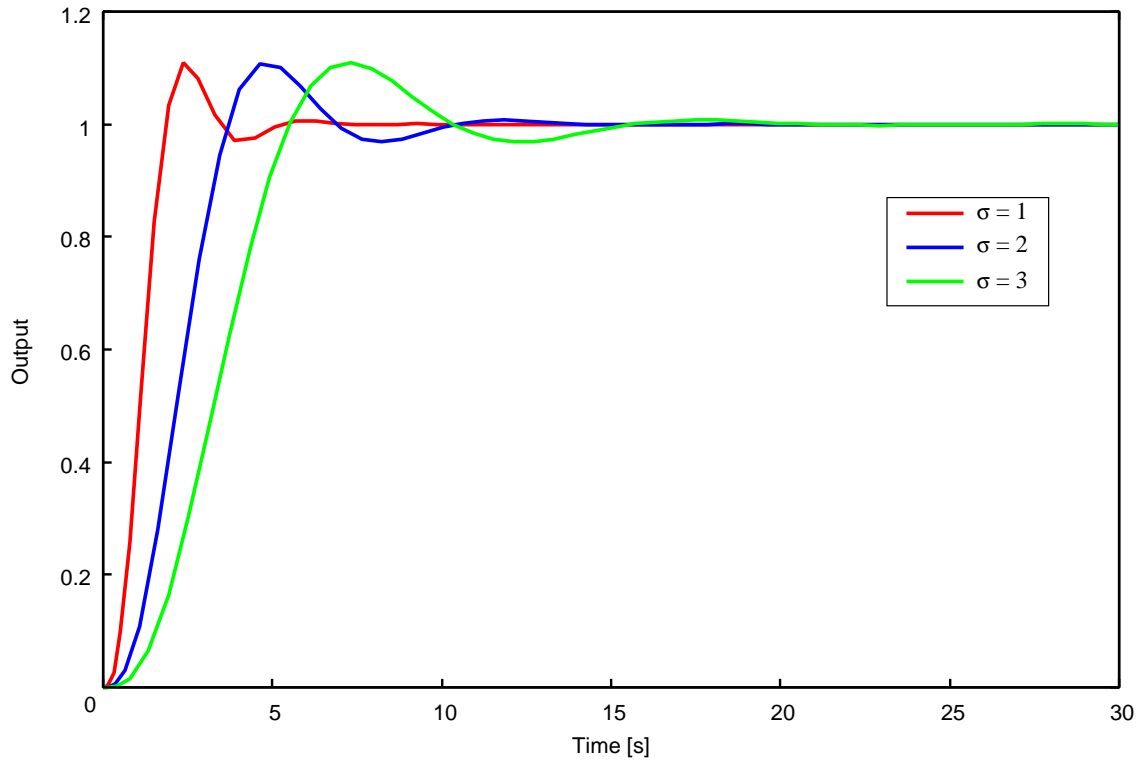


図 4. 参照モデル $R_M(s)$ のステップ応答

となる．これらを (10) 式に代入し，係数比較すると，コントローラのパラメータである

$$\begin{cases} K_p = -\frac{1441}{170} \\ T_d = \frac{28}{1441} \\ K_i = \frac{2}{85} \end{cases} \quad (12)$$

を得る．

3.3 シミュレーションと考察

I-PD 制御を用いた DC モータの速度制御系を構成し，MATLAB/simulink でシミュレーションを行った．DC モータを I-PD 制御したときのステップ応答と参照モデル $R_M(s)$ のステップ応答の比較をしたものを図 5 に示す．図 4,5 を見ると応答波形が振動していることがわかる．これは係数 α_i を望ましいステップ応答形状に応じて適宜変更することで制御可能であると考えられる．I-PD 制御系の特徴として PID 制御系より目標値への追従が遅い，また，速応性を上げ過ぎると制御系が不安定になる場合があることが挙げられる．

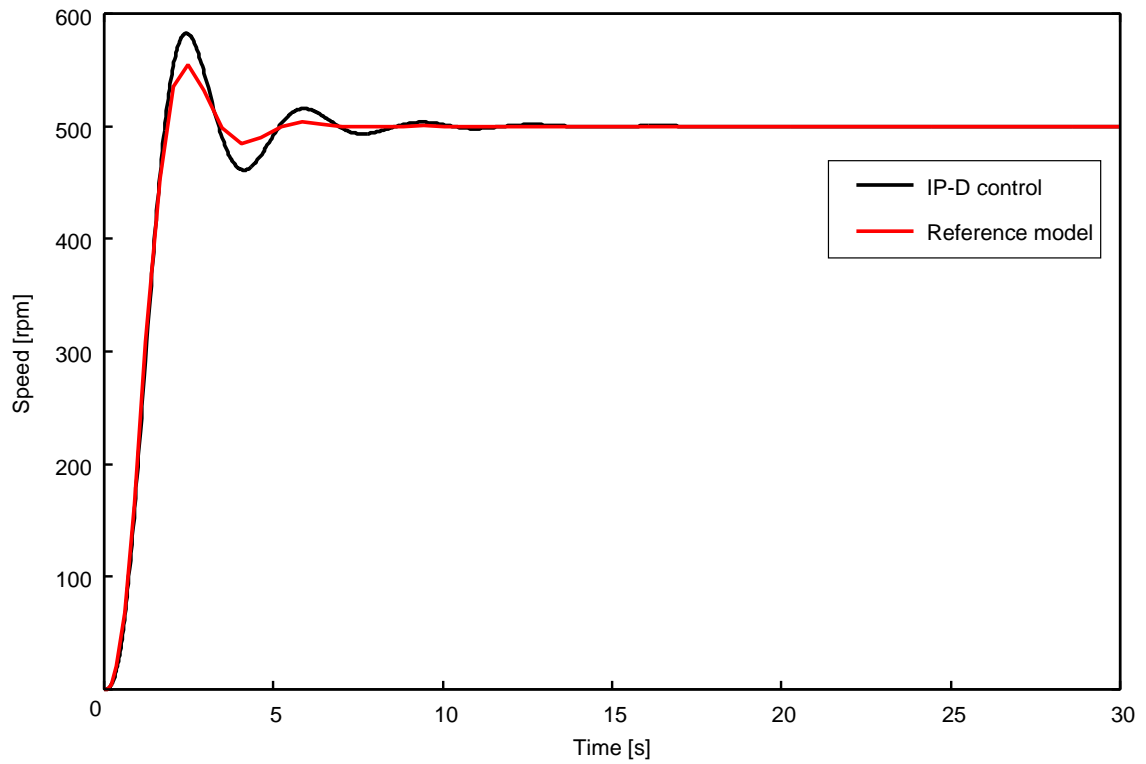


図 5. I-PD 制御したときのステップ応答と参照モデル $R_M(s)$ のステップ応答の比較

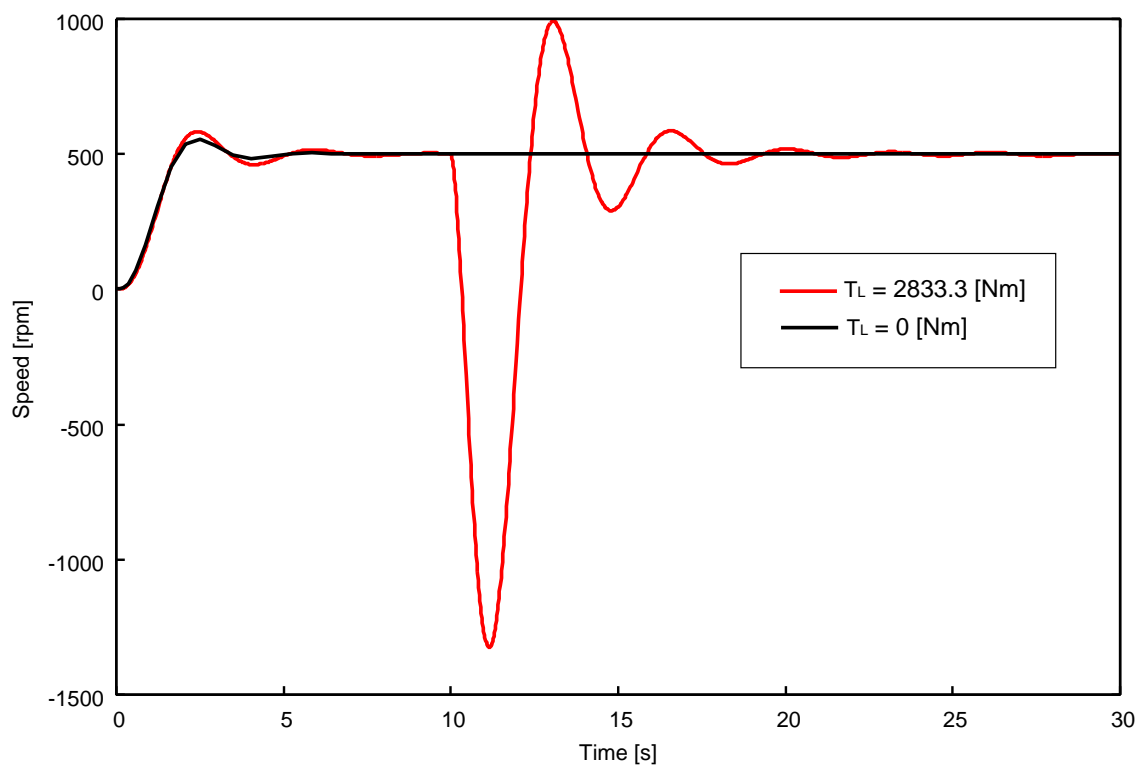


図 6. I-PD 制御したときのステップ応答と参照モデル $R_M(s)$ のステップ応答の比較

4 IMC(Internal Model Control) 法

本節ではIMC(Internal Model Control) 法を用いて DC モータの速度制御系を設計する。IMC 法（内部モデル制御法）は適切なフィルタを選ぶことで簡単に安定な制御系を設計できる手法である。

4.1 IMC の原理

まず、IMC 法の原理について説明する。図 7 にフィードフォワード制御系のブロック線図を示す。ここで、コントローラ $Q(s)$ がプラントのモデル $P(s)$ の逆数と等価であるとき、出力 $Y(s)$ は、入力を $R(s)$ とすると、

$$Y(s) = P(s)Q(s)R(s) = P(s)P^{-1}(s)R(s) = R(s) \quad (13)$$

となる。つまり、出力 $Y(s)$ は入力 $R(s)$ と等しくなる。これが IMC 法の原理であり、コントローラはプラントのモデルの情報を含む形になる。図 8 に IMC 法を用いた制御系のブロック線図を示す。ここで $P_n(s)$ はプラントのノミナルモデルである。もし、ノミナルモデルがプラントのモデルと完全に一致（つまり $P_n(s) = P(s)$ ）しているなら、プラントの出力とノミナルモデルの出力は等しくなる。したがって、図 7 に示すフィードフォワード制御系と等価になる。コントローラはプラントのモデルの逆数であることが望ましいが、場合によって、右半面に零点（実部が正の零点）もしくはむだ時間要素を持つシステムである非最小位相（NMP）系になる可能性がある。プラントのモデルの逆数は制御系のパフォーマンスに影響してくる。このようになった場合の改善策として以下の 3 点が挙げられる。

- プラントにむだ時間要素を含む場合、 $P^{-1}(s)$ はコントローラとして使えないので $P^{-1}(s)$ からむだ時間要素を取り除けば良い（無視すれば良い）。

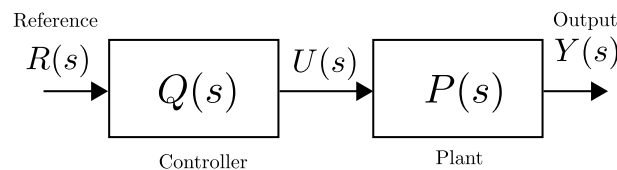


図 7. フィードフォワード制御系

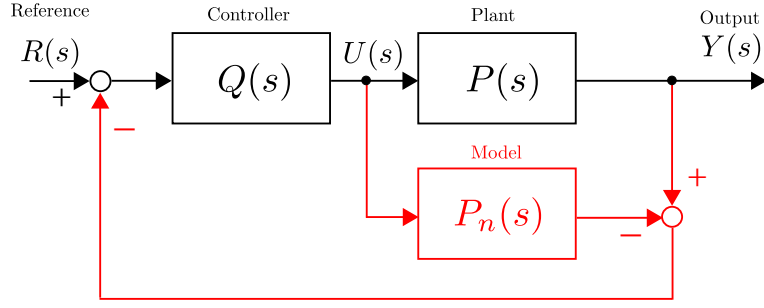


図 8. IMC 法を用いた制御系

- プラントに実部が正の零点を持つ場合、 $P^{-1}(s)$ は不安定である．この場合は，実部が正の零点を取り除き，実部が正の零点を含むような全域通過関数（all-pass function）を構成すれば良い．例として， $P_n(s)$ に $s = 4$ という実部が正の零点を持つ場合， $P_n(s)$ に $(s + 4)/(s + 4)$ を掛ける．すると全域通過関数は $(s + 4)/(s - 4)$ となる．
- $P(n)$ が厳密にプロパーで， $P^{-1}(s)$ がプロパーでない場合，IMC フィルターと呼ばれるローパスフィルタを追加すれば良い．

上述した3つ目の場合におけるコントローラの設計に関して考える．プラントのノミナルモデル $P_n(s)$ は最小位相（Minimum Phase）部 $P_{nM}(s)$ と全域通過（all-pass）部 $P_{nA}(s)$ に分解できる．

$$P_n(s) = P_{nM}(s)P_{nA}(s) \quad (14)$$

ここで $P_{nA}(s)$ はむだ時間要素もしくは実部が正の零点をもつ伝達関数である．ここで，IMC フィルタは以下の式で与えられる．

$$F(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^n} \quad (15)$$

したがってコントローラ $Q(s)$ は

$$Q(s) = P_{nM}^{-1}(s)F(s) \quad (16)$$

となる．また，図8に示したIMCを用いた制御系は図9に示すような等価変形することが出来る．図9(b)中のコントローラ $C(s)$ は，

$$C(s) = \frac{Q(s)}{1 - P_n(s)Q(s)} \quad (17)$$

となる．

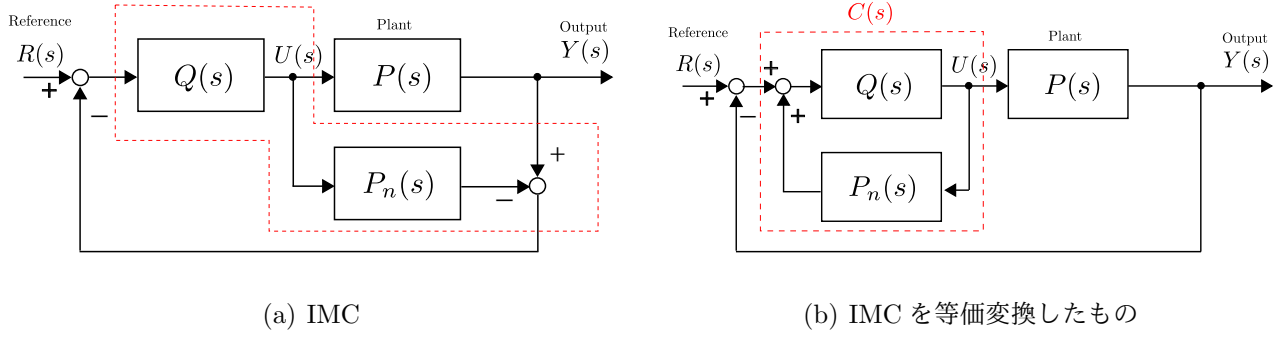


図 9. IMC の等価変換

4.2 IMC 法による PID コントローラの設計

次に、先ほど説明した IMC 法を用いて DC モータの速度制御系を設計する．ここではノミナルモデルはプラントと等しい，つまり $P(s) = P_n(s)$ である．また，ノミナルモデルは最小位相系である，つまり $P_n(s) = P_{nM}(s)$ であると仮定する．すると，IMC コントローラ $Q(s)$ は (4),(16) 式より

$$Q(s) = P_{nM}^{-1}(s)F(s) = P^{-1}(s)F(s) = \frac{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K} F(s) \quad (18)$$

となる．ここで一次 ($n = 1$) の IMC フィルタ $F(s)$ を考えると，(15) 式より $F(s)$ は

$$F(s) = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad (19)$$

となる．以上より，IMC コントローラ $Q(s)$ は

$$Q(s) = \frac{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K(\lambda s + 1)} \quad (20)$$

となる．したがって，一般のフィードバックコントローラ $C(s)$ は

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{Q(s)}{1 - P_n(s)Q(s)} \\ &= \frac{\frac{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K(\lambda s + 1)}}{1 - \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1} \frac{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K(\lambda s + 1)}} \\ &= \frac{T^2 s^2 + 2\zeta Ts + 1}{K\lambda s} \\ &= \frac{2\zeta T}{K\lambda} \left(1 + \frac{1}{2\zeta Ts} + \frac{T}{2\zeta s} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

表 2. IMC 法を用いて決定した PID パラメータ

	K_p	T_i	T_d
$\lambda = 0.1$	1.765	0.020761	0.02
$\lambda = 0.2$	0.88235	0.020761	0.02
$\lambda = 0.5$	0.35294	0.020761	0.02

となる．(21) 式は PID コントローラの式

$$C_{PID}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (22)$$

と等価であるとみなせる．(21),(22) 式を係数比較することによって，

$$K_p = \frac{2\zeta T}{K\lambda} \quad , \quad T_i = 2\zeta T \quad , \quad T_d = \frac{T}{2\zeta} \quad (23)$$

を得る． λ の値を任意に 3 つ決定し，(23) 式に具体的な値を代入したものを表 2 に示す．

4.3 シミュレーションと考察

IMC 法を用いて決定した PID コントローラを用いて DC モータの速度制御系を構成し，MATLAB/simulink でシミュレーションを行った．このときのシミュレーション結果を図 10 に示す．また，負荷トルク T_L を考慮したシミュレーションしたものを図 11 に示す．ただし，目標値は 500[rpm] とし，負荷トルクとしてトルク定数に電機子電流 ($i_a = P/v$) を掛けた値 $T_L = 2833.3[\text{Nm}]$ を与えた．図 10 を見ると λ の値が小さければ小さいほど早く目標値に収束していることがわかる．即応性を高くするには IMC フィルタの λ を小さくすれば良いと考えられる．しかし，早く目標値に収束するためには，大きなトルクを出力しなければならないので，出力トルクがモータの定格トルクを超え，モータが破壊しないように適切に λ を設定する必要があると考えられる．また，IMC 法はプラントのモデルの同定精度によって大きく制御系の性能が変わってくる．プラントのモデルを精度よく同定さえすれば IMC フィルタの λ を調節すれば良いので制御系を容易に構成できると考えられる．

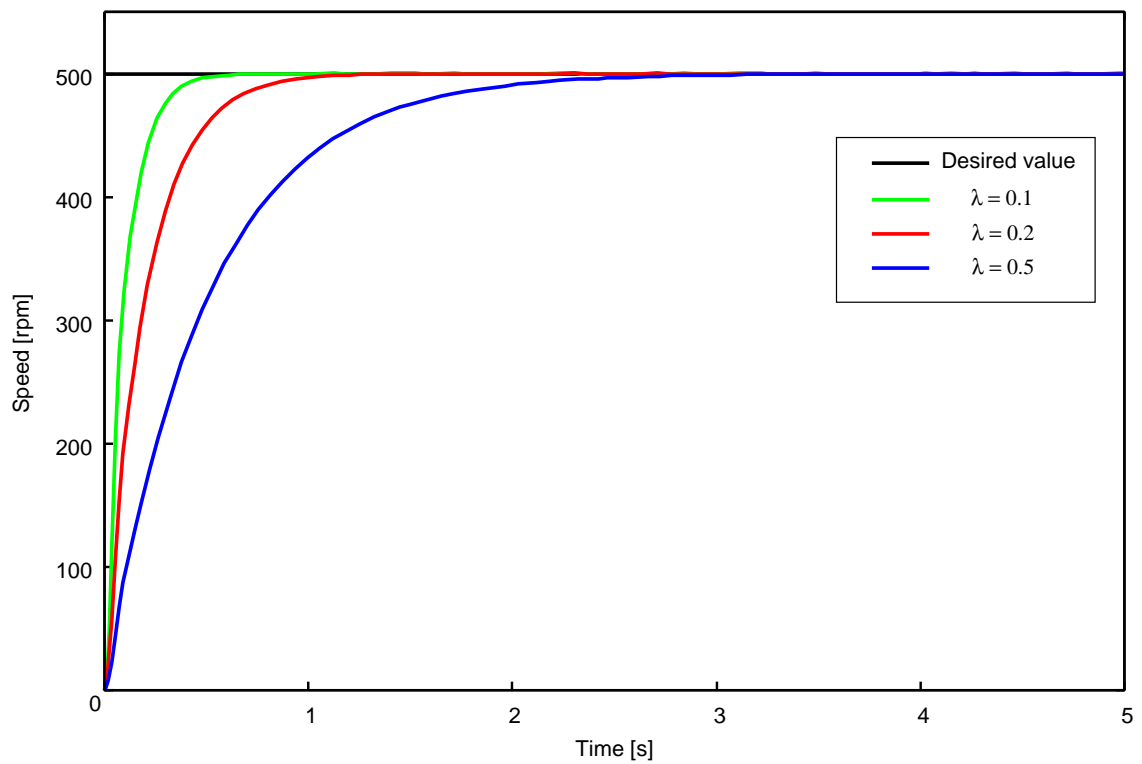


図 10. IMC 法で $\lambda = 0.1, 0.2, 0.5$ として設計したシステムのステップ応答

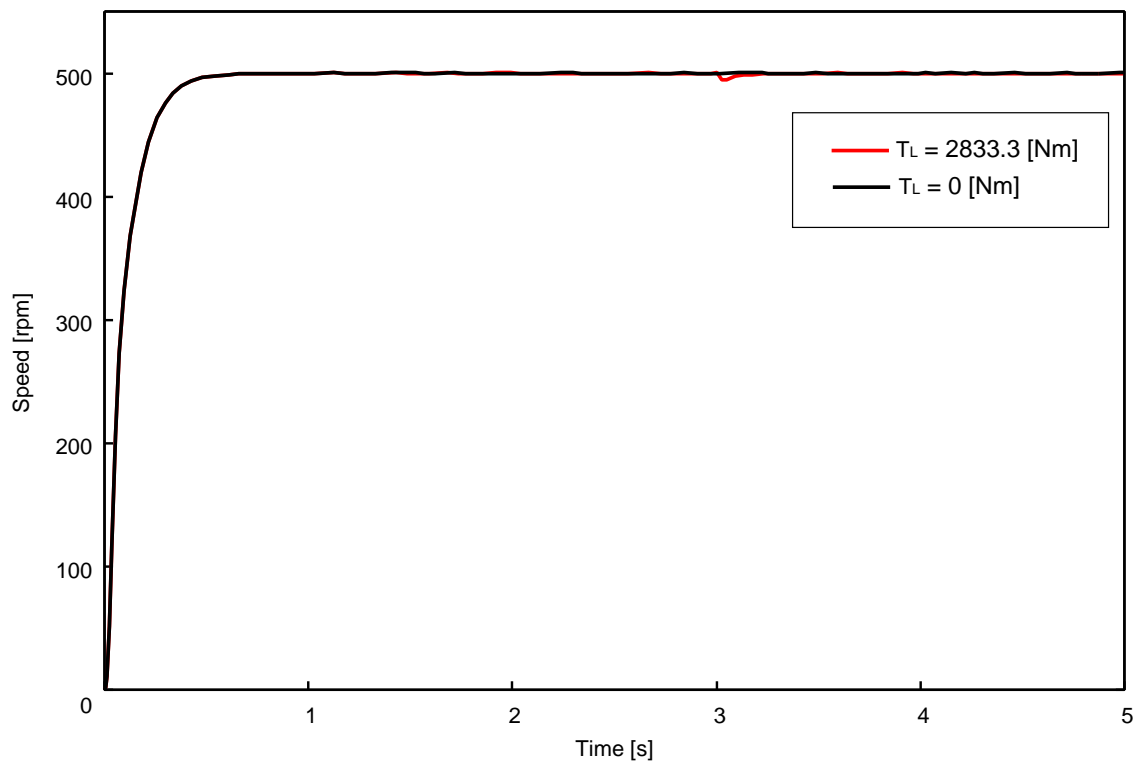


図 11. IMC フィルタの係数 $\lambda = 0.1$ としたときのステップ応答 (負荷トルク $T_L = 2833.3$)

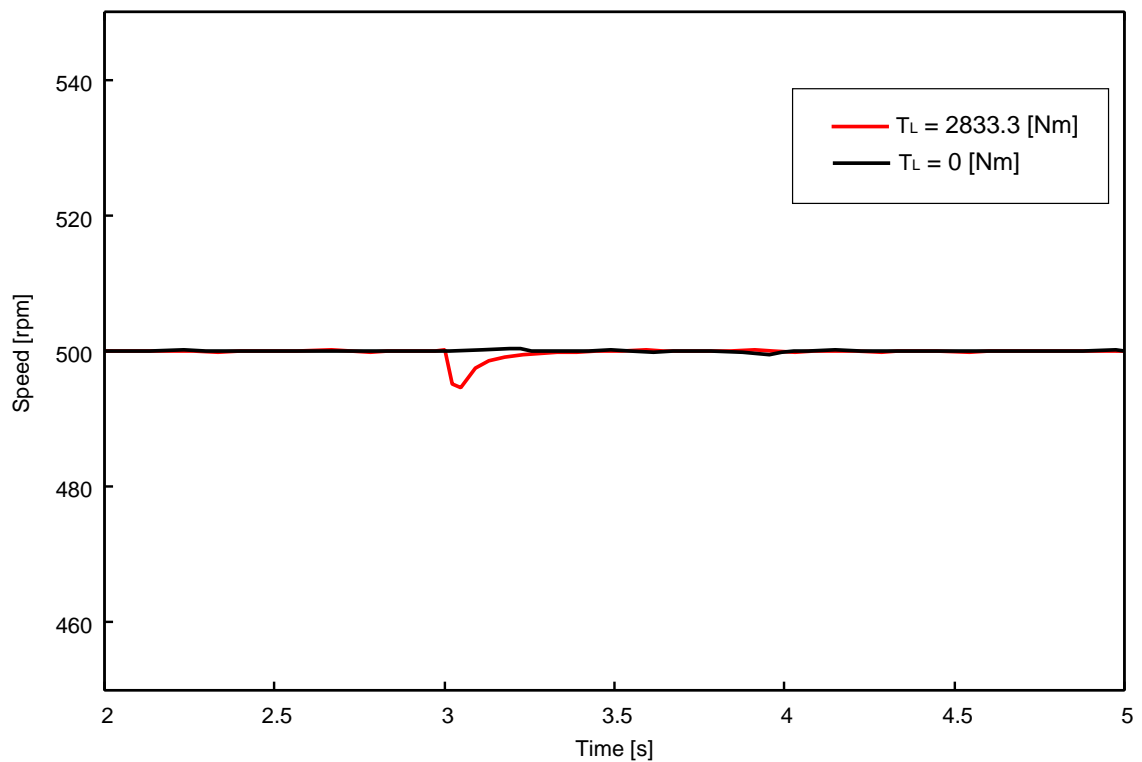


図 12. 図 11 の拡大図

5 まとめ

I-PD 制御，内部モデル制御を用いて DC モータの速度制御系を設計した。

参考文献

- [1] T.Sakamoto, "Lecture Notes of Advanced Electrical Drive Control System", 2016.
- [2] 坂本哲三, "電気機器の電気力学と制御", 森北出版, 2007.
- [3] 川田昌克, 西岡勝博, "MATLAB/Simulink によるわかりやすい制御工学", 森北出版, 2001.
- [4] 北森俊行, "最適な制御系設計法と各種制御方式の基礎・理論・応用の実際", アイ・エヌ・ジー, 1993.
- [5] 足立修一ら, "制御の事典", 朝倉書店, 2015.

- [6] 北森俊行, "IP-D 制御方式の原理と設計法", システム/制御/情報, Vol.42, No.1, pp.7-17, 1998.