電機システム制御特論

Assignment (2016/05/13)

九州工業大学大学院　工学府

機械知能工学専攻　知能制御工学コース

所属： 西田研究室

学籍番号： 16344217

提出者氏名： 津上　祐典

平成 28 年 5 月 20 日

目 次

1　問題

DC モータの速度制御系を設計し，4 象限運転を実行せよ．ただし，DC モータのパラメータを表 1 に示す．

表 1. DC モータのパラメータ

名称 [単位]	記号	数値
定格電力 [kW]	P	150
定格電圧 [V]	V	450
電機子抵抗 [Ω]	R_a	0.15
電機子インダクタンス [H]	L_a	0.003
慣性モーメント [kgm^3]	J	150
誘起電圧定数 [V·s/rad]	K_E	8.50
基底速度 [rpm]	ω	500

2　DC モータの特性

はじめに，本レポートで用いる DC モータのブロック線図を図 1 に示す．

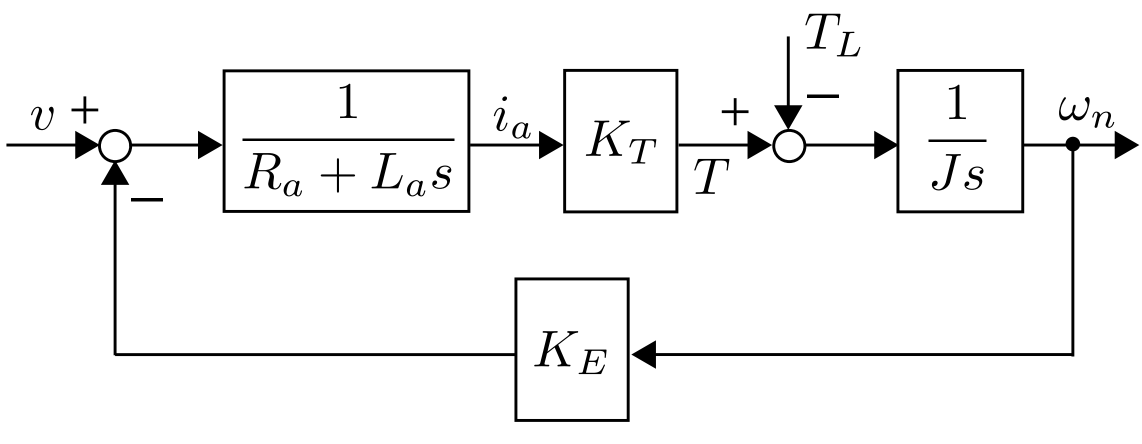

図 1. DC モータのブロック線図

はじめに，図1に示すDCモータのモデルの伝達特性を導出する．図1より

$$\Omega_m(s) = \frac{1}{Js}\left\{\frac{K_T}{R_a + L_a s}(V - K_E\Omega_m) - T_L\right\} \tag{1}$$

と表され，式変形すると，

$$\left(Js + \frac{K_T K_E}{R_a + L_a}s\right)\Omega_m(s) = \frac{K_T}{R_a + L_a s} - T_L$$

$$\Omega_m(s) = \frac{K_T}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E} - \frac{R_a + L_a s}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E}T_L$$

$$\Omega_m(s) = \frac{\frac{1}{K_E}}{\frac{JL_a}{K_T K_E}s^2 + \frac{JR_a}{K_T K_E}s + 1} - \frac{\frac{R_a + L_a s}{K_T K_E}}{\frac{JL_a}{K_T K_E}s^2 + \frac{JR_a}{K_T K_E}s + 1}T_L \tag{2}$$

となる．ここで $K_T = K_E$ である．(2) 式において

$$\begin{cases} T = \sqrt{\frac{L_a J}{K_E K_T}} \\ \zeta = \frac{R_a}{2}\sqrt{\frac{J}{K_E K_T L_a}} \\ K = \frac{1}{K_E} \end{cases} \tag{3}$$

とおく．すると (2) 式は，

$$\Omega_m(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1} \tag{4}$$

となる．

3　LQI制御による速度制御系の設計

本節ではレギュレータと積分器を組み合わせたサーボ系を構成する．この制御法をLQI(Linear Quadratic Integral) 制御と呼ばれる．LQI 制御系のブロック線図を図2に示す．この制御法を利用するため，はじめにDCモータの支配方程式を導出する．DCモータの支配方程式は

$$\begin{cases} v = K_E\omega_m + R_a i_a + L_a\frac{di_a}{dt} \\ K_T i_a = J\frac{d\omega_m}{dt} + T_L \end{cases} \tag{5}$$

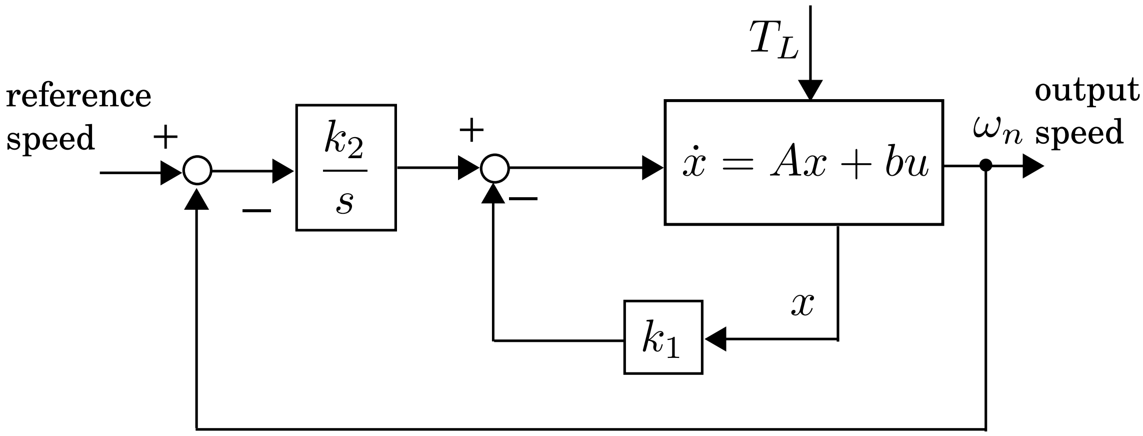

図 2. LQI 制御系

となる．v は DC モータへの入力電圧である．ここで $u = v$，$x = (i_a\ \omega_m)^t$ (ただし，i_a は電機子電流，ω_m は出力速度) とおき，DC モータの状態方程式を求めると，

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_E}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{pmatrix} u = Ax + bu \tag{6}$$

となる．係数行列 A, b は

$$\begin{cases} A = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_E}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -50 & -2833.3 \\ 0.85 & 0 \end{pmatrix} \\ b = \begin{pmatrix} 333.3 \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases} \tag{7}$$

となる．ここで拡大系の状態方程式は，

$$\delta\dot{x}_e = A_e\delta x_e + b_e w \tag{8}$$

となり，係数行列は，

$$
\begin{cases}
A_e = \begin{pmatrix} A & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -50 & -2833.3 & 333.3 \\ 0.85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
b_e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}
\end{cases}
\tag{9}
$$

と求めらる．評価関数は

$$
J_e = \int_0^\infty (\delta x_e^T Q_e \delta x_e + r_e w^2) dt \tag{10}
$$

$$
Q_e = c_e^T c_e = (c \;\; 0)^t (c \;\; 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{11}
$$

である．重み r_e を $r_e = 0.001$ とし，LQ 問題を計算するとフィードバックゲイン k_e は

$$
k_e = b_e^T P_e / r_e \tag{12}
$$

で求められる．ただし，行列 P_e はリッカチ方程式

$$
A_e^T P_e + P_e A_e + Q_e - P_e b_e b_e^T P_e / r_e = 0 \tag{13}
$$

の正定対称解である．これを解くと，

$$
P_e = \begin{pmatrix} 0 & 0.0002 & 0 \\ 0.0002 & 0.0204 & 0.0001 \\ 0 & 0.0001 & 0.0037 \end{pmatrix} \tag{14}
$$

を得る．(12) 式に代入すれば，

$$
k_e = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 & 3.7 \end{pmatrix} \tag{15}
$$

となる．以上より，サーボ系のゲインとして，

$$\begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.011 & 0.653 & 31.55 \end{pmatrix} \tag{16}$$

を得る．また，重み r_e を $r_e = 1$ としたとき，同様に計算すると，

$$\begin{cases} P_e = \begin{pmatrix} 0 & 0.0002 & 0 \\ 0.0002 & 0.0204 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1176 \end{pmatrix} \\ k_e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.1176 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0004 & 0.0208 & 0.9997 \end{pmatrix} \end{cases} \tag{17}$$

となり LQI 速度制御系が設計できた．次節でこの制御系を用いて 4 象限運転を実現する．

4　4 象限運転

4 象限運転とは，1 象限では正転運転，2 象限では正転回生，3 象限では逆転運転，4 象限では逆転回生を行う運転である．ここで，前節で設計した LQI 速度制御系にて 4 象限運転を実現したシミュレーション結果を $r_e = 0.001$ のときを図 3 に，$r_e = 1$ のときを図 4 に示す．また，$r_e = 0.05$ のときを図 5 に示す．ただし，目標速度は運転開始と同時に DC モータの基底速度である 500[rpm]，運転開始から 20[s] 後に 0[rpm]，運転開始から 40[s] 後に-500[rpm]，運転開始から 60[s] 後に 0[rpm] と変化するように与えた． 図 3,4,5 を見ると，(10) 式で示した評価関数の重みを $r_e = 1$ としたときは $r_e = 0.001$ のときと比べて，応答が遅く，出力トルクが小さいことがわかる．評価関数の重み r_e が大きいほど応答が遅く，出力トルクが小さいのではないかと考えられる．速やかに目標速度に到達させたい場合は評価関数を小さく設計すれば良いのではないかと考えれるが，小さすぎると出力トルクが大きくなり，モータが破壊する可能性があると考えられる．よって評価関数の重みを適切に選定する必要があると考えられる．

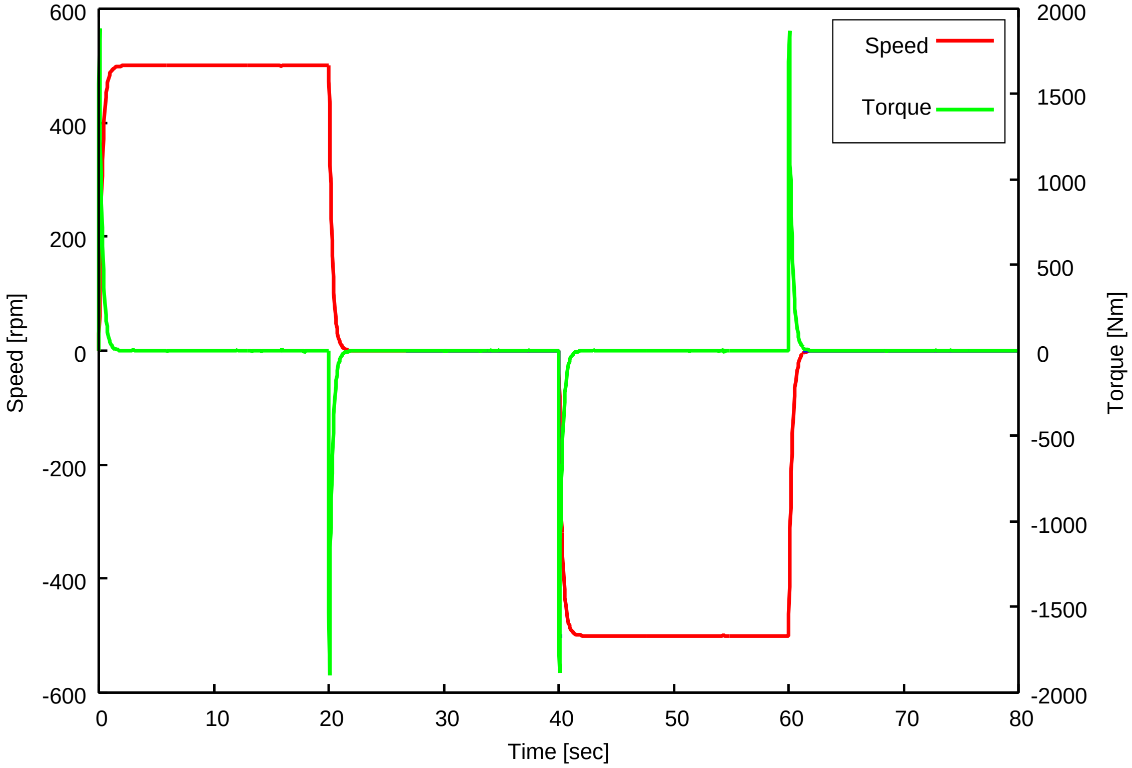

図 3. LQI 制御による DC モータの 4 象限運転のシミュレーション結果 ($r_e = 0.001$)

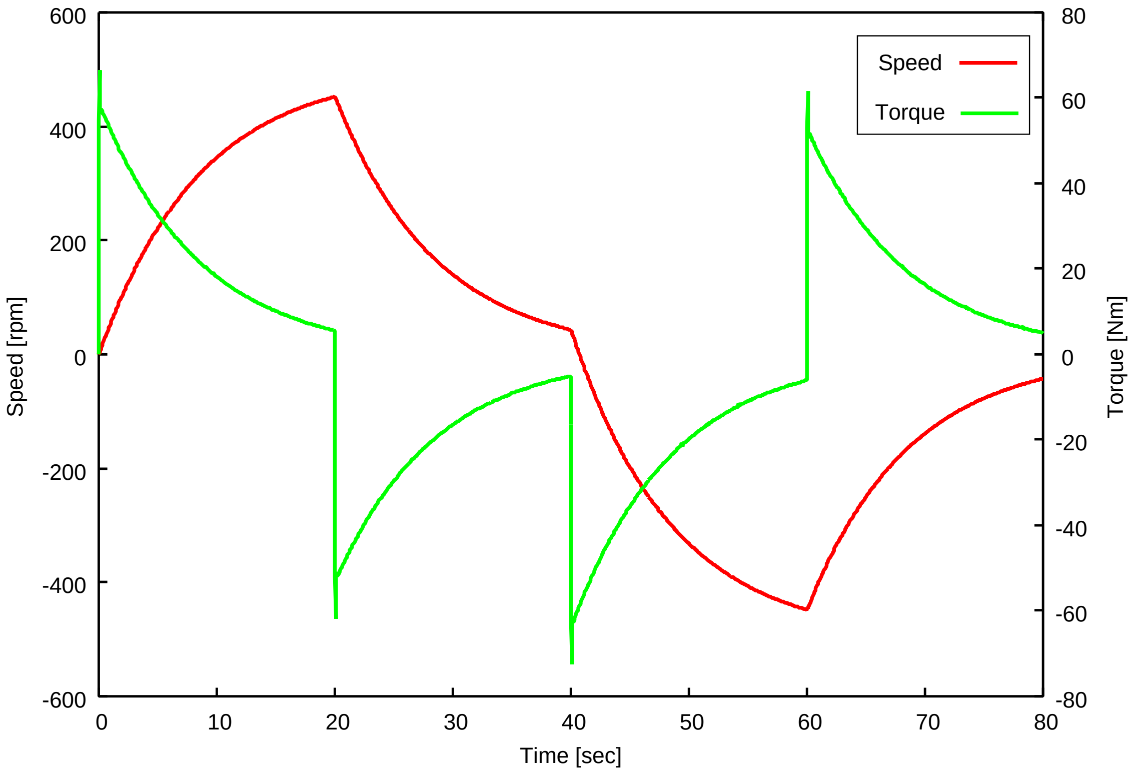

図 4. LQI 制御による DC モータの 4 象限運転のシミュレーション結果 ($r_e = 1$)

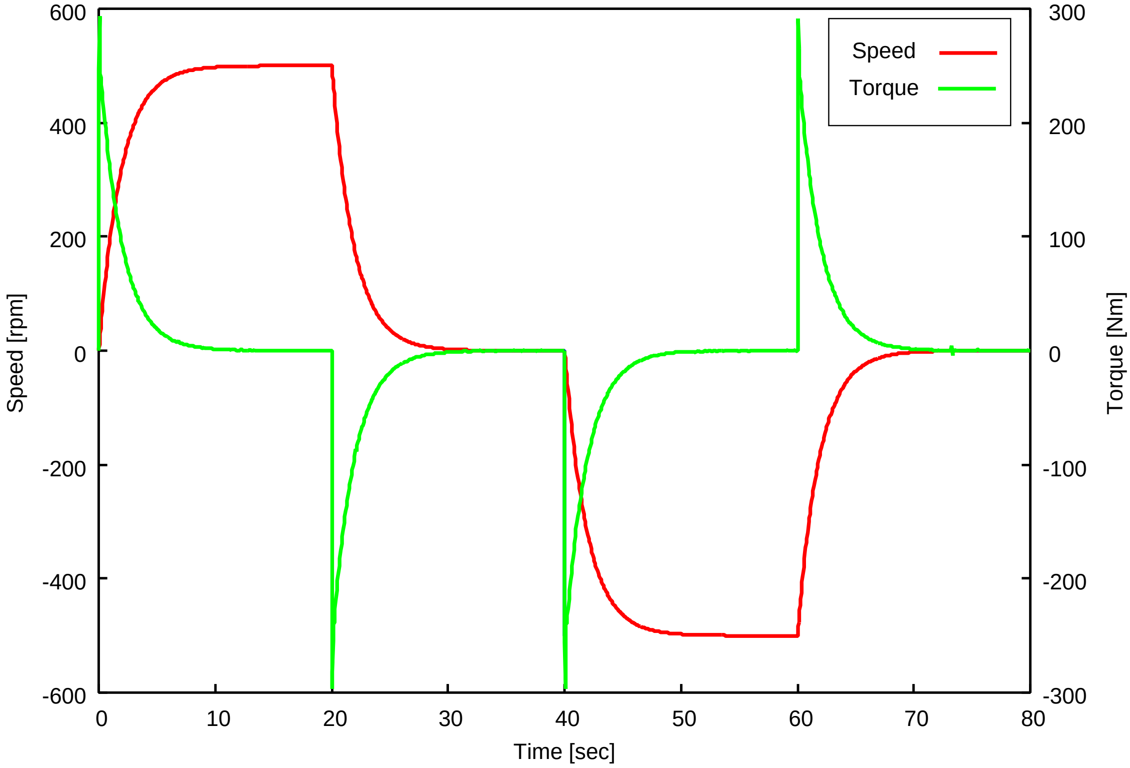

図 5. LQI 制御による DC モータの 4 象限運転のシミュレーション結果 ($r_e = 0.05$)

参考文献

[1] T.Sakamoto, ”Lecture Notes of Advanced Electrical Drive Control System”, 2016.

[2] 坂本哲三, ”電気機器の電気力学と制御”, 森北出版, 2007.