電機システム制御特論

Assignment (2016/05/13)

九州工業大学大学院　工学府

機械知能工学専攻　知能制御工学コース

所属：西田研究室

学籍番号：16344217

提出者氏名：津上　祐典

平成 28 年 5 月 20 日

1　問題

DC モータの速度制御系を設計し，4 象限運転を実行せよ．ただし，DC モータのパラメータを表 1 に示す．

表 1. DC モータのパラメータ

名称 [単位]	記号	数値
定格電力 [kW]	P	150
定格電圧 [V]	V	450
電機子抵抗 [Ω]	R_a	0.15
電機子インダクタンス [H]	L_a	0.003
慣性モーメント [kgm^3]	J	150
誘起電圧定数 [V·s/rad]	K_E	8.50
基底速度 [rpm]	ω	500

2　コントローラの設計

2.1　DC モータの特性

はじめに，本レポートで用いる DC モータのブロック線図を図 1 に示す．はじめに，図 1 に

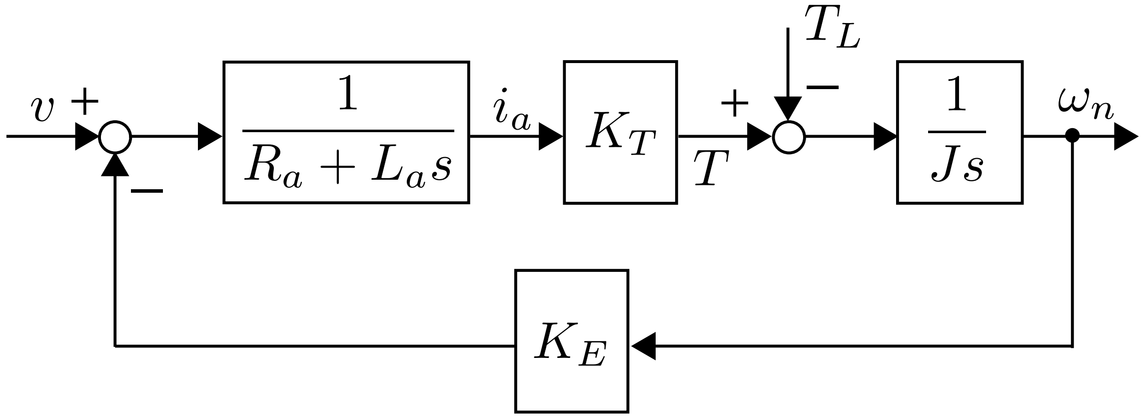

図 1. DC モータのブロック線図

示す DC モータのモデルの伝達特性を導出する．図 1 より

$$\Omega_m(s) = \frac{1}{Js}\left\{\frac{K_T}{R_a + L_a s}(V - K_E\Omega_m) - T_L\right\} \tag{1}$$

と表され，式変形すると，

$$\begin{aligned}\left(Js + \frac{K_T K_E}{R_a + L_a}s\right)\Omega_m(s) &= \frac{K_T}{R_a + L_a s} - T_L \\ \Omega_m(s) &= \frac{K_T}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E} - \frac{R_a + L_a s}{JL_a s^2 + JR_a s + K_T K_E}T_L \\ \Omega_m(s) &= \frac{\frac{1}{K_E}}{\frac{JL_a}{K_T K_E}s^2 + \frac{JR_a}{K_T K_E}s + 1} - \frac{\frac{R_a + L_a s}{K_T K_E}}{\frac{JL_a}{K_T K_E}s^2 + \frac{JR_a}{K_T K_E}s + 1}T_L \qquad (2)\end{aligned}$$

となる．ここで，(2) 式において

$$\begin{cases} T = \sqrt{\frac{L_a J}{K_E K_T}} \\ \zeta = \frac{R_a}{2}\sqrt{\frac{J}{K_E K_T L_a}} \\ K = \frac{1}{K_E} \end{cases} \tag{3}$$

とおく．すると (2) 式は，

$$\Omega_m(s) = \frac{K}{T^2 s^2 + 2\zeta T s + 1} \tag{4}$$

となる．

2.2 LQI 速度制御系の設計

本節ではレギュレータと積分器を組み合わせたサーボ系を構成する．この制御法を LQI(Linear Quadratic Integral) 制御と呼ばれる．LQI 制御系のブロック線図を図 2 に示す．この制御法を利用するため，はじめに DC モータの支配方程式を導出する．DC モータの支配方程式は

$$\begin{cases} v = K_E\omega_m + R_a i_a + L_a\frac{di_a}{dt} \\ K_T i_a = J\frac{d\omega_m}{dt} + T_L \end{cases} \tag{5}$$

となる．ここで $u = v$ とおき，DC モータの状態方程式を求めると，

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_E}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_a} \\ 0 \end{pmatrix} u = Ax + bu \tag{6}$$

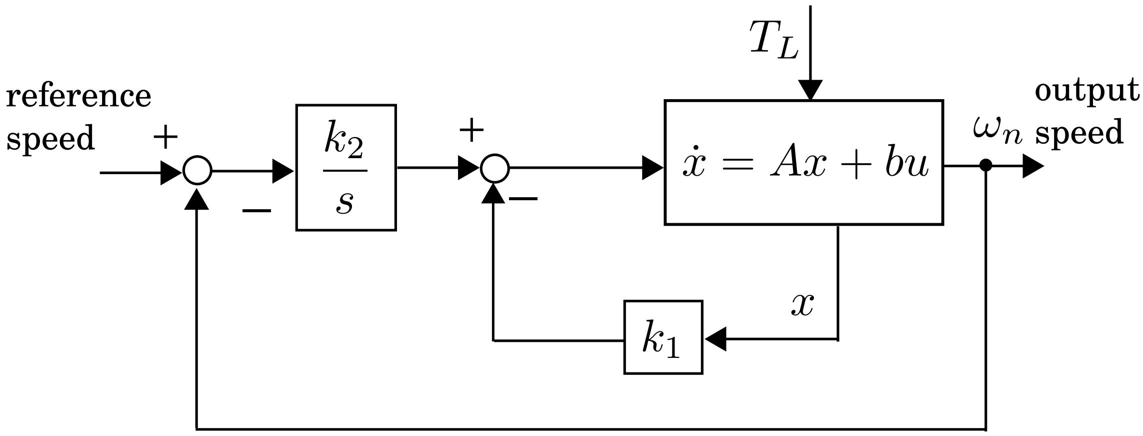

図 2. LQI 制御系

となる．ただし，$x = (i_a \;\; \omega_m)^t$ である．係数行列 A, b は

$$\begin{cases} A = \begin{pmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & -\frac{K_E}{L_a} \\ \frac{K_T}{J} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -50 & -2833.3 \\ 0.85 & 0 \end{pmatrix} \\ b = \begin{pmatrix} 333.3 \\ 0 \end{pmatrix} \end{cases} \tag{7}$$

となる．ここで拡大系の状態方程式は，

$$\delta\dot{x}_e = A_e \delta x_e + b_e w \tag{8}$$

となり，係数行列は，

$$\begin{cases} A_e = \begin{pmatrix} A & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -50 & -2833.3 & 333.3 \\ 0.85 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\ b_e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{cases} \tag{9}$$

と求めらる．評価関数は

$$J_e = \int_0^\infty (\delta x_e^T Q_e \delta x_e + r_e w^2) dt \tag{10}$$

$$Q_e = c_e^T c_e = (c \;\; 0)^t (c \;\; 0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{11}$$

である．重み r_e を $r_e = 0.001$ とし，LQ 問題を計算するとフィードバックゲイン k_e は

$$k_e = b_e^T P_e / r_e \tag{12}$$

で求められる．ただし，行列 P_e はリッカチ方程式

$$A_e^T P_e + P_e A_e + Q_e - P_e b_e b_e^T P_e / r_e = 0 \tag{13}$$

の正定対称解である．これを解くと，

$$P_e = \begin{pmatrix} 0 & 0.0002 & 0 \\ 0.0002 & 0.0204 & 0.0001 \\ 0 & 0.0001 & 0.0037 \end{pmatrix} \tag{14}$$

を得る．(12) 式に代入すれば，

$$k_e = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 & 3.7 \end{pmatrix} \tag{15}$$

となる．以上より，サーボ系のゲインとして，

$$\begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.011 & 0.653 & 31.55 \end{pmatrix} \tag{16}$$

を得る．

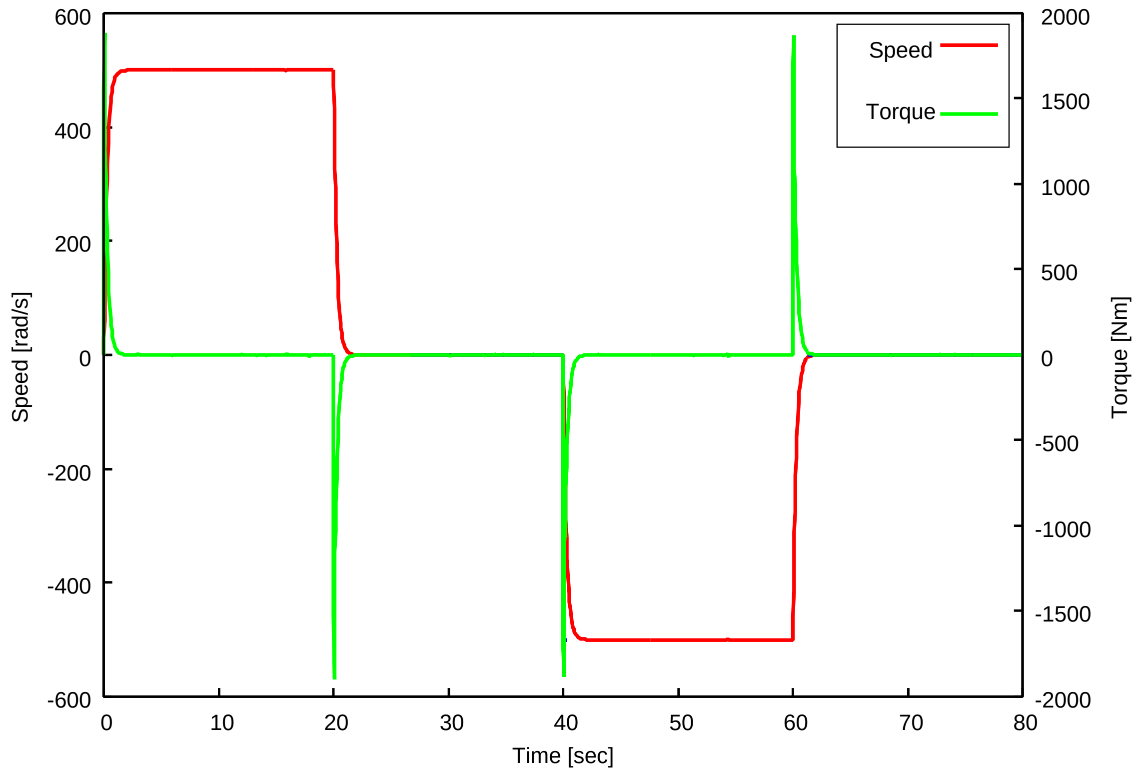

図 3. LQI 制御系 (r=0.001)

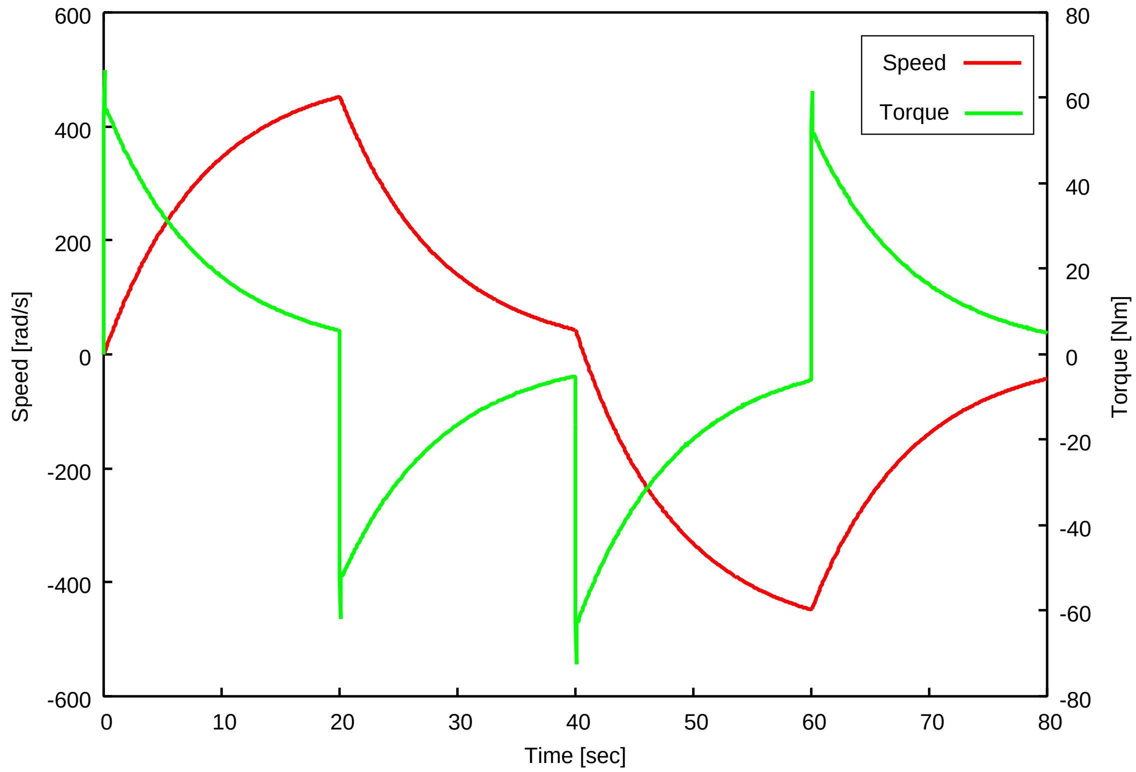

図 4. LQI 制御系 (r=1)