

車両制御特論

レポート2

九州工業大学大学院 工学府

機械知能工学専攻 知能制御工学コース

所属： 西田研究室

学籍番号： 16344217

提出者氏名： 津上 祐典

平成28年 8月 10日

1 与えられたシステム

学籍番号によって決まった制御対象は,

$$\dot{x}(t) = ax^3(t) + b \cos 2t + c(x^2(t) + 1)u(t) \quad (1)$$

$$a = 3, b = -6, c = 2 \quad (2)$$

である. また, 理想モデルは,

$$\dot{x}_d(t) = -4x_d(t) + r_d(t) \quad (3)$$

である. ここで,

$$\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t) \quad (4)$$

とおくと追従誤差方程式は,

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t) \quad (5)$$

$$= ax^3(t) + b \cos 2t + c(x^2(t) + 1)u(t) - \dot{x}_d(t) \quad (6)$$

となる.

2 適応追従コントローラの設計

2.1 a, b, c が既知のとき

エネルギー関数を $V(t) = \tilde{x}^2(t)$ とおく. エネルギー関数の時間微分を解析すると,

$$\dot{V}(t) = 2\tilde{x}(t)\dot{\tilde{x}}(t) \quad (7)$$

$$= 2\tilde{x}(t) \left[ax^3(t) + b \cos 2t + c\{x^2(t) + 1\}u(t) - \dot{x}_d(t) \right] \quad (8)$$

となる. ここで入力 $u(t)$ を

$$u(t) = -\frac{ax^3(t)}{c(x^2(t) + 1)} - \frac{b \cos 2t}{c(x^2(t) + 1)} + \frac{\dot{x}_d(t)}{c(x^2(t) + 1)} - \delta \tilde{x}(t) \quad (\delta > 0) \quad (9)$$

とすれば,

$$\dot{V}(t) = -2\delta c(x^2(t) + 1)\tilde{x}^2(t) < 0 \quad for \ any \ \tilde{x}(t) \neq 0 \quad (10)$$

となり, システムを漸近安定化することが出来る.

2.2 a, b, c が未知のとき

次に, a, b, c が未知な場合を考える. 入力 $u(t)$ を

$$u(t) = -\frac{\hat{a}}{\hat{c}} \frac{x^3(t)}{x^2(t)+1} - \frac{\hat{b}}{\hat{c}} \frac{\cos 2t}{x^2(t)+1} + \frac{1}{\hat{c}} \frac{\dot{x}_d(t)}{x^2(t)+1} - \delta \tilde{x}(t) \quad (11)$$

$$= -\hat{\alpha} \frac{x^3(t)}{x^2(t)+1} + \hat{\beta} \frac{\cos 2t}{x^2(t)+1} + \hat{\gamma} \frac{\dot{x}_d(t)}{x^2(t)+1} - \delta \tilde{x}(t) \quad (12)$$

とすると, 誤差追従方程式は,

$$\dot{\tilde{x}}(t) = ax^3(t) + b \cos 2t - \dot{x}_d(t) - c\hat{\alpha}x^3(t) - c\hat{\beta} \cos 2t + c\hat{\gamma}\dot{x}_d(t) - c\delta\{x^2(t)+1\}\tilde{x}(t) \quad (13)$$

$$= c\tilde{\alpha}x^3(t) + c\tilde{\beta} \cos 2t - c\tilde{\gamma}\dot{x}_d(t) - c\delta\{x^2(t)+1\}\tilde{x}(t) \quad (14)$$

となる. ただし, $\tilde{\alpha} = \alpha - \hat{\alpha}, \tilde{\beta} = \beta - \hat{\beta}, \tilde{\gamma} = \gamma - \hat{\gamma}$ である. エネルギー関数を

$$V(t) = \tilde{x}^2(t) + \eta_\alpha^{-1} c \tilde{\alpha}^2 + \eta_\beta^{-1} c \tilde{\beta}^2 + \eta_\gamma^{-1} c \tilde{\gamma}^2 \quad (15)$$

とおく. ただし, $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$ は推定ゲインである. 次に, エネルギー関数の時間微分を解析すると,

$$\dot{V}(t) = 2\tilde{x}(t)\dot{\tilde{x}}(t) + 2\eta_\alpha^{-1} c \tilde{\alpha} \dot{\tilde{\alpha}} + 2\eta_\beta^{-1} c \tilde{\beta} \dot{\tilde{\beta}} + 2\eta_\gamma^{-1} c \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} \quad (16)$$

より

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = 2\tilde{x}(t) [c\tilde{\alpha}x^3(t) + c\tilde{\beta} \cos 2t - c\tilde{\gamma}\dot{x}_d(t) - c\delta\{x^2(t)+1\}\tilde{x}(t)] \\ + 2\eta_\alpha^{-1} c \tilde{\alpha} \dot{\tilde{\alpha}} + 2\eta_\beta^{-1} c \tilde{\beta} \dot{\tilde{\beta}} + 2\eta_\gamma^{-1} c \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} \end{aligned} \quad (17)$$

となる. ここで,

$$\dot{\tilde{\alpha}} = -\dot{\hat{\alpha}} = -\eta_\alpha \tilde{x}(t) x^3(t) \quad (18)$$

$$\dot{\tilde{\beta}} = -\dot{\hat{\beta}} = -\eta_\beta \tilde{x}(t) \cos 2t \quad (19)$$

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -\dot{\hat{\gamma}} = \eta_\gamma \tilde{x}(t) \dot{x}_d(t) \quad (20)$$

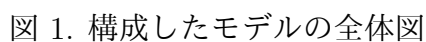
とすれば,

$$\dot{V}(t) = -2\delta c(x^2(t)+1)\tilde{x}^2(t) \leq 0 \quad \text{for any} \quad \begin{pmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{\alpha} \\ \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

以上より，以下の適応追従コントローラを得る．

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{\hat{\alpha}} \\ \dot{\hat{\beta}} \\ \dot{\hat{\gamma}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{\alpha} \tilde{x}(t) x^3(t) \\ \eta_{\beta} \tilde{x}(t) \cos 2t \\ -\eta_{\gamma} \tilde{x}(t) \dot{x}_d(t) \end{pmatrix} \quad (23)$$

Simulink で構成したモデルを以下にそれぞれ示す. システムの全体を図 1 に, 理想モデルを図 2 に, 制御対象を図 3 に, 制御入力を図 4 に示す. また, 図 5 - 7 に α, β, γ の推定器を示し, 図 8 に δ に関するサブシステムを示す.



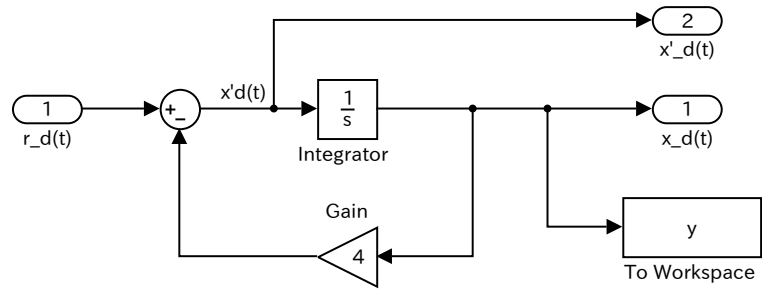


図 2. 理想モデル

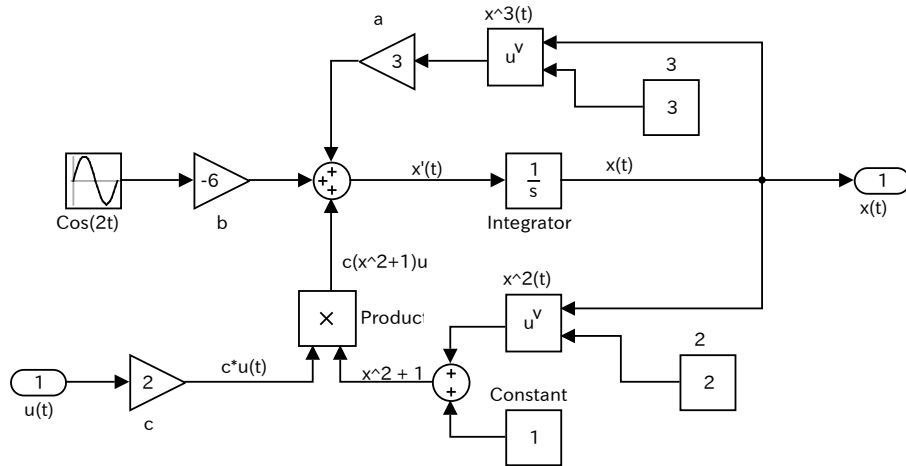


図 3. 制御対象

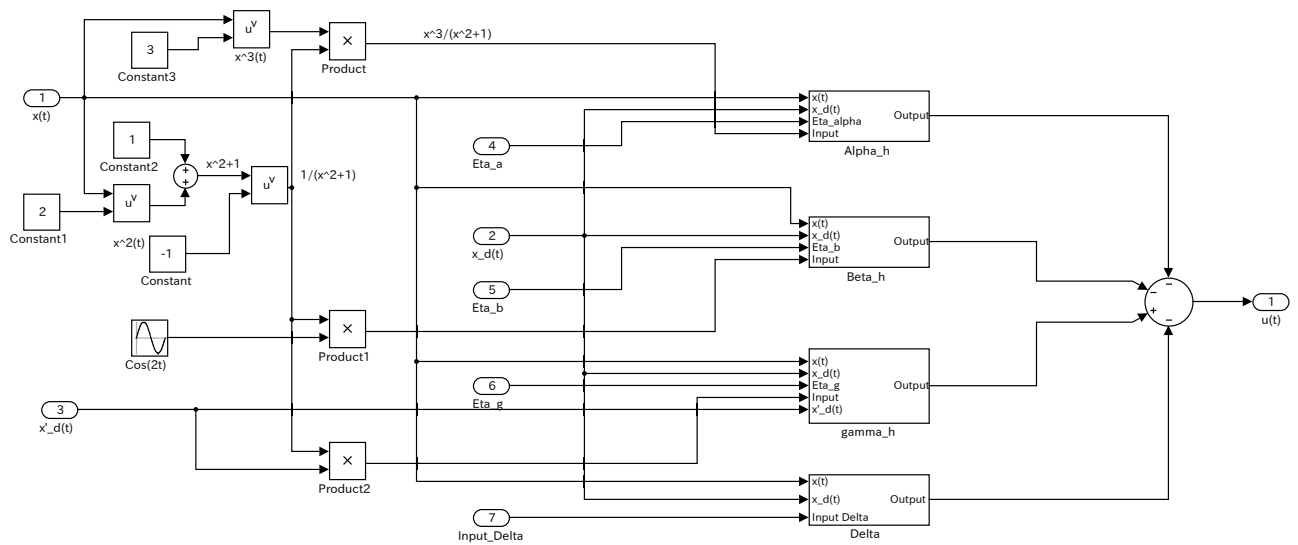


図 4. 入力 $u(t)$

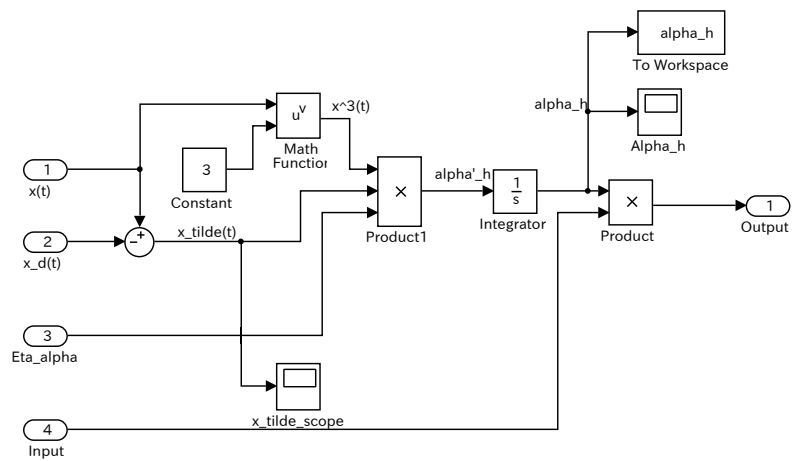


図 5. $\hat{\alpha}$ の推定器

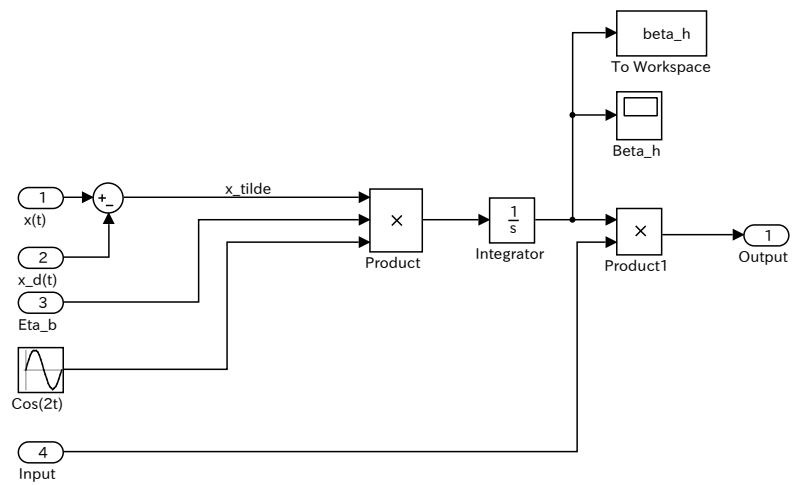


図 6. $\hat{\beta}$ の推定器

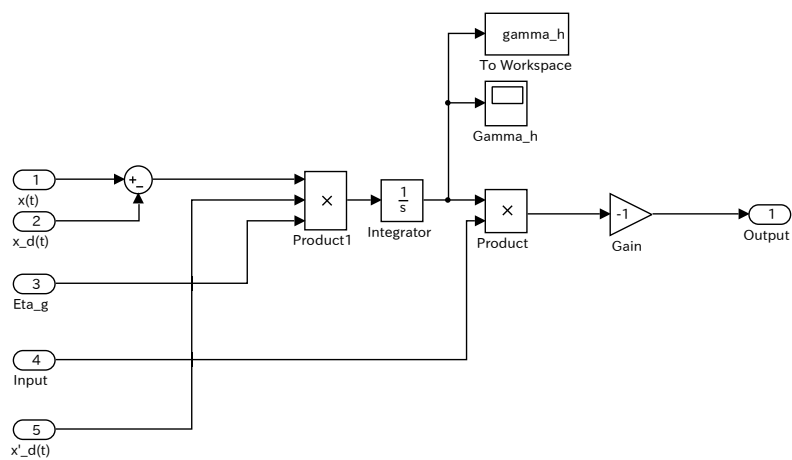


図 7. $\hat{\gamma}$ の推定器

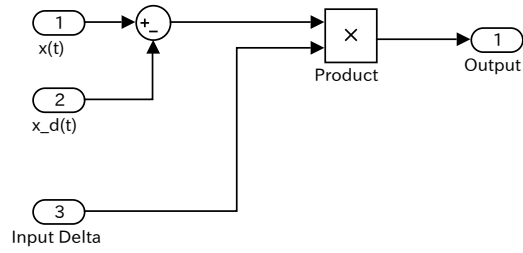


図 8. δ に関するサブシステム

3.1 $r_d(t) = 4$ の場合

(3) 式にて $r_d(t) = 4$ とした場合，シミュレーションした結果を図 9 示す．また，図 10 に追従誤差 $\tilde{x}(t)$ ，図 11 に入力 $u(t)$ を，図 12 - 14 に $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$ を示す．ただし， $\eta_\alpha = \eta_\beta = \eta_\gamma = 1$ とした．

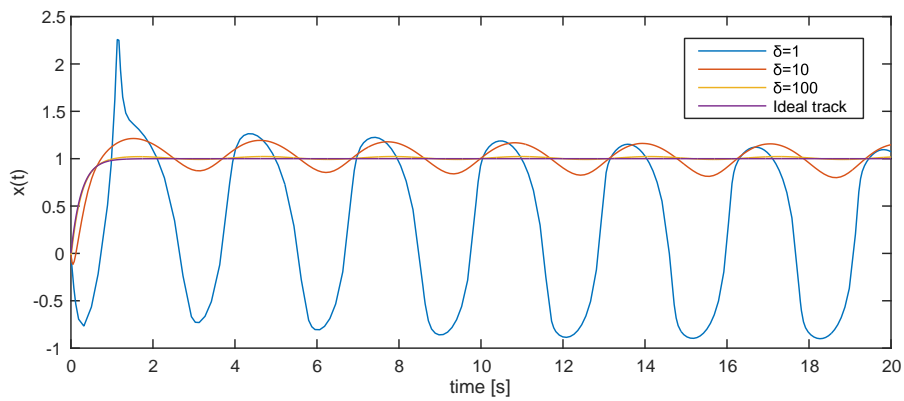


図 9. $r_d(t) = 4$ のときの理想軌道と x ($\delta = 1, 10, 100$) の比較

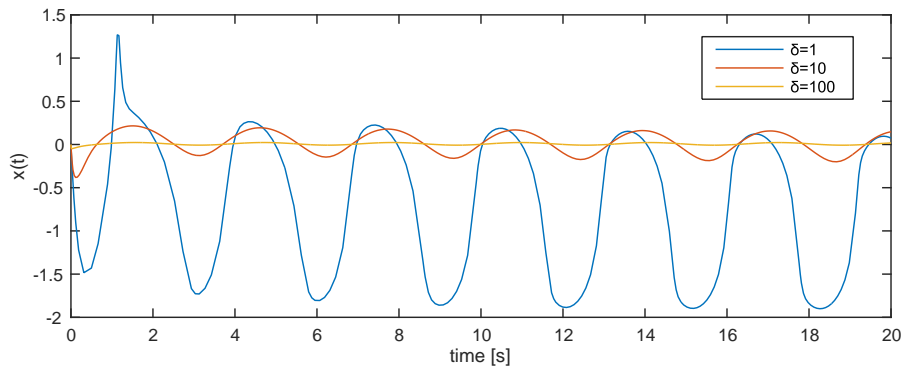


図 10. $r_d(t) = 4$ のときの \tilde{x} ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

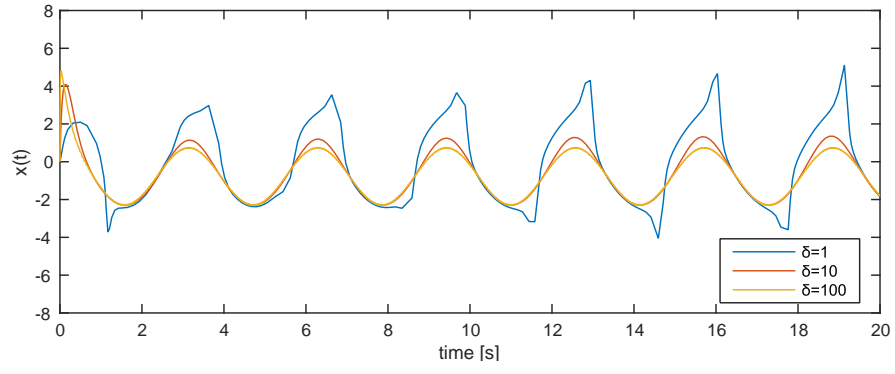


図 11. $r_d(t) = 4$ のときの $u(t)$ ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

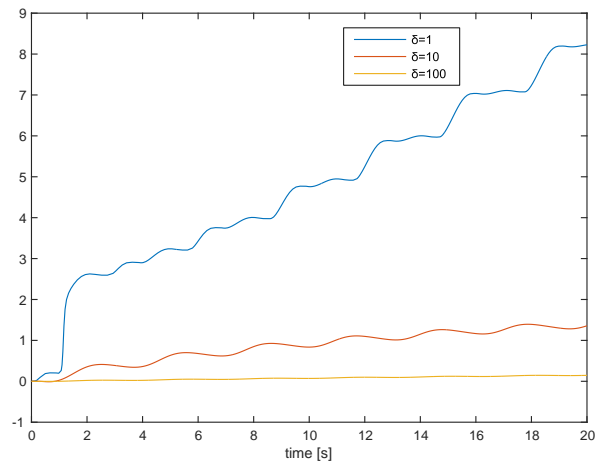


図 12. $r_d(t) = 4$ のときの $\hat{\alpha}$ ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

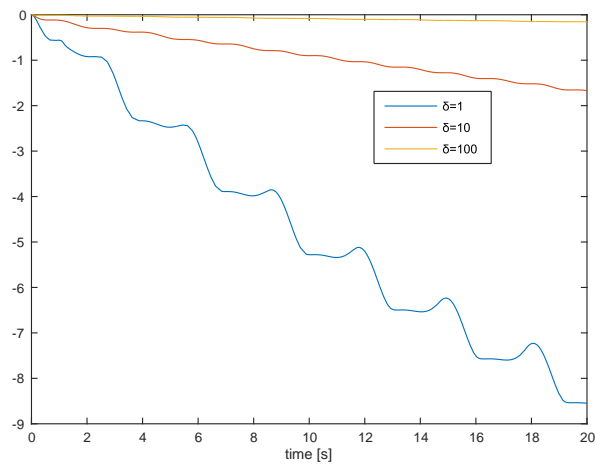


図 13. $r_d(t) = 4$ のときの $\hat{\beta}$ ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

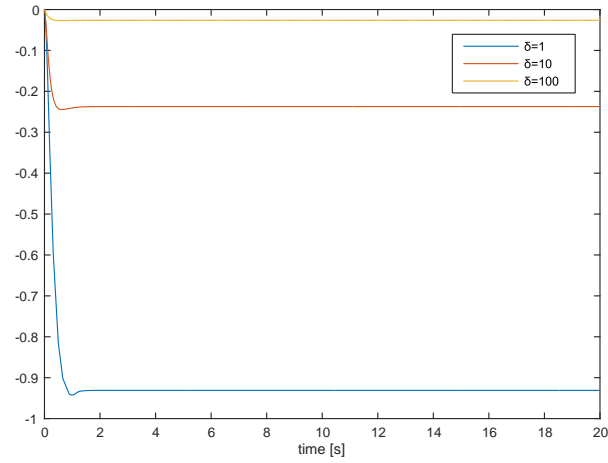


図 14. $r_d(t) = 4$ のときの $\hat{\gamma}$ ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

3.2 $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$ の場合

$r_d(t) = 4$ の場合と同様にシミュレーションした結果を図 15 - 20 にそれぞれ示す.

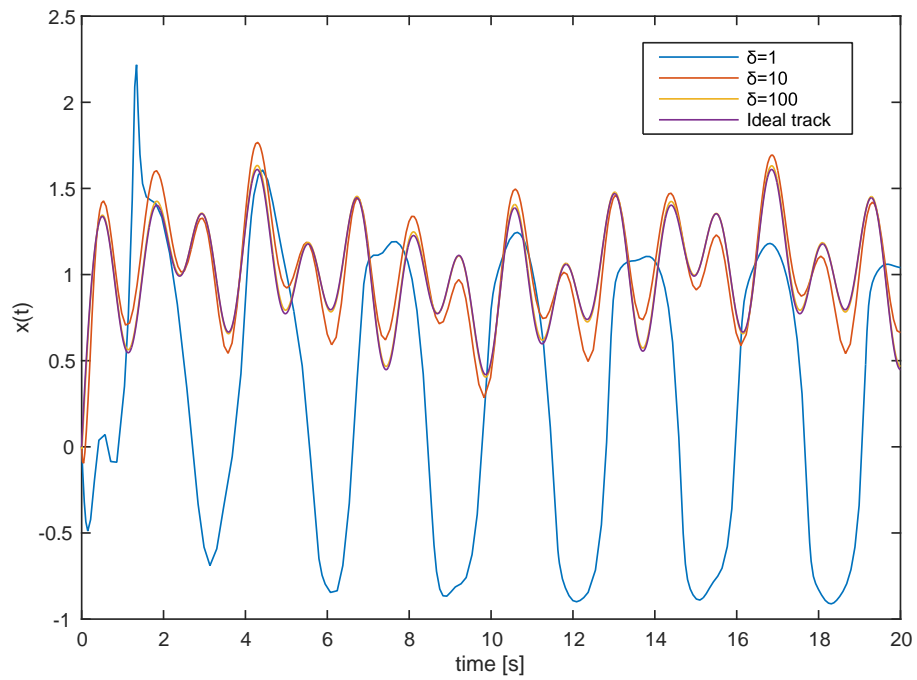


図 15. $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$ のときの理想軌道と x ($\delta = 1, 10, 100$) の比較

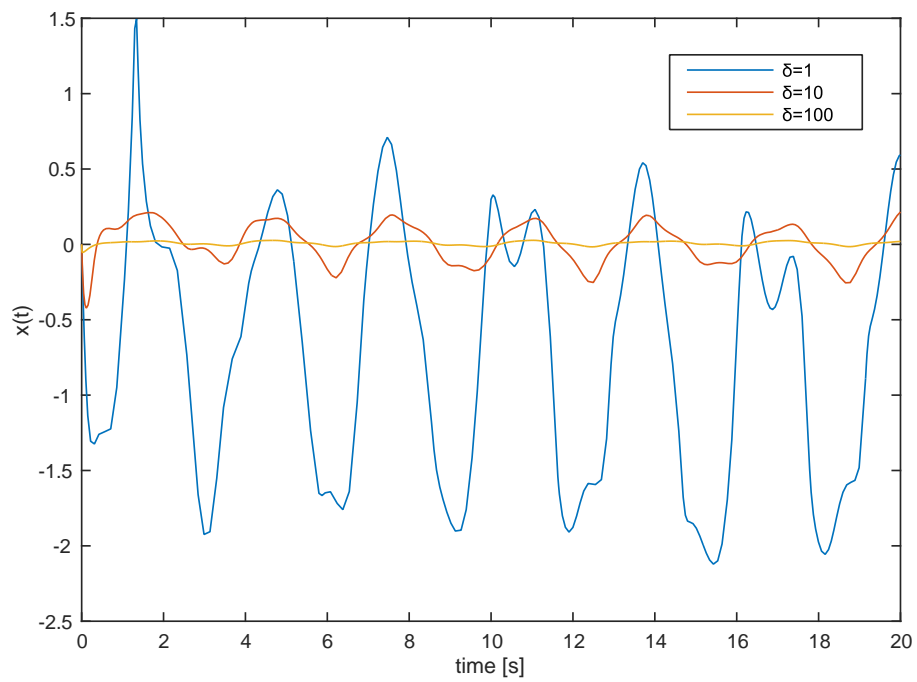


図 16. $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$ のときの \tilde{x} ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

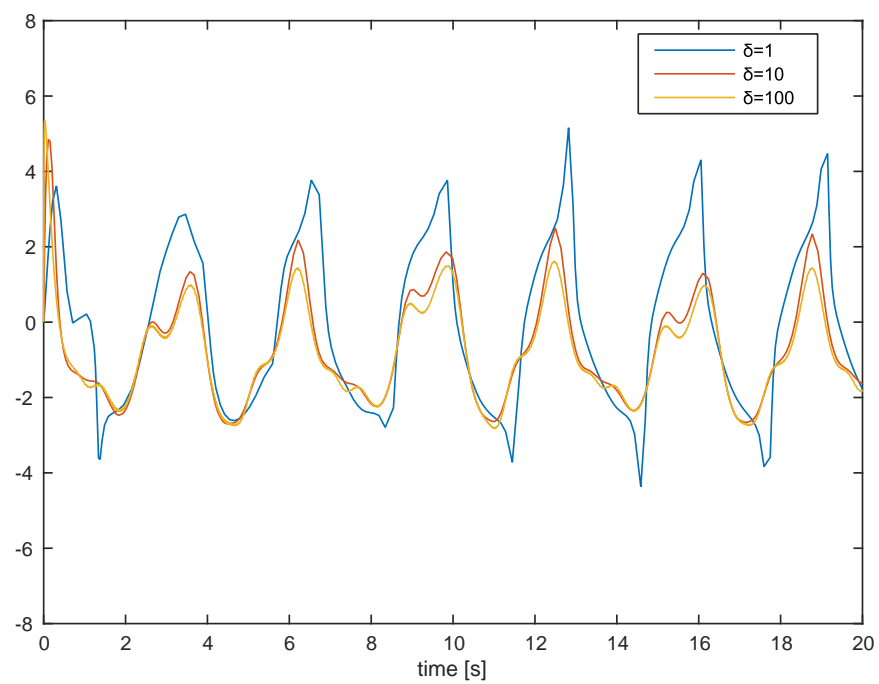


図 17. $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$ のときの $u(t)$ ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

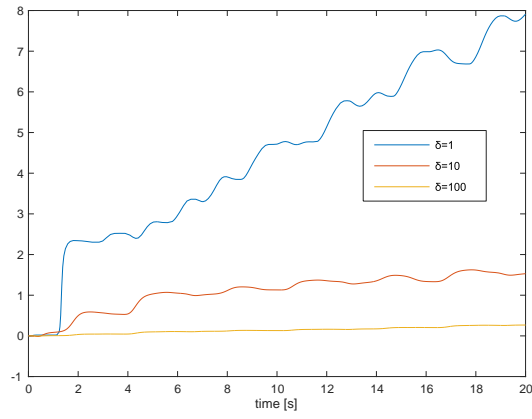


図 18. $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$ のときの $\hat{\alpha}$ ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

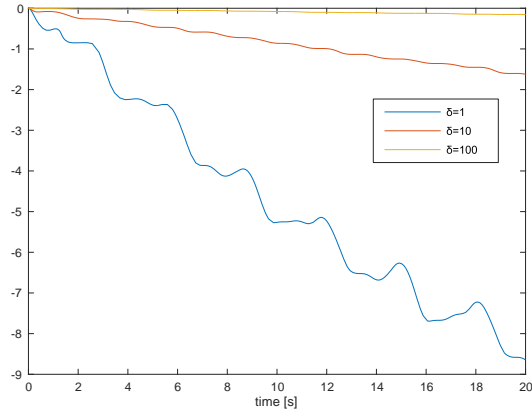


図 19. $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$ のときの $\hat{\beta}$ ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

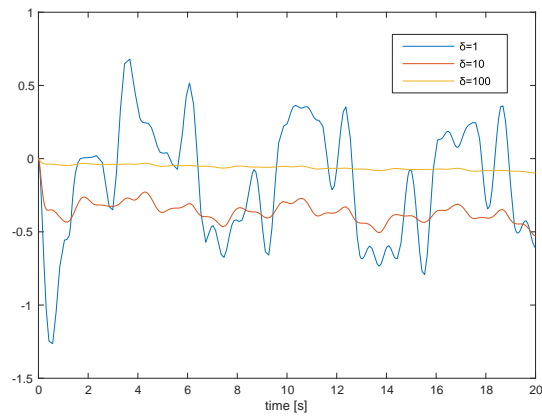


図 20. $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$ のときの $\hat{\gamma}$ ($\delta = 1, 10, 100$) の様子

4 考察

図 9,15 を見ると設計パラメータ δ を大きくすればするほど、理想軌道に対する追従性能が向上していることがわかる。しかし、大きくし過ぎると追従性能は向上しているが、小さく振動していることが確認できた。次に、 $\delta = 10$ とし、 $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$ のうちひとつだけ値を変化させたときの応答を図 21 - 27 示す。ただし、 $r_d(t) = 4$ とした。図 21 より η_α を増加させると追従性能が向上することがわかる。また、図 23 より、 η_β を増加させると、応答が発散することがわかった。最後に、図 25,27 より、 η_γ を増加させると定常状態における追従性能は変わらなかったが、過渡状態（特に時間 $t = 0 \sim 1[s]$ ）において、 η_γ が増加すると追従性能が上がることがわかった。最後に、 $\eta_\alpha = 1000, \eta_\beta = \eta_\alpha = 1000, \eta_\gamma = \eta_\alpha^{\frac{3}{2}} = 31622$ とした場合と、 $\eta_\alpha = 1, \eta_\beta = 1, \eta_\gamma = 1$ としたときの比較をしたものを図 28 に示す。ただし、 $\delta = 10$ とした。図 28 を見ると、推定ゲイン η を調整することでより良い制御性能が得られることがわかった。また、 η を変化させたときの $u(t)$ を比較したものを図 30,31 に示す。 η を大きくすると良い制御性能が得られることがわかったが図 30,31 を見ると、 η を大きくすると $u(t)$ が時間 $0 \sim 0.3[s]$ において振動することがわかった。

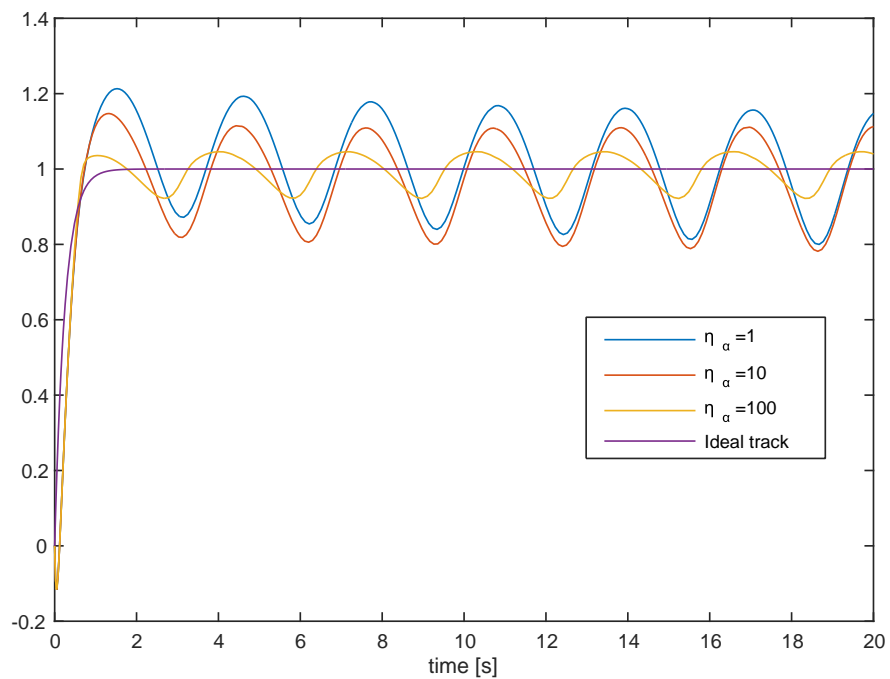


図 21. η_α を変化させたとき $x(t)$ の様子 ($r_d(t) = 4$ のとき)

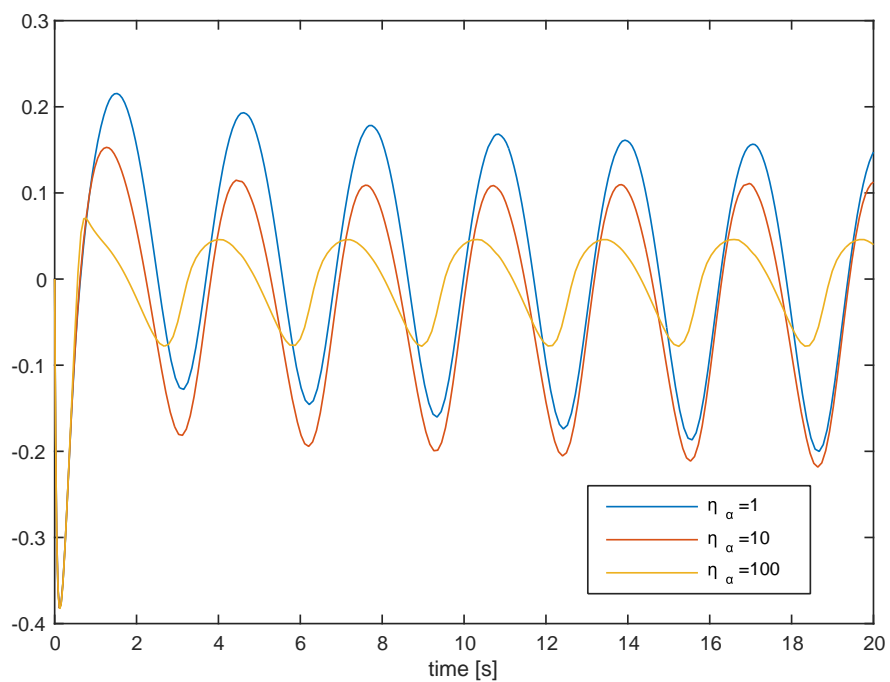


図 22. η_α を変化させたときの $\tilde{x}(t)$ の様子 ($r_d(t) = 4$ のとき)

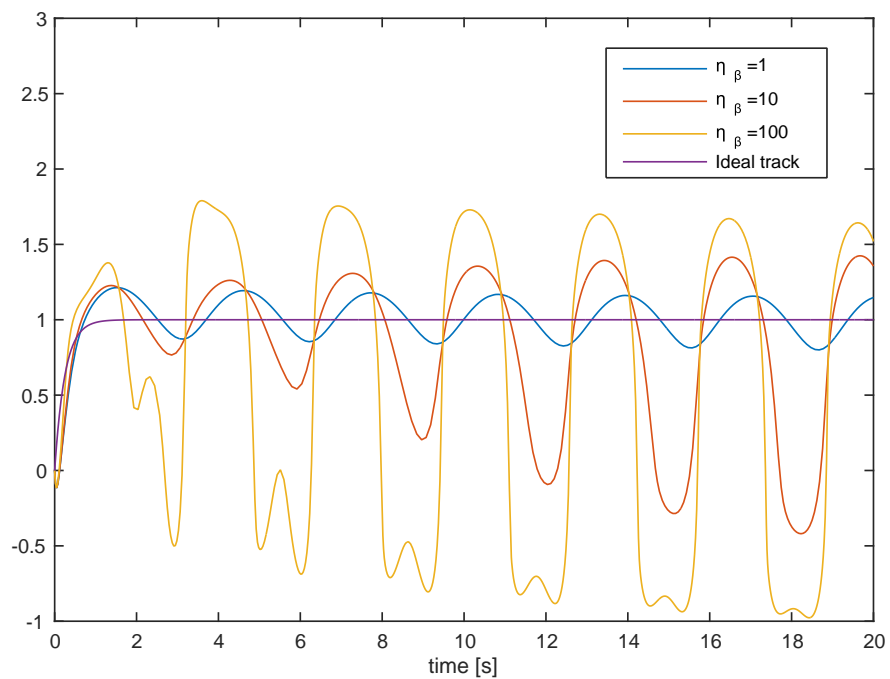


図 23. η_β を変化させたときの $x(t)$ の様子 ($r_d(t) = 4$ のとき)

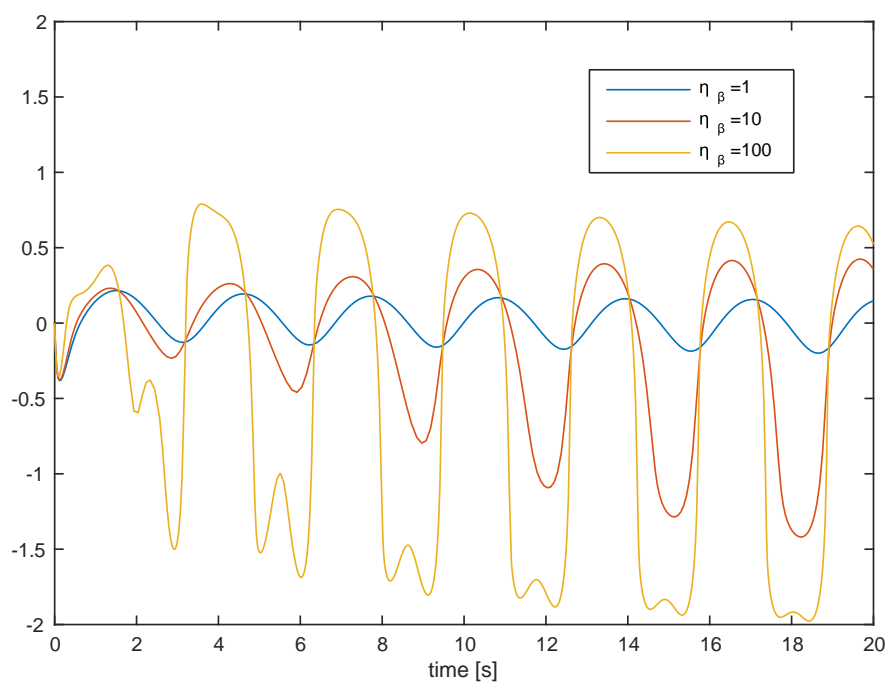


図 24. η_β を変化させたときの $\tilde{x}(t)$ の様子 ($r_d(t) = 4$ のとき)

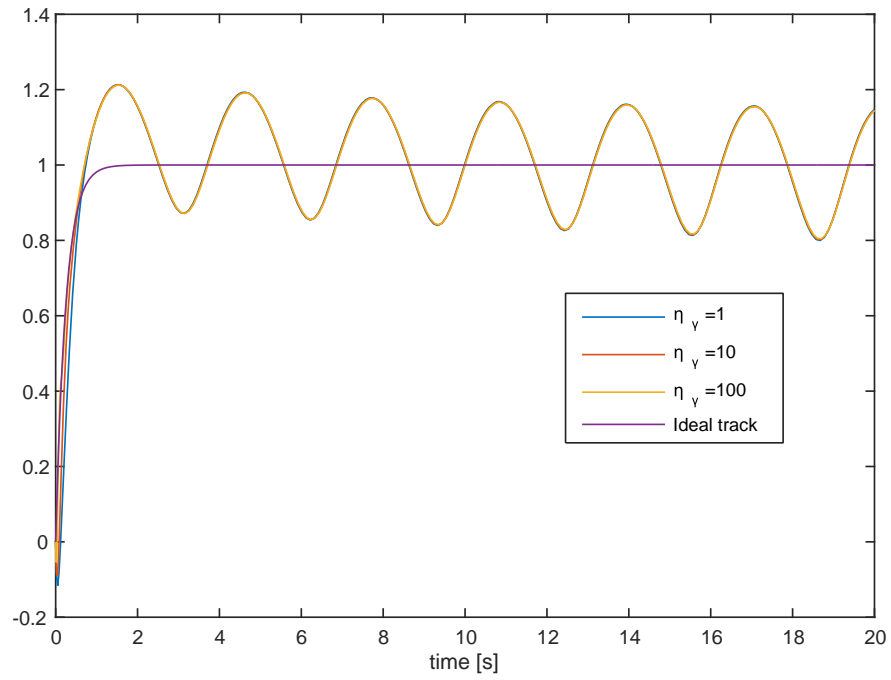


図 25. η_γ を変化させたときの $x(t)$ の様子 ($r_d(t) = 4$ のとき)

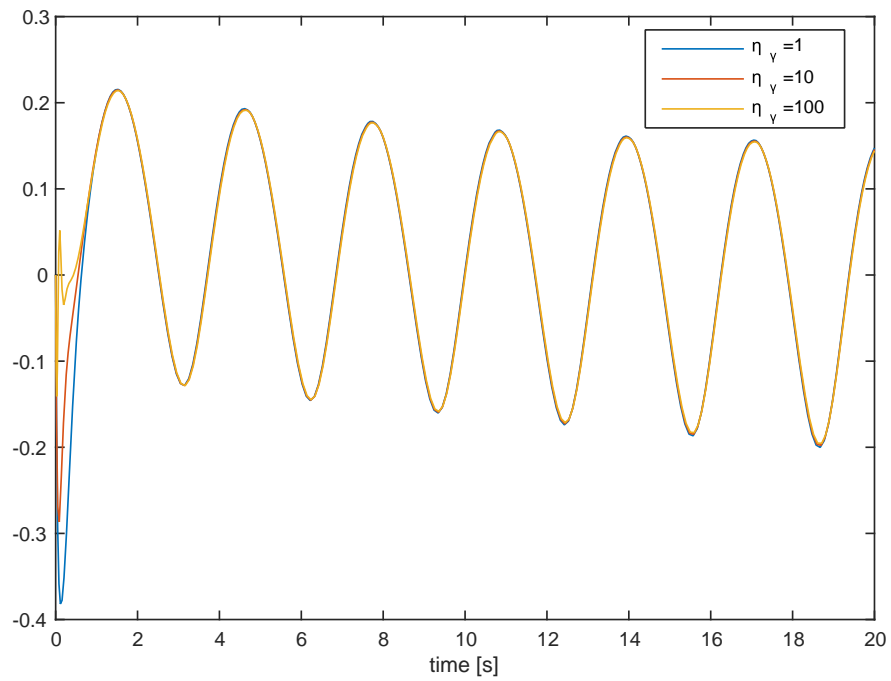


図 26. η_γ を変化させたときの $\hat{x}(t)$ の様子 ($r_d(t) = 4$ のとき)

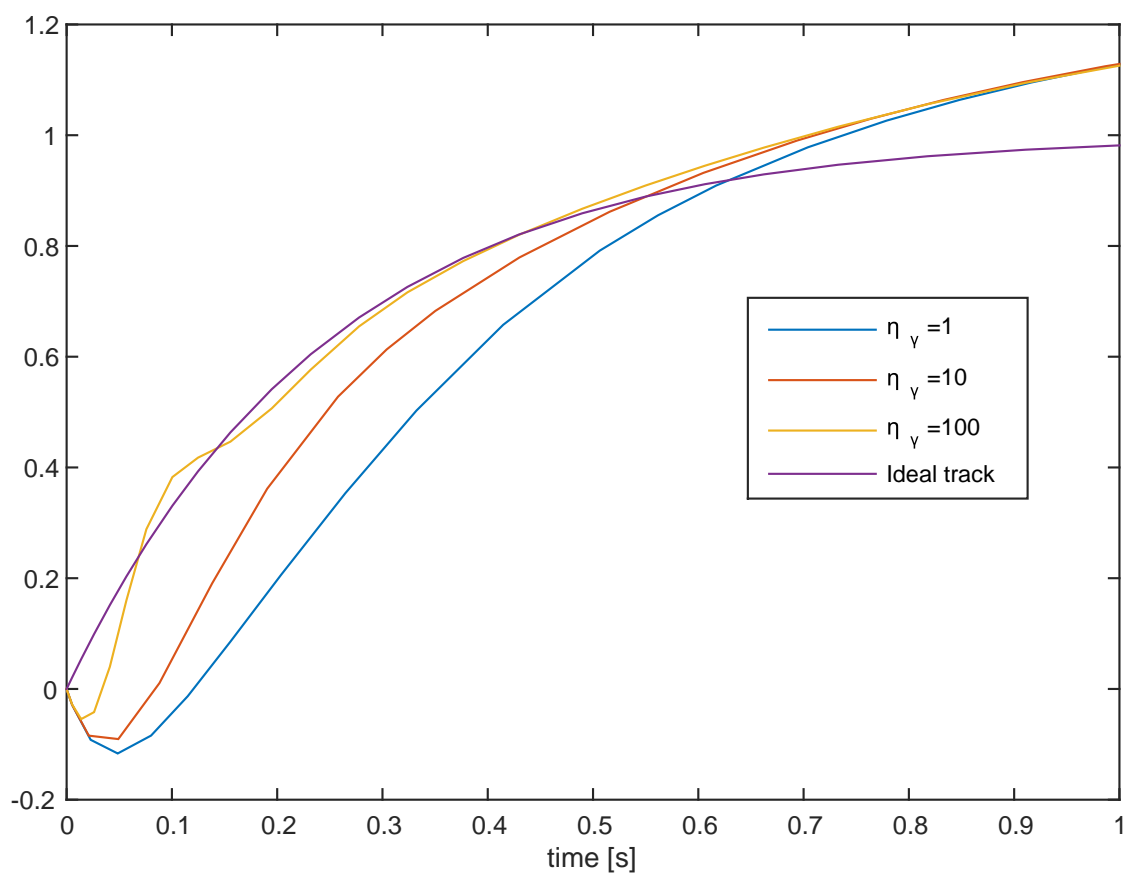


図 27. 図 25 の拡大図（時間 $t = 0 \sim 1[s]$ について）

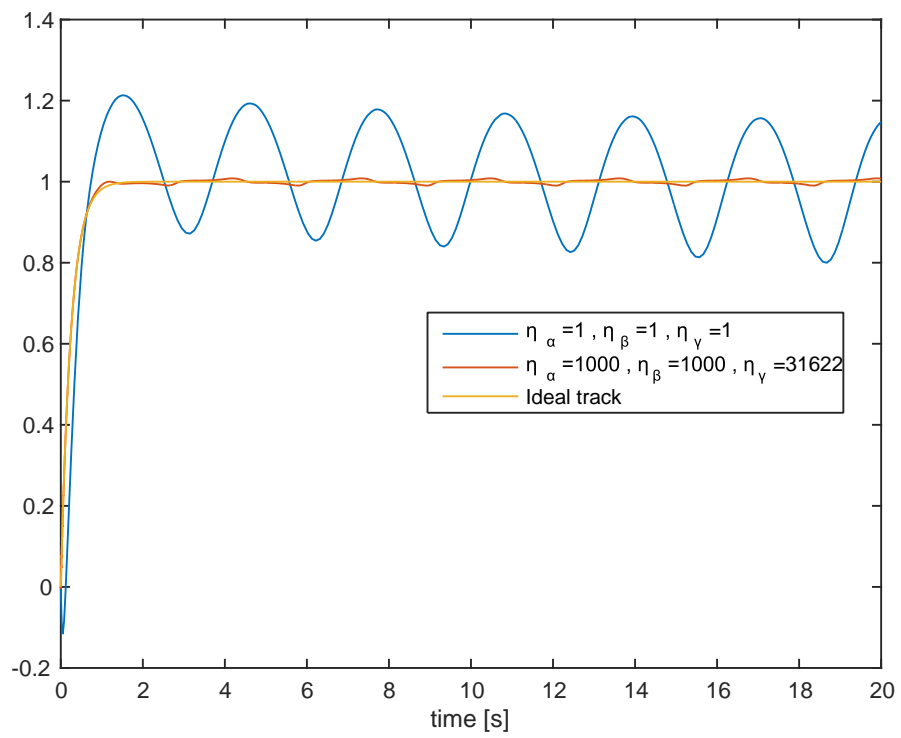


図 28. $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$ を変化させたときの $x(t)$ の様子

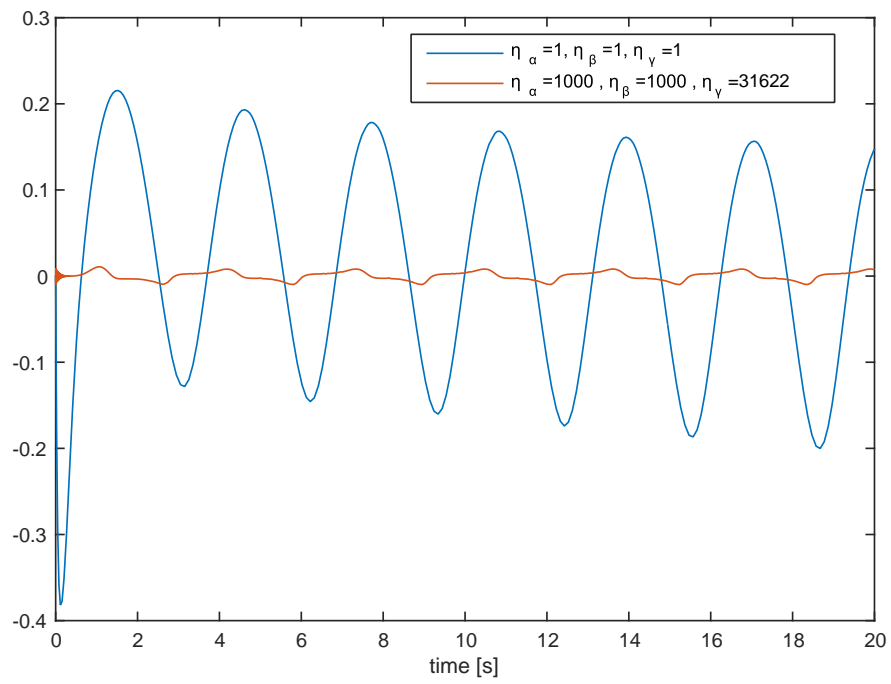


図 29. $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$ を変化させたときの $\tilde{x}(t)$ の様子

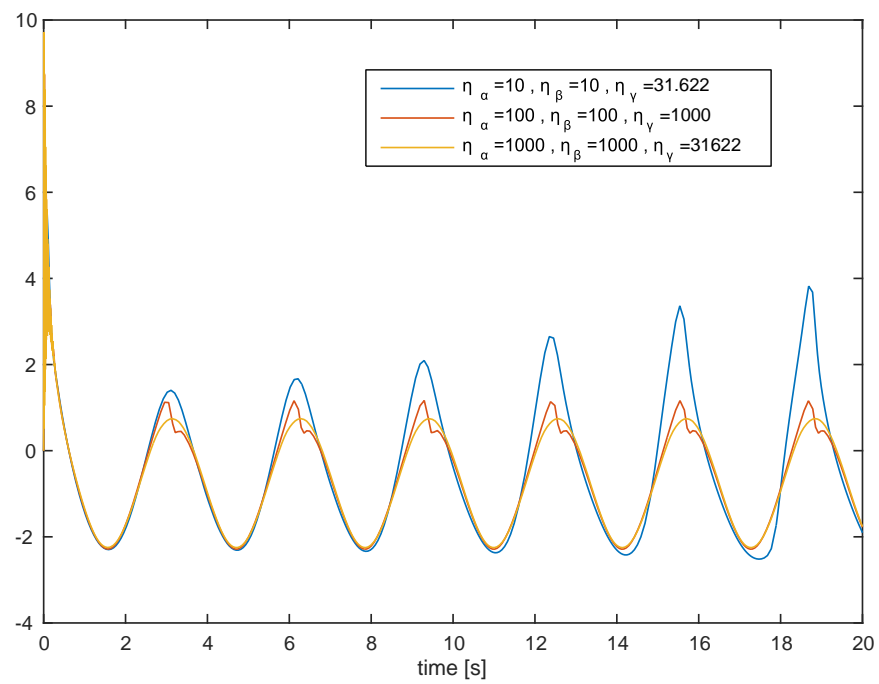


図 30. $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$ を変化させたときの $u(t)$ の様子

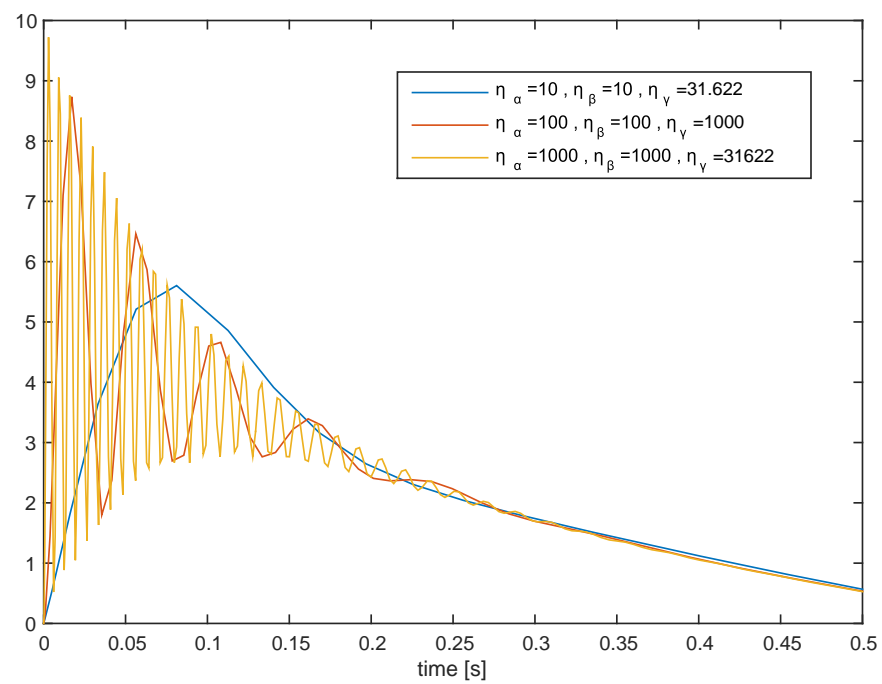


図 31. 図 30 の拡大図

参考文献

- [1] 大屋勝敬:”車両制御特論 MATLAB+Simulink の利用法”