

# 車両制御特論

## レポート2

九州工業大学大学院 工学府

機械知能工学専攻 知能制御工学コース

所属： 西田研究室

学籍番号： 16344217

提出者氏名： 津上 祐典

平成28年 8月 10日

# 1 与えられたシステム

学籍番号によって決まった制御対象は,

$$\dot{x}(t) = ax^3(t) + b \cos 2t + c(x^2(t) + 1)u(t) \quad (1)$$

$$a = 3, b = -6, c = 2 \quad (2)$$

である. また, 理想モデルは,

$$\dot{x}_d(t) = -4x_d(t) + r_d(t) \quad (3)$$

である. ここで,

$$\tilde{x}(t) = x(t) - x_d(t) \quad (4)$$

とおくと追従誤差方程式は,

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_d(t) \quad (5)$$

$$= ax^3(t) + b \cos 2t + c(x^2(t) + 1)u(t) - \dot{x}_d(t) \quad (6)$$

となる.

## 2 適応追従コントローラの設計

### 2.1 $a, b, c$ が既知のとき

エネルギー関数を  $V(t) = \tilde{x}^2(t)$  とおく. エネルギー関数の時間微分を解析すると,

$$\dot{V}(t) = 2\tilde{x}(t)\dot{\tilde{x}}(t) \quad (7)$$

$$= 2\tilde{x}(t) \left[ ax^3(t) + b \cos 2t + c\{x^2(t) + 1\}u(t) - \dot{x}_d(t) \right] \quad (8)$$

となる. ここで入力  $u(t)$  を

$$u(t) = -\frac{ax^3(t)}{c(x^2(t) + 1)} - \frac{b \cos 2t}{c(x^2(t) + 1)} + \frac{\dot{x}_d(t)}{c(x^2(t) + 1)} - \delta \tilde{x}(t) \quad (\delta > 0) \quad (9)$$

とすれば,

$$\dot{V}(t) = -2\delta c(x^2(t) + 1)\tilde{x}^2(t) < 0 \quad for \ any \ \tilde{x}(t) \neq 0 \quad (10)$$

となり, システムを漸近安定化することが出来る.

## 2.2 $a, b, c$ が未知のとき

次に,  $a, b, c$  が未知な場合を考える. 入力  $u(t)$  を

$$u(t) = -\frac{\hat{a}}{\hat{c}} \frac{x^3(t)}{x^2(t)+1} - \frac{\hat{b}}{\hat{c}} \frac{\cos 2t}{x^2(t)+1} + \frac{1}{\hat{c}} \frac{\dot{x}_d(t)}{x^2(t)+1} - \delta \tilde{x}(t) \quad (11)$$

$$= -\hat{\alpha} \frac{x^3(t)}{x^2(t)+1} + \hat{\beta} \frac{\cos 2t}{x^2(t)+1} + \hat{\gamma} \frac{\dot{x}_d(t)}{x^2(t)+1} - \delta \tilde{x}(t) \quad (12)$$

とすると, 誤差追従方程式は,

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}(t) = & ax^3(t) + b \cos 2t - \dot{x}_d(t) - c\hat{\alpha}x^3(t) - c\hat{\beta} \cos 2t + c\hat{\gamma}\dot{x}_d(t) - c\delta\{x^2(t)+1\}\tilde{x}(t) \\ & + c\tilde{\alpha}x^3(t) + c\tilde{\beta} \cos 2t - c\tilde{\gamma}\dot{x}_d(t) - c\delta\{x^2(t)+1\}\tilde{x}(t) \end{aligned} \quad (13)$$

となる. エネルギー関数を

$$V(t) = \tilde{x}^2(t) + \eta_\alpha^{-1} c \tilde{\alpha}^2 + \eta_\beta^{-1} c \tilde{\beta}^2 + \eta_\gamma^{-1} c \tilde{\gamma}^2 \quad (14)$$

とおく. ただし,  $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$  は推定ゲインである. 次に, エネルギー関数の時間微分を解析すると,

$$\dot{V}(t) = 2\tilde{x}(t)\dot{\tilde{x}}(t) + 2\eta_\alpha^{-1} c \tilde{\alpha} \dot{\tilde{\alpha}} + 2\eta_\beta^{-1} c \tilde{\beta} \dot{\tilde{\beta}} + 2\eta_\gamma^{-1} c \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} \quad (15)$$

より

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & 2\tilde{x}(t)[c\tilde{\alpha}x^3(t) + c\tilde{\beta} \cos 2t - c\tilde{\gamma}\dot{x}_d(t) - c\delta\{x^2(t)+1\}\tilde{x}(t)] \\ & + 2\eta_\alpha^{-1} c \tilde{\alpha} \dot{\tilde{\alpha}} + 2\eta_\beta^{-1} c \tilde{\beta} \dot{\tilde{\beta}} + 2\eta_\gamma^{-1} c \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} \end{aligned} \quad (16)$$

となる. ここで,

$$\dot{\tilde{\alpha}} = -\dot{\hat{\alpha}} = -\eta_\alpha \tilde{x}(t)x^3(t) \quad (17)$$

$$\dot{\tilde{\beta}} = -\dot{\hat{\beta}} = -\eta_\beta \cos 2t \tilde{x}(t) \quad (18)$$

$$\dot{\tilde{\gamma}} = -\dot{\hat{\gamma}} = \eta_\gamma \tilde{x}(t)\dot{x}_d(t) \quad (19)$$

とすれば,

$$\dot{V}(t) = -2\delta c(x^2(t)+1)\tilde{x}^2(t) \leq 0 \quad \text{for any} \quad \begin{pmatrix} \tilde{x}(t) \\ \tilde{\alpha} \\ \tilde{\beta} \\ \tilde{\gamma} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (20)$$

となり，システムを安定化出来る．

以上より，以下の適応追従コントローラを得る．

$$u(t) = -\hat{\alpha} \frac{x^3(t)}{x^2(t) + 1} + \hat{\beta} \frac{\cos 2t}{x^2(t) + 1} + \hat{\gamma} \frac{\dot{x}_d(t)}{x^2(t) + 1} - \delta \tilde{x}(t) \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\theta}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{\hat{\alpha}} \\ \dot{\hat{\beta}} \\ \dot{\hat{\gamma}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \eta_{\alpha} \tilde{x}(t) x^3(t) \\ \eta_{\beta} \cos 2t \tilde{x}(t) \\ -\eta_{\gamma} \tilde{x}(t) \dot{x}_d(t) \end{pmatrix} \quad (22)$$

### 3 シミュレーション

Simulink で構成したモデルを以下にそれぞれ示す．システムの全体を図 1 に，理想モデルを図 2 に，制御対象を図 3 に，制御入力を図 4 に示す．また，図 5 - 7 に  $\alpha, \beta, \gamma$  の推定器を示し，図 8 に  $\delta$  に関するサブシステムを示す．

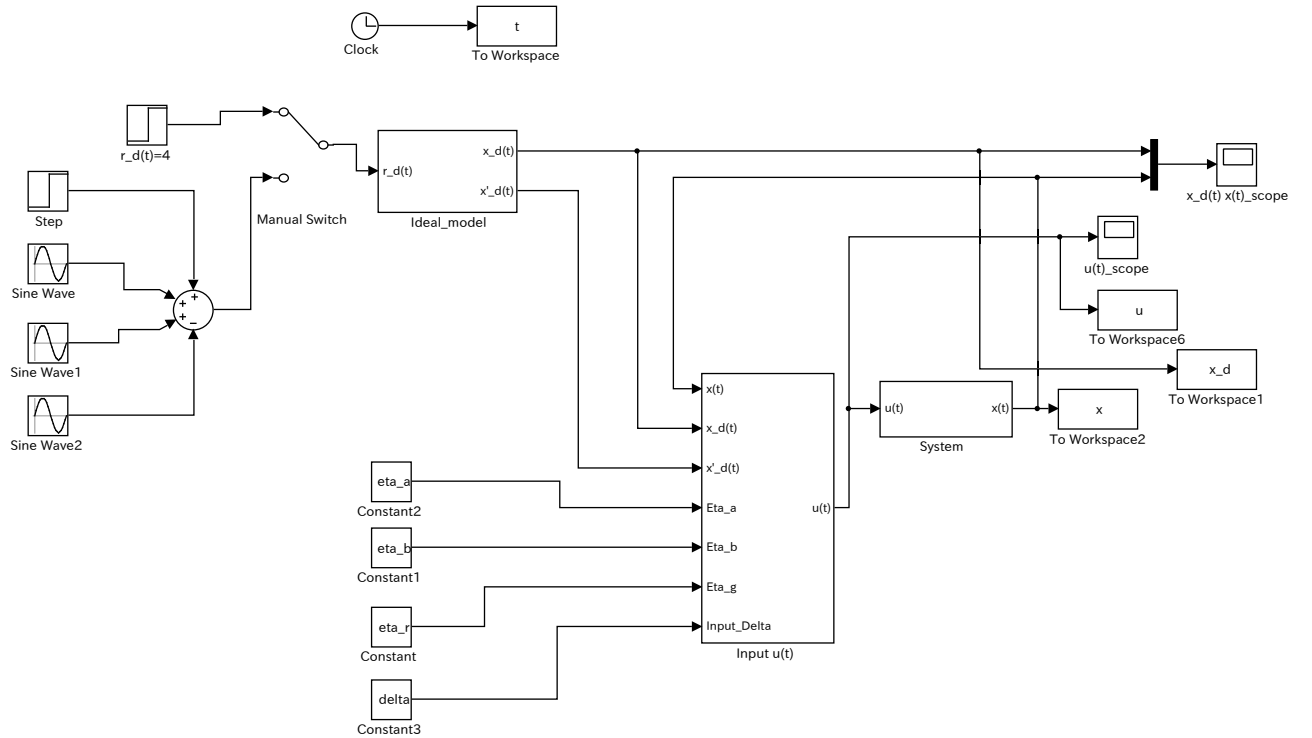


図 1. 構成したモデルの全体図

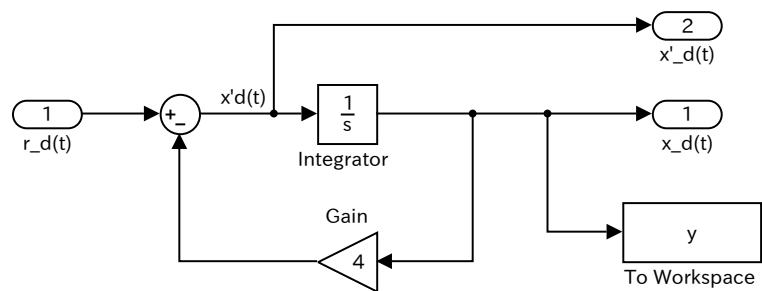


図 2. 理想モデル

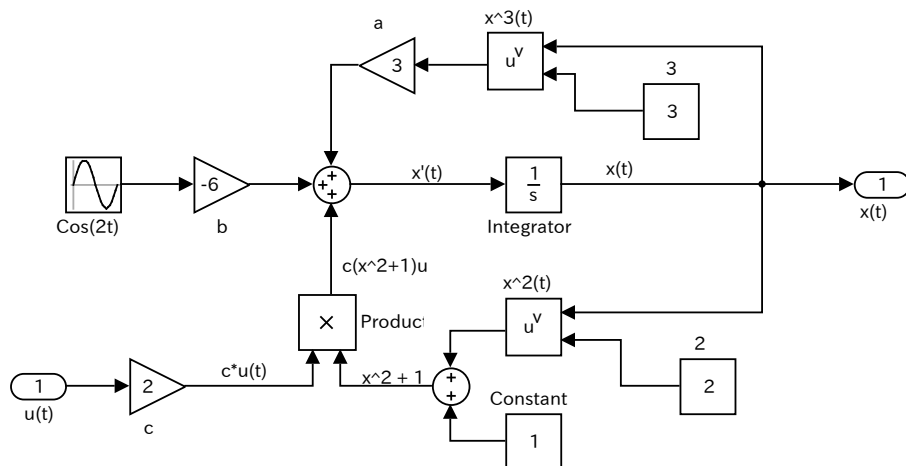


図 3. 制御対象

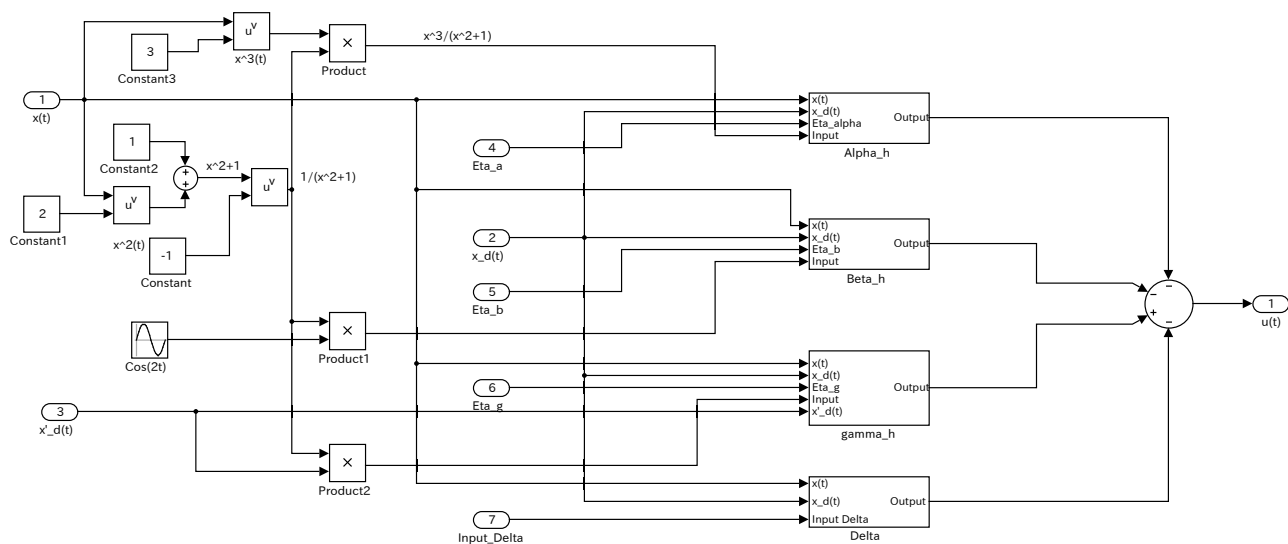


図 4. 入力  $u(t)$

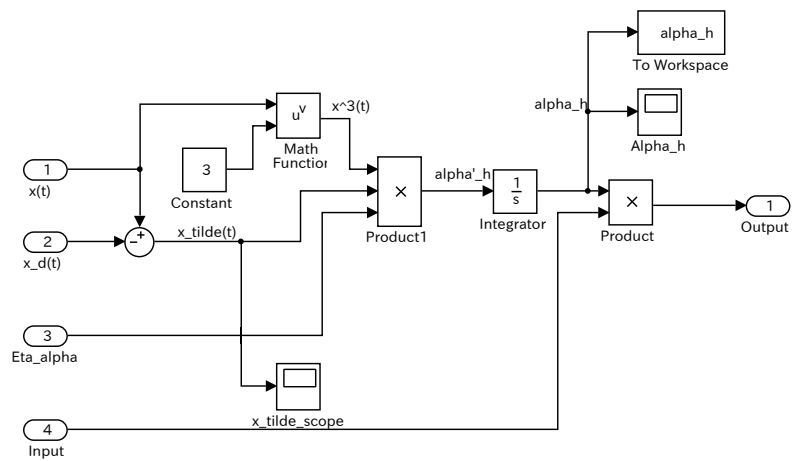


図 5.  $\hat{\alpha}$  の推定器

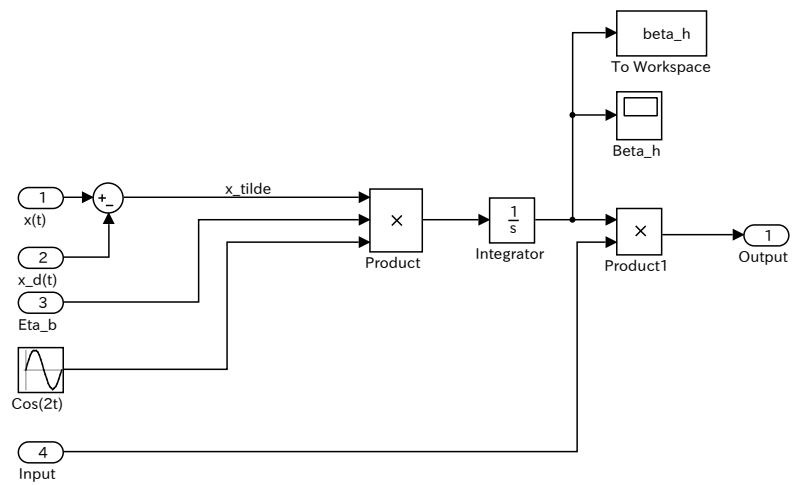


図 6.  $\hat{\beta}$  の推定器

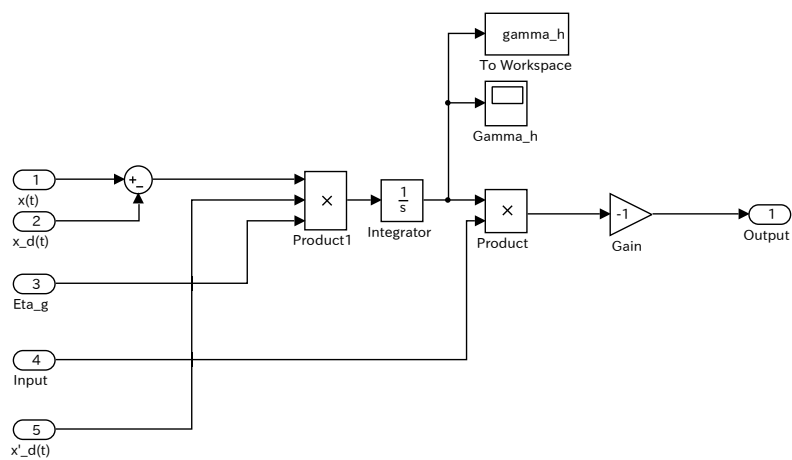


図 7.  $\hat{\gamma}$  の推定器

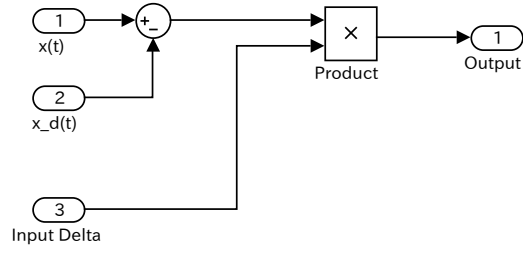


図 8.  $\delta$  に関するサブシステム

### 3.1 $r_d(t) = 4$ の場合

(3) 式にて  $r_d(t) = 4$  とした場合，シミュレーションした結果を図 9 示す．また，図 10 に追従誤差  $\tilde{x}(t)$ ，図 11 に入力  $u(t)$  を，図 12 - 14 に  $\hat{\alpha}, \hat{\beta}, \hat{\gamma}$  を示す．ただし， $\eta_\alpha = \eta_\beta = \eta_\gamma = 1$  とした．

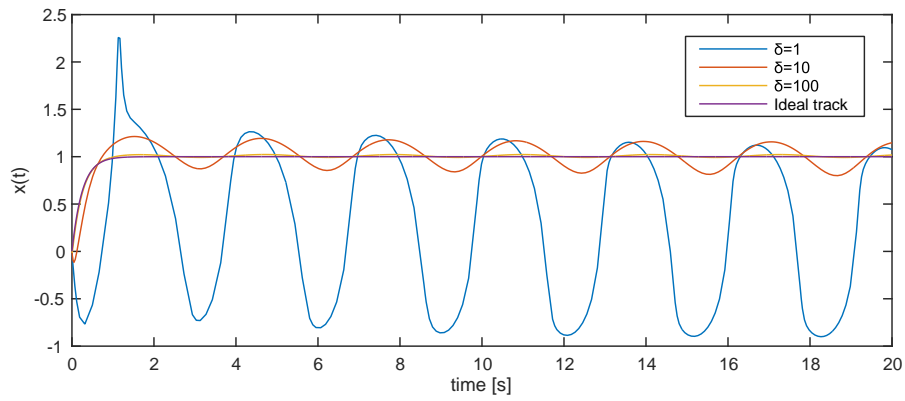


図 9.  $r_d(t) = 4$  のときの理想軌道と  $x$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の比較

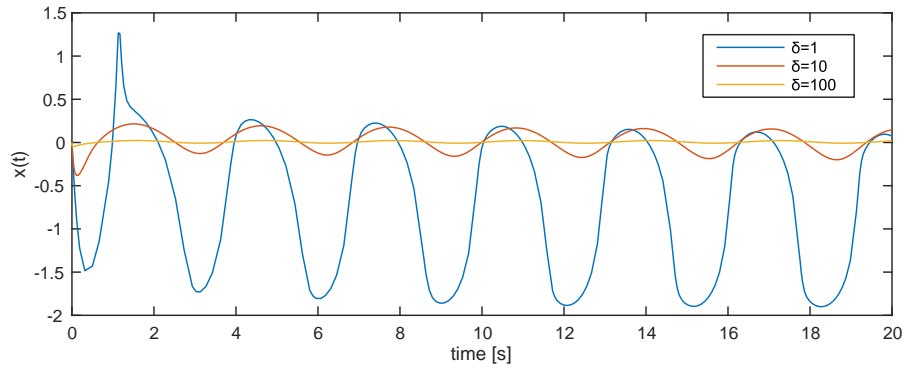


図 10.  $r_d(t) = 4$  のときの  $\tilde{x}$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

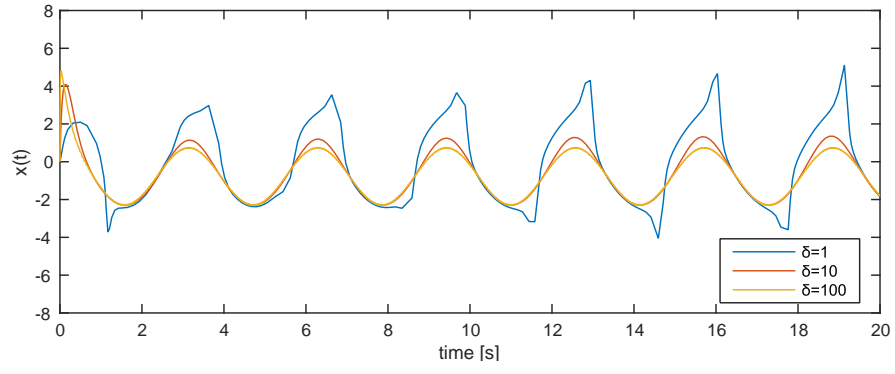


図 11.  $r_d(t) = 4$  のときの  $u(t)$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

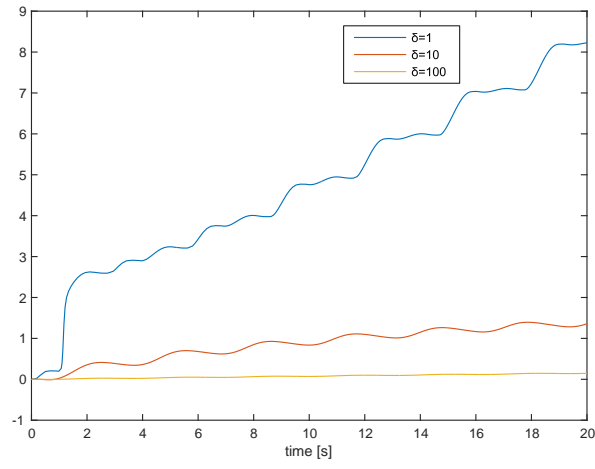


図 12.  $r_d(t) = 4$  のときの  $\hat{\alpha}$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

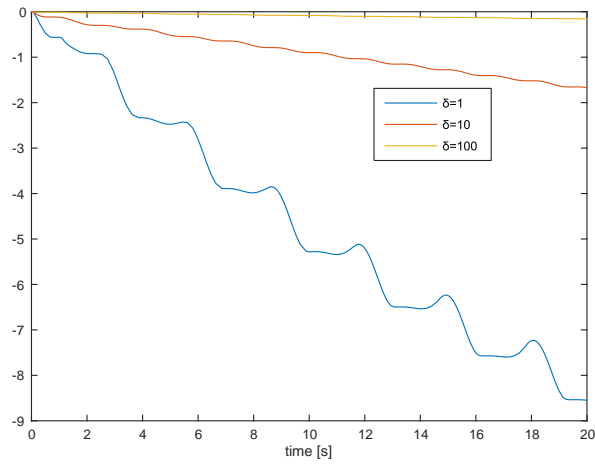


図 13.  $r_d(t) = 4$  のときの  $\hat{\beta}$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子



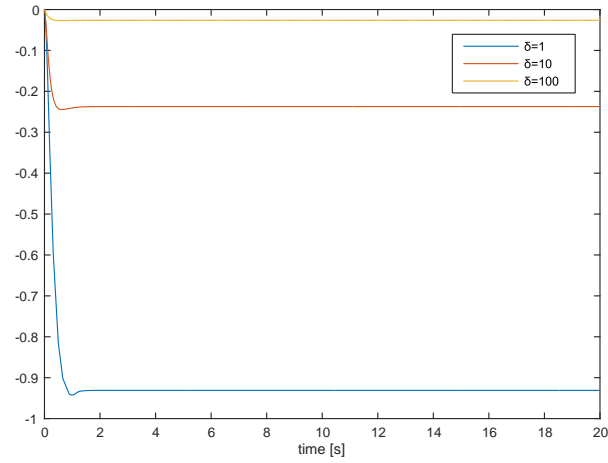


図 14.  $r_d(t) = 4$  のときの  $\hat{\gamma}$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

### 3.2 $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$ の場合

$r_d(t) = 4$  の場合と同様にシミュレーションした結果を図 15 - 20 にそれぞれ示す.

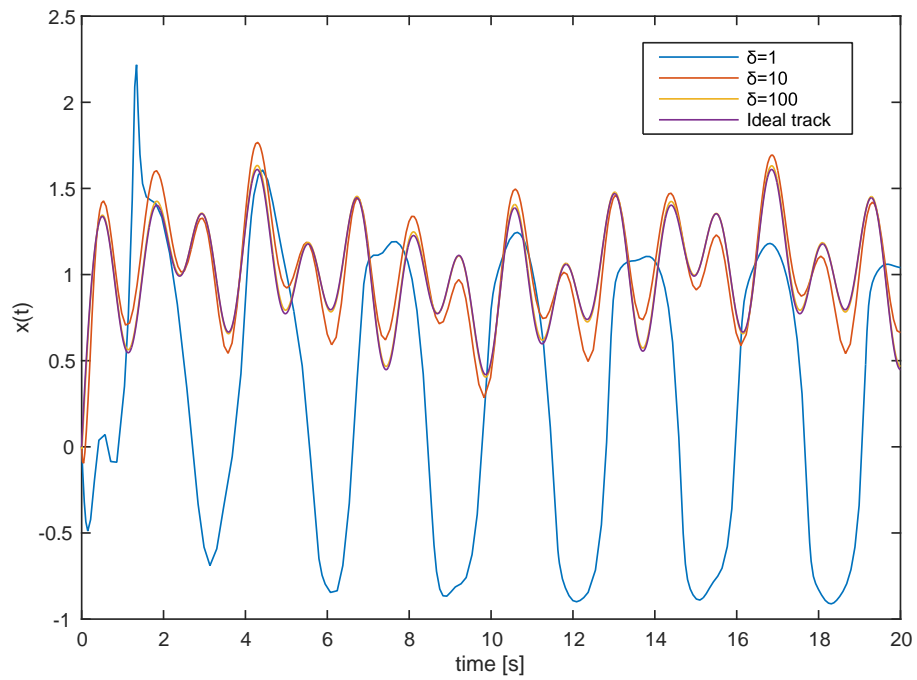


図 15.  $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$  のときの理想軌道と  $x$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の比較

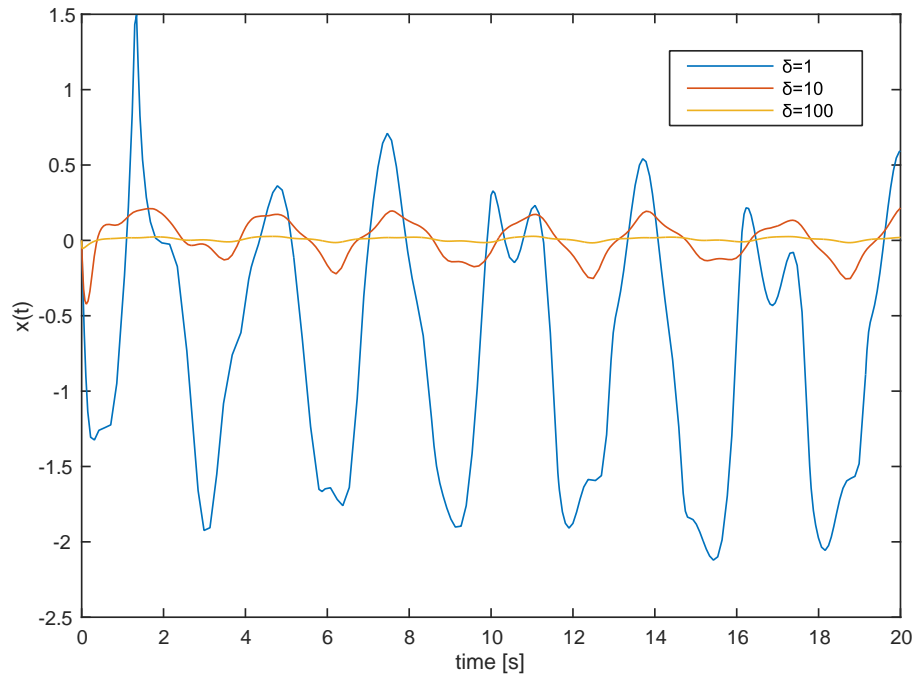


図 16.  $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$  のときの  $\tilde{x}$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

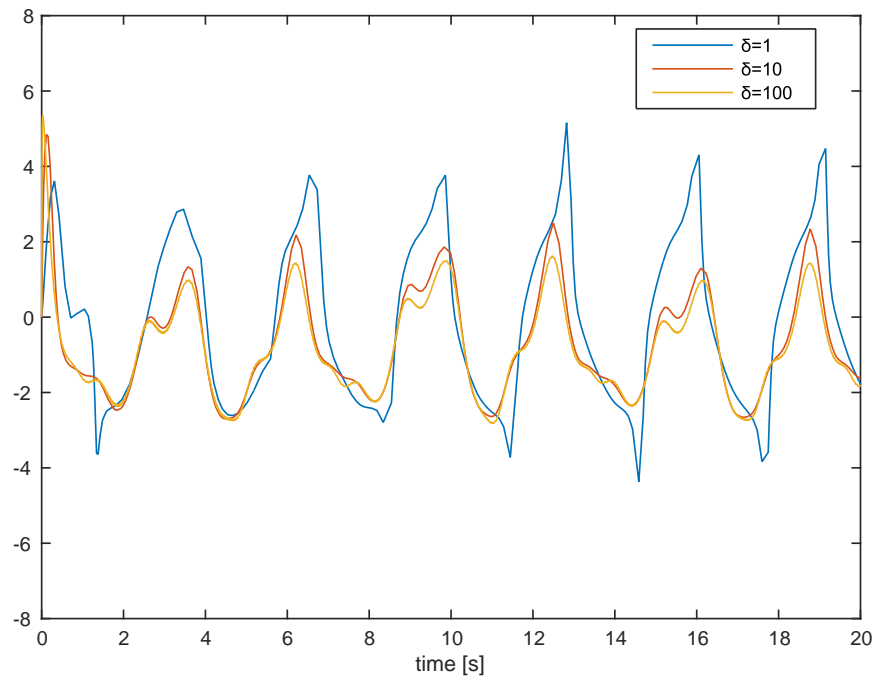


図 17.  $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$  のときの  $u(t)$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

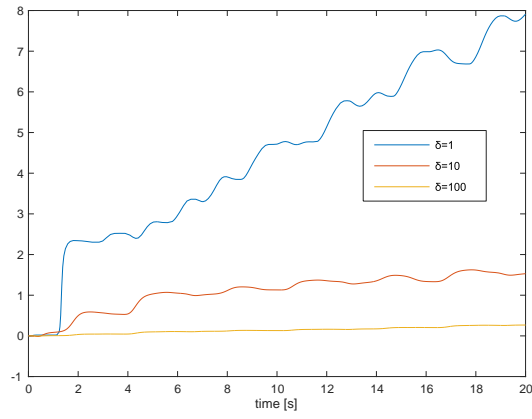


図 18.  $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$  のときの  $\hat{\alpha}$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

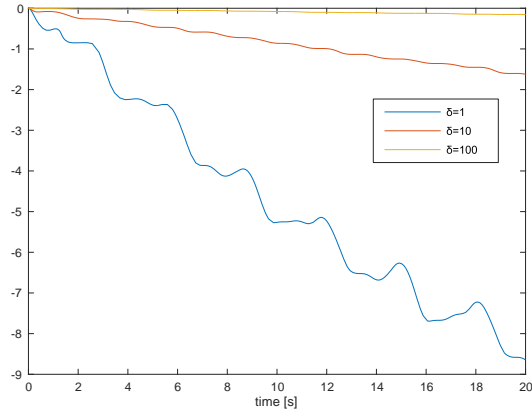


図 19.  $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$  のときの  $\hat{\beta}$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

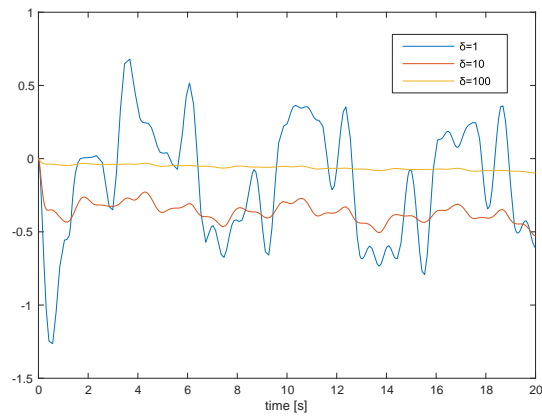


図 20.  $r_d(t) = 4 + 0.5 \sin 0.5t + \cos 3t - 2 \sin 5t$  のときの  $\hat{\gamma}$  ( $\delta = 1, 10, 100$ ) の様子

## 4 考察

図 9,15 を見ると設計パラメータ  $\delta$  を大きくすればするほど、理想軌道に対する追従性能が向上していることがわかる。しかし、大きくし過ぎると追従性能は向上しているが、小さく振動していることが確認できた。次に、 $\delta = 1$  とし、 $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$  のうちひとつだけ値を変化させたときの応答を図 21 - 24 示す。ただし、 $r_d(t) = 4$  とした。図 21 より  $\eta_\alpha$  を増加させると追従性能が向上することがわかる。また、図 22 より、 $\eta_\beta$  を増加させると、応答が発散することがわかった。最後に、図 23,24 より、 $\eta_\gamma$  を増加させると定常状態における追従性能は変わらなかったが、過渡状態（特に時間  $t = 0 \sim 1[s]$ ）において、 $\eta_\gamma$  が増加すると追従性能が上がることもわかった。最後に、 $\eta_\alpha = 1000, \eta_\beta = \eta_\alpha = 1000, \eta_\gamma = \eta_\alpha^{\frac{3}{2}} = 31622$  とした場合と、 $\eta_\alpha = 1, \eta_\beta = 1, \eta_\gamma = 1$  としたときの比較をしたものを図 25 に示す。ただし、 $\delta = 10$  とした。図 25 を見ると、推定ゲイン  $\eta$  を調整することでより良い制御性能が得られることがわかった。また、 $\eta$  を変化させたときの  $u(t)$  を比較したものを図 26,27 に示す。 $\eta$  を大きくすると良い制御性能が得られることがわかったが図 26,27 を見ると、 $\eta$  を大きくすると  $u(t)$  が時間  $0 \sim 0.3[s]$  において振動することがわかった。

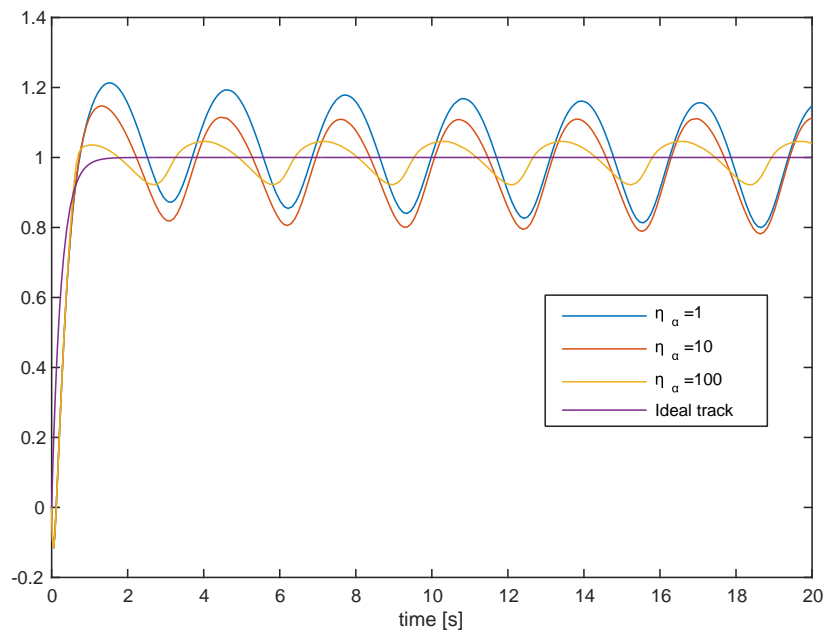


図 21.  $\eta_\alpha$  を変化させたとき  $x(t)$  の比較 ( $r_d(t) = 4$  のとき)

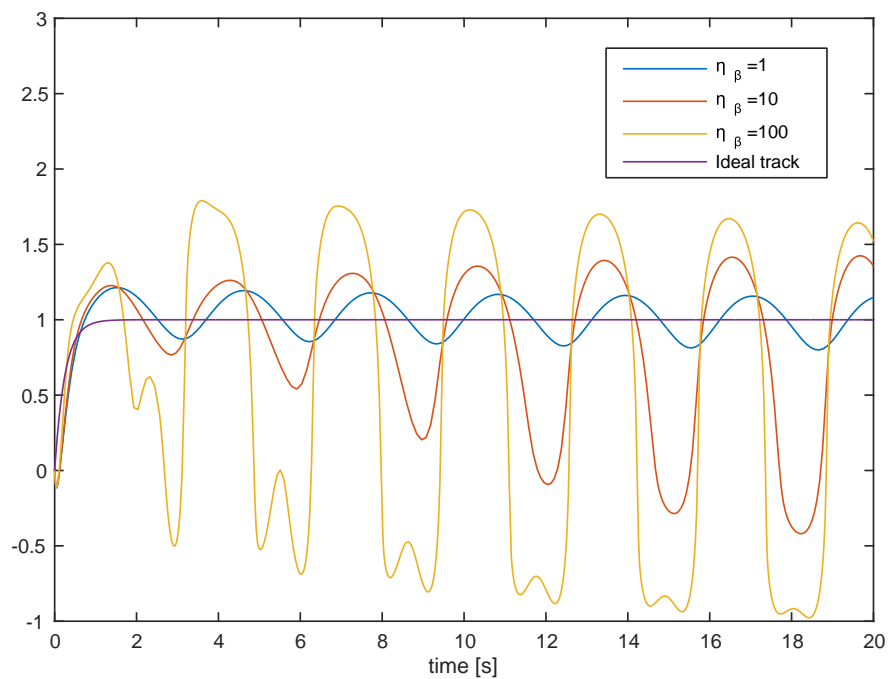


図 22.  $\eta_\beta$  を変化させたときの  $x(t)$  の比較 ( $r_d(t) = 4$  のとき)

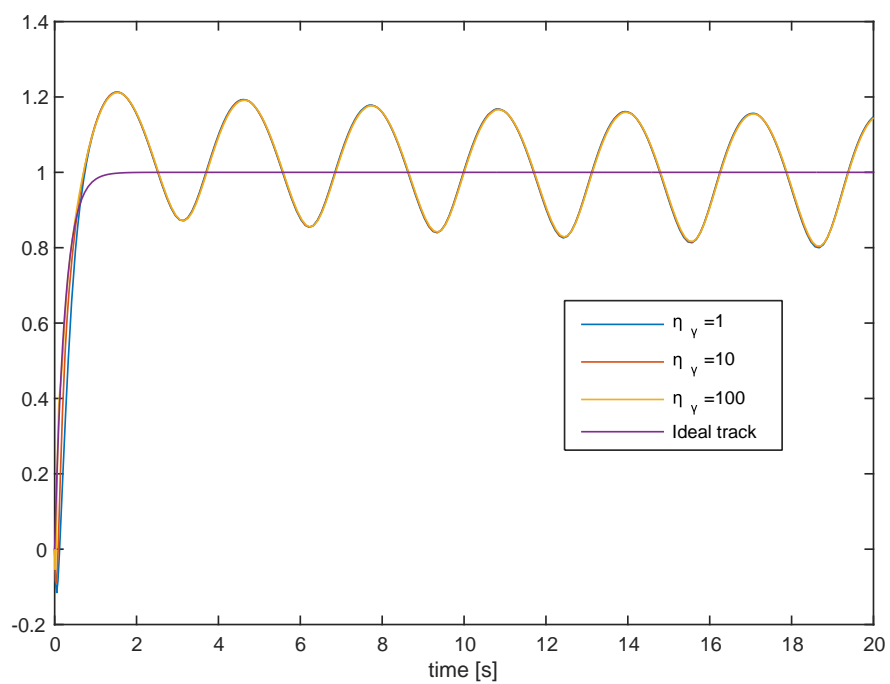


図 23.  $\eta_\gamma$  を変化させたときの  $x(t)$  の比較 ( $r_d(t) = 4$  のとき)

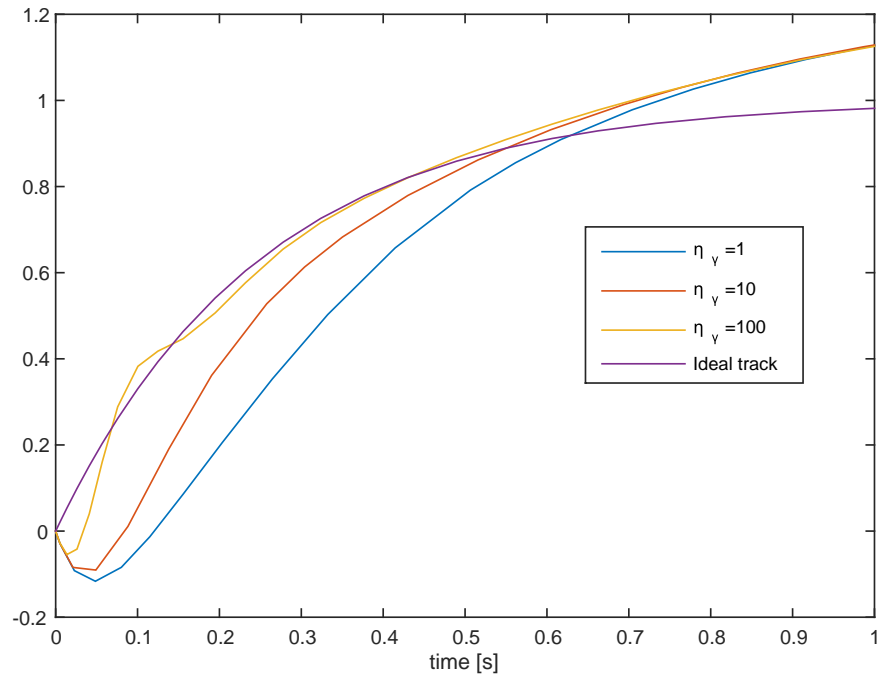


図 24. 図 23 の拡大図（時間  $t = 0 \sim 1[\text{s}]$  について）

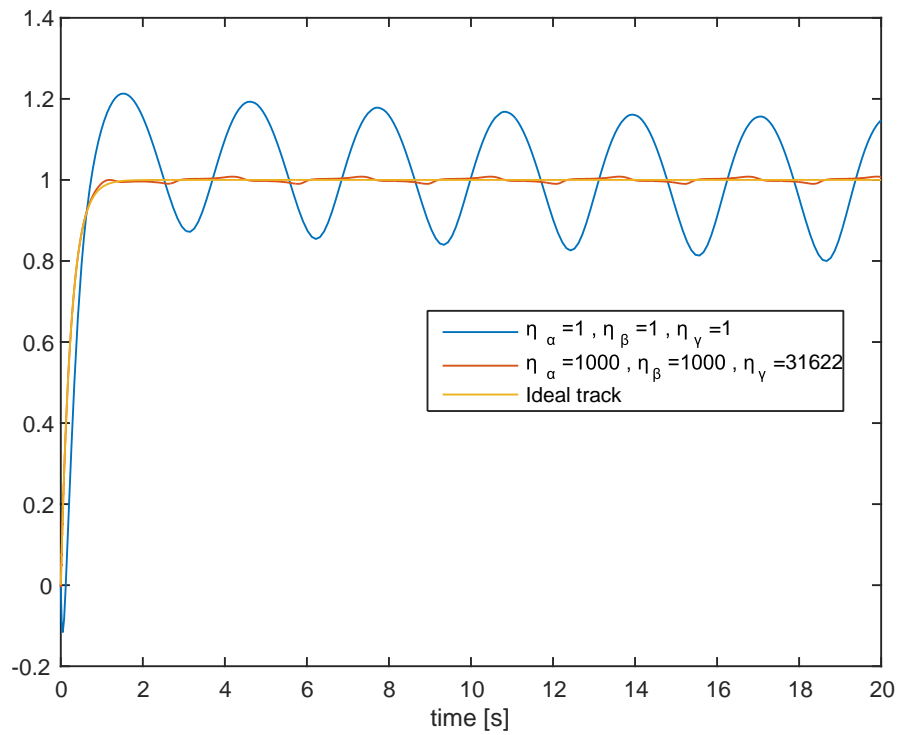


図 25.  $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$  を変化させたときの  $x(t)$  の比較

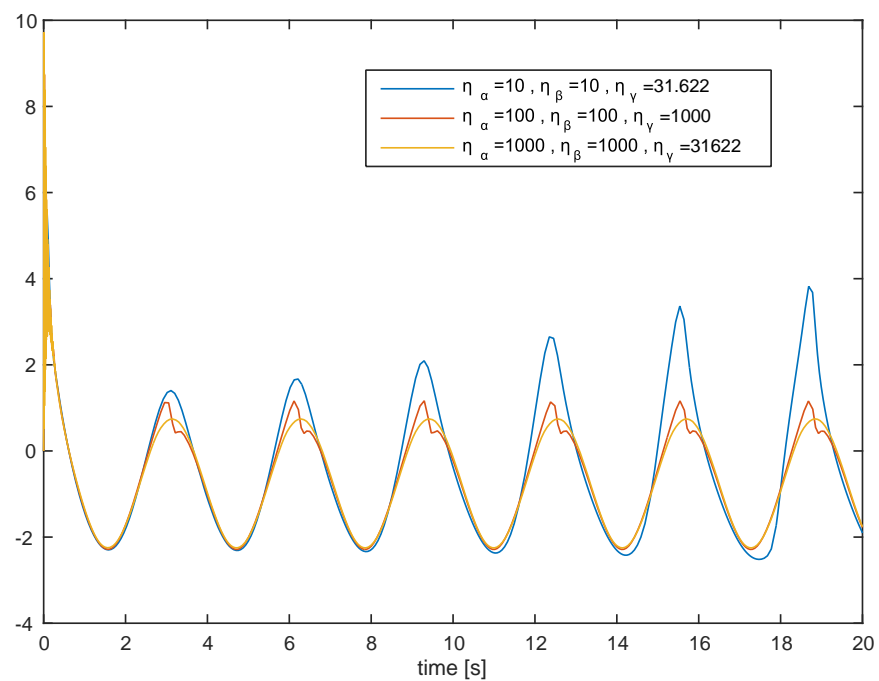


図 26.  $\eta_\alpha, \eta_\beta, \eta_\gamma$  を変化させたときの  $u(t)$  の比較

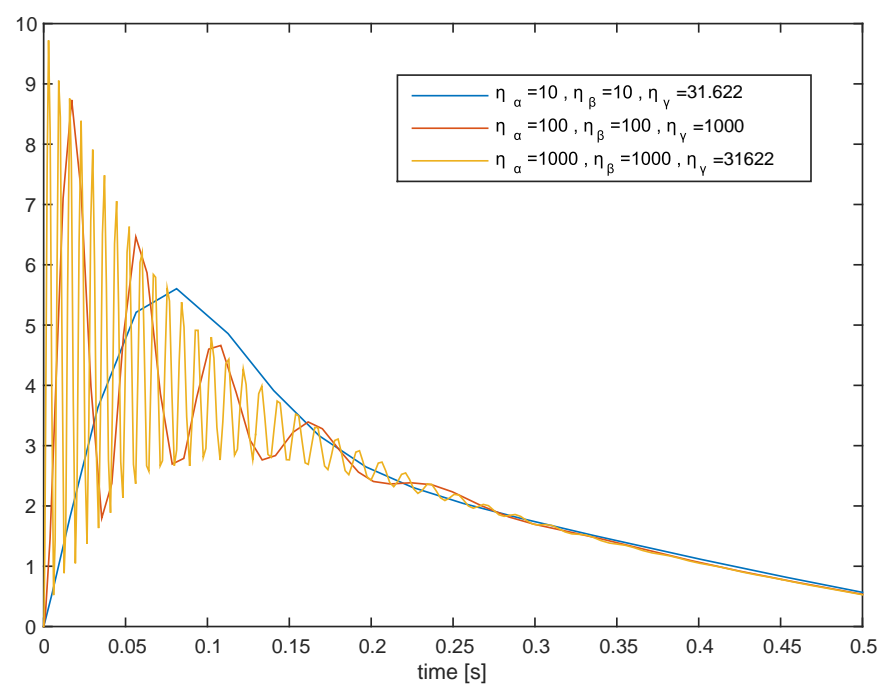


図 27. 図 26 の拡大図

## 参考文献

- [1] 大屋勝敬:”車両制御特論 MATLAB+Simulink の利用法”