

制御系構成特論 レポート課題2

機械知能工学専攻 16344217 津上 祐典

問題

問 1. 以下のシステム方程式を相似変換し，伝達関数を導出せよ．

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t) \quad (2)$$

問 2. 伝達関数 $G(s)$ が

$$G(s) = \frac{s-a}{(s-a)^2 + b^2} = \left[\begin{array}{cc|c} a & b & 1 \\ -b & a & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (3)$$

で表され， $x(0) = [0 \ -\frac{1}{b}]$ のとき，入力 $u(t) = e^{at}$ に対する応答 $y(t)$ を求めよ．

問 3.

$$G_1 = \frac{s-1}{s+1}, \quad G_2 = \frac{1}{s-1} \quad (4)$$

の場合について，直列，並列結合を求め，結合後のシステムの可制御・可観測性を調べよ．

また，それぞれにおいて，結合後の伝達関数を求めよ．さらに，

$$G'_1 = G'_2 = \frac{1}{s-1} \quad (5)$$

のときの系列結合と可制御・可観測性を調べよ．

解答

問 1. $z(t) = Tx(t)$ （ただし， T は正則行列）とおくと与式はそれぞれ

$$T^{-1}\dot{z}(t) = AT^{-1}z(t) + Bu(t)$$

$$\iff \dot{z}(t) = TAT^{-1}z(t) + TBu(t) \quad (6)$$

$$y(t) = CT^{-1}z(t) + Du(t) \quad (7)$$

となる．初期値を零としラプラス変換すると

$$\begin{aligned} sZ(s) &= TAT^{-1}Z(s) + TBU(s) \\ Z(s) &= (sI - TAT^{-1})^{-1}TBU(s) \end{aligned} \quad (8)$$

また,

$$Y(s) = CT^{-1}Z(s) + DU(s) \quad (9)$$

となる．ただし, $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$, $U(s) = \mathcal{L}[u(t)]$ である．代入すると,

$$Y(s) = \{CT^{-1}(sI - TAT^{-1})^{-1}TB + D\}U(s) \quad (10)$$

となる．これより伝達関数 $G(s)$ は

$$\begin{aligned} G(s) &= \frac{Y(s)}{U(s)} \\ &= CT^{-1}(sI - TAT^{-1})^{-1}TB + D \\ &= CT^{-1}\{T(sI - A)T^{-1}\}^{-1}TB + D \\ &= CT^{-1}T(sI - A)^{-1}T^{-1}TB + D \\ &= C(sI - A)^{-1}B + D \end{aligned} \quad (11)$$

となる．

問 2.

問 3.