制御系構成特論 レポート課題　機械知能工学専攻 16344217 津上 祐典

問題

厳密モデル $\tilde{P}(s)$，ノミナルモデル $P_n(s)$ が

$$\begin{aligned}\tilde{P}(s) &= \frac{2}{(s+1)(s-2)} &(1)\\ P_n(s) &= \frac{1}{s+1} &(2)\end{aligned}$$

で表されるとき，$\Delta N_l(s)$，$\Delta D_l(s)$，加法的不確かさ $\Delta_a(s)$，乗法的不確かさ $\Delta_m(s)$ を求めよ．

解答

加法的不確かさ $\Delta_a(s)$，厳密モデル $\tilde{P}(s)$ およびノミナルモデル $P_n(s)$ は以下の関係式を満たす．

$$\tilde{P}(s) = P_n(s) - \Delta_a(s) \tag{3}$$

これを式変形すると加法的不確かさ $\Delta_a(s)$

$$\begin{aligned}\Delta_a(s) &= \tilde{P}(s) - P_n(s)\\ &= \frac{2}{(s+1)(s-2)} - \frac{1}{s+1}\\ &= \frac{-s+4}{(s+1)(s-2)} &(4)\end{aligned}$$

を得る．また，乗法的不確かさ $\Delta_m(s)$，厳密モデル $\tilde{P}(s)$ およびノミナルモデル $P_n(s)$ は以下の関係式を満たす．

$$\tilde{P}(s) = (1 + \Delta_m(s))P_n(s) \tag{5}$$

これを式変形すると乗法的不確かさ $\Delta_m(s)$

$$\begin{aligned}\Delta_m(s) &= \tilde{P}(s)P_n^{-1}(s) - 1 &(6)\\ &= \frac{2(s+1)}{(s+1)(s-2)} - 1 &(7)\\ &= \frac{-s+4}{s-2} &(8)\end{aligned}$$

を得る．

次に，$\Delta N_l(s)$，$\Delta D_l(s)$ を求める．$D_l(s), N_l(s)$ の分母は $(s+4)$ であるので，それぞれ

$$D_l(s) = \frac{d_1}{s+4} \tag{9}$$

$$N_l(s) = \frac{n_1}{s+4} \tag{10}$$

とおく．すると

$$P_n(s) = D_l^{-1}(s)N_l(s) \tag{11}$$

$$\frac{1}{s+1} = \frac{s+4}{d} \cdot \frac{n}{s+4} \tag{12}$$

より，$d_1 = s+1, n_1 = 1$ となり

$$D_l(s) = \frac{s+1}{s+4} \tag{13}$$

$$N_l(s) = \frac{1}{s+4} \tag{14}$$

が求まる．また，$\Delta N_l(s), \Delta D_l(s)$ の分母は $(s+2)(s+3)$ であるのでそれぞれ

$$\Delta N_l = \frac{n_2}{(s+2)(s+3)} \tag{15}$$

$$\Delta D_l = \frac{d_2}{(s+2)(s+3)} \tag{16}$$

とおく．ここで，$\Delta N_l(s), \Delta D_l(s)$ は

$$\Delta N_l(s) = \tilde{N}_l(s) - N_l(s) \tag{17}$$

$$\Delta D_l(s) = \tilde{D}_l(s) - D_l(s) \tag{18}$$

で表される．(17) 式より，

$$\begin{aligned} \frac{n_2}{(s+2)(s+3)} &= \tilde{N}_l(s) - \frac{1}{s+4} \\ \tilde{N}_l(s) &= \frac{n_2(s+4) + (s+2)(s+3)}{(s+2)(s+3)(s+4)} \end{aligned} \tag{19}$$

を得る．同様に（18）式より，

$$\begin{aligned} \frac{d_2}{(s+2)(s+3)} &= \tilde{D}_l(s) - \frac{s+1}{s+4} \\ \tilde{D}_l(s) &= \frac{d_2(s+4) + (s+1)(s+2)(s+3)}{(s+2)(s+3)(s+4)} \end{aligned} \tag{20}$$

を得る．$\tilde{P}(s), \tilde{D}_l(s), \tilde{N}_l(s)$ の関係式より，

$$
\begin{aligned}
\tilde{P}(s) &= \tilde{D}_l^{-1}(s)\tilde{N}_l(s) \quad (21) \\
\frac{2}{(s+1)(s-2)} &= \frac{(s+2)(s+3)(s+4)}{d_2(s+4)+(s+1)(s+2)(s+3)} \cdot \frac{n_2(s+4)+(s+2)(s+3)}{(s+2)(s+3)(s+4)} \\
&= \frac{n_2(s+4)+(s+2)(s+3)}{d_2(s+4)+(s+1)(s+2)(s+3)} \quad (22)
\end{aligned}
$$

となり，

$$
\begin{aligned}
n_2(s+4) &= 2-(s+2)(s+3) \quad (23) \\
d_2(s+4) &= (s+1)(s-2)-(s+1)(s+2)(s+3) \quad (24)
\end{aligned}
$$

を得る．