

# Ein Hybrider Algorithmus für das Partition Coloring Problem

Gilbert Fritz, 0827276 / 066931

1. Oktober 2013

## 1 Problemstellung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit dem Partition Coloring Problem (PCP). Es handelt sich dabei um eine Generalisierung des Knotenfärbungsproblems und ist ein Optimierungsproblem der Komplexitätsklasse  $\mathcal{NP}$ .

Gegeben ist ein Graph, dessen Knotenmenge in disjunkte Partitionen unterteilt ist. Aus jeder Partition muss ein Knoten gewählt werden. Der durch die gewählten Knoten induzierte Subgraph soll unter der Bedingung eingefärbt werden, dass kein zueinander adjazentes Knotenpaar die gleiche Farbe annimmt. Ziel ist es, die Gesamtanzahl der verwendeten Farben - die sogenannte chromatische Zahl - zu minimieren.

Zur Lösung dieses Problems sollen mittels heuristischer Verfahren initiale Lösungen erstellt und diese mittels Tabusuche und wiederholter, partieller Neueinfärbung verbessert werden. Das Problem der Neueinfärbung wird mit unterschiedlichen Ansätzen gelöst.

## 2 Erwartetes Resultat

Mittels des beschriebenen, hybriden Verfahrens sollen in annehmbarer Zeit Lösungen möglichst nahe am Optimum gefunden werden. Weiters soll überprüft werden, ob ein exakter Lösungsansatz mittels mathematischer Programmierung beim Teilproblem der Neueinfärbung zu Verbesserungen führt. Das Ziel der Arbeit ist es, einen alternativen Lösungsansatz zu den bereits Bestehenden zu erforschen.

## 3 Methodisches Vorgehen

Zur Erzeugung einer Startlösung wird der in [1] vorgestellte Greedy-Algorithmus "OneStepCD" benutzt. Der Prozess zur Verringerung der Farben besteht aus zwei Teilschritten: Zuerst werden Teilgraphen neu eingefärbt und dabei sowohl heuristische als auch exakte Verfahren implementiert und deren Auswirkung

auf die Gesamtlösung verglichen. Da das Ziel der exakten Neueinfärbung nicht die Minimierung der chromatischen Zahl, sondern die Minimierung der durch die Färbung verursachten gleichgefärbten, adjazenten Knotenpaare ist, müssen Alternativen zu dem in [2] vorgestellten Lösungsmodellen gefunden werden. Im zweiten Schritt sollen die neu eingefärbten Teilgraphen in die Gesamtlösung mittels Tabusuche integriert werden.

## 4 State-of-the-art

Li und Shima haben in [1] bewiesen, dass das PCP  $\mathcal{NP}$  schwer ist und präsentierten einige Greedy-Heuristiken basierend auf Erweiterungen klassischer Methoden für das Vertex Coloring Problem. Mit einem Branch-And-Cut Algorithmus basierend auf der Formulierung durch Repräsentative stellen Frota und Ribeiro in [2] eine exakte Methode vor. Heuristische Lösungsvorschläge existieren in unterschiedlichen Varianten: Die oben bereits erwähnten Greedy-Heuristiken [1], ein Branch-and-Bound Verfahren von Glover, Parker und Ryan in [3], ein memetischer Algorithmus von Pop, Hu und Raidl in [4], ein Branch-And-Price Algorithmus von Hoshino, Frota und Souza in [5] und ein Algorithmus basierend auf Tabusuche von Nohora und Ribiero [6], welcher dem in dieser Arbeit ausgearbeiteten Lösungsverfahren am nächsten kommt.

## 5 Bezug zum oben angeführten Studium

Bei meinem Studium "Computational Intelligence" habe ich mich vorwiegend auf den Bereich Algorithmik konzentriert - in jenen Bereich fällt auch der Inhalt dieser Arbeit. Aufbauend auf den Lehrveranstaltungen *Algorithmen und Datenstrukturen 1 und 2*, verschafften mir die Lehrveranstaltungen *Algorithmen auf Graphen*, *Problem Solving and Search in Artificial Intelligence*, sowie *Heuristische Optimierungsverfahren* die nötigen Voraussetzungen vielfältige Lösungsansätze bei der Bearbeitung des PCP in Betracht zu ziehen. Für die Neueinfärbung von Teilgraphen wende ich unter anderem exakte Verfahren mittels mathematischer Programmierung an. Die Grundlagen dazu erlernte ich in den Lehrveranstaltungen *Fortgeschrittene Algorithmen und Datenstrukturen* und *Modeling and Solving Constrained Optimization Problems*. Die Beschäftigung mit Problemen, die in *Effiziente Algorithmen* sowie *Approximationsalgorithmen* behandelt wurden ergänzen das Wissen, dass zum Verfassen einer Masterarbeit im Bereich Algorithmik vorausgesetzt wird.

## Literatur

- [1] Guangzhi Li and Rahul Simha. The partition coloring problem and its application to wavelength routing and assignment. In *1st Workshop on Optical Networks*, 2000.

- [2] Yuri Frota, Nelson Maculan, Thiago F. Noronha, and Celso C. Ribeiro. A branch-and-cut algorithm for the partition coloring problem. *Networks*, 55(3):194–204, 2010.
- [3] F. Glover, M. Parker, and J. Ryan. Coloring by tabu branch and bound. *DI-MACS Series on Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 26:285–308, 1996.
- [4] Petrica C. Pop, Bin Hu, and Günther R. Raidl. A memetic algorithm for the partition graph coloring problem. In *Extended Abstracts of the 14th International Conference on Computer Aided Systems Theory*, pages 167–169, Gran Canaria, Spain, 2013.
- [5] Edna A. Hoshino, Yuri A. Frota, and Cid C. de Souza. A branch-and-price approach for the partition coloring problem. *Operations Research Letters*, 39(2):132–137, 2011.
- [6] Thiago F. Noronha and Celso C. Ribeiro. Routing and wavelength assignment by partition colouring. *European Journal of Operational Research*, 171(3):797–810, 2006.