

Конспект лекций по МатАн

Черепанов Илья

03.02.2025

Оглавление

1	Интегралы	5
1.1	Первообразная и неопределенный интеграл	5
1.1.1	Определение	5
1.1.2	Свойства неопределенных интегралов	6
1.1.3	Таблица интегралов	6

Глава 1

Интегралы

1.1 Первообразная и неопределенный интеграл

1.1.1 Определение

$F(x), f(x)$ – определены на X

$F(x)$ – первообразная для $f(x)$, если $F'(x) = f(x)$

Пример:

x^2 – первообразная для $2x$

$x^2 + 5$ – первообразная для $2x$

Теорема $F_1(x), F_2(x)$ – первообразные для $f(x) \Rightarrow F_1(x) = F_2(x) + c$
($c = const$)

Доказательство:

$$\begin{aligned}(F_1(x) - F_2(x))' &= F_1'(x) - F_2'(x) = f(x) - f(x) = 0 \\ \Rightarrow F_1(x) - F_2(x) &= c\end{aligned}$$

■

Неопределенный интеграл от функции $f(x)$ на X — совокупность всех первообразных $f(x)$ на X .

$$\int f(x)dx = F(x) + c$$

$$c \in \mathbb{R}$$

1.1.2 Свойства неопределенных интегралов

$$1) \left(\int f(x)dx \right)' = f(x)$$

$$2) \int f(x)dx = f(x) + c$$

$$3) \int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

Доказательство:

$$\left(\int kf(x)dx \right)' = kf(x)$$

$$\left(k \int f(x)dx \right)' = k \left(\int f(x)dx \right)' = kf(x)$$

■

$$4) \int (f_1(x) + f_2(x)) dx = \int f_1(x)dx + \int f_2(x)dx$$

1.1.3 Таблица интегралов

$$1) \int x^m dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} + c, m \neq -1$$