

Eclats de vers : Matemat : Collections

chimay

December 30, 2025

[Index mathématique](#)
[Retour à l'accueil](#)

Table des matières

| | | |
|----------|--------------------------------------|----------|
| 1 | Dépendances | 1 |
| 2 | Définition | 1 |
| 3 | L'ensemble des sous-ensembles | 1 |
| 4 | Union | 2 |
| 5 | Intersection | 2 |
| 6 | Collection paramétrée | 2 |
| 7 | Collections discrètes | 3 |
| 8 | Distributivité | 3 |
| 9 | Complémentaire | 4 |

1 Dépendances

- Chapitre ?? : Les ensembles

2 Définition

Une collection est un ensemble d'ensembles, c'est-à-dire un ensemble dont les éléments sont également des ensembles.

3 L'ensemble des sous-ensembles

Une collection particulièrement importante est l'ensemble des sous-ensembles d'un ensemble donné A . On le note :

$$\mathfrak{P}(A) = \{S : S \subseteq A\}$$

{Remarque :} la notation \mathfrak{P} est une notation globale, vous la retrouver dans d'autres chapitres.

4 Union

Soit un ensemble Ω et une collection d'ensembles $\mathcal{C} \subseteq \mathfrak{P}(\Omega)$. On définit l'union des ensembles-éléments de \mathcal{C} par :

$$\bigcup \mathcal{C} = \{a \in \Omega : \text{il existe } A \in \mathcal{C} \text{ tel que } a \in A\}$$

Il s'agit donc de l'ensemble dont chaque élément appartient à au moins un des ensembles-éléments de \mathcal{C} .

5 Intersection

Soit un ensemble Ω et une collection d'ensembles $\mathcal{C} \subseteq \mathfrak{P}(\Omega)$. On définit l'intersection des ensembles-éléments de \mathcal{C} par :

$$\bigcap \mathcal{C} = \{a \in \Omega : a \in A \text{ pour tout } A \in \mathcal{C}\}$$

Il s'agit donc de l'ensemble dont chaque élément appartient à tous les ensembles-éléments de \mathcal{C} .

6 Collection paramétrée

Soit un ensemble X et la collection :

$$\mathcal{C} = \{A(x) \in \mathfrak{P}(\Omega) : x \in X\}$$

On appelle ce type de collection une collection paramétrée. L'ensemble X est appelé ensemble de paramètres.

6.1 Union

L'union de tous ces ensembles est l'ensemble dont les éléments appartiennent à au moins un des $A(x)$, pour un certain $x \in X$:

$$\bigcup_{x \in X} A(x) = \{a \in \Omega : \text{il existe } x \in X \text{ tel que } a \in A(x)\}$$

L'intersection est l'ensemble des éléments appartenant à tous les $A(x)$, pour tout les $x \in X$:

$$\bigcap_{x \in X} A(x) = \{a \in \Omega : a \in A(x) \text{ pour tout } x \in X\}$$

7 Collections discrètes

Soit $\{A_1, A_2, A_3, \dots\}$ une collection finie ou infinie d'ensembles. L'union de tous ces ensembles se note :

$$\bigcup_i A_i = A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots$$

L'ensemble des éléments qui sont communs à tous ces ensembles se note :

$$\bigcap_i A_i = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots$$

7.1 Finie

Dans le cas où la collection est finie, par exemple A_1, A_2, \dots, A_n , on note simplement :

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$

ainsi que :

$$\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$$

7.2 Infinie

Dans le cas où la collection est infinie, on note simplement :

$$\bigcup_{i=1}^{+\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots$$

ainsi que :

$$\bigcap_{i=1}^{+\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots$$

8 Distributivité

On a :

$$A \cap \bigcup_{x \in X} B(x) = \bigcup_{x \in X} [A \cap B(x)]$$

et :

$$A \cup \bigcap_{x \in X} B(x) = \bigcap_{x \in X} [A \cup B(x)]$$

Les collections discrètes en sont un cas particulier :

$$A \cap \bigcup_i B_i = \bigcup_i [A \cap B_i]$$

$$A \cup \bigcap_i B_i = \bigcap_i [A \cup B_i]$$

9 Complémentaire

Soit une collection $\{A(x) : x \in X\} \subseteq \mathfrak{P}(\Omega)$ de sous-ensembles de Ω . On a :

$$\Omega \setminus \bigcup_{x \in X} A(x) = \bigcap_{x \in X} [\Omega \setminus A(x)]$$

et :

$$\Omega \setminus \bigcap_{x \in X} A(x) = \bigcup_{x \in X} [\Omega \setminus A(x)]$$

Les collections discrètes en sont un cas particulier :

$$\Omega \setminus \bigcup_i A_i = \bigcap_i [\Omega \setminus A_i]$$

$$\Omega \setminus \bigcap_i A_i = \bigcup_i [\Omega \setminus A_i]$$