

2. Tính sẵn có của ánh sáng mặt trời và ánh sáng tự nhiên

Nguồn sáng mạnh nhất trên Trái Đất là ánh sáng Mặt Trời, được định nghĩa ở lớp rìa tầng khí quyển bởi Hằng số Quang thông Mặt trời (LSC) hoặc bởi quang thông trung bình của đĩa Mặt trời (Darula et al., 2005). Giá trị LSC có thể tính là quang thông ngoài Trái đất $133\,334\text{ lm/m}^2$ hoặc độ rọi của một mặt phẳng tường tượng vuông góc với các tia mặt trời, tức là $E_{vo} = 133\,334\text{ lx}$. Vì góc khối từ đĩa mặt trời tới rìa tầng khí quyển khá nhỏ, tương ứng với độ rộng góc khoảng 32 phút, độ rọi trung bình của mặt trời là rất cao, vào khoảng $L_{vo} = 1\,963\,530\text{ kcd/m}^2$ trong các ngày xuân phân và thu phân. Ngoài ra, vì khoảng cách giữa Trái Đất và Mặt Trời thay đổi liên tục trong năm nên các giá trị LSC và L_{vo} có thể được tính dựa theo hệ số điều chỉnh độ lệch tâm ε của quỹ đạo Trái Đất (Iqbal, 1983). Tuy nhiên, ở các vị trí gần mặt đất, độ rọi trên một mặt phẳng ngoài Trái Đất thường được chuẩn hoá, vì vậy:

$$E_v = E_{vo}\varepsilon \sin \gamma_s = E_{vo}\varepsilon \cos \zeta_s \quad (1)$$

trong đó

γ_s

là độ cao của mặt trời

ζ_s

là góc thiên đỉnh của mặt trời, tương đương với $\pi/2 - \gamma_s$

Theo định luật Bouguer, độ rọi của ánh sáng mặt trời lên một mặt phẳng ngang tường tượng trên mặt đất là

$$P_v = E_v \exp(-a_v m T_v) \quad (2)$$

trong đó

a_v

là hệ số luminous extinction đối với khí quyển thuần phân tử (trường hợp Rayleigh)

m

là khối lượng quang học khí tương đối của khí quyển

T_v

là hệ số luminous turbidity theo hướng của các tia sáng mặt trời

Tất cả các yếu tố ảnh hưởng đó đều có thể được xác định theo Hệ thống Twin (Darula và Kittler, 2006).

Thông tin về khí hậu ban ngày trên mặt đất cũng có thể tính thông qua một số tham số dựa trên dữ liệu đo độ rọi G_v mặt cầu và độ rọi D_v của bầu trời khuếch tán, một số các tham số có thể được dùng để xác định khí hậu ban ngày ở mặt đất (Darula và Kittler, 2002), tức là $P_v = G_v - D_v$, cũng như các tham số P_v/E_v và D_v/E_v . Như vậy, giá trị của hệ số luminous turbidity được xác định bởi công thức:

$$T_v = -\frac{\ln P_v/E_v}{a_v m} \quad (3)$$

Hơn nữa, sự phân bố độ rọi thông thường đã được chuẩn hóa bởi ISO (2004) và CIE, 2003 và được tính tương đối theo độ rọi ở thiên đỉnh. Toàn bộ tập hợp 15 kiểu bầu trời (Kittler et al., 1998) nói chung được tính theo hàm phân cấp φ , như $\varphi(\zeta)$ là khoảng cách góc thiên đỉnh của thành phần bầu trời, $\varphi(0)$ là chính thiên đỉnh, cũng như hàm indicatrix tán xạ f , $f(\chi)$ là khoảng cách góc ngắn nhất giữa thành phần bầu trời và vị trí mặt trời, $f(\zeta_s)$. Như vậy độ rọi của thành phần bầu trời bất kỳ L_a chuẩn hóa theo độ rọi thiên đỉnh L_z được định nghĩa là:

$$\frac{L_a}{L_z} = \frac{f(\chi)\varphi(\zeta)}{f(\zeta_S\varphi(0))} \quad (4)$$

$$E_{i,D(\phi_0, r_0)} = \int_{\vartheta=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{2\pi} j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\phi \quad (5)$$

trong đó

$$j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0)$$

là quang lượng mà thông qua ống dẫn sáng sinh ra độ rọi trên thiết bị khuếch tán

$$\phi_0$$

là góc cực, đo từ trục x đến trục y theo hướng ngược chiều kim đồng hồ

$$r_0$$

là khoảng cách theo bán kính của bề mặt cơ sở trên bộ khuếch tán tính từ trung tâm của bộ khuếch tán tròn

$$\vartheta$$

là góc đỉnh biểu kiến của chùm tia tới nhận được tại $d\sigma$

$$\phi$$

là góc phương vị biểu kiến của chùm tia tới nhận được tại $d\sigma$

Vì bộ khuếch tán nằm trong mặt phẳng ngang, ϑ luôn tương ứng với góc đỉnh thực (độc lập với vị trí ϕ_0 , r_0), nhưng ϕ khác với góc phương vị thực (bên ngoài) α . Trái với ϕ_0 , góc α được đo trong mặt phẳng ngang của hệ trục tọa độ từ phía Bắc tới phía Đông (tức là theo chiều kim đồng hồ). Trong trường hợp này, góc cực ϕ_0 , được đo theo hệ trục tọa độ cục bộ của bộ khuếch tán, có thể được chuyển đổi thành góc phương vị bên ngoài α theo

$$\alpha = \alpha_{room} - \alpha_0 \quad (6)$$

trong đó α_{room} là phương vị của trục x của căn phòng (Hình 2). Sau khi truyền qua bộ khuếch tán, ánh sáng được phân bố vào không gian trong phòng. Nhìn chung, hành vi góc của ánh sáng phát ra từ bộ khuếch tán chiếu xuống phòng phụ thuộc vào hướng tới ϑ , ϕ và vào phương truyền Θ , Φ (Minin, 1988). Trong khi ϑ dao động từ 0 đến $\pi/2$, góc Θ dao động từ $\pi/2$ đến π .

Tổng độ rọi của một mặt phẳng làm việc nằm ngang trong phòng là

$$E_{i,W}(X', Y', Z') = \frac{t_D}{\pi} \int_{\sigma} \frac{\cos^2 \Theta}{R_{d\sigma}^2(\Theta, \Phi)} \times \left[\int_{\vartheta=0}^{\pi/2} \int_{\phi=0}^{2\pi} j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0) p_D(\vartheta, \phi, \Theta, \Phi) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta d\phi \right] d\sigma \quad (7)$$

trong đó $\mathcal{P} = X', Y', Z'$ là vị trí tại mặt phẳng làm việc, t_D , $p_D(\vartheta, \phi, \Theta, \Phi)$, và σ tương ứng với hệ số truyền, hàm tán xạ chuẩn tắc hoá và tổng bề mặt của bộ khuếch tán, và $R_{d\sigma}$ là khoảng cách từ bề mặt cơ sở

$d\sigma$ của bộ khuếch tán tới điểm đo tùy chọn \mathcal{P} (arbitrary evaluation point). Lưu ý rằng $d\sigma \cos(\pi - \Theta) / R_{d\sigma}^2(\Theta, \Phi)$ là một góc khối cỡ sở nằm đối diện với $d\sigma$ tại điểm \mathcal{P} . Đối với bộ khuếch tán tròn với bán kính R , phương trình (7) cho kết quả

$$E_{i,W}(X', Y', Z') = \frac{t_D}{\pi} \int_0^R r_0 dr_0 \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \Theta}{R_{d\sigma}^2(\Theta, \Phi)} d\phi_0 \int_0^{\pi/2} \cos \vartheta \times \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0) p_D(\vartheta, \phi, \Theta, \Phi) d\phi \quad (8)$$

vì $d\sigma = r_0 dr_0 d\phi_0$. Hệ số $\cos^2 \Theta$ xảy ra vì cả bộ khuếch tán cũng như bề mặt được chiếu sáng đều nằm trong mặt phẳng ngang. Trong trường hợp độ nghiêng của bộ khuếch tán Θ_D hoặc độ nghiêng của mặt phẳng làm việc Θ_W khác với vị trí ngang ($\neq \pi/2$), thì hệ số $\cos^2 \Theta$ phải được thay thế bằng $\cos[\pi - B(\Theta, \Theta_D)]\cos[\pi - B(\Theta, \Theta_W)]$. Ở đây, $B(\Theta, \Theta_D)$ là một hàm số không tầm thường (non-trivial function) phụ thuộc vào hình học hệ thống (system geometry). Ví dụ khi bộ khuếch tán và mặt phẳng làm việc quay tương ứng quanh trục x và X , và độ rọi được đo dọc theo trục Y (tức là Y' dao động tự do trong khi X' cố định), hệ số sẽ chuyển sang dạng: $\cos(\pi/2 - \Theta + \Theta_D)\cos(\pi/2 - \Theta + \Theta_W)$.

Ngoài ra, bộ khuếch tán và bề mặt làm việc sẽ được coi như đặt ở vị trí nằm ngang với X_D, Y_D, Z_D là hệ toạ độ của trung tâm bộ khuếch tán (xem Hình 2), từ đó có thể tính được khoảng cách $R_{d\sigma}$

$$R_{d\sigma} = \sqrt{(X' - X_D - r_0 \cos \phi_0)^2 + (Y' - Y_D - r_0 \sin \phi_0)^2 + (Z' - Z_D)^2} \quad (9)$$

Các góc Θ, Φ mô tả hướng tán xạ được tính theo:

$$\begin{aligned} \cos \Theta &= \frac{Z' - Z_D}{R_{d\sigma}} \\ \sin \Theta \cos \Phi &= \frac{X' - X_D - r_0 \cos \phi_0}{R_{d\sigma}} \\ \sin \Theta \sin \Phi &= \frac{Y' - Y_D - r_0 \sin \phi_0}{R_{d\sigma}} \end{aligned} \quad (10)$$

Xem xét khuếch tán Lambertian (Maradudin et al., 2003), đại lượng $p_D(\vartheta, \phi, \Theta, \Phi)$ không phụ thuộc vào hướng của các chùm tia đến và đi, tức là $p_D(\vartheta, \phi, \Theta, \Phi) \equiv 1$, và vì vậy

$$\begin{aligned} E_{i,W}(X', Y', Z') &= \frac{t_D}{\pi} \int_0^R r_0 dr_0 \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \Theta}{R_{d\sigma}^2(\Theta, \Phi)} d\phi_0 \\ &\quad \times \int_0^{\pi/2} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0) d\phi \end{aligned} \quad (11)$$

thay vì như trong phương trình (7). Sau khi đã xác định đặc tính quang học của cả bộ khuếch tán (tức là $p_D(\vartheta, \phi, \Theta, \Phi)$ và t_D) và quan hệ hình học (tức là vị trí trung tâm của bộ khuếch tán tròn X_D, Y_D, Z_D), ta có thể tính được độ rọi tại bất kỳ điểm $\mathcal{P} = X', Y', Z'$. Còn một đại lượng chưa biết là đại lượng $j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0)$, tức là độ chói từ bầu trời tới bộ khuếch tán sau nhiều lần phản xạ trong ống dẫn sáng.

4. Phản xạ nhiều lần trong ống dẫn sáng hình trụ

Khi không có ánh sáng trời thì độ rọi $j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0)$ tới bề mặt cơ sở $d\sigma$ của bộ khuếch tán (ở vị trí ϕ_0, r_0) là tích của ba hàm số

$$\begin{aligned} j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0) &= L(\zeta, \alpha - \alpha_S) \rho^N t_C \\ &= L_a(\zeta, \zeta_S, \chi, L_Z) \rho^N t_C \\ &= L_a \rho^N t_C \end{aligned} \quad (12)$$

trong đó

$L(\zeta, \alpha - \alpha_S)$
là độ chói của bầu trời trên bán cầu bầu trời
 ζ

	góc thiên đỉnh
α	góc phương vị của thành phần bầu trời chiếu sáng bề mặt $d\sigma$ từ một hướng biểu kiến ϑ, ϕ
α_S	góc phương vị của Mặt Trời
ρ	hệ số phản xạ của bề mặt bên trong của ống dẫn sáng, được coi là độc lập với góc tới
t_C	hệ số truyền của mái vòm

Cả ζ và α đều thể hiện hướng tới mà ánh sáng tự nhiên phân tán tác động vào mái vòm gắn bên trên ống dẫn sáng. Rõ ràng là hướng cuối cùng của tia sáng tới bộ khuếch tán phụ thuộc vào hướng tới ζ và α (phụ thuộc vào hình dạng ống và hướng xoay của phòng so với Mặt Trời) vậy nên nói chung

$\zeta \equiv \zeta(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0)$ và $\alpha \equiv \alpha(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0)$. Thông thường thì giá trị của ρ gần với 1, chẳng hạn như các tấm gương dẫn sáng có bề mặt với ρ có giá trị khoảng 0.98. Nếu một tia sáng đi qua N lần phản xạ bên trong ống dẫn rồi mới tới bộ khuếch tán thì độ chói ban đầu bị giảm đi ρ^N lần. Mái vòm gắn trên đỉnh của hệ thống chiếu sáng trên mái thường được làm từ vật liệu có độ trong suốt rất cao (ví dụ như thủy tinh hay Plexiglas) nên t_C có giá trị thường vào khoảng 0.8 tới 0.92. Để tính giá trị của hàm $j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0)$ cần phải xác định thêm ba ẩn số ζ, α và N .

4.1 Phương pháp luận

Tọa độ trong hệ trục tọa độ Descartes của điểm đích \mathcal{P} mà tia sáng tiếp xúc với bề mặt cơ sở $d\sigma$ của bộ khuếch tán được định nghĩa như sau:

$$\begin{aligned} x_0 &= r_0 \cos \phi_0 \\ y_0 &= r_0 \sin \phi_0 \\ z_0 &= 0 \end{aligned} \tag{13}$$

còn tọa độ của điểm phản xạ đầu tiên (theo hướng ngược chiều tia tới, tức là từ bộ khuếch tán tới mái vòm) là

$$\begin{aligned} x_1 &= r_1 \cos \phi_1 \sin \vartheta_1 \\ y_1 &= r_1 \sin \phi_1 \sin \vartheta_1 \\ z_1 &= r_1 \cos \vartheta_1 \end{aligned} \tag{14}$$

Khoảng cách tới tâm r_1 và các góc ϑ_1, ϕ_a là các hàm đối với $\vartheta, \phi, \phi_0, r_0$ và R , xem Hình 1. Theo định lý sin:

$$\phi_1 = \phi_0 - \phi + \pi - \arcsin\left(\frac{r_0}{R} \sin \phi\right) \tag{15}$$

và vì vậy, có thể tính được ϑ_1 và r_1 theo công thức:

$$\tan \vartheta_1 = \tan \vartheta \frac{\sin \phi}{\sin(\phi_1 - \phi_0)}; \quad r_1 = \frac{R}{\sin \vartheta_1} \tag{16}$$

Độ rọi của bộ khuếch tán bao gồm cả độ rọi trực tiếp của ánh sáng trời với góc khối nhỏ và ánh sáng qua mái phản xạ nhiều lần và thỉnh thoảng cả ánh sáng mặt trời. Vì vậy, sẽ có ích khi giải quyết vấn đề theo hướng ngược lại và sử dụng cách tiếp cận backward ray-tracing. Hơn nữa, hiển nhiên là phương pháp phân tích vector cũng có thể thực hiện được.

Phương trình (15) và (16) là nền tảng cho việc đạo hàm vector đơn vị theo hướng thẳng lên đầu tiên:

$$\vec{n}_1 = \frac{1}{\sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2}} [(x_1 - x_0), (y_1 - y_0), (z_1 - z_0)] \quad (17)$$

Để tìm ra vector đơn vị \vec{n}_2 sau lần phản xạ "ngược" đầu tiên thì vector đơn vị \vec{n}_v pháp tuyến với bề mặt của ống trụ phải được định nghĩa như sau:

$$\vec{n}_v = (-\cos \phi_1, -\sin \phi_1, 0) \quad (18)$$

Theo định luật phản xạ, các vector đơn vị \vec{n}_1 , \vec{n}_v và \vec{n}_2 phải nằm trên cùng một mặt phẳng và góc tới phải bằng góc phản xạ. Điều này đạt được khi tích vô hướng và có hướng của chúng thỏa mãn các điều kiện sau:

$$\begin{aligned} \vec{n}_v \times \vec{n}_1 &= \vec{n}_v \times \vec{n}_2 \\ \vec{n}_2 \cdot \vec{n}_v &= -\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_v \end{aligned} \quad (19)$$

Theo hệ phương trình (19), ta có thể tìm ra \vec{n}_2 dựa theo \vec{n}_1 và \vec{n}_v . Tuy nhiên, có một phương pháp thuận tiện hơn là tách \vec{n}_1 và \vec{n}_2 thành hai vector:

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 &= \vec{n}_1' + \vec{n}_1'' \\ \vec{n}_2 &= \vec{n}_2' + \vec{n}_2'' \end{aligned} \quad (20)$$

Trong đó \vec{n}_1'' và \vec{n}_2'' song song với \vec{n}_v . Khi đó

$$\vec{n}_1'' = (\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_v) \vec{n}_v = -\vec{n}_2'' \quad (21)$$

và $\vec{n}_1' = \vec{n}_2'$ (theo định luật phản xạ). Cuối cùng ta có

$$\vec{n}_2 = \vec{n}_1 - 2(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_v) \vec{n}_v \quad (22)$$

Các điểm giao tiếp theo của tia sáng với ống dẫn sáng hình trụ theo hướng ngược lại có thể được xác định một cách hồi quy như sau:

$$\begin{aligned} x_i &= k_i (\vec{n}_i)_x + x_{i-1} \\ y_i &= k_i (\vec{n}_i)_y + y_{i-1} \\ z_i &= k_i (\vec{n}_i)_z + z_{i-1} \end{aligned} \quad i > 1 \quad (23)$$

Hệ số tỉ lệ k_i được tính từ quan hệ $(x_i^2 + y_i^2) = R^2$. Phương trình (22) sẽ được sử dụng một cách hồi quy để tính ra $\vec{n}_i = \vec{n}_{i-1} - 2(\vec{n}_{i-1} \cdot \vec{n}_v)$, trong đó $\vec{n}_v = (-\cos \phi_{i-1}, -\sin \phi_{i-1}, 0)$ và $i > 1$. Cả hai dạng của vector \vec{n}_v (đối với ống dẫn sáng hình trụ đặt thẳng đứng) và phương trình (21) đảm bảo rằng góc ϑ được bảo toàn trong quá trình phản xạ bên trong ống. Vòng lặp này được kết thúc khi z_i lớn hơn H , trong đó H là độ cao của ống trụ. Số lần phản xạ như vậy sẽ bằng $N = i - 1$. Bởi vì cặp (ϑ, ϕ_{N+1}) được hiểu là hướng tới in the far-field zone approximation, vector đơn vị \vec{n}_{N+1} có thể được tính tiến ngẫu nhiên mà không ảnh hưởng tới kết quả (ϑ, ϕ_{N+1}) . Nếu đặt \vec{n}_{N+1} tại tâm của hệ tọa độ của bộ khuếch tán thì nó có thể được định nghĩa như sau:

$$\vec{n}_{N+1} = (\cos \phi_{N+1} \sin \vartheta, \sin \phi_{N+1} \sin \vartheta, \cos \vartheta) \quad (24)$$

Sử dụng phép dịch hệ tọa độ từ cục bộ sang hệ tọa độ ngang ở phương trình (6), tính ra được độ phương vị của thành phần bầu trời (tính ra theo phương pháp ray-tracing đã miêu tả ở trên) là $\alpha = \alpha_{\text{room}} - \phi_{N+1}$. Các thành phần $(\vec{n}_{N+1})_x$, $(\vec{n}_{N+1})_y$, $(\vec{n}_{N+1})_z$ đã biết từ bước cuối cùng trong quá trình hồi quy nên cả $\zeta = \vartheta$ cũng như $\alpha = \alpha_{\text{room}} - \phi_{N+1}$ đều có thể được tính ra từ phương trình (24).

4.2 Giải pháp phân tích

Các nguyên lý và phương pháp được mô tả trong những phần trước có thể được áp dụng cho các ống dẫn sáng rỗng với các dạng hình học khác nhau đã được xác định (như những dạng được trình bày trong Gupta et al., 2001). Việc tổng quát hoá phương pháp tiếp cận trên phụ thuộc vào biểu thức chính xác của vector pháp tuyến cục bộ của bề mặt ống \vec{n}_v với bề mặt của ống dẫn sáng. Việc tổng quát hoá này có thể sẽ không đơn giản nếu các ống dẫn sáng có hình dạng phức tạp. Việc xác định các hệ số tỉ lệ k_i trong phần giải thích phía dưới phương trình (23) cũng có thể dẫn đến một số khó khăn, vì $(x_i^2 + y_i^2) = R^2$ chỉ được thoả mãn trong trường hợp với các vật là hình trụ. Vì vậy bán kính R trong các phương trình (15) và (16) cần phải thay thế bằng một hàm tương ứng với hình dạng thực tế của ống dẫn sáng. Tuy nhiên, các ống dẫn sáng hình trụ với bộ khuếch tán nằm ngang ở phía dưới và trên đỉnh được trang bị đoạn nối hình bán cầu (hemispherical copula) được coi là những hệ thống được sắp xếp phù hợp với việc tìm ra một giải pháp phân tích.

Do quan hệ hình học, góc đỉnh của thành phần bầu trời ζ tương thích với góc đỉnh biểu kiến ϑ (được xác định trong hệ trục toạ độ của bộ khuếch tán) (tức là $\zeta = \vartheta$). Có thể tính được góc phương vị của thành phần bầu trời bất kỳ α và số lượng phản xạ nội thất trong ống dẫn sáng N trong hai bước, phụ thuộc vào giá trị của

$$h(\phi_0; \phi, \vartheta) = \frac{R}{\tan \vartheta} \frac{\sin(\phi_1 - \phi_2)}{\sin \phi} \quad (25)$$

1. Nếu $h(\phi_0; \phi, \vartheta) > H$, thì $N(r_0, \phi_0; \phi, \vartheta) \equiv 0$ và

$$\alpha = \alpha_{\text{room}} - \phi_0 + \phi - \pi \quad (26)$$

2. Mặt khác, nếu $h(\phi_0; \phi, \vartheta) \leq H$

$$\alpha = \alpha_{\text{room}} - N(r_0, \phi_0; \phi, \vartheta)\psi(r_0, \phi_0; \phi) - \phi_0 + \phi - \pi \quad (27)$$

trong đó số lượng phản xạ bên trong nội thất của ống dẫn sáng là

$$N(r_0, \phi_0; \phi, \vartheta) = 1 + \text{Int} \left\{ \frac{1}{2g(r_0, \phi_0; \phi)} \left[\frac{H \tan \vartheta}{R} - \frac{\sin(\phi_1 - \phi_0)}{\sin \phi} \right] \right\} \quad (28)$$

Với bất kỳ giá trị thực nào, toán hạng Int sẽ trả lại kết quả là số nguyên đã được làm tròn xuống (ví dụ $\text{Int}(3.254) = 3$). Phương trình (15) cho góc $\phi_1 \equiv \phi_1(r_0, \phi_0; \phi)$ và

$$g(r_0, \phi_0; \varphi) = s(r_0, \phi_0; \phi) + \cos(\phi_0 - \phi) \cos \phi_1 + \sin(\phi_0 - \phi) \sin \phi_1 \quad (29)$$

Hàm $s(r_0, \phi_0; \phi)$ ghi

$$s(r_0, \phi_0; \phi) = \frac{2 \sin \phi}{\sin(\phi_1 - \phi_0)} \left[1 - \frac{r_0}{R} (\cos \phi_0 \cos \phi_1 + \sin \phi_0 \sin \phi_1) \right] \quad (30)$$

$$\psi(r_0, \phi_0; \phi) = \tilde{\phi} - \phi_0 + \phi - \pi \quad (31)$$

Góc $\tilde{\phi}$ có thể thu được từ hai phương trình:

$$\begin{aligned} \cos \tilde{\phi} &= \cos(\phi_0 + \pi - \phi) - s(r_0, \phi_0; \phi) \cos \phi_1 \\ \sin \tilde{\phi} &= \sin(\phi_0 + \pi - \phi) - s(r_0, \phi_0; \phi) \sin \phi_1 \end{aligned} \quad (32)$$

Cần giải cả hai phương trình vì hàm nghịch $\arccos(\tilde{\phi})$ và $\arcsin(\tilde{\phi})$ không xác định. Tính đồng thời $\cos \tilde{\phi}$ và $\sin \tilde{\phi}$ nhằm giải thích chính xác góc $\tilde{\phi}$. Cụ thể, nếu $\cos \tilde{\phi} < 0$ thì $\tilde{\phi} = \pi - \arcsin(\tilde{\phi})$, ngược lại với $\sin \tilde{\phi} > 0$ thì $\tilde{\phi} = \arcsin(\tilde{\phi})$, và $\tilde{\phi} = 2\pi + \arcsin(\tilde{\phi})$ nếu $\sin \tilde{\phi} < 0$. Cần tích hợp cách tiếp cận này trong các phương pháp tính toán số và tính toán cẩn thận các hàm nghịch đo góc. Ví dụ điển hình như khi tính ψ trong phương trình (31): nếu $\psi < 0$ thì phương trình (31) phải chuyển thành $\psi(r_0, \phi_0; \phi) = \tilde{\phi} - \phi_0 + \phi + \pi$, tức là thay vì xét ψ ta xét $\psi + 2\pi$ vì ψ phải dương trong phương trình (27).

4.3 Ánh sáng trực tiếp từ mặt trời

Nói chung, ánh sáng mặt trời trực tiếp cũng có thể bổ sung vào độ rọi trên bề mặt sơ cấp $d\sigma$ của bộ khuếch tán. Tuy nhiên, nếu $d\sigma$ được chiếu sáng bởi ánh sáng từ thành phần bầu trời (ζ, α) , ở cùng vị trí với Mặt Trời (ζ_S, α_S) thì phương trình (11) để tính độ rọi bên trong phải được bổ sung thêm phần tăng do ánh sáng mặt trời, tức là

$$\begin{aligned} E_{i,W}(X', Y', Z') = & \frac{t_D}{\pi} \int_0^R r_0 dr_0 \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \Theta}{R_{d\sigma}^2(\Theta, \Phi)} d\phi_0 \\ & \times \int_0^{\pi/2} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} j(\vartheta, \phi, \phi_0, r_0) d\phi \\ & + \frac{t_D t_C}{\pi} \int_0^R r_0 dr_0 \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \Theta}{R_{d\sigma}^2(\Theta, \Phi)} \\ & \times \left(\sum_{i=1}^M P_V \rho^{N_{\text{Sun}}(\phi^{(i)})} \left| \frac{d\alpha(r_0, \phi_0; \phi, \zeta_S)}{d\phi} \right|_{\phi^i}^{-1} \right) d\phi_0 \end{aligned} \quad (33)$$

trong đó P_V là độ rọi ngoài trời của ánh sáng mặt trời trực tiếp trên một mặt phẳng nằm ngang.

Số lần phản xạ của các tia sáng $N_{\text{Sun}}(\phi^{(i)}) \equiv N(r_0, \phi_0; \phi^{(i)}, \zeta_S)$ được tính từ phương trình (28) bằng cách thay thế $\vartheta = \zeta_S$. Mặt khác, $N_{\text{Sun}}(\phi^{(i)})$ có giá trị bằng 0 theo định nghĩa khi $h(\phi_0; \phi^{(i)}, \zeta_S) > H$. Vì ống dẫn sáng là một hệ quang học khá phức tạp nên, theo nguyên tắc, tia sáng trực tiếp từ mặt trời có thể tới $d\sigma$ từ M hướng khác nhau $\phi^{(1)} \dots \phi^{(M)}$. Vì hiện tượng phản xạ nhiều lần trong ống dẫn nên maxima (hoặc minima) cục bộ của các vùng rọi trên bộ khuếch tán có thể xảy ra (Swift et al., 2006). Nếu tia sáng chỉ bị phản xạ một lần (trong trường hợp ống dẫn có độ cao H thấp) thì ảnh ngược rõ nét của Mặt Trời có thể được quan sát thấy tại vị trí $\phi_0 = \pi + \alpha_{\text{room}} - \alpha_S$ trên bộ khuếch tán. Tổng lượng tăng độ rọi do ánh sáng mặt trời trực tiếp tạo ra trên thành phần bề mặt $d\sigma$ của bộ khuếch tán có thể được tính là một tổng qua tất cả các hướng tới M . Nếu r_0 và ϕ_0 là cố định thì các nghiệm độc lập $\phi^{(1)} \dots \phi^{(M)}$ có thể được tính từ phương trình sau:

$$\alpha_S = \alpha_{\text{room}} - N(r_0, \phi_0; \phi^{(i)}, \zeta_S) \Psi(r_0, \phi_0; \phi^{(i)}) - \phi_0 + \phi^{(i)} - \pi \quad (34)$$

Nếu $N_{\text{Sun}} = 0$ thì theo phương trình (26), chỉ tồn tại một nghiệm duy nhất vì

$\phi^{(1)} = \alpha_S - \alpha_{\text{room}} + \phi_0 + \pi$. Mặc dù góc phương vị biểu kiến ϑ được bảo toàn trong quá trình phản xạ nhiều lần thì vẫn phải làm rõ rằng có sự chênh lệch rõ ràng giữa góc phương vị biểu kiến ϕ (đo trong hệ trục tọa độ cục bộ của bộ khuếch tán) và góc phương vị đầu vào (bên ngoài) α . Vậy nên góc khối cơ sở $\sin \vartheta d\vartheta d\phi$ đo ở bộ khuếch tán có giá trị khác với góc khối $\sin \vartheta d\vartheta d\alpha$ ở đỉnh mái. Vì vậy, các bề mặt được chiếu rọi bởi ánh sáng mặt trời ở đỉnh vòm $d\sigma^{\text{top}}$ và ở bộ khuếch tán $d\sigma$ là không giống nhau. Vì các tia sáng mặt trời phát ra từ điểm vô cực tới bộ khuếch tán nên đẳng thức $d\alpha/d\phi = d\sigma/d\sigma^{\text{top}}$ được thỏa mãn. Chú ý rằng nếu tăng diện tích được chiếu sáng lên một hệ số $q = d\sigma/d\sigma^{\text{top}}$ ($q > 1$) thì độ rọi

cực bộ sẽ giảm đi, tức là độ rọi tỉ lệ thuận với $1/q$. Nếu không có phản xạ trong ống dẫn thì bề mặt được chiếu sáng phải được bảo toàn, tức là $q = 1$. Điều này có thể được kiểm chứng dễ dàng bằng cách tính đạo hàm của (26)

$$\frac{d\alpha(\phi_0; \phi)}{d\phi} = \frac{d\sigma}{d\sigma^{\text{text}}} = 1 \quad (35)$$

Đạo hàm $d\alpha/d\phi$ có thể được biểu diễn một cách phân tích khi số lượng phản xạ bên trong ống dẫn $N_{\text{Sun}}(\phi^{(i)}) \geq 1$

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha(r_0, \phi_0; \phi, \zeta_S)}{d\phi} = & 1 + \frac{N_{\text{Sun}}}{\cos \tilde{\phi}} \left[s \left(1 + \frac{d\phi_1}{d\phi} \right) \cos \phi_1 + \frac{ds}{d\phi} \sin \phi_1 \right] \\ & + \Psi \text{Int} \left\{ \frac{Q}{2g^2} \left(1 + \frac{d\phi_1}{d\phi} \right) [\sin(\phi_0 - \phi) \cos \phi_1 - \cos(\phi_0 - \phi) \sin \phi_1] \right. \\ & \left. + \frac{Q}{2g^2} \frac{ds}{d\phi} + \frac{1}{2g \sin \phi} \left[\frac{d\phi_1}{d\phi} \cos(\phi_1 - \phi_0) - \sin(\phi_1 - \phi_0) \cot \phi \right] \right\} \end{aligned} \quad (36)$$

trong đó $N_{\text{Sun}} \equiv N(r_0, \phi_0; \phi^{(i)}, \zeta_S)$, $\phi_1 \equiv \phi_1(r_0, \phi_0; \phi)$, $s \equiv s(r_0, \phi_0; \phi)$ và $g \equiv g(r_0, \phi_0; \phi)$. Tích phân của phương trình (36) được tính với mọi $\phi = \phi^{(i)}$ mà diễn đạt một tập hợp đầy đủ nghiệm của (34). Hàm $Q \equiv Q(\phi_0; \phi, \vartheta)$ sử dụng trong (36) có dạng

$$Q = \frac{H \tan \vartheta}{R} - \frac{\sin(\phi_1 - \phi_0)}{\sin \phi} \quad (37)$$

và các tham số còn lại có thể được tính như sau:

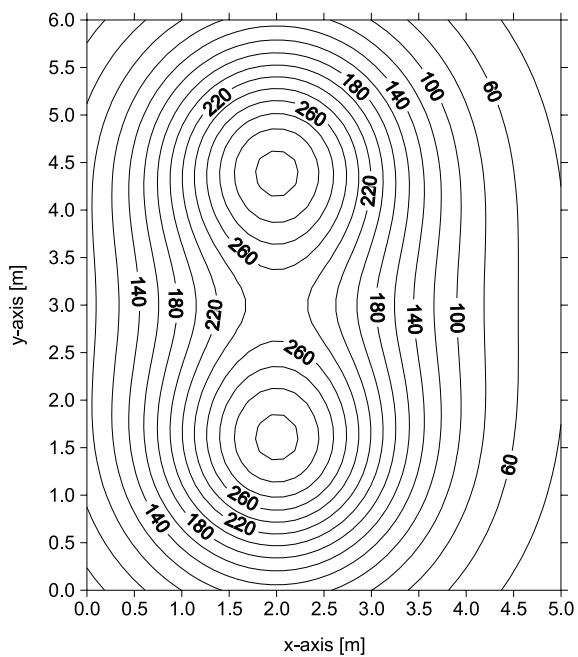
$$\frac{d\phi_1}{d\phi} = -1 - \frac{r_0 \cos \phi}{\sqrt{R^2 - r_0^2 \sin^2 \phi}} \quad (38)$$

và

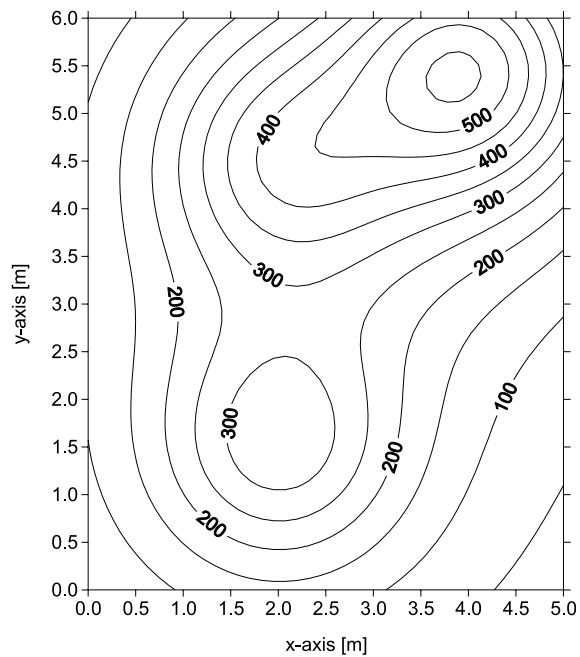
$$\begin{aligned} \frac{ds}{d\phi} = & s \left[\cot \phi - \frac{d\phi_1}{d\phi} \cot(\phi_1 - \phi_0) \right] \\ & - \frac{d\phi_1}{d\phi} \frac{2 \sin \phi [\sin \phi_0 \cos \phi_1 - \cos \phi_0 \sin \phi_1]}{\sin(\phi_1 - \phi_0)} \frac{r_0}{R} \end{aligned} \quad (39)$$

5. Ví dụ thực tế với điều kiện trời nhiều mây và trời quang đãng

Sử dụng phương pháp và các công thức nêu trên, bất kỳ mô hình độ chói bầu trời tiêu chuẩn nào (hay bất kỳ mô hình bức xạ bầu trời physically-justified nào - xem Kocifaj và Lukács, 1998) cũng đều có thể được áp dụng để tính được độ chói trên bộ khuếch tán ống rỗng hoặc trên bề mặt làm việc ở nội thất.



Hình 6. Ví dụ về phân bố rọi nội thất với hai ống 4,8m theo CIE Clear Sky.



Hình 7. Ví dụ về phân bố rọi nội thất với hai ống 4,8m và một ống 2,0m theo CIE Clear Sky.