一、 $\bar{x}=\frac{\alpha}{1+\alpha}$

抽样样本的平均值 $\bar{x}=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}x_i=0.6$

则α的矩阵估计值为 $\alpha=\frac{\bar{x}}{1-\bar{x}}=1.5$

二．解：

置信区间 $(\bar{X}\pm z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

则置信长度 $L=2z_{\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

若 $L<L_0=2$，则 $n\geq\frac{4z_{\frac{\alpha}{2}}^2\sigma^2}{L_0^2}$

已知 $\alpha=0.05$, $z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0.025}=1.96$, $\sigma^2=4$, $L_0>2$

则 $n\geq15.36$，则n至少是16.

故至少应抽取16容量的样本，使置信区间长度L不超过2.

三.(1) 解：

近似置信度95%的置信不限为 $\underline{P}=P_0-z_\alpha\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}$

已知 $P_0=\frac{100-10}{100}=0.9$, $\alpha=0.05$, $z_\alpha=1.64$, $n=100$

则收视率为置信下限 $\underline{P}=0.87$

(2) $H_0=p\geq P_0=0.85 \leftrightarrow H_1=p<P_0$

$z=\frac{\bar{x}-P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}}\sim N(0,1)$

拒绝域 C: $z<-z_\alpha$

已知 $\bar{x}=0.9$, $P_0=0.85$, $\alpha=0.05$, $z_\alpha=1.64$

$z=\frac{0.9-0.85}{\sqrt{\frac{0.9\times0.1}{100}}}=1.67>-z_\alpha=-1.64$

故拒绝H_0，认为节目组宣称收视率不低于85%属实.

四. 首先判断金属丝的折断力是否符合标准.

$H_0:\mu=\mu_0=580\leftrightarrow H_1:\mu<\mu_0$

$T=\frac{\bar{x}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}\sim t(n-1)$

拒绝域：C: $T<-t_\alpha(n-1)$

$\mu_0=580$, $n=9$, $\alpha=0.05$ $t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.025}(8)=2.2306$

$\cancel{\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}$

$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{1}{9}(574+572+568+572+570+590+580+568+581)=575$

$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{8}\times428=53.5$

$S=\sqrt{S^2}=\sqrt{53.5}\approx7.3$

$t=\frac{\bar{x}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}=\frac{575-580}{7.3/\sqrt{9}}=-\frac{5}{7.3/3}\approx-2.05$

$\because t=-2.05>-t_{0.025}(8)=-2.306$

$\therefore$ 接受H_0，即认为~~厂~~金属丝折断力附合标准.

再接受方差检验

$H_0: \sigma^2=\sigma_0^2 \longleftrightarrow H_1: \sigma^2>\sigma_0^2$

$\varphi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim \varphi^2(n-1)$

拒绝域C: $\varphi^2>\varphi^2_{\alpha}(n-1)$

$\sigma_0^2=8^2$, $n=9$, $S^2=53.5$, $\varphi^2_{0.05}(8)=15.507$.

$\therefore \varphi^2=\dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}=\dfrac{(9-1)\times 53.5}{8^2}=6.69$

$\because \varphi^2=6.69<\varphi^2_{0.05}(8)=15.507$

$\therefore$ 接受H_0，即认为金属丝的方差符合标准.

综上所述：该日自动生产线正常。

五. 解：设旧工艺金属拉压强度$X\sim N(\mu_1,\sigma_1^2)$

新工艺金属拉压强度$Y\sim N(\mu_2,\sigma_2^2)$.

$H_0: \mu_1=\mu_2 \longleftrightarrow H_1: \mu_1<\mu_2$

$T=\dfrac{\bar{x}-\bar{y}}{S_w\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \sim t(n_1+n_2-2)$

其中：$S_w^2=\dfrac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$

拒绝域C: $T<t_\alpha(n_1+n_2-2)$

$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{162}{6}=27$

$\bar{y}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}y_i=\frac{186}{6}=31$

$C: t<-t_\alpha(n_1+n_2-2)$

$t=\dfrac{\bar{x}-\bar{y}}{S_w\cdot\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}=\dfrac{27-31}{\sqrt{8.2}\cdot\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}}=-2.42$

$\because t=-2.42<-t_{0.05}(10)=-1.812$

$\therefore$ 拒绝H_0 应该采用新工艺.

六. 解：

$\hat{y}=-6.576+0.076x_1+0.426x_2-0.322x_3$

(1) x_1系数b_1指居民可支配收入每增加/减少一元，销售额就增加/减少0.076百万元

x_2系数b_2指该类消费品价格指数每增加/减少1%，销售额就减少0.426百万元.

x_3系数b_3指其他消费品的平均价格指数每增加/降低1%，销售额就减少/增加0.322百万元.

(2) 进行F检验：$F=250.479>F_{0.05}(3,14)=3.34$

说明线性回归效果显著.

(3) ① x_1的回归系数b_1的置信度95%的置信区间为

$(b_1\pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-3-1)\cdot S\sqrt{c_{11}}$

已知 $n=18$, $b_1=0.076$, $t_{0.025}(14)=2.145$, $S\{\hat{b}_1\}=0.022$

则区间为 $(0.02881, 0.12319)$

$H_0: b_1=0 \longleftrightarrow H_1: b_1 \neq 0$

$T=\frac{b_1}{S\{\hat{b}_1\}} \sim t(n-p-1)$

拒绝域 $C: |T| > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-p-1)$

计算 $|t| = \left|\frac{0.076}{0.022}\right| = 3.455 > t_{0.025}(14) = 2.145$

则拒绝域 H_0，认为 b_1 系数显著

③ x_2 的回归系数 b_2 的置信区间为

$(b_2 \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-3-1), S\{\hat{b}_2\}$

已知 $b_2=0.426$，$S\{\hat{b}_2\}=0.164$，$n=18$，$\alpha=0.05$，

$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-3-1) = t_{0.025}(14) = 2.145$

则计算区间得 $(0.07422, 0.77778)$

$H_0: b_2=0 \longleftrightarrow H_1: b_2 \neq 0$

$T=\frac{b_2}{S\{\hat{b}_2\}} \sim \cancel{t} t(n-p-1)$

拒绝域 $C: |T| > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-p-1)$

$\therefore |t| = \left|\frac{0.426}{0.164}\right| = 2.598 > t_{0.025}(14) = 2.145$

则拒绝 H_0，认为 b_2 系数显著.

③

④ x_3 的回归系数 b_3 的置信区间为

$(b_3 \pm t_{\frac{\alpha}{2}}(n-3-1) \cdot S\{\hat{b}_3\}$

已知 $b_3=-0.322$，$S\{\hat{b}_3\}=0.139$，$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-3-1)=t_{0.025}(14)=2.145$

则计算区间得 $(-0.620155, -0.023845)$

$H_0: b_3=0 \longleftrightarrow H_1: b_3 \neq 0$

$T=\frac{b_3}{S\{\hat{b}_3\}} \sim t(n-p-1)$

拒绝域 $C: |T| > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-p-1)$

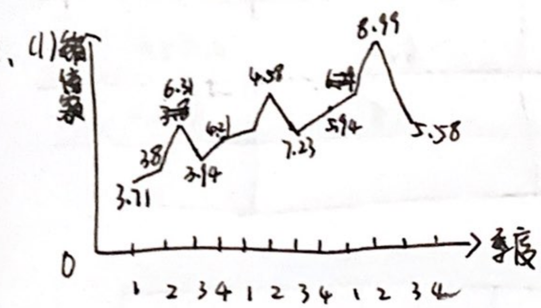
$|t| = \left|-\frac{0.322}{0.139}\right| = 2.317 > t_{0.025}(14) = 2.145$

则拒绝 H_0 认为 b_3 的系数显著.

$\hat{Y} = -6.576 + 0.076 \times 160 + 0.426 \times 110 - 0.322 \times 100$

$= 20.244$ (百万元)

七、(1)



据图可知，销售额逐年递增，存在长期趋势

而3季度销售额突增，4季度回落，存在明显的循环波动.

2)

季度	销售额	移动平均值 ~~滑动平均值~~	滑动平均百分比
1	3.71		
2	3.80		
3	6.31	4.44	1.421
4	3.94	4.565	0.863
1	4.21	4.76	0.884
2	4.58	4.99	0.918
3	7.23	5.49	1.317
4	5.94	6.01	0.988
1	6.29	6.45	0.975
2	6.34	6.89	0.920
3	8.99	6.8	1.322
4	5.58		

~~季节指数S:~~

季度\年	1	2	3	季节平均	季节指数 S
1		0.884	0.975	0.9295	0.900
2		0.918	0.920	0.919	0.891
3	1.421	1.317	1.322	1.353	1.311
4					

季节指数S:

季度\年	1	2	3	季节平均	季度季节指数S
1		0.884	0.975	0.9295	0.900
2		0.918	0.920	0.919	0.891
3	1.421	1.317	1.322	1.353	1.311
4	0.863	0.988		0.9255	0.897
			总季节平均	1.03125	

④