

Answer A - In Unreal

Problem Model

给定一个 R 行 C 列的正整数矩阵，请你从这个矩阵中选出一个 N 行 M 列的子矩阵，使得在这个子矩阵中，每一对相邻元素之差的绝对值之和最小。

Solution

50分暴力解法： 2^R 枚列举选中的行， 2^C 枚列举选中的列，读入时预处理出矩阵中每两个元素的差的绝对值，枚举时直接加和即可，算法复杂度 $O(R^2 C^2 + \binom{N}{R} \binom{M}{C})$ 。本地测评能得60分。

100分标程解法：以 2^R 代价枚举所有可能选中的行，对列的选择进行DP，状态数组 $f[i][j]$ 表示选择了 i 列，最后一列选择了第 j 列的最小答案；转移状态时增加第三维 k ，表示上一列选择了第 k 列。理论时间复杂度 $O(\binom{N}{R} C^3)$ 。

Source Code

见目录下 “std/alpha.cc”。

Original

[NOIP 2014 普及组 T4](#)

Answer B - To Discover

Problem Model

求 n^k 末尾 t 位在不断乘 n 中是否会发生循环，若是则求出循环节长度。

Solution

我们设 $L(t)$ 为末尾 t 位的循环节长度，不难发现 $L(t) = mL(t-1)$ ，其中 $1 \leq m \leq 10$ ，不难发现 m 为 $n^{L(t-1)}, n^{2L(t-1)}, \dots$ 中第 t 位的循环节长度。因此，我们只需从小到大枚举个位数 now ，然后在 $n^{L(now-1)}, n^{2L(now-1)}, \dots$ 中找第 now 位的循环节长度，因为循环节长度 ≤ 10 ，所以如果枚举超过10次仍然没有出现循环，则表明无解，否则，最后的结果就是各位的 m 的乘积。

由于位数过大，达到100，所以需要写高精度，但是不写高精度基于上面的结论直接算可得30分暴力分。

Source Code

见目录下 “std/beta.cc”。

Original

[NOIP 2005 普及组 T4](#)

Answer C - By Yourself

Problem Model

求带环未知变量的期望。

Solution

由于变量之间存在环，朴素DP和搜索肯定不能使用，考虑列出未知量方程，例如如下数据：

```
a = [b [c 2]]
b = [c [b 3]]
c = [b 4]
```

可列出方程如下：

$$x_a = \frac{1}{2}x_b + \frac{1}{4}x_c + \frac{1}{4} * 2$$

$$x_b = \frac{1}{2}x_c + \frac{1}{4}x_b + \frac{1}{4} * 3$$

$$x_c = \frac{1}{2}x_b + \frac{1}{2} * 4$$

容易发现移项后转为线性方程组，高斯消元求解即可，注意自由元及所有被自由元影响的变量均为Unknown。

Source Code

见目录下“std/gamma.cc”。

Original

[POJ 1487](#)

Answer D - For Victory

Problem Model

在字符串集 B 内寻找字符串集 A 内的字串出现了多少种，以及包含字符串集 A 内字串种类最多的最短序列长度。

Solution

首先对数据出锅表示歉意。

第一问Hash或使用STL里的map<string,integer>均可，第二问考虑答案的单调性。

假设现已找到区间 $[L, R]$ 包含 A 中尽可能多种类的字串，设 $req = 0$ ，更新答案，同时 $L++$ ，如果出区间外的字串是整个区间内唯一的，且又是 A 中的，则 $req++$ ；然后 $R++$ ，如果加入区间内的字串是 A 中字串，且是整个区间内唯一的，则 $req--$ ，然后不断继续 $R++$ ，直到 $req = 0$ ，重复上述操作。

直接暴力模拟可以取得60分的部分分，但本地实测只能拿到50分。

注意Hash极易冲突，本题数据的锅就是这么出的；另外map不能用char*作索引关键字，会出bug，不信试试看。

Source Code

见目录下“std/delta.cc”。

Original

[洛谷 P1381](#)

Answer E - Be Clever

Problem Model

求无向图从1号点到 N 号点的一条路径，使路径上经过的最大边权值最小化，计算时至多可以无视路径上的 K 条边。

Solution

二分答案 ans ，使边权 $\leq ans$ 的边权值为0，否则为1，然后跑最短路，如果最短路 $< K$ 则向下二分， $> K$ 则向上二分，直到 $= K$ 即为答案。

分层图DP做法——LYY

用 $f[i][j]$ 表示到点 i 的用了 j 次机会的最小代价。分析后发现这个二元函数满足三角形不等式。用Dijkstra算法更新即可。

不知道怎么暴力，所以没给部分分（逃）。不过听说能拿到很可观的分数。

Source Code

见目录下“std/sigma.cc”。

Original

[USACO 2008 一月月赛 银组](#)

Answer F - To Future

Problem Model

给你 N 个字符，它们是 A 或 B ，要求分出最少集合，使每个集合中要么只有 A 或只有 B ，要么 A 和 B 的个数之差不超过 K 。

Solution

不难想到使用动态规划解决该问题，设 $f[i]$ 为到第 i 个扇区最少需要划分的防御阵列数量，最朴素的是 $O(N^2)$ 动规，发现大多数状态都是中间状态，于是思考如何简化状态及其转移。

考虑维护每种模块数量的前缀，使用数组记录： $a[i]$ 表示到第 i 个扇区有多少个 A 模块， $b[i]$ 同理。然后可得到结论，对于区间 $[i, j]$ 可以划入一个防御阵列，有以下几种情况：

1. $a[i - 1] = a[j]$
2. $b[i - 1] = b[j]$
3. $abs((a[j] - a[i - 1]) - (b[j] - b[i - 1])) \leq K$

对于第三种情况，可以展开成如下形式：

$$a[j] - b[j] - M \leq a[i - 1] - b[i - 1] \leq a[j] - b[j] + M$$

综上，第一、二种情况直接可以求出，第三种情况用线段树维护区间最值即可，当然可以不使用线段树直接暴力，也能拿到相当的部分分。

Source Code

见目录下“std/omega.cc”。

Original

[洛谷 P2418](#)

Answer F(Fake) - To Future(Really?)

Problem Model

有一个数列，初始值均为0，进行 N 次操作，每次将数列 $[A_i, B_i)$ 这个区间中所有比 C_i 小的数改为 C_i ，计算 N 次操作后数列中所有元素的和。

Solution

简化后的矩形面积并问题。

需要支持区间插入、删除、求最大值，考虑使用线段树或者平衡树，STL里的multiset也可做。

Original

[USACO 2007 OPEN 银组](#)

Epilogue

初次出成套的题，尝试重写了题面，可能有些地方表述不清，欢迎批评指正。

每道题前有一段斜体字，连起来就是一个小小说一样的东西。但是由于篇幅限制，表达不出什么太多的东西，不过希望以第一人称闯关的视角，可以给这套枯燥的题目增添些许的趣味性。

事实上，由于难度编排错乱，先考Day2再考Day1可能会好一点，但是毕竟故事的剧情顺序在那里摆着呢，也不方便改了。

最后妥协的方案是，把Day2T3换掉了；最后拿给LYS看的时候，他说这可不能保证你的生命安全，不过由于Day2前两题挺水的，所以也就这样了。

标着“Fake”的那道题解是原本F题的题解，有兴趣的可以看看，不过就不提供代码了。

不过总体来说的效果我还是比较满意的，感谢验题人LYS的毒奶。

“HYS是我们的红太阳 LYY是我们的蓝月亮 我是他们的小迷弟”——LYS

本次试题的题解为每道题目提供了标程，全部位于目录下的std文件夹内，希望能起到一定的参考价值。

接下来呢，这个奇幻向的历险故事，还需要一个结尾，不然就烂尾了不是？文笔拙劣，描述多有不周，还望大家看得开心~

数据流的攻击似乎是停止了，显像管显示器的屏幕上也不再出现新的警示信息

额头和手心仍在不断渗出细密的汗珠，老式键盘的亚光键帽上，汗渍的反光正默默地诉说着这无声的战斗

“终于，结束了么……”

活动着略显僵硬的手脚，脑海中不由得浮现出她的面容

“希望一切安好吧”

银灰色的墙壁开始泛起诡谲的波纹，司空见惯地，意识再一次断开了连接

……

和之前截然不同的感觉，除了肌肉的酸疼感，背后的柔软一时没让我反应过来

缓缓地睁开沉重的眼皮，映入眼帘的是熟悉而又陌生的天花板

阳光透过窗帘的缝隙打到墙上，依稀能听到断续的蝉鸣

强撑着身体坐了起来，环视着四周，有种恍然隔世的感觉

“总算是回来了啊”

没有像往常一样留恋舒适的床垫，我立即起身、洗漱、换衣，出了门

呼吸着新鲜的空气，仰望着湛蓝无云的天空，感受着温暖的阳光，一切都是那么的温馨而美好

毫无目的地漫步在大街上，看着车水马龙的市井街道，竟有种说不出的感受

回想起来，果然是类似于梦境的东西啊，真是神奇

话说回来，那诡异的世界，真的是一个彻头彻尾的错误吗？它也应该有它存在的意义和价值吧

……

不知道为什么，我只是想在街上走，没有目标，没有理由

如果硬要说有原因的话，大概只是为了和这阔别许久的现实世界打个招呼罢了

然而，无情的命运似乎无论如何都不想让我好过，在经过一个岔路口的时候，我和一团黑影相撞了

好在我的骨头一直很硬，小磕小碰基本没什么感觉，我回过神来，定睛向前方看去

“一个人，穿着一身黑衣，比较瘦，还有着能垂到手肘的长发，应该是个女生”

我如是想到

那人做着和我一样的动作，也将目光向我投来

看到对方的面容之后，我们互相都是一愣，紧接着便不自主地伸出了手，牢牢地指着对方

“是你！”“是你？”

缘，妙不可言

不知道我们今后又会经历怎样离奇的事情，不过，相信只要有着这份信念和意志，哪怕有一天要离这个世界而去……

“想必也是面带微笑，无愧人生的吧。”

……

炎夏的阳光依然火热，青春的故事才刚刚开始

最后的最后，衷心祝愿大家NOIP2017都能考出理想的成绩，为校争光，为省添彩！

