

# CT 系统参数标定及成像

黄璐哲，方天庆，帅青

浙江大学

2017 年 11 月 24 日

浙江大学

# Table of Contents 目录

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

1 问题重述

2 问题一的求解

3 问题二的求解

4 问题三的求解

5 问题四的求解

6 Mathematical model

7 Empirical experiments

8 参考文献



# 问题背景

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

CT 系统是一种利用样品对射线的能量吸收特性对样品进行断层成像的技术，在不破坏样品的情况下获取样品内部的结构信息。问题中使用的是一种二维 CT 系统，探测器平面发出平行入射的 X 射线，探测器绕某固定的旋转中心逆时针旋转 180 次，可以获得 180 组接收信息，每组信息有 512 个等距单元的数据。



# 解决的问题

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

我们需要建立数学模型和算法，解决以下问题：

- 1 根据题目给出的标定模板，以及标定模板的接收信息，对 CT 系统的旋转中心的位置、探测器单元之间的距离以及射线的 180 个方向进行确定。
- 2 根据给出的某未知介质的接收信息，利用 (1) 中得到的标定参数，对介质的位置、几何形状、吸收率进行确定。且给出指定位置的吸收率信息。
- 3 根据给出的另一未知介质的接收信息，给出该未知介质的相关信息，以及指定未知的吸收率信息。
- 4 对问题 (1) 中的参数进行精度和稳定性分析，并自行设计新模板，建立对应的标定模型，以改进参数标定。



# 初步计算参数

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

$$D(i) = \mu \times 2\sqrt{R^2 - (i\Delta d + d_0)^2} \rho + c \quad (1)$$

使用最小二乘法对曲线进行拟合，求出各个参数的值为：

$$\mu = 1.7724, \Delta d = 0.2768, d_0 = -4.0688, c = 0.0000$$



# 模型建立

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

以正方形托盘的中心为坐标原点，椭圆中心与圆中心的连线方向为  $x$  轴，过坐标原点垂直于  $x$  轴方向为  $y$  轴，建立平面直角坐标系。在这一坐标系中，设 CT 系统的旋转中心坐标为  $R(x_0, y_0)$ ，探测器平面与  $x$  轴的夹角为  $\theta$ ，探测器中心与旋转中心在探测器平面上的投影的距离为  $d_0$ 。



问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

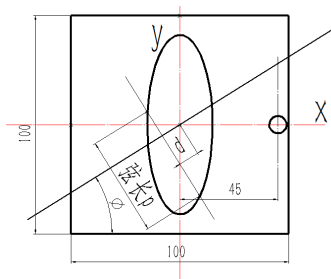


图: 标准形态

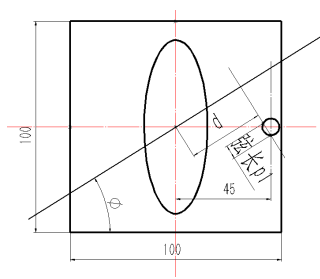


图: 圆的弦长

这张图没有说明参数的具体位置，可以改改

# 求解长度

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

标定模板中，椭圆与圆的方程分别为：

$$\frac{x^2}{m^2} + \frac{y^2}{n^2} = 1, m = 15, n = 40; (x - 45)^2 + y^2 = 4^2$$

为了对问题进行化简，我们设定一个坐标原点在探测器上的投影位于探测器中心的状态，此时对于探测器上与探测器中心相距为  $d$  的一条射线，可以对其在椭圆中交出的弦长进行求解。这条射线的方程可写出为：

$$x \cos \phi + y \sin \phi = d$$

与椭圆的方程进行联立求解，可解出该直线与椭圆相交的弦长：

$$p = \frac{2mn\sqrt{r^2 - d^2}}{r^2}, \text{ 这里 } r^2 = m^2 \cos^2 \phi + n^2 \sin^2 \phi$$





问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

对于圆上的部分，设圆心坐标为  $(G, 0)$ ，圆半径为  $r_0$ ，其中  $G = 45, r_0 = 4$ ，那么容易求出其弦长表达式为：

$$p_1 = 2\sqrt{r_0^2 - (G \cos \phi - d)^2}$$

同时，由于在整个旋转过程中，直线与椭圆或圆不一定有交点，那么这种情况下，我们对整个角度范围进行整合，可以得到总的投影长度为：

$$p_t = \frac{2mn\sqrt{\max(0, m^2 \cos^2 \phi + n^2 \sin^2 \phi - d^2)}}{m^2 \cos^2 \phi + n^2 \sin^2 \phi} + 2\sqrt{\max(0, r_0^2 - (G \cos \phi - d)^2)}$$

考虑到实际情况中，探测器的中心与坐标原点有一定的偏移，那么在上式的基础上，我们需要对投影长度进行修正。

# 弦长修正

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

综合上述各式，所以对于探测角度为  $\phi$  的探测器，其上第  $i$  条 X 射线探测所得的数值的计算公式为：

$$V = \mu \frac{2mn \sqrt{\max(0, m^2 \cos^2 \phi + n^2 \sin^2 \phi - (x_0 \cos \phi + y_0 \sin \phi + d_0)^2)}}{m^2 \cos^2 \phi + n^2 \sin^2 \phi} + 2\mu \sqrt{\max(0, r_0^2 - (G \cos \phi - (x_0 \cos \phi + y_0 \sin \phi + d_0 + (i-1) \Delta r))^2)}$$



# 模型求解

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

- 选取参数  $d_0, x_0, y_0, \mu, \Delta d, \phi_i, i = 1, \dots, 180$  的初值, 这里参数的初值可以随意选取, 我们设置为  
 $d_0 = x_0 = y_0 = 0, \mu = 1.7724$  (由前文粗计算得), 使用  $512 \times 180$  组数据, 对所有参数进行拟合, 获得第一次求解的参数结果。
- 对第一次求解得到的  $\phi_{1i}, i = 1, \dots, 180$ , 使用局部加权回归散点平滑法进行平滑处理, 接着将  $\phi_i$  作为已知参数, 使用  $512 \times 180$  组数据, 以第一次求解的结果作为初始点, 对参数  $d_0, x_0, y_0, \mu, \Delta d$  进行求解, 得到第二次参数的求解结果。



问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

- 使用第二次求解得到的参数  $d_0, x_0, y_0, \mu, \Delta d$  作为已知参数，对于 180 组，每组 512 个数据，以第 (2) 步中得到的角度作为初值，分别对每组数据的角度参数进行求解，得到第 (3) 步的求解结果。
- 使用第 (2) 步与第 (3) 步的结果作为初始值，再次使用  $512 \times 180$  组数据，对所有参数进行拟合，得到最终结果。

¥得说明一下继续迭代结果保持稳定 ¥ 妈的这里好像没法跨  
页写 enumerate

# 求解结果

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

使用上述算法对模型进行求解，得到各个参数如下：

$$\mu = 1.7727, x_0 = -9.2696, y_0 = 6.2738$$

$$d_0 = 0.0000, \Delta d = 0.2768$$



# 1. Introduction 引言

frame subtitle 页面副标题

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

This nuaa-JUB.tex is a L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X Beamer template using the JUB Beamer theme produced by Billy Okal.

此 nuaa-JUB.tex 文件是一个使用了 Billy Okal 制作的 JUB Beam 主题的 L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X Beamer 模板。

L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

图: L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X beamer



## 2. Mathematical model 数学模型

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

### Lists 列表

- Apple
- Orange
- Banana
- 1 Monday
- 2 Tuesday
- 3 Wednesday

Description list is a type of list to describe items.

Description list 是一种用于描述的列表。



### 3. Empirical experiments 实验

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

Blocks 区块

Definition (Pythagorean theorem)

The Pythagorean theorem is a fundamental relation in Euclidean geometry among the three sides of a right triangle.

Theorem (Pythagorean theorem)

$$a^2 + b^2 = c^2$$





### 3. Empirical experiments 实验

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献

Blocks 区块

For example

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

Note

Note that the Pythagorean theorem can only be applied to right triangles.





- 问题重述
- 问题一的求解
- 问题二的求解
- 问题三的求解
- 问题四的求解
- Mathematical model
- Empirical experiments
- 参考文献

Thank you!

# 参考文献

问题重述

问题一的求解

问题二的求解

问题三的求解

问题四的求解

Mathematical  
model

Empirical  
experiments

参考文献



Kak A C. BOOKS AND PUBLICATIONS: "Principles of Computerized Tomographic Imaging" [J]. Medical Physics, 2002, 29(1):107.



J. Huang et al, "Sparse angular CT reconstruction using non-local means based iterative-correction POCS," Computers in Biology and Medicine, vol. 41, (4), pp. 195-205, 2011.



庄天戈. CT 原理与算法 [M]. 上海交通大学出版社, 1992.



林世明, W.-M.Boerner. 离散 Radon 变换 [J]. 西北工业大学学报, 1988(2):49-56.

