Ej. 1	Ej. 2	Ej. 3	Ej. 4	Nota

Segundo Parcial - 6/12/2024

Métodos Computacionales 2024

Nombre: ______________________________

Apellido: ______________________________

Cantidad de hojas: ______________________

Nota: Es indispensable contar con dos ejercicios marcados como B o B- para aprobar el parcial.

Ejercicio 1. A partir de la siguiente forma cuadrática:

$$Q(\mathbf{x}) = 3x_1^2 + 2x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_2x_3$$

Construir la matriz simétrica A que permite escribir la forma cuadrática como $Q(\mathbf{x}) = \mathbf{x}^T A\mathbf{x}$, y obtener un vector unitario $\mathbf{x}$ en $\mathbb{R}^3$ que maximice $Q(\mathbf{x})$ bajo la restricción $\mathbf{x}^T\mathbf{x} = 1$. Tener en cuenta de que el polinomio característico de la matriz A es:

$$p(\lambda) = (\lambda - 5)(-\lambda^2 + \lambda + 2)$$

Ejercicio 2. Una empresa que fabrica canoas emplea a 120 trabajadores, cada uno de los cuales trabaja 30 horas a la semana. La mitad de ellos trabajan en el departamento de carpintería, 20 personas en el departamento de plásticos, y el resto en el departamento de acabados.

La empresa fabrica canoas simples con un beneficio neto unitario de €7 y canoas de lujo con un beneficio correspondiente de €10.

Cada canoa simple requiere 4.5 horas en el departamento de carpintería y 2 horas en cada uno de los otros dos departamentos. Las horas de trabajo para cada canoa de lujo son 5, 1 y 4 en los departamentos de carpintería, plásticos y acabados, respectivamente.

Los cálculos de marketing han mostrado que no menos de 1/3 y no más de 2/3 del número total de canoas producidas deben ser de lujo.

Se pide:

1. Formular el problema de decidir cuantas canoas de cada tipo hay que producir para maximizar el beneficio neto.
2. Plantear el problema de la forma canónica.
3. Resolver el problema con el método gráfico
4. Indicar el beneficio neto máximo posible que cumpla con todas las restricciones.

Ejercicio 3. Sean:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_1 = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Calcular la distancia de $\mathbf{y}$ al plano en $\mathbb{R}^3$ generado por $\mathbf{u}_1$ y $\mathbf{u}_2$.

Ejercicio 4. Sea A una matriz 2×2 que es diagonalizable. La matriz A tiene dos valores propios distintos λ_1, λ_2, y sus vectores propios correspondientes son $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$.

Demostrar que los vectores propios $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ son linealmente independientes.

Ayuda: plantear $c_1\mathbf{v_1} + c_1\mathbf{v_2} = 0$ y mostrar que si los autovalores son distintos sí o sí $c_1 = 0$ y $c_2 = 0$