

Primer Parcial - 2/5/2023

Métodos Computacionales 2023

Nombre: _____

Apellido: _____

Cantidad de hojas: _____

Ejercicio 1. Para el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}x_1 + kx_2 + (1 + 4k)x_3 &= 1 + 4k \\2x_1 + (k + 1)x_2 + (2 + 7k)x_3 &= 1 + 7k \\3x_1 + (k + 2)x_2 + (3 + 9k)x_3 &= 1 + 9k\end{aligned}$$

- (a) Determinar la cantidad de soluciones dependiendo del parámetro k .
- (b) Para cada valor/es de k en la que exista una o infinitas soluciones, encontrar dicha solución (expresarla usando combinaciones lineales de vectores).

Ejercicio 2. Dado $V = \text{Gen}\{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3\}$, donde:

$$\mathbf{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Y sea W el subespacio de vectores que contienen todos los vectores de V tal que las primeras dos componentes son iguales a cero.

- (a) Calcular la dimensión de V .
- (b) Mostrar que W es un subespacio.

Importante: mostrar que: el $\mathbf{0} \in W$, si \mathbf{w}_1 y $\mathbf{w}_2 \in W$ entonces $\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 \in W$ y finalmente que si $\mathbf{w} \in W$ y $k \in \mathbb{R}$ entonces $\mathbf{u} = k\mathbf{w} \in W$

- (c) Encontrar una base para W .

Ejercicio 3. Mostrar que, si λ es valor propio de AB , también es valor propio de BA (con $\lambda \neq 0$).

Ejercicio 4. Responder las preguntas a partir del siguiente bloque de código:

```
import numpy as np

def funcion_desconocida(matriz):
    # ...
    if matriz.shape[0] != matriz.shape[1]:
        raise ValueError(".....")

    # ...
    autovalores, autovectores = np.linalg.eig(matriz)

    # ...
    autovectores_ = np.linalg.inv(autovectores)

    # ...
    matriz_desconocida = np.zeros(matriz.shape)

    # ...
    for .... in range(matriz.shape[0]):
        matriz_desconocida[....] = autovalores[....]

    # ...
    matriz_ = autovectores @ matriz_desconocida @ autovectores_
    assert np.allclose(matriz, matriz_), "....."

    # ...
    return matriz_desconocida, autovectores, autovectores_
```

- (a) Explicar qué hace la `funcion_desconocida()`.
- (b) ¿Qué tipo de matrices permiten que la función termine correctamente?
- (c) Completar el código en todos los lugares indicados por puntos: los comentarios línea por línea (indicados por #), el mensaje de error y el `assert`.

Importante: La función `np.allclose` determina si las matrices pasadas como parámetro son iguales elemento a elemento (admitiendo cierto error).