

CAPÍTULO 6

PROCEDIMENTO PARA IDENTIFICAR UM SISTEMA

Neste capítulo aborda-se o que é a identificação de sistemas e como ela pode ser realizada.

6.1 IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS E ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS

Na análise de sistemas, um problema central é a determinação do sinal de saída com base no sinal de entrada e nas propriedades do sistema. O problema da identificação é algumas vezes denotado por “problema inverso” da análise, pois dado um conjunto de dados históricos de entrada e saída, deseja-se determinar as equações (diferenciais ou de diferença) que descrevam o comportamento do sistema (EYKHOFF, 1974).

A **identificação** foi definida por Zadeh (1962) como “a determinação, com base na entrada e saída, de um sistema dentro de uma classe especificada de sistemas, a que o sistema em teste é equivalente”. Neste livro, a expressão “sistema em teste” será denominada **sistema** ou **processo** e os elementos da “classe de sistemas” serão chamados **modelos**. Segundo Söderström e Stoica (1989), “a identificação de sistemas é o campo do modelamento de sistemas dinâmicos a partir de dados experimentais”. A **estimação de parâmetros** foi definida por Eykhoff (1974) como sendo a “determinação experimental de valores de parâmetros que governem a dinâmica e/ou o comportamento não linear, assumindo-se que a estrutura do modelo do processo seja conhecida”.

Há casos em que se busca um conhecimento mais detalhado do processo, por exemplo, informações acerca de seus estados; isso conduz à **estimação de estados**. Em termos aproximados, os **estados** equivalem às variáveis que, juntamente com as entradas subsequentes do processo, definem totalmente o comportamento subsequente do mesmo. Portanto, se o processo é mantido sem nenhum sinal de entrada, então o conhecimento acerca do estado em um certo instante (juntamente com o conhecimento acerca da estrutura do processo e seus parâmetros) é suficiente para prever seu futuro comportamento. Como exemplo, pode-se considerar as condições iniciais de uma equação diferencial como

um vetor de estados. Caso se tenha alguma incerteza acerca dos parâmetros, tem-se então o problema combinado de estimação de parâmetros e de estados (EYKHOFF, 1974).

O problema da estimação de parâmetros pode conceitualmente ser colocado da seguinte forma: o processo e um modelo são sujeitos ao mesmo sinal de entrada. A saída do processo, contaminada com ruído e a saída do modelo são comparadas. Então é necessário encontrar um ajuste do modelo que seja ótimo em algum sentido predefinido.

O valor dos parâmetros não é diretamente observável. Consequentemente, o ótimo deve ser definido usando-se um critério relativo ao(s) sinal(is) de saída ou um critério relacionado com o erro esperado do valor estimado dos parâmetros. O sinal de saída é relacionado com o valor dos parâmetros através de uma relação funcional. O critério é frequentemente uma minimização de uma função de perda escalar (EYKHOFF, 1974).

Frequentemente, o critério é expresso como um funcional de um erro como, por exemplo:

$$E(y, \tilde{y}) = \int_0^T \varepsilon^2(t) dt$$

onde y é a saída do processo, \tilde{y} a saída do modelo e ε o erro; y , \tilde{y} e ε são considerados como funções definidas em $(0, T)$. Repare que este pode ser interpretado como um critério dos mínimos quadrados para o erro ε . Tem-se que:

$$\varepsilon = y - \tilde{y} = y - M(u)$$

onde $M(u)$ denota a saída do modelo se sua entrada é u e ε é chamado de erro na saída.

6.1.1 Fatores importantes na identificação de um sistema

O resultado de uma identificação é influenciado pelos seguintes quatro fatores (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989):

- **O sistema S:** a realidade física que provê os dados experimentais é chamada de **processo**. **Sistema** denota a descrição matemática do processo.
- **A condição experimental H:** é uma descrição de como o experimento de identificação é executado. Isto inclui a seleção e geração do sinal de entrada, possíveis malhas de realimentação no processo, o intervalo de amostragem, pré-filtragem dos dados antes da estimação dos parâmetros etc.
- **A estrutura do modelo M:** pode-se usar **modelos não paramétricos**, os quais são descritos por uma curva, função ou tabela. Uma resposta ao degrau é um exemplo. Trata-se de uma curva que contém algumas informações acerca das características do sistema. Respostas ao impulso e diagramas em frequência (diagramas de Bode) são outros exemplos de modelos não paramétricos. Os **modelos paramétricos** são caracterizados por um vetor de parâmetros, que é denotado por θ . O modelo correspondente

é denotado por $M(\theta)$. Quando θ é variado em algum conjunto de valores possíveis, obtém-se um conjunto de modelos ou uma estrutura de modelos M . O problema da identificação é determinar o vetor de parâmetros θ de sorte que $M(\theta)$, dentro de algum critério, descreva adequadamente o sistema S .

- **O método de identificação I :** os seguintes métodos de identificação I estão ordenados de forma crescente em termos da precisão alcançada e da complexidade computacional exigida:
 - análise transitória;
 - análise em frequência;
 - método do erro de predição;
 - método dos mínimos quadrados (trata-se de um caso especial do método do erro de predição); e
 - método das variáveis instrumentais.

O método de identificação no caso de modelos paramétricos equivale ao procedimento pelo qual θ é calculado, sendo também conhecido como método de estimação de parâmetros. Repare que a escolha da estrutura do modelo está implicitamente envolvida, visto que os métodos acima são atrelados a certos tipos de estruturas de modelo.

O usuário deve fazer um balanço entre precisão requerida e esforço computacional necessário ao escolher o método de identificação. Na prática, a escolha é influenciada pela experiência prévia do usuário com os vários métodos, o software disponível etc.

Dos quatro conceitos anteriores, o sistema S deve ser encarado como fixo. As condições experimentais H são determinadas quando os dados são coletados do processo. Com os dados coletados, pode-se escolher o método de identificação I e a estrutura do modelo M . Diversas escolhas de I e de M podem ser tentadas no mesmo conjunto de dados, até que um resultado satisfatório seja obtido.

6.1.2 Formas de identificação de sistemas

Pode-se classificar as formas de identificação de sistemas do seguinte modo:

a. Métodos paramétricos X não paramétricos

Nos métodos paramétricos os modelos resultantes são caracterizados por um vetor de parâmetros. Os métodos mais utilizados para calcular o valor dos parâmetros são:

- método dos mínimos quadrados; e
- método das variáveis instrumentais.

Nos métodos não paramétricos os modelos resultantes são curvas, funções ou tabelas. Por exemplo:

- análise transitória: a entrada é um degrau ou impulso e a saída constitui o modelo;
- análise em frequência: a entrada é uma senoide. Para um sistema linear em estado estacionário, a saída também será senoidal. A mudança na amplitude e fase gera a resposta em frequência para a frequência usada (diagrama de Bode);
- análise de correlação: a entrada é ruído branco. Uma função de covariância cruzada normalizada entre a saída e a entrada provê uma estimativa da função-peso.

b. Identificação *off line* (em batelada ou *batch*) X *on line* (recursiva ou em tempo real)

A identificação, visando obter modelos matemáticos empíricos de processos industriais, pode ocorrer de duas formas: *off line* e *on line*. A identificação *off line* é normalmente aplicável a sistemas invariantes no tempo, ao passo que a identificação *on line* é aplicável a sistemas variantes no tempo. Na identificação *off line* o processo é perturbado, os dados da curva de resposta do processo são armazenados e cálculos são efetuados para encontrar um modelo empírico. Essas informações podem ser subsequentemente usadas para avaliar parâmetros do processo, validar um modelo matemático, projetar controladores etc. Na identificação *on line* um modelo dinâmico do processo é continuamente gerado. Assim, qualquer mudança no processo ao longo do tempo é detectada. Essa informação pode então ser usada, por exemplo, para resintonizar controladores (controle adaptativo) visando atingir algum desempenho desejado.

c. Identificação em malha aberta X malha fechada

A coleta dos dados para realizar a identificação pode ser realizada com o processo operando em malha aberta ou então em malha fechada, condição em que ocorre a realimentação da saída passada na entrada atual.

6.2 PROCEDIMENTO PARA IDENTIFICAR SISTEMAS E GERAR MODELOS PARAMÉTRICOS

Cada equação em um modelo matemático normalmente inclui um ou mais coeficientes (parâmetros) que são assumidos como constantes. Com o auxílio de dados experimentais, pode-se determinar a forma do modelo e, subsequentemente (ou simultaneamente) estimar os valores de alguns ou de todos os parâmetros do modelo. A seleção da forma de um modelo empírico exige habilidade no sentido de se conhecer como os padrões da resposta satisfazem certas funções matemáticas.

A identificação no domínio do tempo geralmente se reduz a um problema de regressão não linear, muito embora a regressão linear possa ser aplicada. A construção de

um modelo paramétrico de um processo dinâmico a partir de dados observados de entrada e saída envolve três entidades básicas (LJUNG, 1999):

- os dados de entrada/saída (E/S);
- um conjunto de modelos candidatos (a estrutura do modelo); e
- um critério pelo qual um modelo particular é selecionado, com base nos dados de E/S (o método de identificação).

O método segue basicamente o seguinte procedimento:

a. O registro dos dados

Os dados de entrada/saída são normalmente registrados durante um experimento de identificação especificamente projetado, onde o usuário pode definir que sinais medir, com que frequência e pode também escolher os sinais de entrada. Há casos em que o usuário pode não ter a chance de interferir no sistema, mas deve usar dados provenientes da operação normal do processo, intitulada identificação com dados históricos. Conceitualmente, esse experimento poderia consistir em dados operacionais normais, mas melhores resultados são obtidos usando uma entrada provocada pelo usuário.

b. O conjunto de modelos

O objetivo é selecionar um dentre uma coleção de modelos. Esta é, sem dúvida, a escolha mais importante e mais difícil das tarefas de identificação. É aqui que o conhecimento *a priori* e intuição de engenharia devem ser combinados com propriedades formais dos modelos. Algumas vezes o conjunto de modelos é obtido após um modelamento cuidadoso. Neste caso, um modelo com alguns parâmetros físicos desconhecidos é construído a partir de leis físicas básicas e de outras relações bem estabelecidas. É certamente desejável ter disponível, de outras fontes, alguma indicação da ordem provável do processo, da existência e de uma estimativa da magnitude de um tempo morto apreciável, da forma de qualquer não linearidade apreciável e assim por diante. Refinamentos podem certamente ser realizados sobre essa informação, mas quanto melhor essa informação inicial, mais fácil será a identificação.

Em outros casos, modelos lineares padrão podem ser utilizados, sem embasamento no processo real. Tal conjunto de modelos, cujos parâmetros são basicamente encarados como veículos para ajustar o modelo aos dados e não refletem considerações físicas do sistema é chamado um modelo **caixa preta**. Conjunto de modelos com parâmetros ajustáveis e interpretação física são designados por **caixa cinza**.

c. Determinação do melhor modelo no conjunto, guiado pelos dados

Este é o **método de identificação**. A qualidade do modelo é tipicamente baseada na forma como os modelos se comportam quando tentam reproduzir os dados medidos. Com valores assumidos para os parâmetros desconhecidos, deve-se resolver as equações do modelo e comparar a solução resultante com a resposta experimental observada. Os valores assumidos podem ser atualizados, o modelo corrigido e a solução repetida até que a resposta do modelo se aproxime da resposta experimental de acordo com algum critério estabelecido.

O procedimento para calcular o erro do modelo é ilustrado na Figura 6.1.

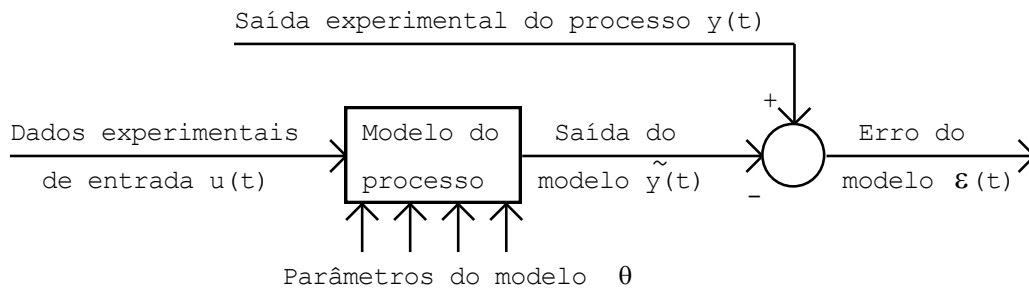


Fig. 6.1 Procedimento para calcular o erro do modelo em métodos de identificação no domínio do tempo.

Após ter completado os três passos anteriores, dispõe-se de um modelo específico, aquele que no conjunto melhor descreve os dados, de acordo com o critério escolhido. Resta então testar se esse modelo é bom o suficiente, isto é, se ele é válido para seus propósitos. Esses testes são conhecidos como **validação do modelo**. Eles envolvem vários procedimentos para verificar como o modelo se relaciona com os dados observados, visando a sua aplicação futura. Um comportamento deficiente do modelo leva à sua rejeição, enquanto que um bom comportamento irá gerar uma certa confiança nele.

Um modelo nunca pode ser aceito como uma descrição final e verdadeira do sistema. Ao invés disso, ele pode ser encarado como uma descrição boa o suficiente de certos aspectos do sistema que são de particular interesse para o usuário (LJUNG, 1999).

6.2.1 A malha de identificação de sistemas

Após ter executado os passos propostos na Seção 6.2, isto é, coletar dados, escolher um conjunto de modelos e então selecionar o melhor dentre eles segundo algum critério, é muito provável que o primeiro modelo obtido não passe nos testes de validação. Deve-se então retornar e revisar os diversos passos do procedimento.

O modelo pode ser deficiente por diversas razões (LJUNG, 1999):

- o procedimento numérico falhou em encontrar o melhor modelo segundo o critério usado;

- o critério de seleção do modelo não foi bem escolhido;
- o conjunto de modelos não era apropriado, à medida que ele não continha nenhuma descrição boa o suficiente do sistema; e
- o conjunto disponível de dados não era informativo o bastante para prover uma orientação efetiva na seleção dos modelos.

A maior parte da aplicação da identificação consiste, na verdade, em enfrentar esses problemas, em particular o terceiro item, de uma forma iterativa, guiado por informações e conhecimento anterior do sistema. A Figura 6.2 ilustra esse fluxo de tarefas (LJUNG, 1999), (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989).

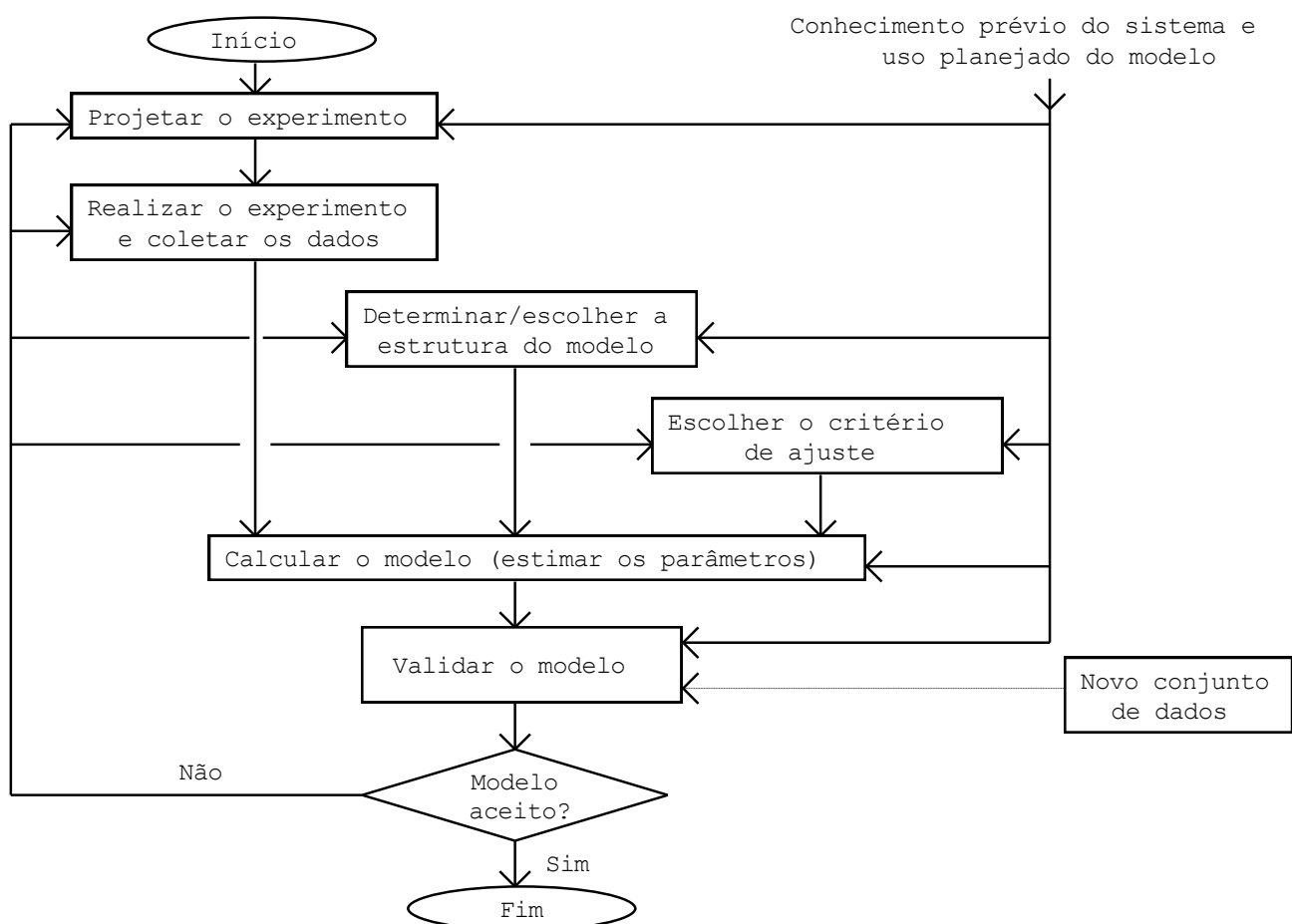


Fig. 6.2 Malha de identificação de um sistema.

O processo de identificação consiste em repetidamente selecionar uma estrutura de modelo, computar o melhor modelo na estrutura e avaliar as propriedades do modelo escolhido para verificar se elas são satisfatórias. O ciclo da Figura 6.2 pode ser itemizado como (LJUNG, 1999):

1. projetar um experimento e coletar os dados de entrada e saída do processo;
2. examinar os dados, eliminando tendências e aplicando filtros;
3. selecionar e definir uma estrutura de modelo: um conjunto de descrições candidatas do

sistema, dentro do qual um modelo deve ser encontrado;

4. computar o melhor modelo na estrutura escolhida, isto é, estimar seus parâmetros, de acordo com os dados de entrada e saída e um dado critério de ajuste;
5. examinar as propriedades do modelo obtido, isto é, validá-lo; e
6. se o modelo for bom o suficiente, então parar. Caso contrário, retornar para o passo 3 para tentar outro conjunto de modelos. Se possível, tentar também outros métodos de estimação (passo 4) ou trabalhar mais nos dados de entrada e saída (passos 1 e 2).

6.2.2 Considerações sobre o procedimento de identificação de sistemas

A seguir, tecem-se comentários acerca do procedimento de identificação de sistemas (ÅSTRÖM; WITTENMARK, 1997).

a. Projeto e realização do experimento

Nesta etapa deve-se excitar o sistema com algum tipo de sinal (degrau, senoide, aleatório, etc) e se armazenar os dados de entrada e saída ao longo de um certo tempo.

É normalmente difícil e custoso realizar experimentos com processos industriais. Portanto, é desejável usar métodos de identificação que não exijam sinais de entrada especiais. Muitos métodos “clássicos” dependem da entrada ser de um certo tipo, por exemplo, senoide, degrau ou impulso. Outras técnicas podem manipular virtualmente qualquer tipo de sinal de entrada, às custas de um maior volume de cálculos. Um requisito para o sinal de entrada é que ele deve excitar suficientemente todos os modos de operação do processo. Um bom método de identificação deve ser assim insensível às características do sinal de entrada.

É possível basear a identificação do sistema em dados obtidos com o processo em malha fechada. Isso é útil do ponto de vista das aplicações. Por exemplo, os controladores adaptativos são baseados essencialmente em identificação em malha fechada. A principal dificuldade com os dados obtidos a partir de um processo sob realimentação é que pode ser impossível determinar todos os parâmetros do modelo desejado, isto é, o sistema não é identificável, mesmo se os parâmetros podem ser estimados a partir de experimentos em malha aberta. A identificabilidade pode ser recuperada se a realimentação é suficientemente complexa. É de grande valia fazer a realimentação não linear e variante no tempo, bem como alterar os valores de referência (*set points*).

b. Estrutura de modelo

As estruturas de modelo são derivadas de conhecimento anterior do processo e das perturbações. Em alguns casos o único conhecimento prévio que se tem é que o pro-

cesso pode ser descrito como um sistema linear em uma faixa específica de operação. É então natural usar representações genéricas de sistemas lineares, intituladas **modelos caixa preta**. Um exemplo típico é o seguinte modelo de equações de diferença:

$$A(q) \cdot y(t) = B(q) \cdot u(t) + C(q) \cdot e(t)$$

onde u é a entrada, y a saída e e é a perturbação do tipo ruído branco. Os parâmetros e a ordem dos modelos são considerados como os parâmetros desconhecidos.

Algumas vezes é possível aplicar leis físicas para derivar modelos do processo que contenham poucos parâmetros desconhecidos. O modelo pode então ser da forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \boldsymbol{\theta})$$

$$\mathbf{v} = g(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{e}, \boldsymbol{\theta})$$

onde $\boldsymbol{\theta}$ é um vetor dos parâmetros desconhecidos, \mathbf{x} é o vetor de estados do sistema e \mathbf{v} e \mathbf{e} são perturbações.

Os modelos do tipo caixa preta tendem a consumir mais tempo durante as simulações pois sempre desprezam algum conhecimento acerca do processo.

c. Critério de ajuste

Nesta etapa tenta-se ajustar um modelo paramétrico do processo aos dados de entrada e saída, determinando-se uma forma apropriada do modelo (tipicamente uma equação de diferenças linear de uma certa ordem).

Ao formular um problema de identificação, um critério é introduzido para fornecer uma medida de quão bem um modelo se ajusta aos dados experimentais. Os critérios para sistemas de tempo discreto são frequentemente expressos como:

$$J(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{k=1}^N g[\varepsilon(k)]$$

onde ε é o erro de entrada, erro de saída ou um erro generalizado. O erro de predição é um exemplo típico de um erro generalizado. A função g é frequentemente escolhida como quadrática, mas ela pode ser de muitas outras formas. Gauss introduziu o princípio dos mínimos quadrados, um método baseado na minimização da soma dos quadrados dos erros. Esse método é restrito às estruturas de modelo que são lineares nos parâmetros desconhecidos.

Quando as perturbações de um processo são descritas como processos estocásticos, o problema de identificação pode ser formulado como um problema de estimação estatística de parâmetros. É então possível usar o método da máxima verossimilhança (*maximum likelihood*). Este método tem propriedades estatísticas interessantes. Ele

pode ser interpretado como um critério dos mínimos quadrados se a quantidade a ser minimizada é tomada como a soma dos quadrados dos erros de predição. Trata-se de um método que pode ser aplicado a muitas estruturas de modelo.

d. Métodos de estimação de parâmetros

Nesta etapa usa-se algum método baseado em estatística para estimar os parâmetros desconhecidos do modelo (tais como os coeficientes da equação de diferenças).

A solução do problema de estimação de parâmetros requer o seguinte:

- dados de entrada e saída do processo;
- uma classe de modelos; e
- um critério de seleção ou ajuste.

A estimação de parâmetros pode então ser formulada como um problema de otimização, onde o melhor modelo é aquele que melhor ajusta os dados, de acordo com um dado critério.

Há muitas alternativas para combinar condições experimentais, classes de modelos e critérios. Há também muitos modos de organizar os cálculos. Portanto, há um grande número de métodos de identificação. Uma primeira classificação os separa entre métodos *on line* e *off line*. Os métodos *on line* fornecem estimativas recursivamente, conforme as medições são obtidas e são a única alternativa se a identificação vai ser usada em um controlador adaptativo ou se o processo é variante no tempo. Em muitos casos, os métodos *off line* fornecem estimativas com maior precisão e são mais confiáveis, por exemplo, em termos de convergência. Há muitos métodos mas nenhum deles é reconhecido como o melhor. Recomenda-se então ao usuário que aprenda os métodos clássicos (análise em frequência, resposta transitória e análise espectral e de correlação), o método dos mínimos quadrados e o método da máxima verossimilhança.

Na prática, a busca da estrutura do modelo e a estimação dos parâmetros são feitas iterativamente. Os parâmetros do modelo são relativamente fáceis de determinar, mas pouca orientação é disponível para melhorar a forma (estrutura) do modelo.

e. Validação do modelo

Nesta etapa, o modelo obtido é testado para verificar se ele descreve adequadamente o sistema. Em caso negativo, alguma estrutura de modelo mais complexa deve ser considerada, seus parâmetros estimados, o novo modelo validado etc.

6.2.3 Problemas práticos encontrados na identificação de sistemas

Pode-se dividir esses problemas em quatro áreas:

- projeto dos experimentos;
- determinação da estrutura do modelo;
- técnicas de identificação/estimação dos parâmetros; e
- verificação do modelo.

A solução desses problemas depende fundamentalmente do emprego pretendido para o modelo. Apresentam-se a seguir algumas possíveis dificuldades práticas encontradas na identificação de um processo (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989):

- uma estrutura de modelo apropriada deve ser encontrada. Isso pode ser difícil, em particular se as dinâmicas do sistema forem não lineares;
- não há dados perfeitos na vida real. O fato de os dados adquiridos serem afetados por ruídos e perturbações deve ser levado em consideração;
- os parâmetros do processo podem variar com o tempo, o que pode causar problemas se uma tentativa é feita para descrevê-lo com um modelo invariante no tempo;
- pode ser difícil ou mesmo impossível medir algumas variáveis/sinais que sejam de grande importância para o modelo; e
- nem sempre se pode excitar o sistema usando algum tipo de sinal de entrada, mas se deve usar as flutuações naturais das variáveis de entrada, isto é, a identificação deve ser realizada com base em dados históricos do processo. Neste caso, complicações adicionais podem surgir quando o processo não pode ser colocado em malha aberta, mas deve ser identificado em malha fechada, pois se pode, por exemplo, identificar não o processo mas sim o controlador, caso se escolha o método incorreto de identificação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ÅSTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer-controlled systems** - theory and design. 3.ed. Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1997.
- EYKHOFF, P. **System identification**: parameter and state estimation. London, John Wiley, 1974.
- LJUNG, L. **System identification**: theory for the user. 2.ed., Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1999.
- SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. **System identification**. Hemel Hempstead, U.K., Prentice Hall International, 1989.
- ZADEH, L. A. From circuit theory to system theory. **Proc. IRE**, v.50, p.856-65, 1962.