

CAPÍTULO 7

MÉTODOS NÃO PARAMÉTRICOS

Métodos que busquem determinar funções de transferência ou respostas ao impulso ou ao degrau através de técnicas diretas, sem antes selecionar um conjunto confinado de modelos possíveis, são denominados **não paramétricos**, pois eles não usam (explicitamente) um vetor de parâmetros de dimensão finita na busca de uma descrição melhor (LJUNG, 1999). Nos métodos não paramétricos os modelos resultantes são curvas, tabelas ou funções. Os seguintes métodos são considerados (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989):

a. Métodos no domínio do tempo

- análise transitória: a entrada é um impulso ou um degrau e a saída registrada constitui o modelo; e
- análise de correlação: a entrada é ruído branco ou um sinal aleatório binário do tipo RBS, PRBS ou GBN, que são discutidos no Capítulo 8. Uma função normalizada de covariância cruzada entre a saída e a entrada provê uma estimativa da função-peso.

b. Métodos no domínio da frequência

- análise em frequência: a entrada é uma senoide. Para um sistema linear em estado estacionário a saída será também senoidal. A mudança na amplitude e na fase constituem a resposta em frequência para a frequência usada; e
- análise espectral: a resposta em frequência pode ser estimada para entradas arbitrárias dividindo o espectro cruzado entre a saída e a entrada pelo espectro da entrada.

7.1 ANÁLISE TRANSITÓRIA

Os sinais de excitação aqui empregados para realizar a identificação são o degrau e o impulso. A partir da resposta desses sinais, pode-se chegar a duas formas de modelo:

- modelos de convolução; e
- modelos aproximados de baixa ordem obtidos através de métodos gráficos.

7.1.1 Modelos de convolução discreta

Para representar processos lineares pode-se usar um modelo discreto de resposta ao impulso ou ao degrau (modelo de convolução discreta). A vantagem desse tipo de modelo é que seus coeficientes podem ser obtidos diretamente da resposta do processo ao impulso ou degrau, como visto na Figura 7.1, sem assumir uma estrutura de modelo. Teoricamente, esse tipo de modelo é aplicável a qualquer sistema linear (SEBORG *et al.*, 2004).

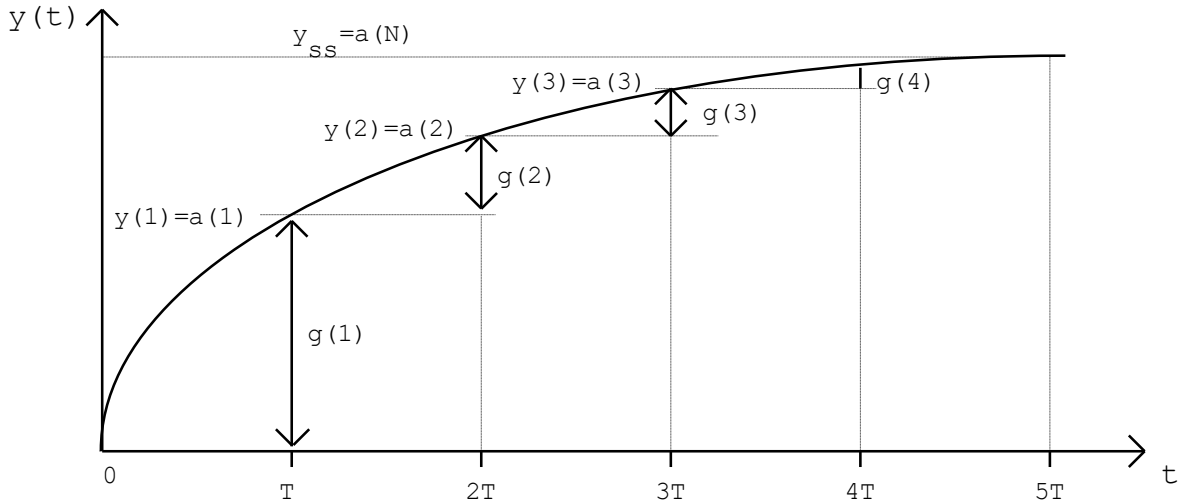


Fig. 7.1 Identificação dos coeficientes do modelo de resposta ao degrau unitário $a(j)$ e ao impulso unitário $g(j)$ (para o caso onde $y(0) = 0$).

7.1.1.1 Modelo de convolução de resposta ao impulso (pulso)

Um impulso:

$$u(t) = \begin{cases} \alpha & t = 0 \\ 0 & t \neq 0 \end{cases}$$

aplicado a:

$$y(t) = G(q) \cdot u(t) + v(t) \quad (7.1)$$

gera a seguinte saída (LJUNG, 1999):

$$y(t) = \alpha \cdot g(t) + v(t)$$

Se o nível de ruído for baixo, é possível determinar os coeficientes da resposta ao impulso $\{g(t)\}$ a partir de um experimento com uma entrada impulsiva. As estimativas são:

$$g(t) = \frac{y(t)}{\alpha}$$

e os erros são $v(t)/\alpha$.

O principal problema da resposta ao impulso é que muitos processos não permitem entradas impulsivas de tal amplitude, que o erro $v(t)/\alpha$ seja insignificante perante os coeficientes da resposta impulsiva. Ademais, tal entrada faria com que o sistema exibisse efeitos não lineares que poderiam afetar o comportamento linearizado do modelo (LJUNG, 1999). Para a resposta ao impulso, uma função $\delta(t)$ de Dirac é necessária como entrada. Então a saída será igual à função-peso $g(t)$ do sistema. Contudo, um impulso ideal não pode ser conseguido na prática e um impulso aproximado (pulso) deve ser usado. Assim:

$$u(t) = \begin{cases} 1/\alpha & 0 \leq t < \alpha \\ 0 & \alpha \leq t \end{cases}$$

Esta entrada satisfaz $\int u(t) dt = 1$ e se assemelha ao impulso ideal para valores suficientemente pequenos da duração do impulso α . O uso do impulso aproximado gera uma distorção da saída, conforme mostrado a seguir (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989):

$$y(t) = \int_0^\infty g(\tau) \cdot u(t - \tau) d\tau = \frac{1}{\alpha} \int_{\max(0, t-\alpha)}^t g(\tau) d\tau \cong g(t)$$

Se α for pequeno comparado às constantes de tempo de interesse, então a distorção introduzida pode ser desprezível.

A resposta ao impulso pode ser expressa como a primeira derivada da resposta ao degrau. Para um sistema digital com um segurador de ordem zero, a resposta ao impulso pode ser obtida pela primeira diferença para trás da resposta ao degrau. Os coeficientes da resposta ao impulso unitário $g(0)$, $g(1)$, ... $g(N)$ são dados por (SEBORG *et al.*, 2004):

$$g(j) = a(j) - a(j-1) \quad j = 0, 1, 2, \dots, N \quad (\text{lembrando que } a(j) = 0 \text{ para } j < 0)$$

O modelo de resposta ao impulso é também conhecido como sequência peso, modelo de convolução ou FIR (*Finite Impulse Response*). A relação entre a saída e a entrada é dada pela equação (CAMACHO; BORDONS, 2004):

$$\hat{y}(t) = \sum_{j=0}^N g(j) \cdot u(t-j) = G(q) \cdot u(t) \quad (\text{supondo } \hat{y}(0) = 0) \quad (7.2)$$

onde g é a saída amostrada quando o processo é excitado por um (im)pulso unitário, conforme mostrado na Figura 7.2. Os valores $g(j)$ são também chamados de função-peso.

$$G(q) = g(0) + g(1) \cdot q^{-1} + g(2) \cdot q^{-2} + \dots + g(N) \cdot q^{-N}$$

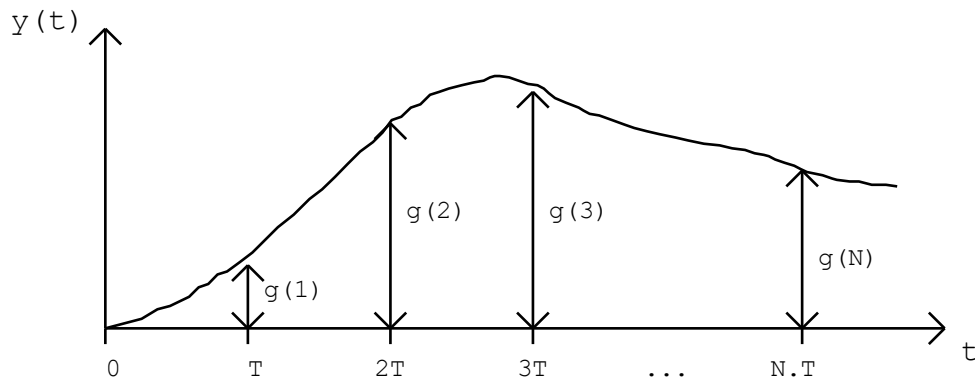


Fig. 7.2 Resposta ao impulso.

Pode-se escrever:

$$\frac{\hat{Y}(q)}{U(q)} = G(q) = \sum_{j=0}^N g(j) \cdot q^{-j}$$

Nota-se a equivalência dos modelos de convolução e dos modelos por função de transferência. Trata-se de uma função de transferência discreta, baseada em uma entrada constante por segmentos e um modelo de processo com N zeros e nenhum polo. Note que tempos mortos (atrasos puros) estão presentes quando $a(j)$ (ou $g(j) = 0$) para um certo número de termos. Se há um tempo morto de D unidades, então $a(0)$, $a(1)$, ... $a(D)$ são 0 na Equação (7.5). Analogamente, $g(j) = 0$ ($0 \leq j \leq D$) em (7.2) (SEBORG *et al.*, 2004).

Como no somatório (7.2) somente N valores são usados, apenas processos estáveis sem integradores podem ser representados. A predição k passos à frente é dada por:

$$\hat{y}(t + k/t) = \sum_{j=0}^N g(j) \cdot u(t + k - j/t) = G(q) \cdot u(t + k/t)$$

Uma grande vantagem deste método é que não se precisa de nenhuma informação a

priori sobre o processo e, ao mesmo tempo, o método permite que dinâmicas complexas, como fase não mínima ou atrasos puros sejam descritos (CAMACHO; BORDONS, 2004).

Se o processo é multivariável, as diferentes saídas refletirão os efeitos das M entradas da seguinte forma:

$$y_i(t) = \sum_{k=1}^M \sum_{j=0}^N g_j^{ki} \cdot u^k(t-j)$$

Apresenta-se, a seguir, um exemplo de aplicação da resposta impulsiva como modelo do processo.

7.1.1.2 Exemplo de aplicação da convolução empregando resposta ao pulso

Seja o modelo visto na Seção 4.2, suposto sem ruído. Aplicando-se um pulso unitário com amplitude dois e com duração $T=0,5$ s em $t=0$, conforme o modelo da Figura 7.3, obtém-se a resposta mostrada na Figura 7.4.

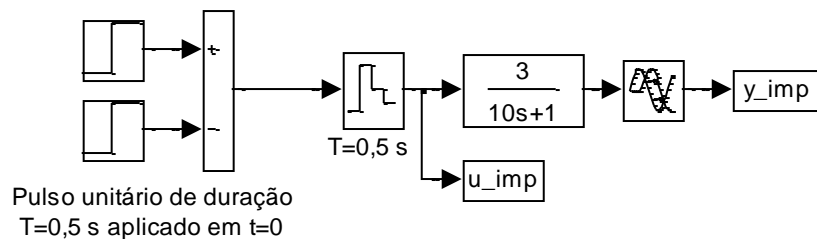


Fig. 7.3 Modelo do processo submetido a pulso unitário.

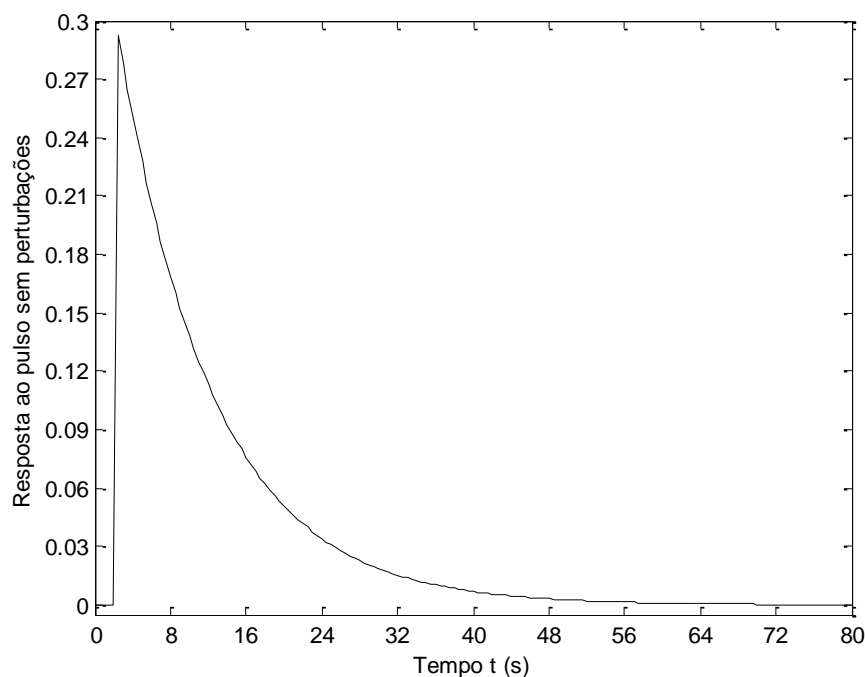


Fig. 7.4 Resposta do processo a pulso unitário.

Convolvendo-se a resposta impulsiva $g(t)$ com um sinal de entrada qualquer, obtém-se a resposta do processo a essa entrada. Suponha então que a entrada seja uma senoide, com período de 50 s, amplitude unitária, amostrado a cada 0,5 s, como na Figura 7.5.

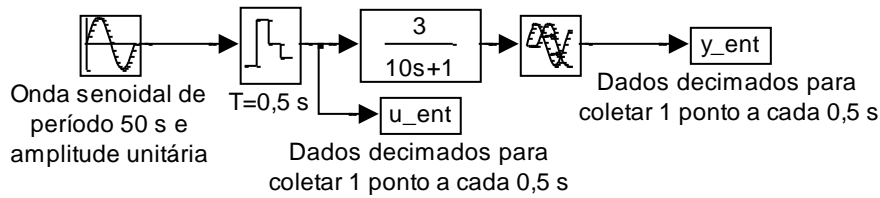


Fig. 7.5 Modelo do processo submetido a onda senoidal.

Aplica-se o seguinte programa em Matlab para convoluir a resposta impulsiva do processo com a entrada senoidal. Como se está operando no domínio do tempo contínuo e T não é unitário ($T=0,5$ s), deve-se considerar a Equação (2.12).

```
% Convolução da resposta impulsiva do processo com a entrada senoidal
T = 0.5;
Tsim_imp = 80;
Modelo_1a_ordem_resp_pulso_sub_item_7_1_1_2 % Modelo da Figura 7.3
sim('Modelo_1a_ordem_resp_pulso_sub_item_7_1_1_2')
L_imp = length(y_imp); % y_imp corresponde à saída do processo com entrada impulsiva
Tsim_ent = 200;
Modelo_1a_ordem_resp_sen_sub_item_7_1_1_2 % Modelo da Figura 7.5
sim('Modelo_1a_ordem_resp_sen_sub_item_7_1_1_2')
L_ent = length(y_ent);
t = 1:L_imp+L_ent-1;
g = y_imp;
u = u_ent;
yc = conv(g*T,u);
plot(t_ent,y_ent,'k',(t-1)*T,yc,'k')
```

Na Figura 7.6 é comparado o resultado da convolução com a saída do processo quando excitado pela onda senoidal. Ambas as respostas são idênticas, como esperado.

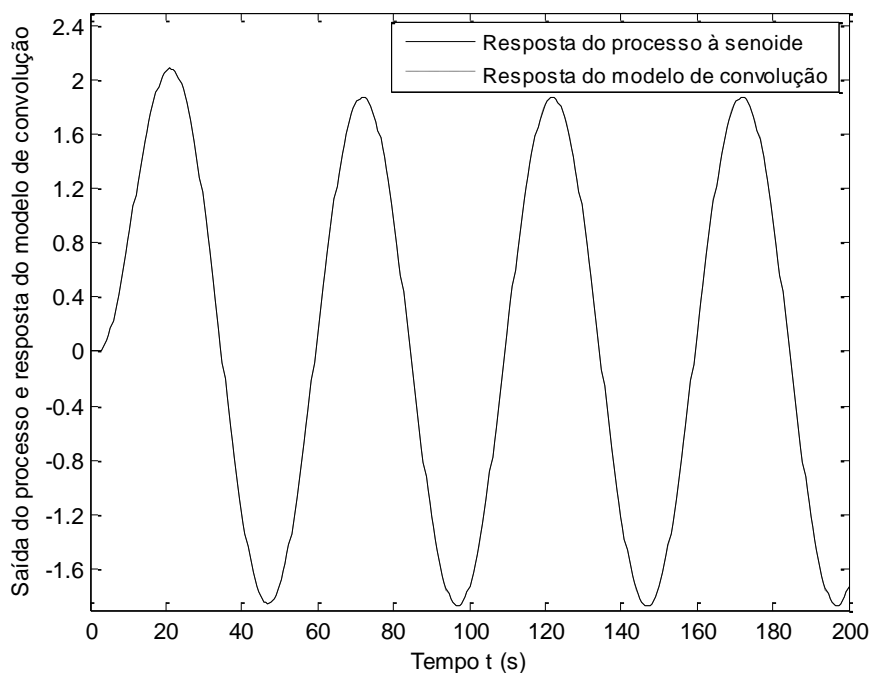


Fig. 7.6 Resposta do processo à senoide e resposta do modelo de convolução.

Suponha agora que o processo seja excitado por um pulso unitário e seja afetado por perturbação de baixa intensidade, com variância 0,001, conforme indicado na Figura 7.7. A coleta dos dados ocorre a cada 0.5 s. A resposta ao pulso é apresentada na Figura 7.8.

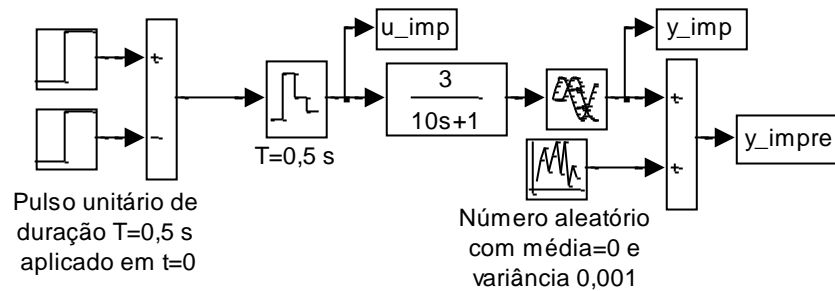


Fig. 7.7 Processo com perturbação de baixa intensidade submetido a entrada em pulso.

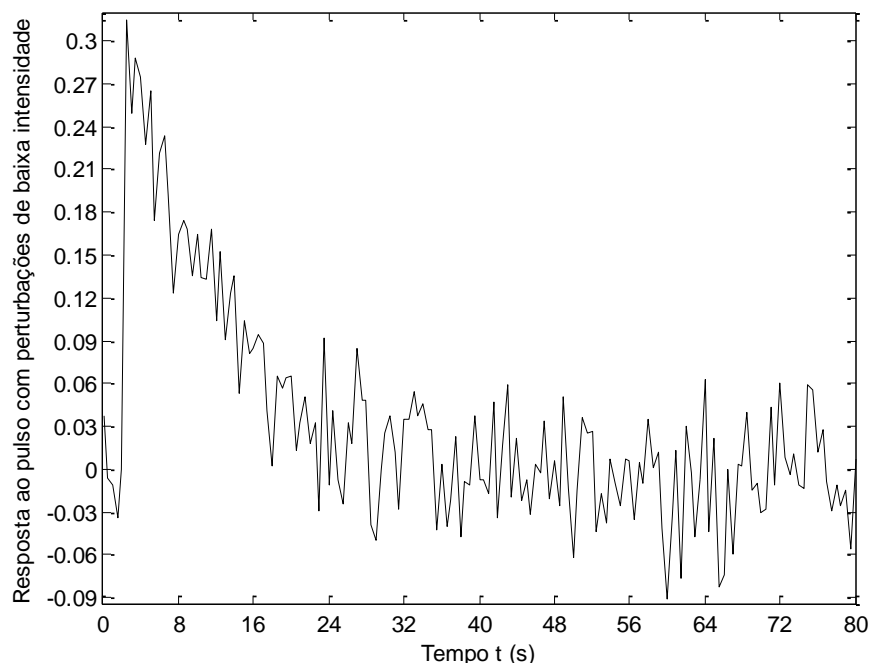


Fig. 7.8 Resposta do processo ao pulso unitário com perturbação de baixa intensidade.

Supõe-se que o sinal de excitação senoidal tenha ruído de medição, sendo que na simulação se usou uma variância de 0,0002, menor que a da perturbação do processo. O modelo em Simulink é visto na Figura 7.9.

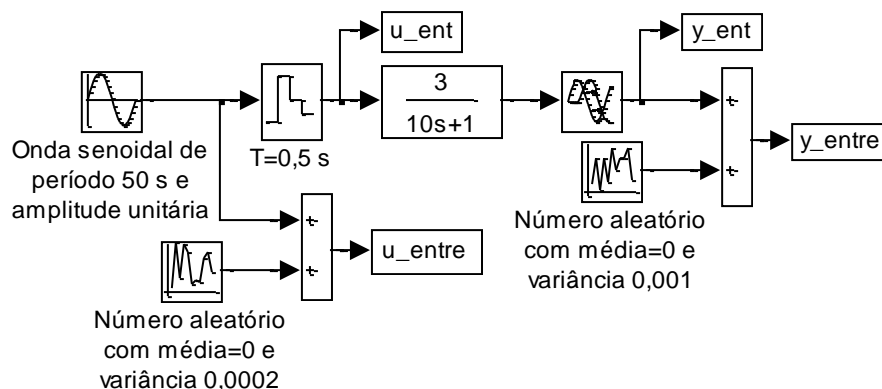


Fig. 7.9 Processo com perturbação de baixa intensidade submetido a onda senoidal com ruído na medição.

A onda senoidal com ruído de medição é vista na Figura 7.10. Na Figura 7.11 exibe-se a resposta da convolução entre a excitação senoidal com ruído de medição e a função peso do processo bem como a resposta do processo à excitação senoidal afetado por perturbação de baixa intensidade.

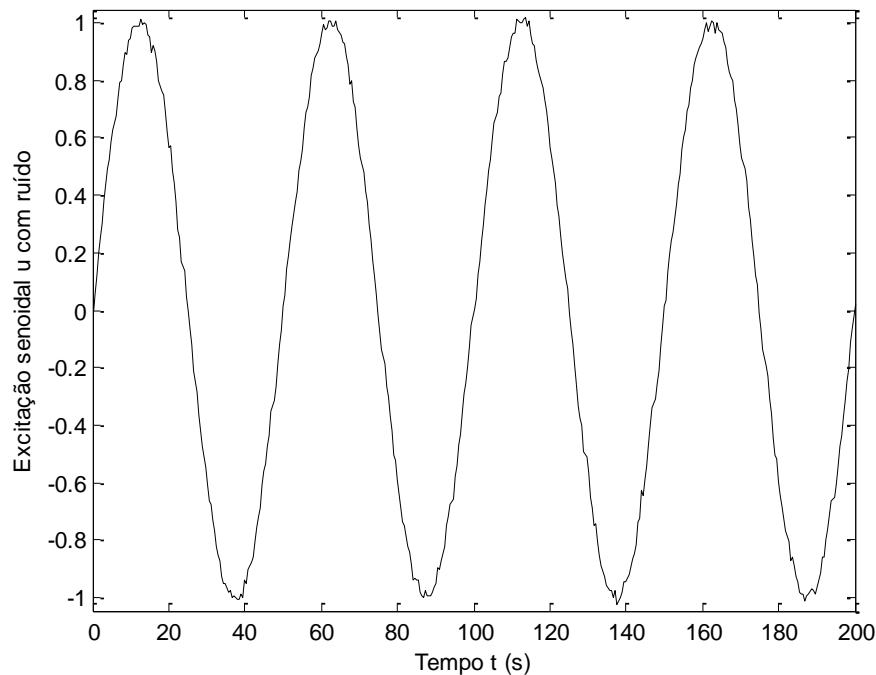


Fig. 7.10 Excitação senoidal aplicada ao processo com ruído de medição.

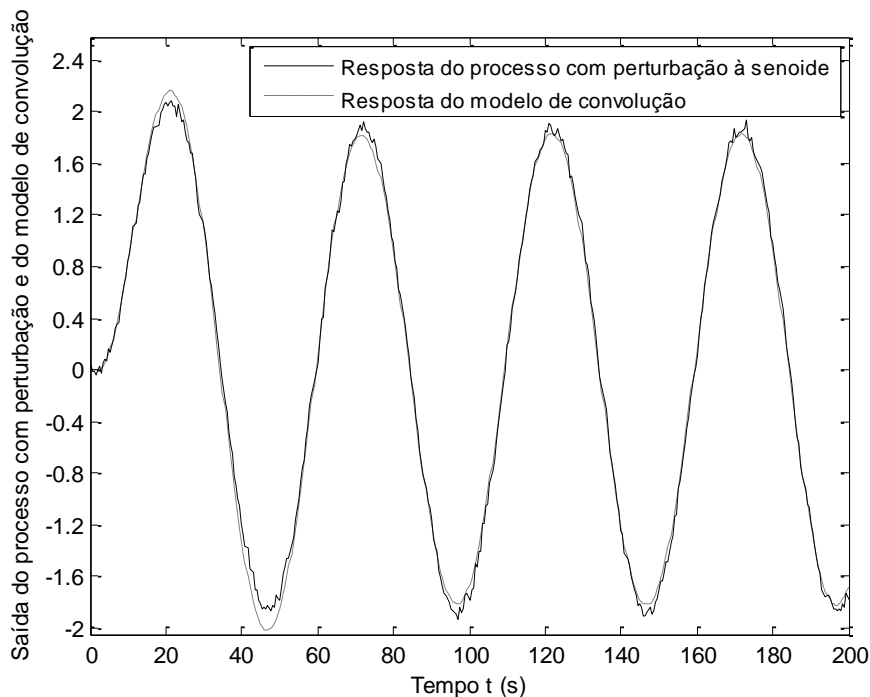


Fig. 7.11 Resposta à senoide do modelo de convolução e do processo com perturbação de baixa intensidade.

Na Figura 7.11 nota-se que os dados com perturbação afetam o resultado do modelo de convolução, diferente da Figura 7.6, que mostrou respostas idênticas. Na Figura 7.12 expõe-se a saída dos modelos de convolução com e sem perturbação de baixa intensidade.

Vê-se que os modelos de convolução obtidos com dados com e sem perturbação diferem.

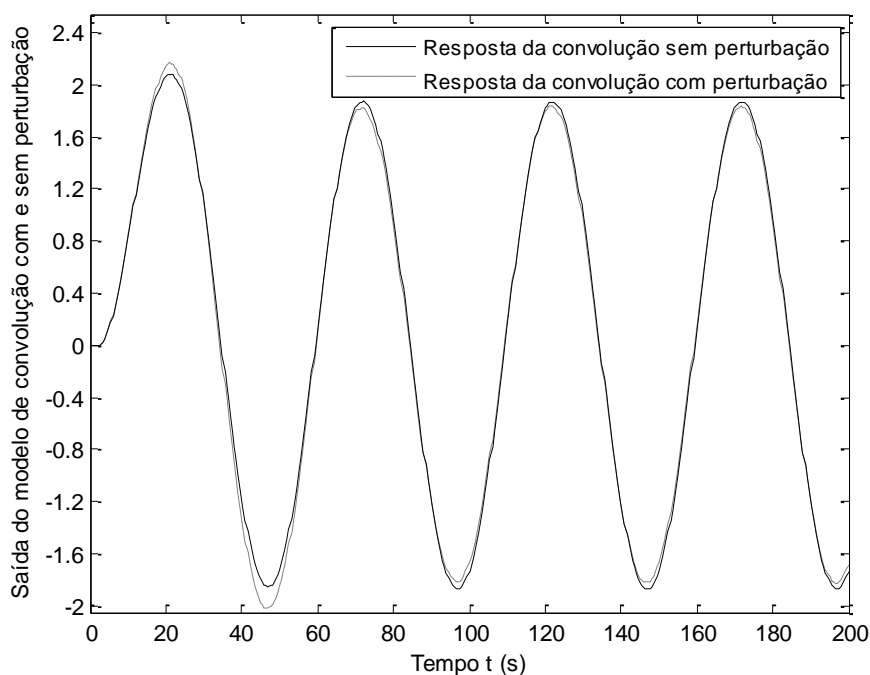


Fig. 7.12 Resposta dos modelos de convolução obtidos com dados afetados ou não por perturbação de baixa intensidade.

Na Figura 7.12 os modelos de convolução obtidos com dados com e sem perturbação diferem. Seja agora o processo afetado por perturbação de alta intensidade, com variância 0,1. A resposta impulsiva é dada na Figura 7.13. Comparando-se as Figuras 7.13 e 7.8, nota-se que com perturbação de alta intensidade é inviável ver a resposta impulsiva do processo.

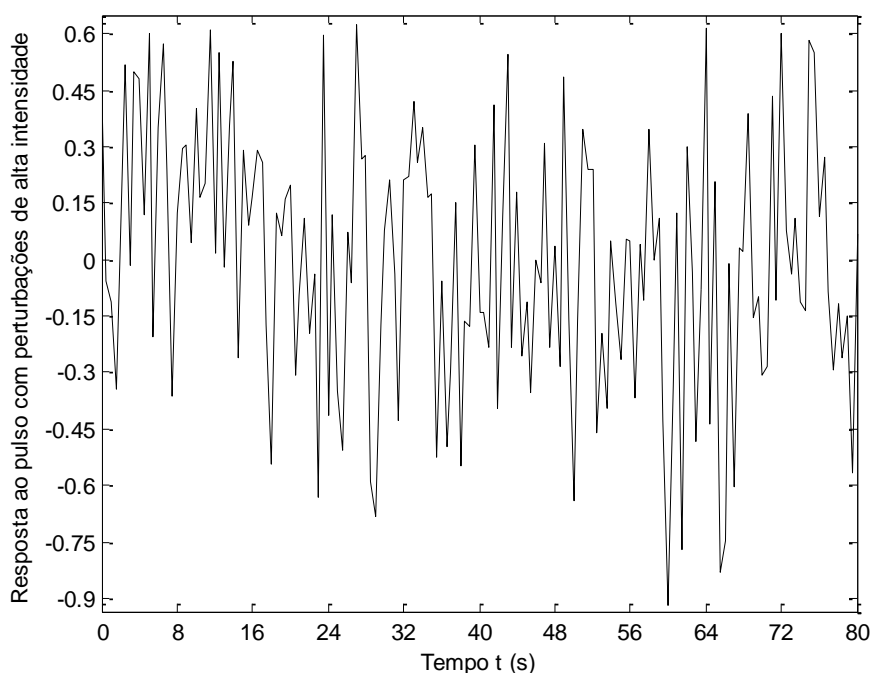


Fig. 7.13 Resposta do processo ao pulso unitário com perturbação de alta intensidade.

A Figura 7.14 exibe a resposta da convolução entre a excitação senoidal e a função

peso do processo e a resposta do processo à senoide, com perturbação de alta intensidade. Esta perturbação afeta o modelo de convolução, mais que na Figura 7.11. A Figura 7.15 mostra a saída do modelo de convolução com e sem perturbação de alta intensidade.

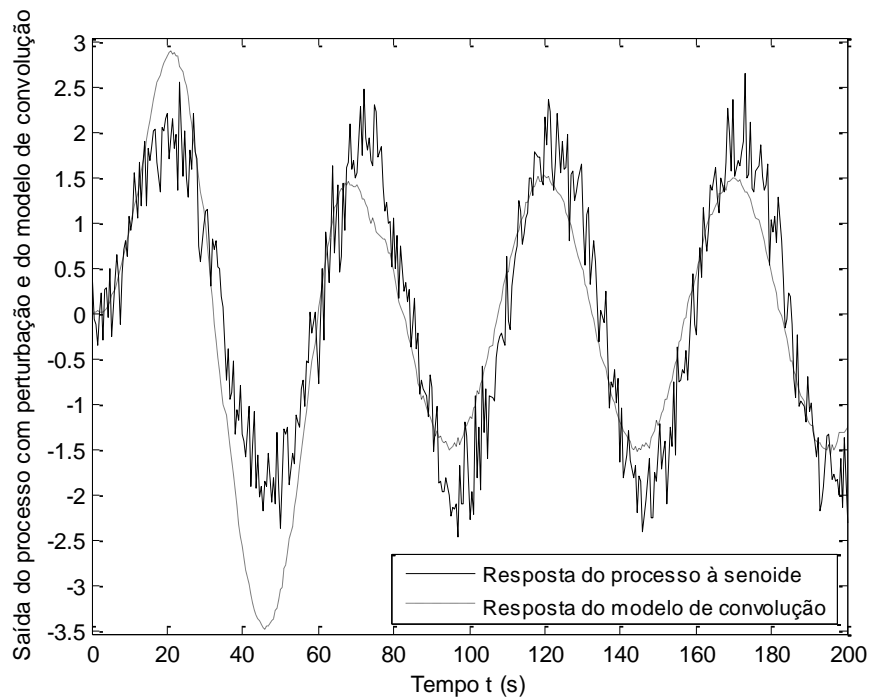


Fig. 7.14 Resposta à senoide do modelo de convolução e do processo com perturbação de alta intensidade.

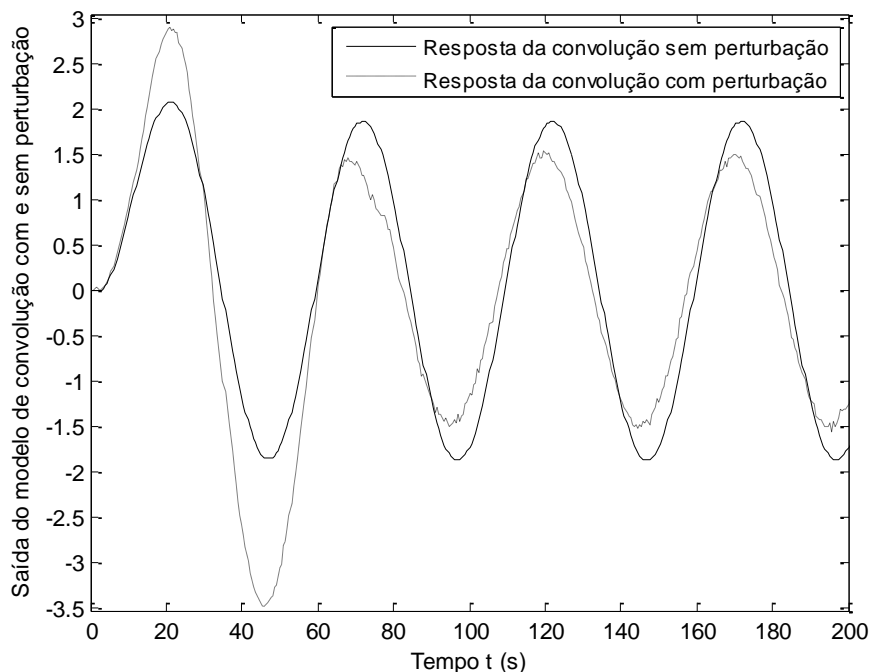


Fig. 7.15 Comparação dos modelos de convolução obtidos com dados com perturbação de alta intensidade e sem perturbação.

Na Figura 7.15 fica clara a deterioração na resposta do modelo ao se realizar a convolução com uma resposta impulsiva obtida com perturbação de alta intensidade.

7.1.1.3 Modelo de convolução de resposta ao degrau

Se o sistema da Equação (7.1) é submetido a uma entrada em degrau do tipo:

$$u(t) = \begin{cases} \alpha & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

ele produz a seguinte saída (LJUNG, 1999):

$$y(t) = \alpha \cdot a(t) + v(t) = \alpha \sum_{k=0}^t g(k) + v(t) \quad (\text{supõe-se } a(j) = 0 \text{ para } j < 0) \quad (7.3)$$

No caso da Figura 7.1 tem-se que $a(0) = 0$. Pode-se determinar os coeficientes da resposta ao degrau $\{a(t)\}$ a partir de um experimento com uma entrada degrau:

$$a(t) = \frac{y(t)}{\alpha}$$

sendo os erros dados por $v(t)/\alpha$.

A partir da Equação (7.3), estimativas de $g(k)$ podem ser obtidas por:

$$g(t) = \frac{y(t) - y(t-1)}{\alpha} \quad (7.4)$$

que possui um erro $[v(t) - v(t-1)]/\alpha$. Aplique um pulso unitário na entrada da função de transferência do Item 7.1.1.2 e também um degrau unitário e mostre a diferença $[a(t) - a(t-1)]/T$ com $T=0,5$ s. A Figura 7.16 indica que as respostas são idênticas.

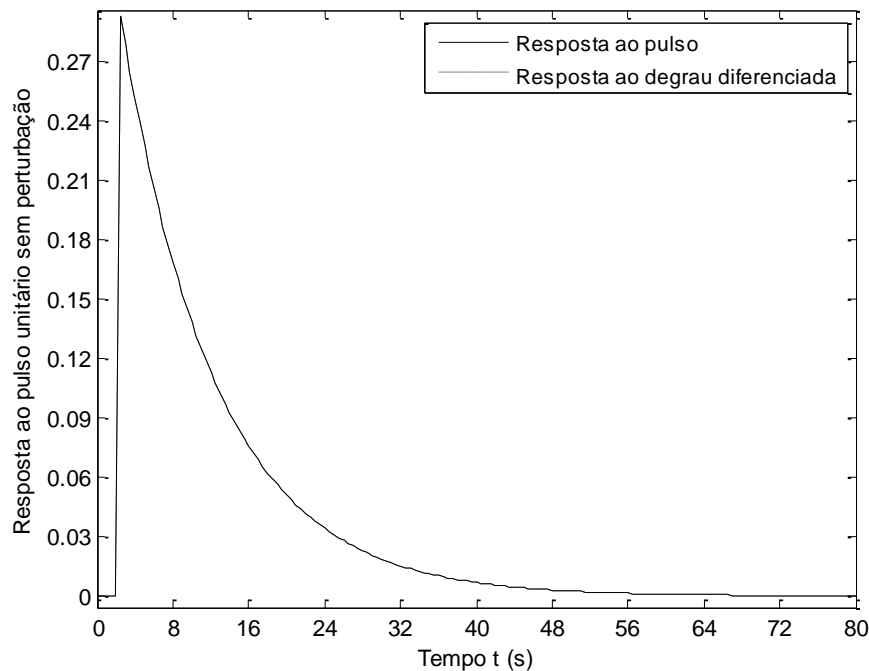


Fig. 7.16 Resposta do processo sem perturbação ao pulso unitário e ao degrau unitário diferenciado.

Se houver perturbação de baixa intensidade, com variância 0,001, a saída da resposta impulsiva e a saída do degrau diferenciado são diferentes, como mostrado na Figura 7.17, na qual a variância da resposta impulsiva é 0,0059 e da resposta ao degrau diferenciado é 0,0127, evidenciando que a diferenciação da resposta ao degrau gera um sinal com maior dispersão. Caso se deseje determinar os coeficientes da resposta ao impulso usando (7.4), pode-se encontrar erros muito grandes na maioria das aplicações práticas.

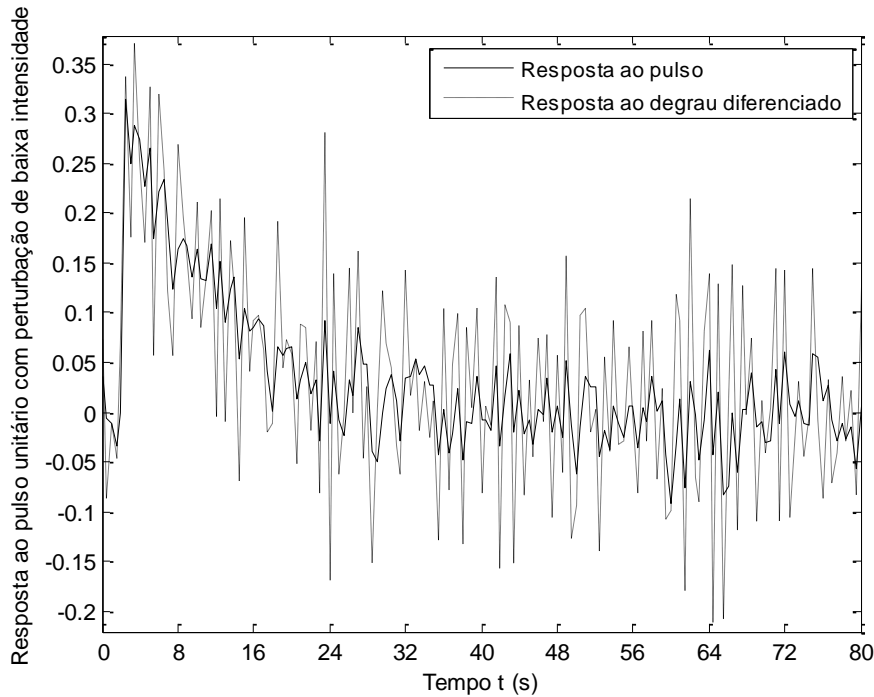


Fig. 7.17 Resposta do processo ao pulso unitário e ao degrau unitário diferenciado com perturbações de baixa intensidade.

Na Figura 7.17 a variância da resposta impulsiva é 0,0059 e da resposta ao degrau diferenciado é 0,0127, evidenciando que a diferenciação da resposta ao degrau gera um sinal com maior dispersão. Caso se deseje determinar os coeficientes da resposta ao impulso usando (7.4), pode-se encontrar erros muito grandes na maioria das aplicações práticas.

Para ilustrar como um modelo de convolução é desenvolvido, considere a curva de resposta ao degrau unitário em malha aberta mostrada na Figura 7.18.

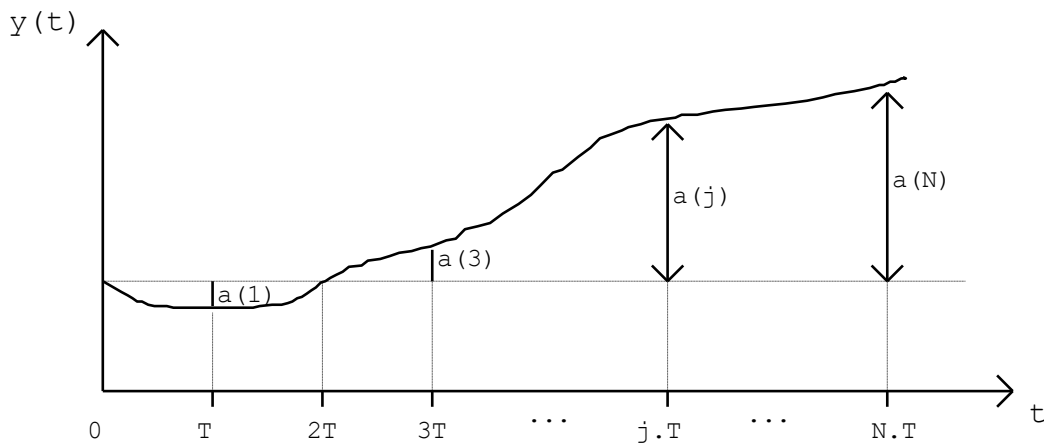


Fig. 7.18 Resposta ao degrau.

Os coeficientes da resposta ao degrau são $a(0)$, $a(1)$, $a(2)$, ... $a(N)$ com período de amostragem T . Define-se $a(j) = 0$ para $j < 0$. O tempo de acomodação do processo é tomado como $N \cdot T$ (neste caso, o tempo para a resposta ao degrau atingir 99% do valor do regime estacionário) e o inteiro N é intitulado “horizonte do modelo” (SEBORG *et al.*, 2004).

Seja a resposta ao degrau resultante de uma mudança Δu na entrada. Seja $\hat{y}(t)$ o valor predito da variável de saída e $u(t)$ o valor da variável de entrada. Define-se $y(t)$

como a saída real. Assim, $\hat{y}(t) = y(t)$ se não há erro de modelagem e nem perturbações. O modelo de convolução é (CAMACHO; BORDONS, 2004):

$$\begin{aligned}\hat{y}(t) &= y(0) + a(0) \cdot \Delta u(t) + a(1) \cdot \Delta u(t-1) + \dots + a(N) \cdot \Delta u(t-N) = \\ &= y(0) + a(0) \cdot [u(t) - u(t-1)] + a(1) \cdot [u(t-1) - u(t-2)] + \dots + a(N) \cdot [u(t-N) - u(t-N-1)] = \\ &= y(0) + a(0) \cdot (1 - q^{-1}) \cdot u(t) + a(1) \cdot q^{-1} \cdot (1 - q^{-1}) \cdot u(t) + \dots + a(N) \cdot q^{-N} \cdot (1 - q^{-1}) \cdot u(t)\end{aligned}$$

Portanto:

$$\hat{y}(t) = y(0) + \sum_{j=0}^N a(j) \cdot \Delta u(t-j) = y(0) + A(q) \cdot (1 - q^{-1}) \cdot u(t) \quad (7.5)$$

onde: $\Delta u(t) = u(t) - u(t-1)$

$a(j)$ = valores da saída amostrada para uma entrada degrau, conforme Figura 7.17

$A(q) = a(0) + a(1) \cdot q^{-1} + a(2) \cdot q^{-2} + \dots + a(N) \cdot q^{-N}$, sendo q^{-1} o operador de deslocamento para trás ou de retrocesso

Este tipo de modelo é válido apenas para sistemas estáveis. A Equação (7.5) pode ser encarada como o efeito somado de uma série de mudanças em degrau $\Delta u(t)$. Suponha que o sistema esteja inicialmente em um valor inicial $y(0)$ e uma mudança em degrau na entrada $\Delta u(0)$ ocorra sem outras alterações na entrada. Então \hat{y} pode ser calculado como:

$$\hat{y}(0) = y(0) + a(0) \cdot \Delta u(0)$$

$$\hat{y}(1) = y(0) + a(1) \cdot \Delta u(0)$$

$$\hat{y}(2) = y(0) + a(2) \cdot \Delta u(0)$$

\vdots

$$\hat{y}(N) = y(0) + a(N) \cdot \Delta u(0)$$

Os valores previstos de y seguem os coeficientes da resposta ao degrau $a(0)$, $a(1)$, $a(2)$, ... $a(N)$ multiplicados pela magnitude da mudança na entrada Δu . Percebe-se, neste caso, que se está calculando o valor de \hat{y} desde $t = 0$ até $t = N \cdot T$.

Suponha que duas mudanças sequenciais na entrada $[\Delta u(0)$ e $\Delta u(1)]$ sejam feitas nos instantes $j = 0$ e $j = 1$. Então, usando o princípio da superposição:

$$\hat{y}(0) = y(0) + a(0) \cdot \Delta u(0)$$

$$\hat{y}(1) = y(0) + a(1) \cdot \Delta u(0) + a(0) \cdot \Delta u(1)$$

$$\hat{y}(2) = y(0) + a(2) \cdot \Delta u(0) + a(1) \cdot \Delta u(1)$$

$$\hat{y}(3) = y(0) + a(3) \cdot \Delta u(0) + a(2) \cdot \Delta u(1)$$

\vdots

$$\hat{y}(N) = y(0) + a(N) \cdot \Delta u(0) + a(N-1) \cdot \Delta u(1)$$

A generalização das equações acima para N mudanças na entrada é dada pelo modelo de convolução da Equação (7.5). O valor de $y(0)$ pode ser considerado como 0 sem perda de generalidade. Portanto, o preditor k passos à frente será:

$$\hat{y}(t + k/t) = \sum_{j=0}^N a(j) \cdot \Delta u(t + k - j/t)$$

7.1.1.4 Exemplo de aplicação da convolução empregando resposta ao degrau

Seja o modelo dado no Item 7.1.1.2, suposto sem perturbações. Aplicando-se um degrau unitário em $t=0$, obtém-se a resposta da Figura 7.19. Depreende-se que o sistema representado pelo modelo leva cerca de 80 s para estabilizar no novo regime estacionário.

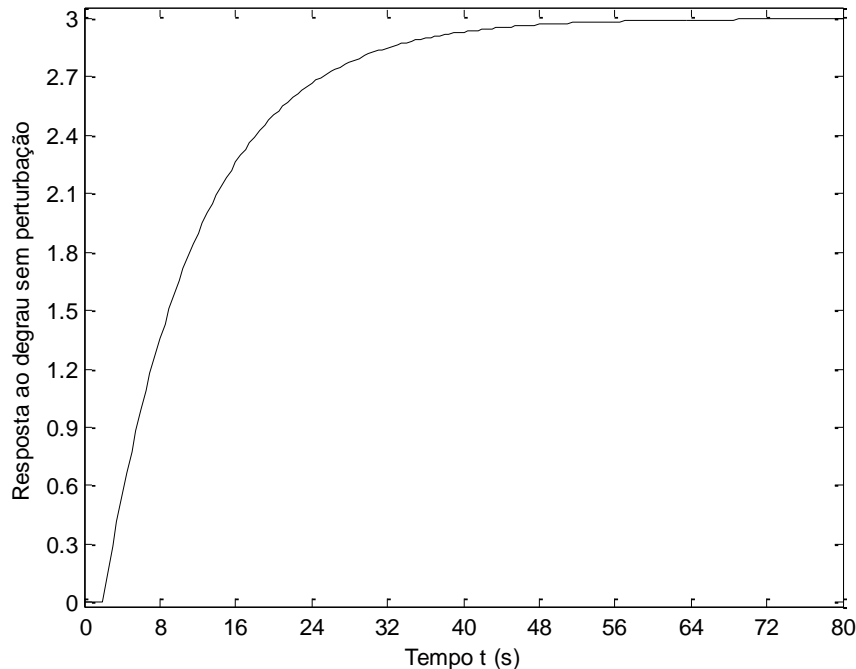


Fig. 7.19 Resposta ao degrau unitário do modelo da Seção 4.2.

Aplica-se ao processo a mesma excitação senoidal do Item 7.1.1.2. Para se convoluir a resposta ao degrau $a(t)$ do processo com o sinal de excitação senoidal, usa-se o seguinte programa em Matlab:

```
% Convolução da entrada senoidal com a resposta do processo ao degrau
L_deg = length(y_deg);
L_ent = length(y_ent);
t = 1:L_deg+L_ent-1;
a = y_deg;
u = u_ent;
delta_u(1) = u(1);
for k=2:L_ent,
    delta_u(k) = u(k)-u(k-1);
end
yc = conv(a,delta_u);
plot(t_ent,y_ent,'k',(t-1)*T,yc,'k:')
```

O resultado da convolução indicado na Equação (7.5), bem como a saída do processo excitado pela onda senoidal são vistos na Figura 7.20, na qual se nota uma coincidência perfeita entre as duas respostas até o instante $t=80,5$ s. A partir daí, os resultados passam a divergir, pois a resposta ao degrau da Figura 7.19 foi fornecida até o instante $t = 80$ s. Este problema não ocorreu no caso da convolução com a resposta impulsiva da Figura 7.6, pois lá a resposta impulsiva já havia retornado a 0 em $t = 80$ s.

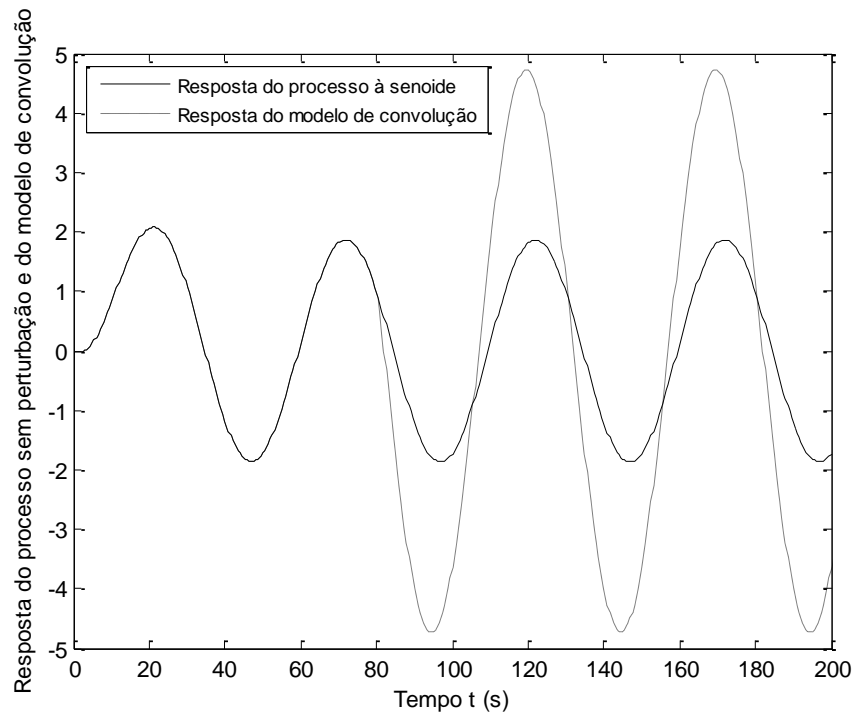


Fig. 7.20 Convolução com excitação em degrau e saída do processo sem perturbação.

Suponha agora que o processo seja afetado por perturbação de baixa intensidade com variância 0,001. A coleta dos dados ocorre a cada 0,5 s. A resposta ao degrau é mostrada na Figura 7.21. O sinal de excitação senoidal é suposto ter ruído de medição, sendo que se usou uma variância de 0,0002, conforme mostrado na Figura 7.10.

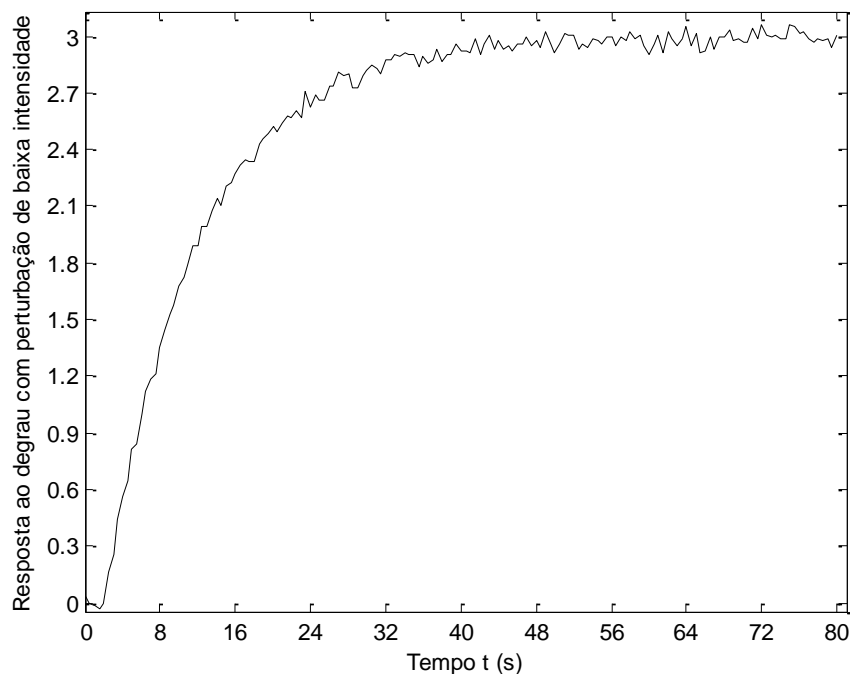


Fig. 7.21 Resposta do processo ao degrau unitário com perturbação de baixa intensidade.

Na Figura 7.22 comparam-se as seguintes respostas:

- excitação senoidal;
- convolução entre a excitação senoidal e a resposta ao degrau do processo; e
- convolução entre a excitação senoidal e a resposta ao pulso do processo.

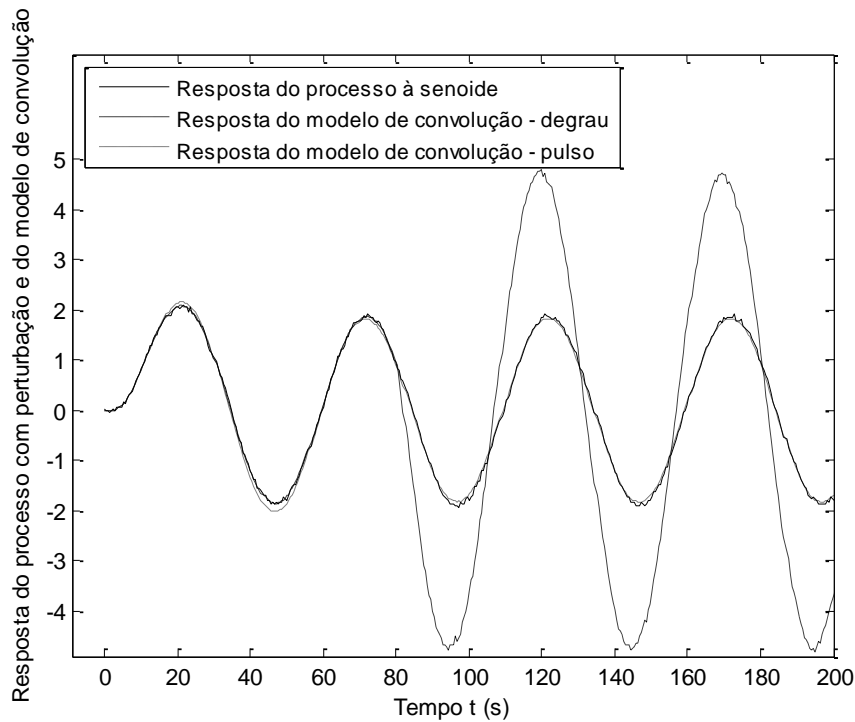


Fig. 7.22 Resposta à senoide do processo com perturbação de baixa intensidade e do modelo de convolução empregando a resposta ao degrau e ao pulso do processo.

Comparando-se as respostas do modelo de convolução a partir da resposta ao degrau e ao pulso na Figura 7.22, percebe-se que ambas são muito parecidas neste caso. Esta figura indica que dados com perturbação afetam a saída do modelo de convolução.

Na Figura 7.23 mostra-se a saída dos modelos de convolução ao pulso com e sem perturbação de baixa intensidade. Nessa figura constata-se uma diferença irrisória entre os modelos de convolução obtidos com dados com e sem perturbação de baixa intensidade.

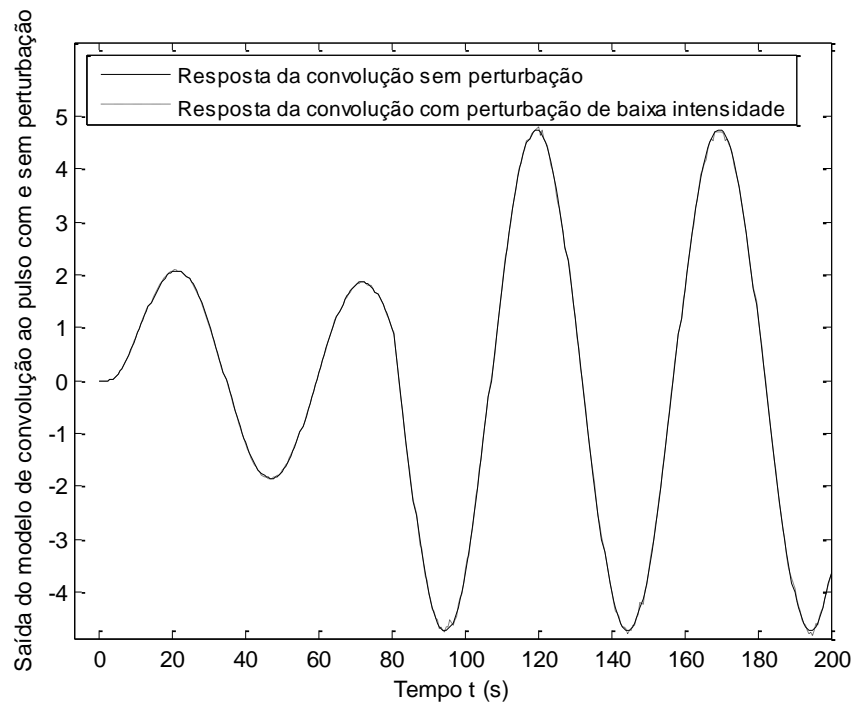


Fig. 7.23 Comparação dos modelos de convolução ao pulso obtidos com dados com e sem perturbação de baixa intensidade.

Assuma agora o processo com perturbação de alta intensidade, com variância 0,1. Os dados são coletados a cada 0,5 s. A resposta ao degrau é exibida na Figura 7.24.

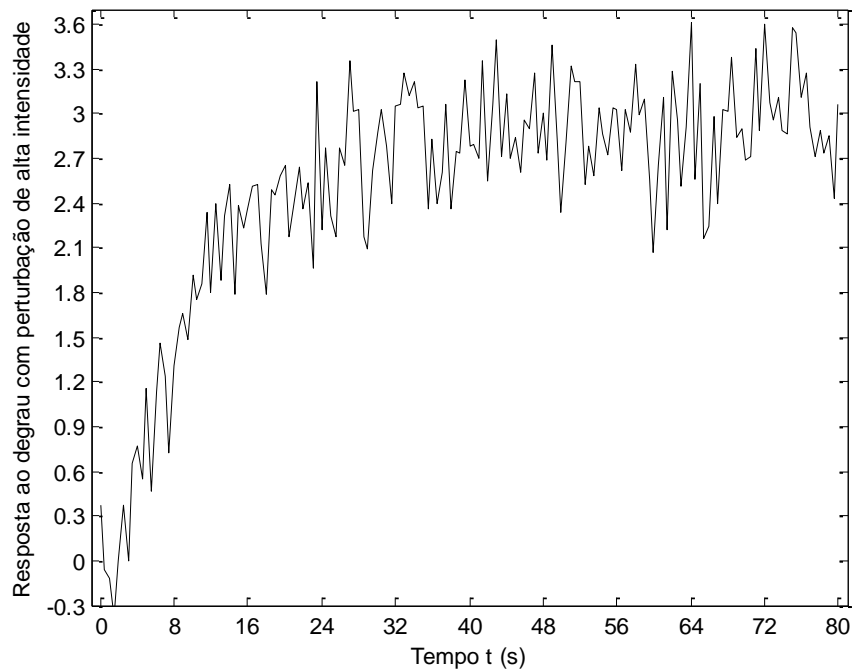


Fig. 7.24 Resposta do processo ao degrau unitário com perturbação de alta intensidade.

Na Figura 7.25 comparam-se as mesmas respostas da Figura 7.22. A resposta convolutiva com o degrau ficou mais ruidosa que a resposta convolutiva com o pulso.

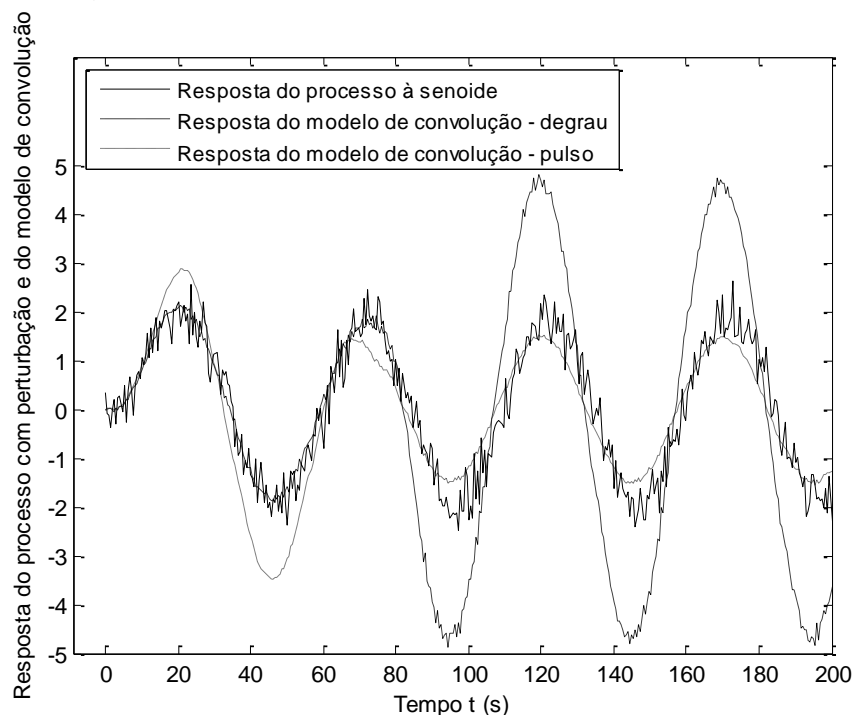


Fig. 7.25 Resposta à senoide do processo com perturbação de alta intensidade e do modelo de convolução empregando a resposta ao degrau e ao pulso do processo.

7.1.2 Modelos aproximados de baixa ordem obtidos a partir da resposta ao degrau

Com base na resposta ao degrau, também conhecida como **curva de reação do**

processo, busca-se adaptar uma função de transferência de baixa ordem, que aproximadamente retrate seu comportamento dinâmico. Algumas vezes deseja-se ajustar um modelo li-linear de baixa ordem a uma resposta ao degrau. Nestes casos, obtêm-se modelos aproximados de 1ª ou 2ª ordem afetados ou não por tempo morto. Os métodos disponíveis para avaliar os parâmetros da função de transferência são frequentemente simples de usar.

Se o objetivo for determinar alguma característica básica para controle, obtendo estimativas do tempo morto θ , ganho em regime estacionário K , constantes de tempo dominantes τ e coeficiente de amortecimento ξ , respostas ao degrau podem fornecer essas informações com um grau suficiente de precisão (LJUNG, 1999). O inconveniente desta forma de obter modelos é que ela é muito sensível a ruído.

7.1.2.1 Exemplo de obtenção de modelo aproximado de baixa ordem gerado a partir da resposta ao degrau

Seja a resposta ao degrau das Figuras 7.19 e 7.21. Para se estimar os parâmetros de um modelo de 1ª ordem com tempo morto, pode-se aplicar, por exemplo, o método dos 35,3% e 85,3% descrito a seguir. Esse método foi proposto em (SUNDARESAN; KRISHNASWAMY, 1978). Neste caso, calcula-se τ e θ pelas seguintes fórmulas:

$$\tau = \frac{t_2 - t_1}{\ln(f)} = 0,675 \cdot (t_2 - t_1)$$

$$\theta = \frac{t_2 \cdot \ln(f_1) - t_1 \cdot \ln(f_2)}{\ln(f)} = 1,294 \cdot t_1 - 0,294 \cdot t_2$$

onde $f = \frac{f_1}{f_2}$ $f_1 = 1 - y_1$ $f_2 = 1 - y_2$

sendo $f_1 \cong 0,647$ $f_2 \cong 0,147$ $y_1 \cong 0,353$ $y_2 \cong 0,853$

t_1 corresponde ao tempo necessário para a resposta alcançar y_1 (35,3% da variação do valor da resposta em regime estacionário após a aplicação de um degrau na entrada = Δy) e t_2 ao tempo necessário para a resposta alcançar y_2 (85,3% de Δy).

O cálculo do ganho estacionário K é efetuado da seguinte forma:

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

onde: Δy = variação da resposta e Δx = variação da entrada

Aplicando-se o método inicialmente à resposta da Figura 7.18, tem-se que:

$$t_1 = 6,357 \text{ s} \quad t_2 = 21,176 \text{ s}$$

$$\tau = 0,675 \cdot (t_2 - t_1) = 10,00 \text{ s} \quad \theta = 1,294 \cdot t_1 - 0,294 \cdot t_2 = 2,00 \text{ s}$$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} = 3$$

Portanto, o modelo resultante é dado por:

$$G(s) = \frac{K \cdot e^{-\theta \cdot s}}{\tau \cdot s + 1} = \frac{3 \cdot e^{-2 \cdot s}}{10 \cdot s + 1}$$

O resultado obtido corresponde exatamente à função de transferência apresentada na Seção 4.2. Define-se agora o modelo obtido a partir da Figura 7.20. Como esta figura é afetada por ruído, a obtenção dos tempos t_1 e t_2 é inexata. Resulta:

$$t_1 = 6,633 \text{ s} \quad t_2 = 22,218 \text{ s}$$

$$\tau = 0,675 \cdot (t_2 - t_1) = 10,52 \text{ s}$$

$$\theta = 1,294 \cdot t_1 - 0,294 \cdot t_2 = 2,05 \text{ s}$$

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{1} = 3$$

Portanto, o modelo resultante é dado por:

$$G(s) = \frac{K \cdot e^{-\theta \cdot s}}{\tau \cdot s + 1} = \frac{3 \cdot e^{-2,05 \cdot s}}{10,52 \cdot s + 1}$$

Fica claro que o modelo obtido a partir da Figura 7.18 é melhor que o obtido a partir da Figura 7.20.

Suponha que o nível de perturbação no processo seja elevado. Este caso corresponde à resposta da figura 7.23. A estimativa dos parâmetros do modelo por métodos similares ao dos 35,3% e 85,3% proposto anteriormente, se torna muito difícil nessa figura, devido ao elevado nível das perturbações, que distorce muito a resposta do processo.

7.2 ANÁLISE DE CORRELAÇÃO

A forma do modelo usada na análise de correlação é:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) \cdot u(t-k) \cdot T + v(t) \quad (7.6)$$

ou seu equivalente em tempo contínuo.

Na Equação (7.6), $\{g(k)\}$ é a sequência da função-peso e $v(t)$ é a perturbação. Assuma que a entrada seja um processo estocástico estacionário, independente da perturbação $v(t)$. Considerando-se a Expressão (7.6) e multiplicando-se por $u(t-\tau)$, $\tau > 0$, tomando-se a expectância resulta a correlação cruzada entre a saída y e a entrada u , dada por:

$$r_{yu}(\tau) = E[y(t+\tau) \cdot u(t)] = E[y(t) \cdot u(t-\tau)] = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) \cdot E[u(t-k) \cdot u(t-\tau)] \cdot T + E[v(t) \cdot u(t-\tau)] \quad (7.7)$$

Como a entrada u e a perturbação v são assumidas como processos estocásticos independentes, resulta que:

$$r_{vu}(\tau) = E[v(t) \cdot u(t-\tau)] = E[v(t+\tau) \cdot u(t)] = 0 \quad (\text{operação em malha aberta})$$

Portanto:

$$r_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) \cdot E[u(t-k) \cdot u(t-\tau)] \cdot T$$

Então, a seguinte relação, intitulada equação de Wiener-Hopf, se aplica às funções correlação (SÖDERSTRÖM, STOICA, 1989):

$$r_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) \cdot r_u(\tau-k) \cdot T$$

onde $r_u(\tau) = E[u(t+\tau) \cdot u(t)] = E[u(t) \cdot u(t-\tau)]$.

As funções correlação podem ser estimadas a partir de um número finito de dados experimentais:

$$\hat{r}_{yu}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1-\min(\tau,0)}^{N-\max(\tau,0)} y(t+\tau) \cdot u(t) = \frac{1}{N} \sum_{t=1+\max(\tau,0)}^{N+\min(\tau,0)} y(t) \cdot u(t-\tau) \quad \tau = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (7.8)$$

$$\hat{r}_u(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-\tau} u(t+\tau) \cdot u(t) \quad \hat{r}_u(-\tau) = \hat{r}_u(\tau) \quad \tau = 0, 1, 2, \dots \quad (7.9)$$

onde N denota o número de dados coletados.

Então, uma estimativa $\{\hat{g}(k)\}$ da função-peso $\{g(k)\}$ pode ser obtida resolvendo-se:

$$\hat{r}_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} \hat{g}(k) \cdot \hat{r}_u(\tau - k) \cdot T \quad (7.10)$$

A equação (7.10) resulta, geralmente, em um sistema linear de dimensão infinita. O problema é muito simplificado caso se use ruído branco com variância σ^2 como entrada $u(t)$. Sabe-se então que $r_u(\tau) = 0$ para $\tau \neq 0$ e $r_u(\tau) = \sigma^2 \cdot \delta(\tau)$ para $\tau = 0$. Assim, $\hat{r}_u(\tau - k)$ em (7.10) só é diferente de 0 quando $\tau = k$. Neste caso, (7.10) resulta em (SÖDERSTRÖM, STOICA, 1989):

$$\hat{g}(k) = \frac{\hat{r}_{yu}(k)}{T \cdot \hat{r}_u(0)} = \frac{\hat{r}_{yu}(k)}{T \cdot \sigma^2} \quad (7.11)$$

que é fácil de estimar a partir dos dados coletados, usando as relações (7.8) e (7.9). Então, com base na relação (7.11), os coeficientes da função-peso $\{g(k)\}$ são estimados como:

$$\hat{g}(k) = \frac{\frac{1}{N-k} \sum_{t=k+1}^N y(t) \cdot u(t-k)}{T \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u^2(t)} = \frac{\frac{1}{N-k} \sum_{t=1}^{N-k} y(t+k) \cdot u(t)}{T \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u^2(t)} \quad \text{para } k = 0, 1, 2, \dots \quad (7.12)$$

Outra forma para simplificar a Expressão (7.10) é considerar uma função-peso truncada, que leve a um sistema linear de ordem finita. Assuma que:

$$g(k) = 0 \quad k \geq M \quad (7.13)$$

Tal modelo é frequentemente chamado de resposta finita ao impulso (FIR). O inteiro M deve ser grande em comparação com as constantes de tempo dominantes do sistema. Então (7.13) resulta em uma boa aproximação. Usando (7.13), a Equação (7.10) se torna:

$$\hat{r}_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{M-1} \hat{g}(k) \cdot \hat{r}_u(\tau - k) \cdot T \quad (7.14)$$

Escrevendo-se a Equação (7.14) para $\tau = 0, 1, \dots, M-1$, o sistema linear de equações mostrado em (7.15) é obtido (SÖDERSTRÖM, STOICA, 1989):

$$\begin{pmatrix} \hat{r}_{yu}(0) \\ \vdots \\ \hat{r}_{yu}(M-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{r}_u(0) & \cdots & \hat{r}_u(M-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{r}_u(M-1) & \cdots & \hat{r}_u(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{g}(0) \\ \vdots \\ \hat{g}(M-1) \end{pmatrix} \cdot T \quad (7.15)$$

7.2.1 Exemplo de obtenção de modelo via análise de correlação supondo processo não afetado por perturbações

Emprega-se o modelo da Seção 4.2 excitado por ruído branco de média nula e variância 0,001. O intervalo de amostragem é $T=0,5$ s. Supondo que o processo não tenha perturbações, a resposta gerada após 500 s de simulação é mostrada na Figura 7.26.

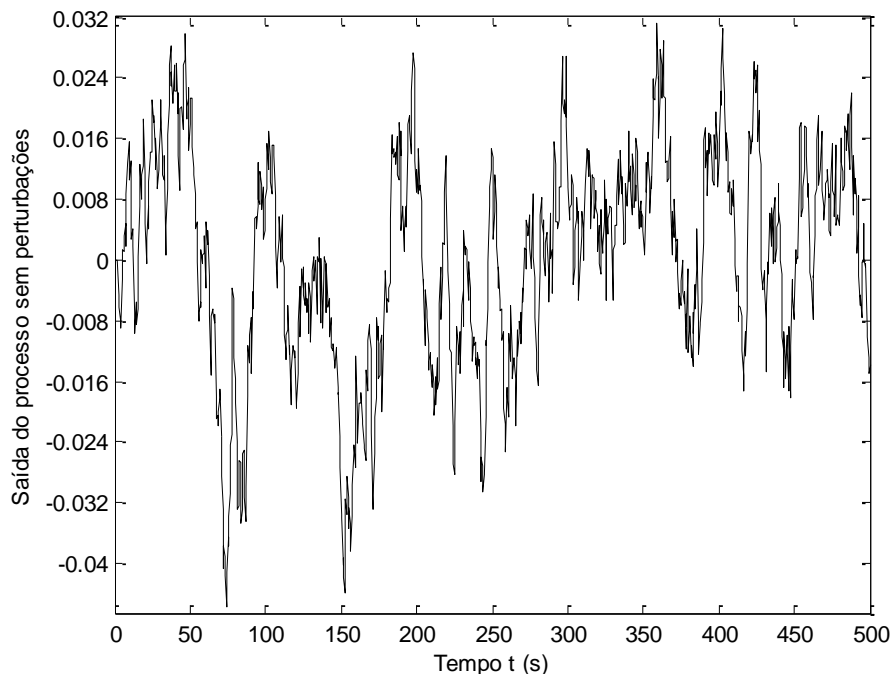


Fig. 7.26 Resposta do processo a ruído branco sem a presença de perturbações.

Na análise de correlação extrai-se a resposta impulsiva do processo em meio a um sinal que, conforme a Figura 7.26, aparentemente não possui nenhuma informação. Aplica-se a análise de correlação, empregando-se o seguinte programa em Matlab:

```
% Análise de correlação
T = 0.5;
Tsim_ac = 500;
N = length(u_ac);
var_u = var(u_ac);
for k=1:160,
    t_k(k) = k;
    g_k(k) = 0;
    for t=1:N-k,
        g_k(k) = g_k(k) + y_ac(t+k-1)*u_ac(t);
    end
    corr_cruz_yu(k) = g_k(k)/(N-k);
end
g_t = corr_cruz_yu/(T*var_u);
z = [y_ac u_ac*T];
ir = cra(z,159,0,0);
plot((tk-1)*T,g_t,(tk-1)*T,ir,'r:')
```

A análise de correlação em Matlab pode ser feita através do comando “cra”, como indicado no final do programa anterior. Simulou-se este caso com $N=1000$ pontos. As funções peso obtidas estão mostradas na Figura 7.27, bem como a resposta impulsiva do processo. Essa figura mostra que as funções peso geradas pela Expressão (7.12) e pelo comando “cra” são praticamente idênticas, mas diferem da resposta do processo ao impulso.

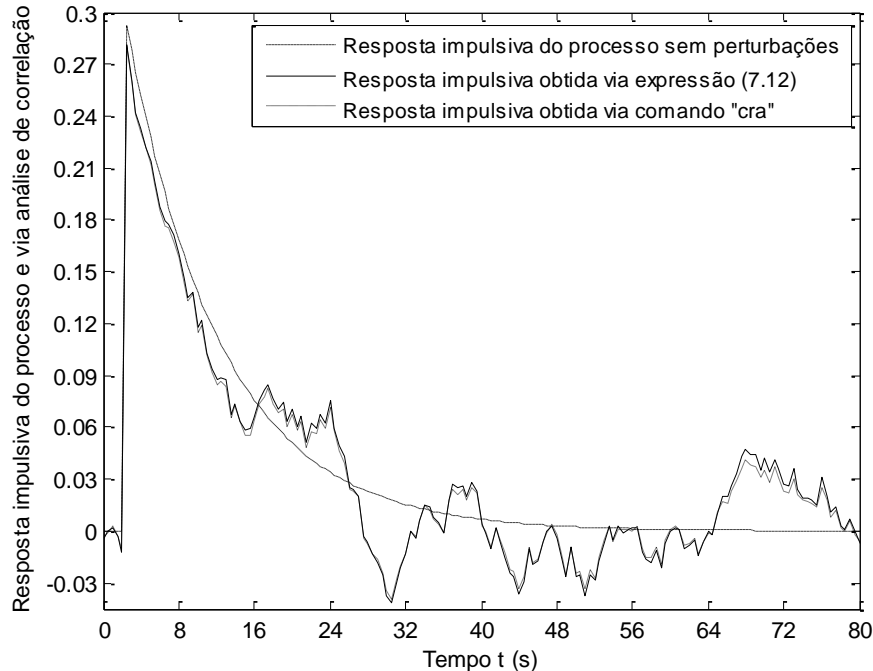


Fig. 7.27 Resposta impulsiva do processo e funções peso obtidas pela análise de correlação via Expressão (7.12) e pelo comando “cra” com $N=1000$ pontos sem perturbações no processo.

A Figura 7.28 exibe as funções peso obtidas pela Expressão (7.12) e pelo comando “cra” quando estimadas com $N=100.000$ pontos. Esta quantidade de pontos é normalmente inviável de ser coletada em casos práticos. Nota-se na Figura 7.28 que a resposta ao impulso obtida via análise de correlação é praticamente idêntica à resposta impulsiva do processo.

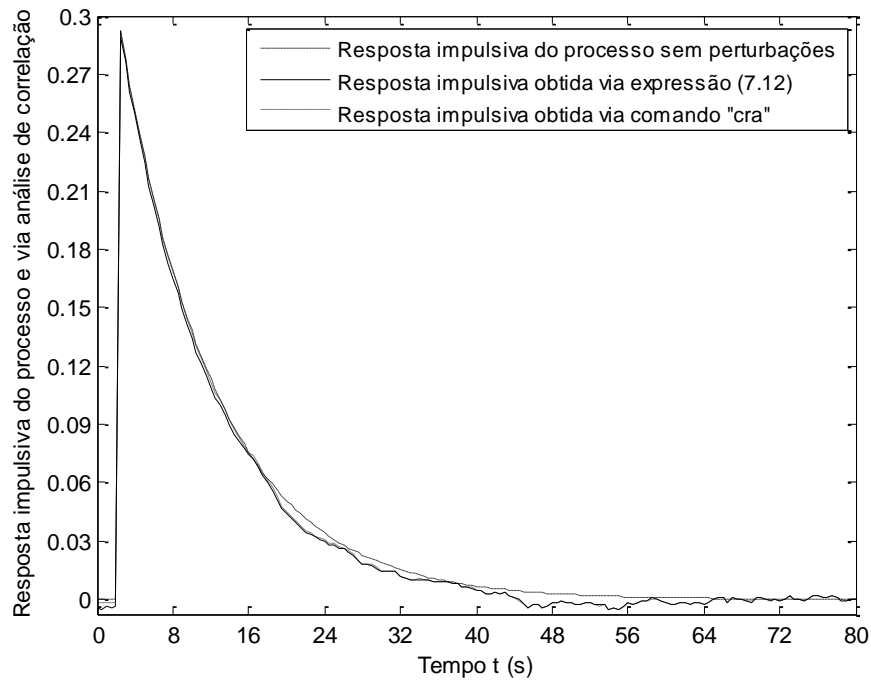


Fig. 7.28 Resposta impulsiva do processo sem perturbações e funções peso obtidas pela análise de correlação com $N=100.000$ pontos sem perturbações no processo.

Mostra-se na Figura 7.29 a resposta ao degrau unitário do modelo original do processo sem perturbações e a resposta obtida por convolução com a resposta impulsiva gerada através da análise de correlação, com $N=1000$ e $N=100.000$ pontos.

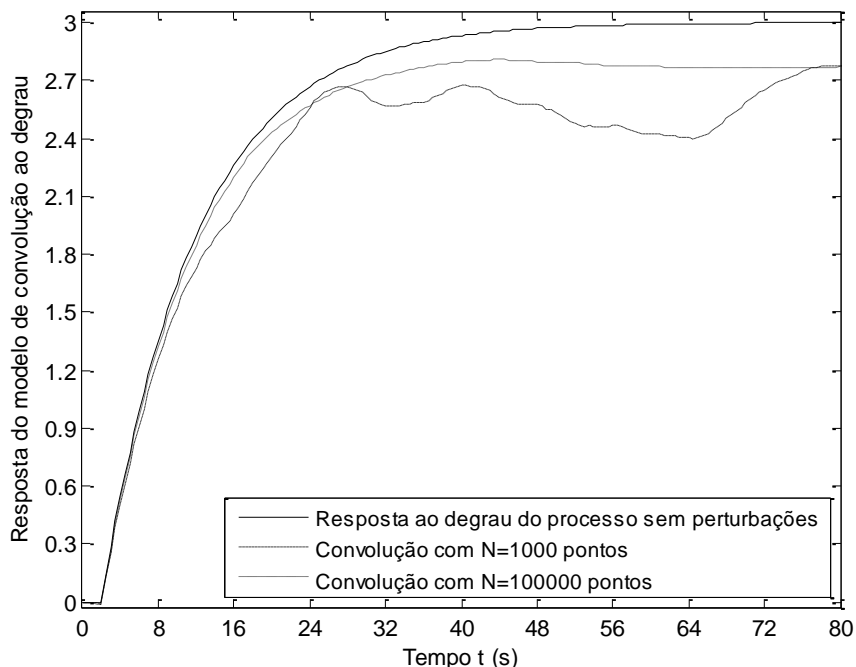


Fig. 7.29 Resposta ao degrau unitário obtida via modelos de análise de correlação e do modelo original do processo sem perturbações.

Na Figura 7.29 evidencia-se que o modelo obtido por análise de correlação com $N=100.000$ pontos tem uma resposta ao degrau mais parecida com a do processo sem perturbações que a resposta obtida por análise de correlação com $N=1000$ pontos.

7.2.2 Exemplo de obtenção de modelo via análise de correlação supondo processo afetado por perturbações

Suponha que o processo sofra perturbações aleatórias e que estas tenham variância de 0,001, idêntica à variância do ruído branco de excitação. A resposta impulsiva obtida pela análise de correlação com $N=1000$ pontos e $N=100.000$ pontos é mostrada na Figura 7.30, onde se vê que o resultado obtido via análise de correlação com $N=1000$ pontos ficou bem pior que no caso da Figura 7.27, onde se considera que o processo não seja afetado por perturbações. Para $N=100.000$ pontos o resultado obtido continua sendo similar ao da resposta impulsiva do processo sem perturbações, tal qual na Figura 7.28.

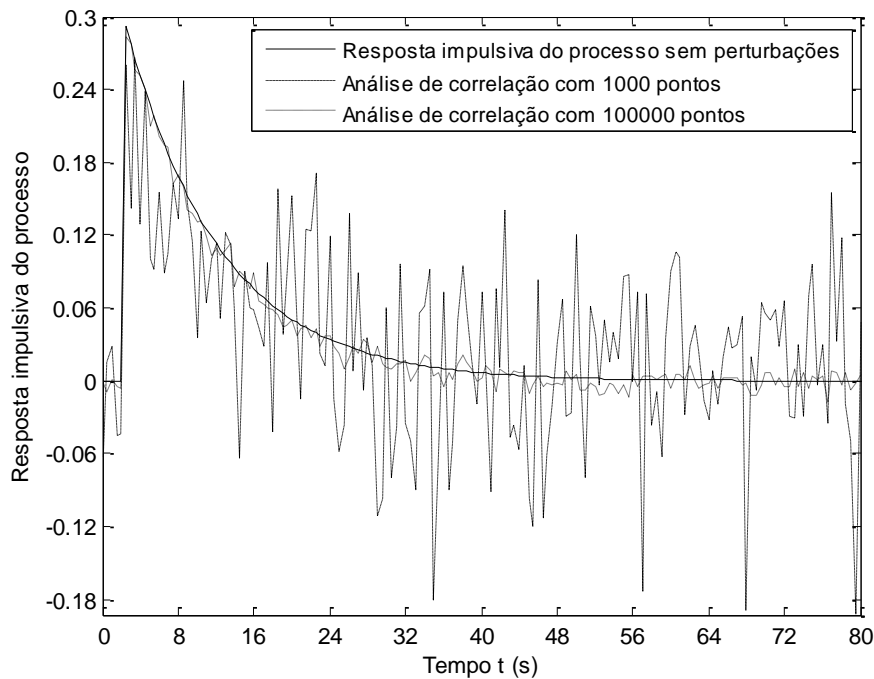


Fig. 7.30 Funções peso obtidas pela análise de correlação com $N=1000$ e $N=100.000$ pontos e resposta impulsiva do processo sem perturbações.

Mostra-se na Figura 7.31 a resposta ao degrau para estes três modelos. Comparando-se as Figuras 7.31 e 7.29, nota-se que a resposta para $N=1000$ pontos ficou pior. Já a resposta para $N=100.000$ pontos praticamente ficou inalterada com as perturbações no processo quando comparada com a Figura 7.29. Como coletar um grande número de pontos é usualmente inviável, uma forma de se melhorar a análise de correlação é lidar com uma variância da excitação mais alta. Assuma que a variância das perturbações do processo seja mantida em 0,001, mas que a variância da excitação seja ampliada para 0,01.

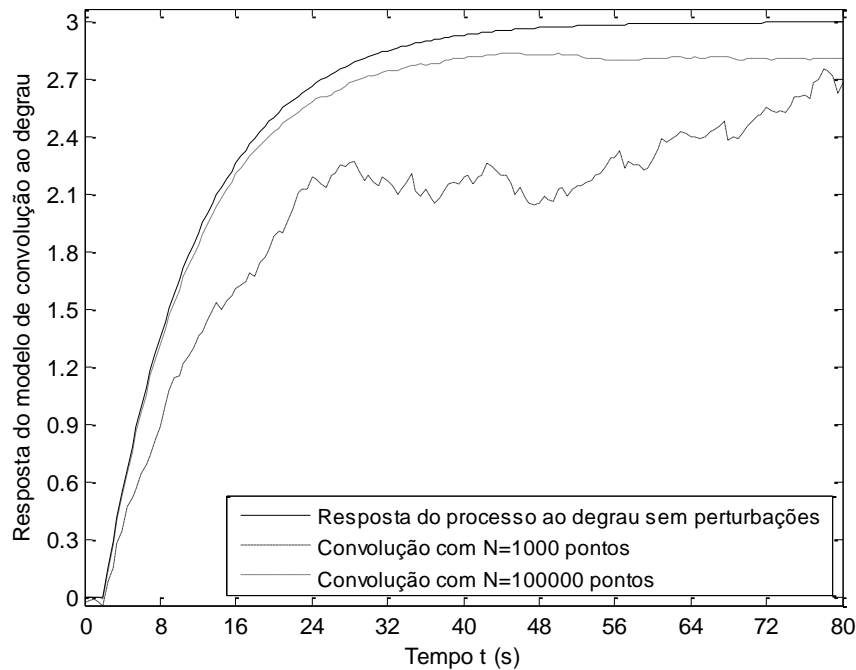


Fig. 7.31 Resposta ao degrau unitário obtida via modelos de análise de correlação e do modelo original do processo sem perturbações.

As respostas impulsivas obtidas com $N=1000$ e $N=100.000$ pontos são mostradas na Figura 7.32 e a resposta ao degrau destes modelos é vista na Figura 7.33.

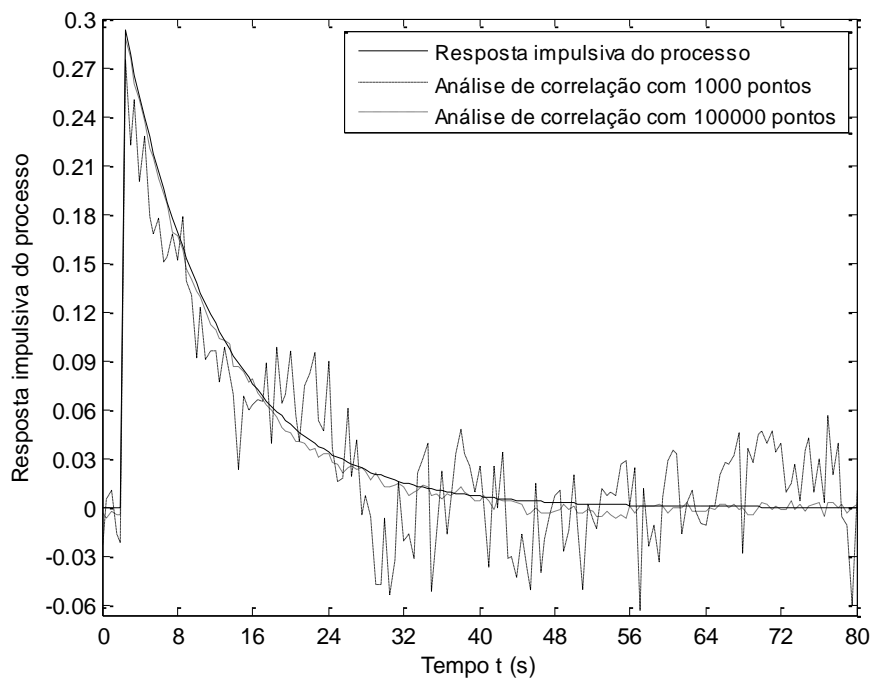


Fig. 7.32 Funções peso obtidas pela análise de correlação com $N=1000$ e $N=100.000$ pontos com processo excitado por sinal aleatório de alta intensidade e resposta impulsiva do processo sem perturbações.

Na Figura 7.32, ruído branco de excitação com variância superior à da perturbação melhora a resposta obtida por análise de correlação para $N=1000$ pontos, que fica com uma menor dispersão que na Figura 7.30. Para $N=100.000$ pontos o efeito é imperceptível. A

resposta ao degrau para $N=1000$ pontos da Figura 7.33 ficou um pouco melhor que a da Figura 7.31. Para $N=100.000$, as respostas das Figuras 7.31 e 7.33 ficaram praticamente idênticas.

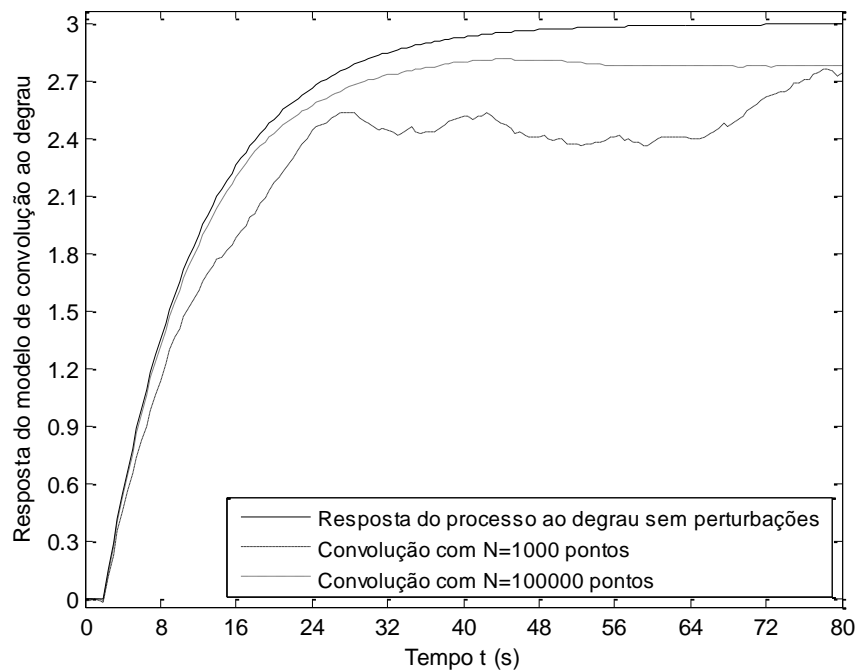


Fig. 7.33 Resposta ao degrau unitário do processo sem perturbações e via convolução com modelos de análise de correlação gerados com o processo excitado com perturbações de alta intensidade.

7.2.3 Comportamento de modelo obtido via análise de correlação supondo processo operando em malha fechada com excitação natural

Suponha que se queira realizar uma identificação em malha fechada sem variar o sinal de entrada, mas que se assuma que as próprias perturbações realimentadas sejam usadas para gerar o modelo (excitação natural). Neste caso, seja o modelo da Figura 7.34, em que há um controlador PI digital atuando, com seu valor de referência mantido constante em 0. A sintonia do controlador PI é dada por $K_C = 0,7407$ e $T_I = 10$.

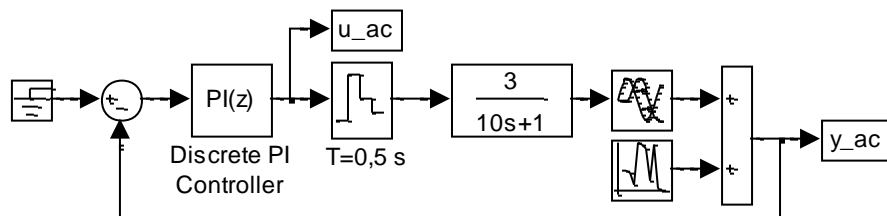


Fig. 7.34 Modelo para análise de correlação em malha fechada com excitação natural.

As respostas impulsivas obtidas pela análise de correlação com $N=1000$ e 100.000 pontos são vistas na Figura 7.35. Nota-se que ambas as respostas não reproduziram bem a resposta impulsiva do processo, indicando que usar excitação natural não funciona bem.

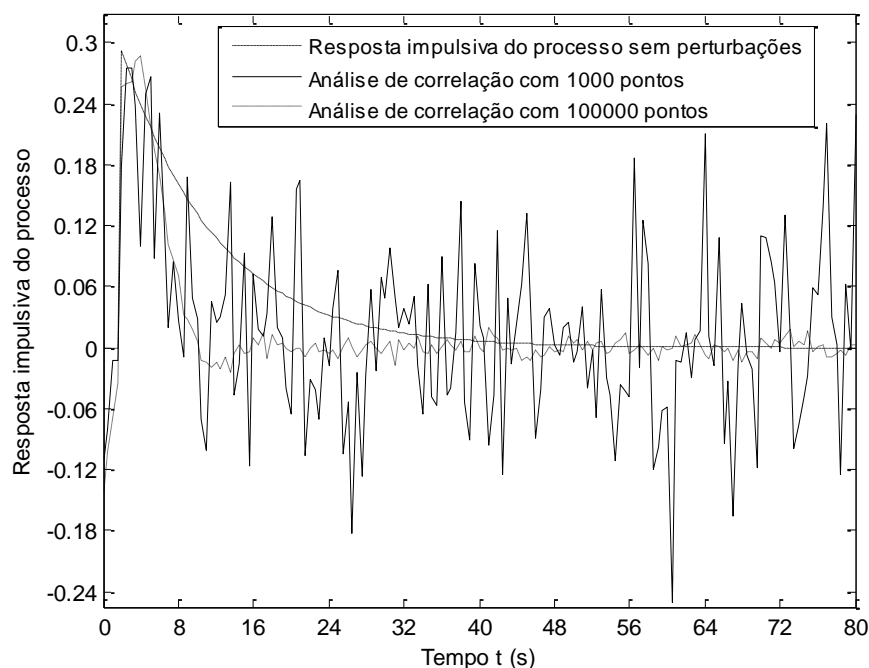


Fig. 7.35 Funções peso obtidas pela análise de correlação com $N=1000$ e $N=100.000$ pontos com processo em malha fechada com excitação natural.

Na Figura 7.36 apresenta-se a resposta ao degrau unitário desses modelos.

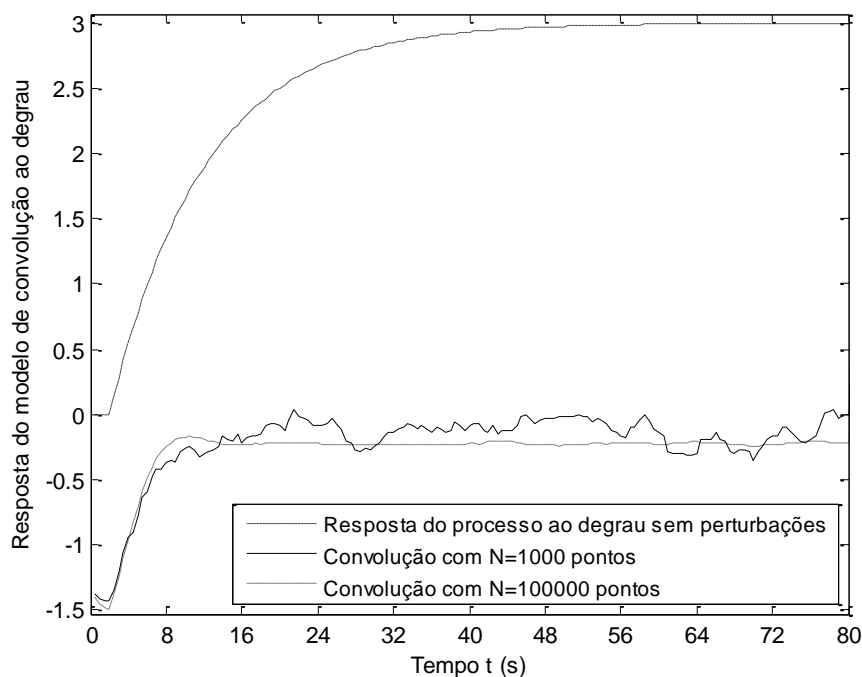


Fig. 7.36 Respostas ao degrau unitário obtidas da convolução com modelos de análise de correlação gerados do processo em malha fechada com excitação natural.

As respostas apresentadas na Figura 7.36 indicam que o resultado obtido neste caso ficou péssimo, descartando completamente a ideia de se aplicar análise de correlação a partir de dados do processo coletados em malha fechada com excitação natural.

7.2.4 Exemplo de obtenção de modelo via análise de correlação com processo operando em malha fechada com valor de referência excitado por ruído branco

Emprega-se aqui ruído branco com variância de 0,001 para excitar o valor de referência. Supõe-se inicialmente o caso ideal em que não haja perturbação no processo, conforme indicado no modelo em Simulink exposto na Figura 7.37.

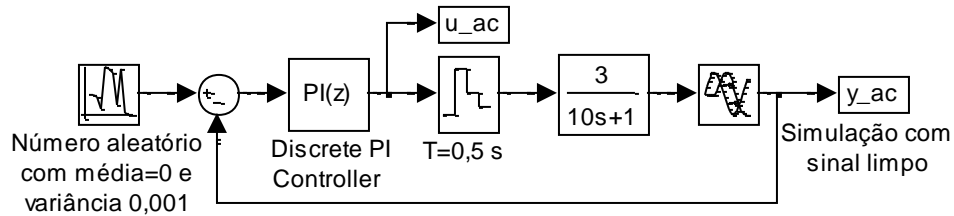


Fig. 7.37 Modelo para análise de correlação em malha fechada com excitação no valor de referência e sem perturbação.

Na Figura 7.38 exibe-se a resposta impulsiva gerada pela análise de correlação com $N=1000$ e 100.000 pontos. A Figura 7.38 indica que para ambos os valores de N , as funções peso obtidas não reproduzem bem o comportamento da resposta impulsiva do processo.

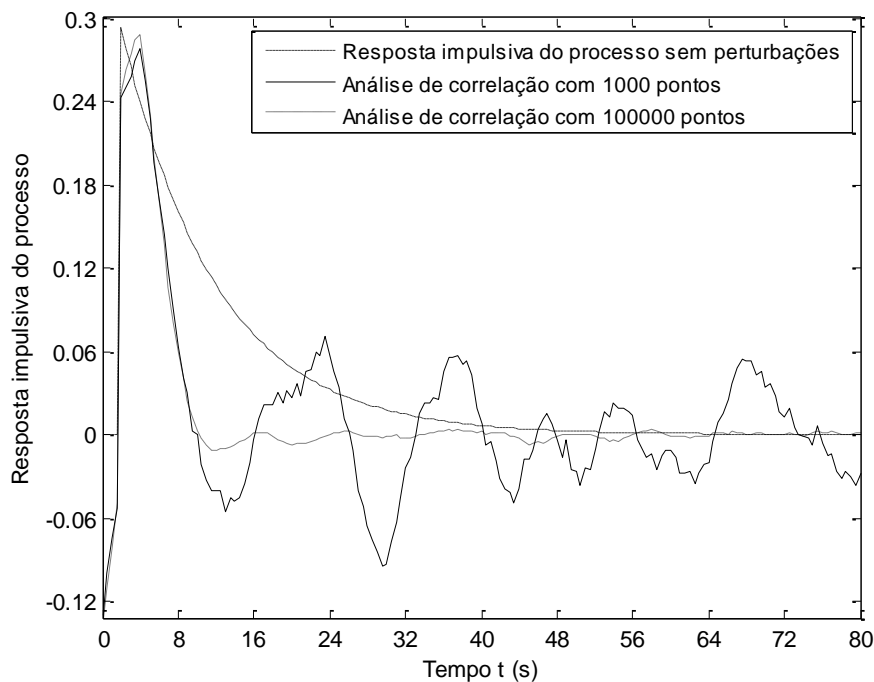


Fig. 7.38 Funções peso obtidas pela análise de correlação com $N=1000$ e $N=100.000$ pontos com processo em malha fechada com excitação do valor de referência e sem perturbação no processo.

Na Figura 7.39 mostra-se a resposta ao degrau unitário desses modelos.

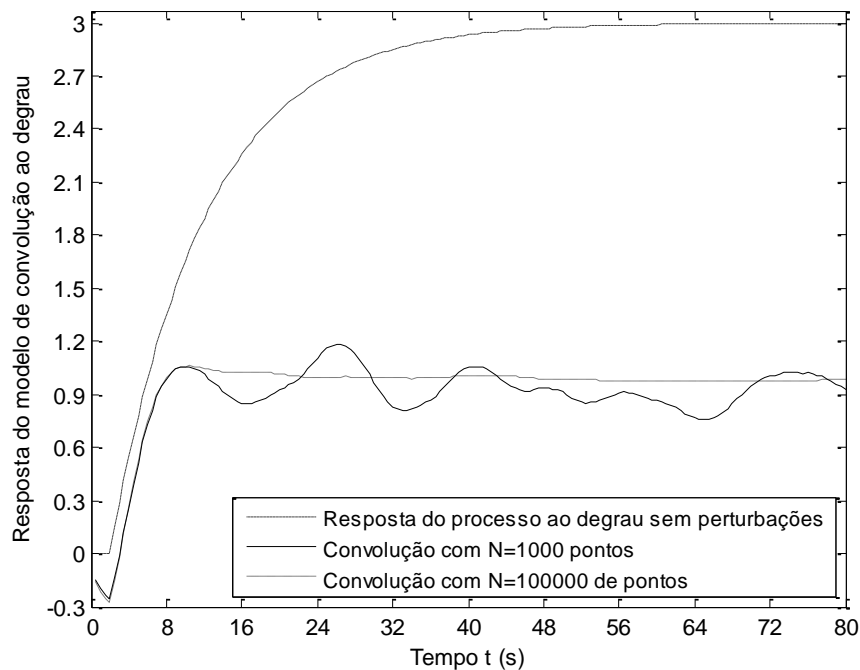


Fig. 7.39 Respostas ao degrau unitário obtidas da convolução com modelos de análise de correlação gerados do processo em malha fechada com excitação do valor de referência e sem perturbação no processo.

Na Figura 7.39 observa-se que as respostas ao degrau geradas pelas funções peso não representam bem a resposta do processo ao degrau. A seguir, emprega-se ruído branco com variância de 0,001 para excitar o valor de referência e a perturbação do processo. O modelo em Simulink empregado para coletar os dados é mostrado na Figura 7.40.

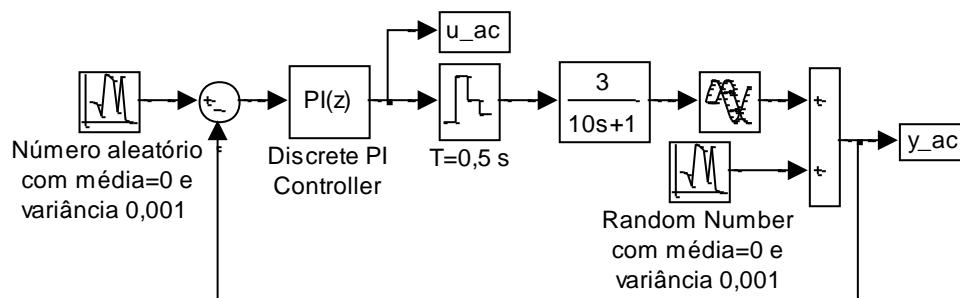


Fig. 7.40 Modelo para análise de correlação em malha fechada com valor de referência excitado por ruído branco e presença de perturbações no processo.

Na Figura 7.41 exibem-se as funções peso obtidas com $N=1000$ e $N=100.000$ pontos. Vê-se que as respostas ficaram ainda piores que na Figura 7.38.

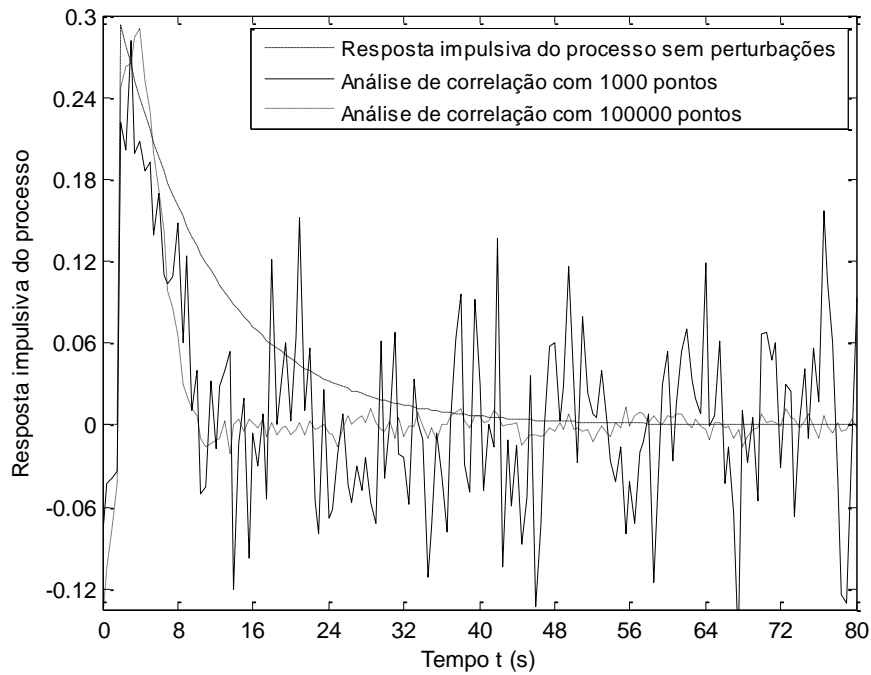


Fig. 7.41 Funções peso obtidas via análise de correlação com processo em malha fechada com ruído branco excitando o valor de referência e presença de perturbações no processo.

Na Figura 7.42 mostra-se a resposta ao degrau unitário das funções peso obtidas.

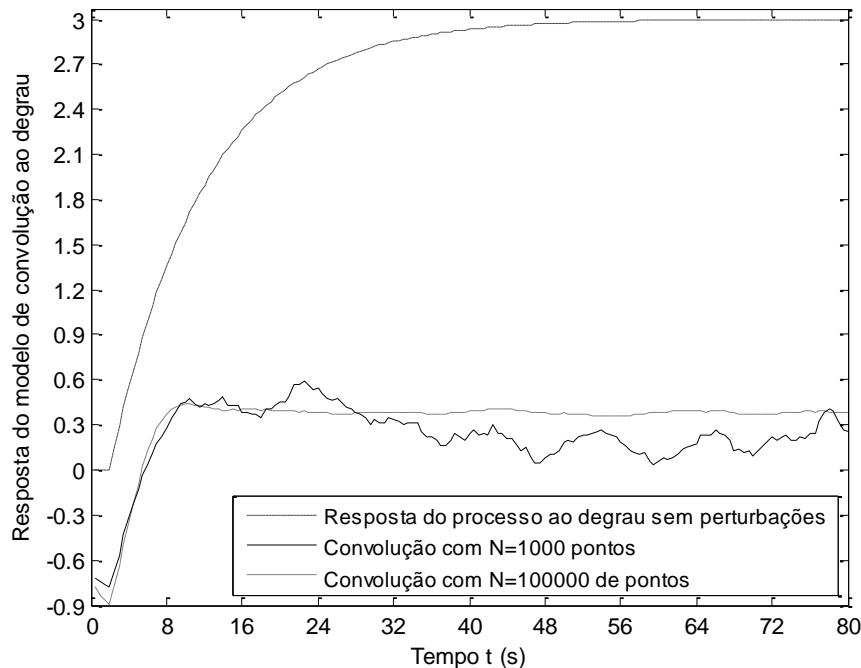


Fig. 7.42 Resposta ao degrau unitário obtida via modelos de análise de correlação.

Comparando-se as Figuras 7.42 e 7.39, percebe-se que as respostas ficaram muito ruins, mas na Figura 7.42 elas ficaram ainda piores.

7.3 ANÁLISE EM FREQUÊNCIA

No domínio da frequência, emprega-se a excitação senoidal. Neste caso, pode-se obter um diagrama de Bode do sistema, mas o problema é que, na prática, a maioria dos

processos industriais não permite entradas senoidais em operação normal. Além disso, o experimento deve ser repetido para diversas frequências, o que pode consumir muito tempo (LJUNG, 1999). Lembre-se que para cada frequência usada, o sistema deve atingir o estado estacionário antes das medições serem feitas. Para baixas frequências ω o experimento será demorado (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989).

Para uma discussão no domínio da frequência é conveniente usar o modelo na forma contínua no tempo:

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s)$$

Se o sinal de entrada for uma senoide:

$$u(t) = a \cdot \text{sen}(\omega \cdot t)$$

e o sistema é assintoticamente estável, então, no regime estacionário, a saída será:

$$y(t) = b \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi) \quad (7.16)$$

onde $b = a \cdot |G(j\omega)|$ e $\varphi = \arg[G(j\omega)]$.

Medindo-se as amplitudes a e b , bem como a defasagem φ (normalmente negativa), a variável complexa $G(j\omega)$ pode ser encontrada a partir de (7.16). Se tal procedimento é repetido para diversas frequências, então pode-se obter uma representação gráfica de $G(j\omega)$ como uma função de ω . Tais gráficos de Bode (ou de Nyquist ou outras representações equivalentes) são adequados como ferramentas para o projeto clássico de sistemas de controle.

O procedimento citado acima é muito sensível a perturbações. Na prática ele raramente pode ser usado de forma tão simples, pois suponha que (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989):

$$Y(s) = G(s) \cdot U(s) + V(s)$$

onde $V(s)$ é a transformada de Laplace de alguma perturbação $v(t)$. Então se terá:

$$y(t) = b \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + \varphi) + v(t)$$

e devido à presença do ruído é difícil obter uma estimativa precisa da amplitude b e da defasagem φ .

7.4 ANÁLISE ESPECTRAL

O espectro de potência de um sinal procura mostrar as diferentes contribuições de cada frequência para o sinal.

Para efetuar a análise espectral parte-se do seguinte modelo:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) \cdot u(t-k) + v(t)$$

A relação anterior implica nas seguintes funções correlação (vide Seção 7.2):

$$r_{yu}(\tau) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) \cdot r_u(\tau-k)$$

Tomando-se transformadas discretas de Fourier, a seguinte relação para as densidades espectrais (ou espectro de potência) pode ser obtida (SÖDERSTRÖM, STOICA, 1989):

$$\phi_{yu}(\omega) = G(e^{-j\omega}) \cdot \phi_u(\omega) \quad (7.17)$$

em que:

$$\phi_{yu}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} r_{yu}(\tau) \cdot e^{-j\tau\omega} \quad (\text{espectro cruzado entre } \{y(t)\} \text{ e } \{u(t)\}) \quad (7.18)$$

$$\phi_u(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} r_u(\tau) \cdot e^{-j\tau\omega} \quad (\text{espectro de potência de } \{u(t)\}) \quad (7.19)$$

$$G(e^{-j\omega}) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k) \cdot e^{-jk\omega}$$

As definições (7.18) e (7.19) se aplicam a processos estocásticos estacionários, isto é, processos que não variem com τ . Deve-se notar que $\phi_u(\omega)$ é sempre real, ao passo que $\phi_{yu}(\omega)$ é, em geral, uma função complexa de ω (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989).

A função de transferência $G(e^{-j\omega})$ pode ser estimada a partir de (7.17) como:

$$\hat{G}(e^{-j\omega}) = \frac{\hat{\phi}_{yu}(\omega)}{\hat{\phi}_u(\omega)}$$

A análise espectral é um método não paramétrico versátil. Não há restrições ao sinal de entrada, exceto que ele seja não correlacionado com a perturbação. Suas áreas de aplicação incluem a análise de voz, o estudo de vibrações mecânicas, investigações geofísicas etc.

7.5 RESUMO DOS MÉTODOS NÃO PARAMÉTRICOS

As seguintes considerações podem ser feitas com relação aos métodos de identificação não paramétricos (SÖDERSTRÖM; STOICA, 1989):

a. Análise transitória

É fácil de aplicar. O modelo resultante é uma resposta ao degrau ou uma resposta ao impulso (função-peso). É muito sensível ao ruído e pode apenas resultar em um modelo muito aproximado.

b. Análise de correlação

É geralmente baseada em ruído branco como entrada. Seu modelo resultante é a função peso. Este método é bastante insensível a perturbações aditivas no sinal de saída.

c. Análise em frequência

É baseada no uso de senoides como entradas e requer experimentos de identificação muito longos. O modelo resultante é uma resposta em frequência, que pode ser apresentada como um diagrama de Bode ou uma representação equivalente.

d. Análise espectral

Pode ser aplicada com sinais de entrada quaisquer. A função de transferência é obtida na forma de um diagrama de Bode (ou outra forma equivalente).

Os métodos não paramétricos são fáceis de aplicar, mas geram modelos de baixa precisão. Se uma precisão maior é requerida, um método paramétrico deve ser usado. Os

métodos não paramétricos podem ser usados para obter um primeiro modelo aproximado, que pode ser útil como ponto de partida para gerar um modelo através de um método paramétrico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model predictive control in the process industry.** 2.ed. London, Springer, 2004.
- LJUNG, L. **System identification: theory for the user.** 2.ed., Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1999.
- SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D. A. **Process dynamics and control.** 2^a ed., New York, John Wiley & Sons, 2004.
- SÖDERSTRÖM, T.; STOICA, P. **System identification.** Hemel Hempstead, U.K., Prentice Hall International, 1989.
- SUNDARESAN, K. R.; KRISHNASWAMY, P. R. Estimation of time delay, time constant parameters in time, frequency and Laplace domains. **The Canadian Journal of Chemical Engineering**, v.56, n.2, p.257-62, Abr. 1978.