統計検定

Japan Statistical Society Certificate

2 級

2021 年 6 月 20 日

【注意事項】

1 **試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。**

2 この問題冊子は，32 ページあります。

3 試験時間は 90 分です。

4 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁およびマークシートの汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

5 **マークシートの A 面には次の項目があるので，それぞれの指示に従い記入あるいは確認しなさい。**項目の内容に誤りがある場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。

① **氏名**
氏名を**記入**しなさい。

② **検定種別**
受験する検定種別を確認しなさい。

③ **受験番号**
受験番号を確認しなさい。

④ **Web 合格発表**
Web 合格発表について，希望の有無を**マーク**しなさい。

6 解答は，マークシートの B 面の解答にマークしなさい。例えば，$\boxed{\textbf{10}}$ と表示のある問に対して ③ と解答する場合は，次の（例）のように**解答番号 10** の**解答**の ③ に**マーク**しなさい。

（例）

解答番号	解　答
10	①　②　●　④　⑤

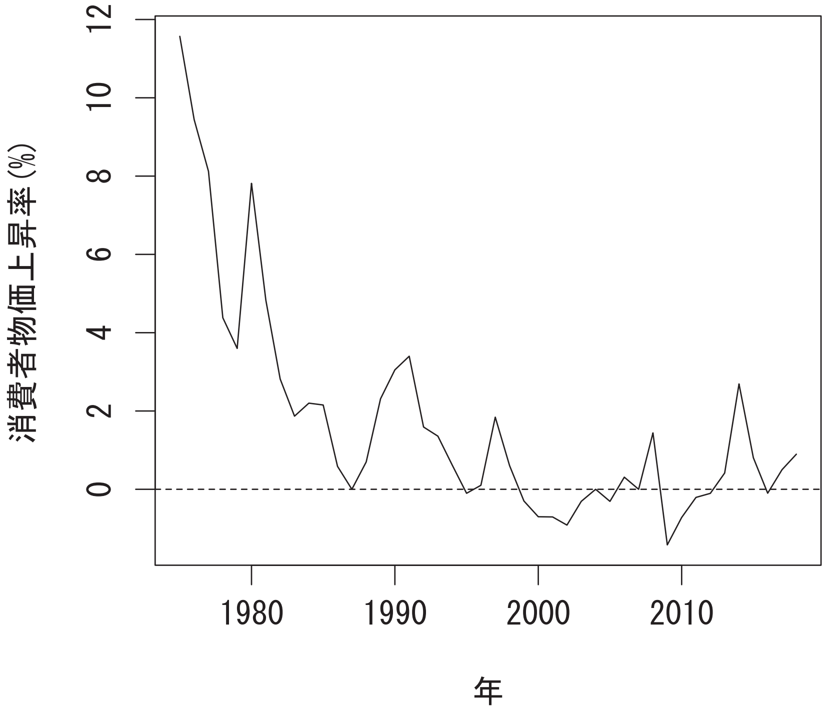
7 **解答番号**は，**35** まであります。

8 26 ページ以降に付表を掲載しています。必要に応じて利用しなさい。

9 問題冊子の余白等は適宜利用してよいが，どのページも切り離してはいけません。

10 試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

問 1　次の図は，1975 年から 2018 年までの日本の消費者物価上昇率の推移である。ここで，消費者物価上昇率とは，消費者物価指数の年次変化率 (単位：%) である。

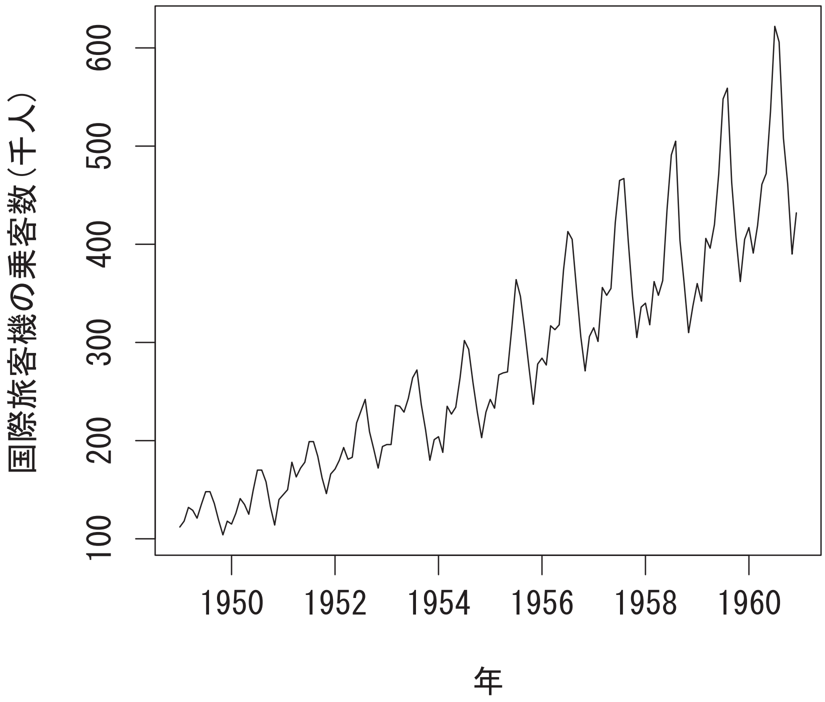


資料：総務省「消費者物価指数」

1975 年から 2018 年までの日本の消費者物価上昇率の平均値は 1.730%，中央値は 0.658% であった。消費者物価上昇率の分布と歪度の特徴について，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **1**

① 分布は右に長い裾をもち，歪度は正の値をとる。
② 分布は右に長い裾をもち，歪度は負の値をとる。
③ 分布は左に長い裾をもち，歪度は正の値をとる。
④ 分布は左に長い裾をもち，歪度は負の値をとる。
⑤ 分布は左右対称であり，歪度は 0 である。

問 2　次の図は，1949 年 1 月から 1960 年 12 月までの月別国際旅客機の乗客数 (単位：千人) の系列である。



資料：Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1976). *Time Series Analysis: Forecasting and Control.* Holden-Day.

1950 年 1 月の乗客数は 115 千人，1951 年 1 月の乗客数は 145 千人，1952 年 1 月の乗客数は 171 千人，1953 年 1 月の乗客数は 196 千人，1954 年 1 月の乗客数は 204 千人である。1950 年 1 月から 1954 年 1 月における乗客数の年次変化率 (単位：%) の値として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **2**

① 12.1%　　② 15.4%　　③ 15.7%　　④ 19.5%　　⑤ 21.1%

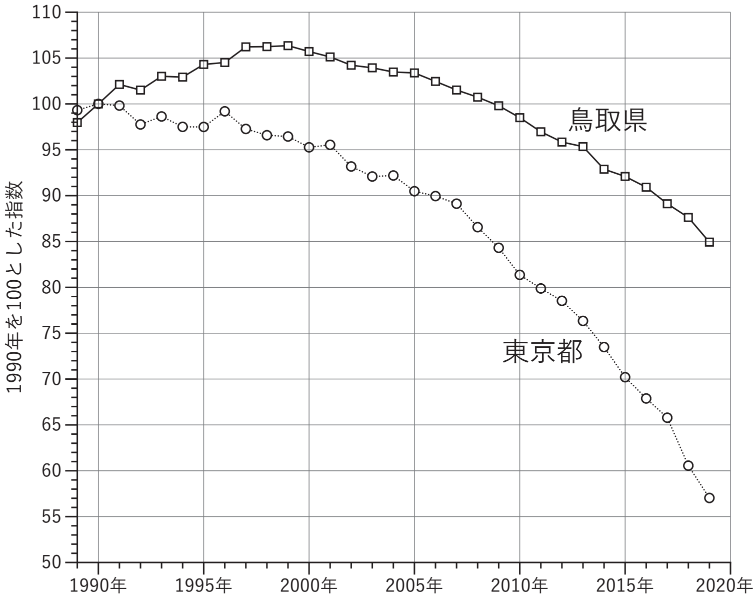
問 3　次の表は，財 X と財 Y の年間購入数量および平均価格である。

	X		Y	
	購入数量	平均価格	購入数量	平均価格
基準年	98	78	100	84
比較年	80	80	70	90

基準年 (指数を 100 とする) から比較年にわたって価格水準がどの程度変化したかを知るための指数のひとつにパーシェ指数がある。財 X と財 Y の 2 種類の価格変化に基づいて価格水準の変化を調べる場合，比較年のパーシェ指数の値として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **3**

① 95.4　　② 104.8　　③ 105.0　　④ 108.6　　⑤ 126.3

問 4　次の図は，1989 年から 2019 年までの都道府県別の新聞発行部数について，1990 年を 100 とした指数として，東京都と鳥取県についてグラフ化したものである。



資料：一般社団法人日本新聞協会「日本新聞年鑑」
「日刊紙の都道府県別発行部数と普及度」

〔1〕　1990 年の新聞発行部数は全国で 51,907,538 部であり，東京都はそのうち 13%を占めている。1990 年から 2019 年にかけての東京都の新聞発行部数について，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **4**

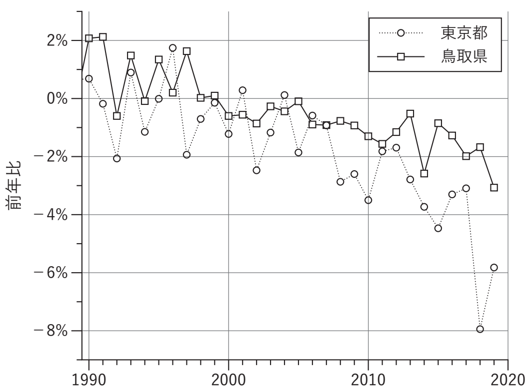
① 57 万部程度減少した。
② 223 万部程度減少した。
③ 290 万部程度減少した。
④ 385 万部程度減少した。
⑤ 675 万部程度減少した。

〔2〕 東京都と鳥取県における新聞発行部数の前年比増加率 (単位：%)

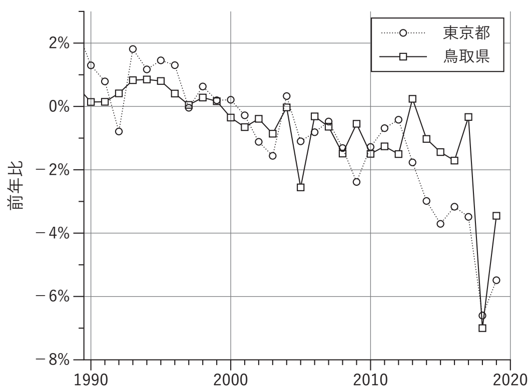
$$100 \times \left(\frac{\text{当年新聞発行部数}}{\text{前年新聞発行部数}} - 1 \right)$$

を表したグラフとして，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\ 5\ }$

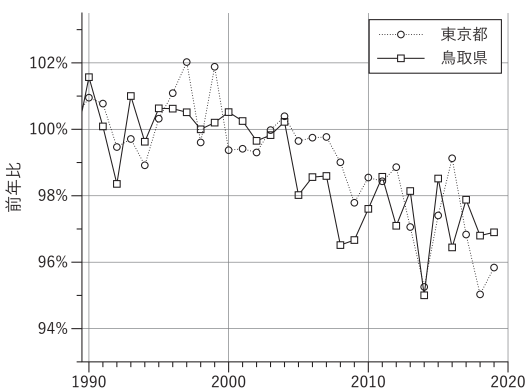
①



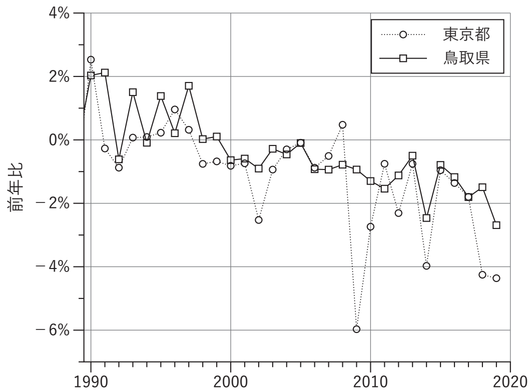
②



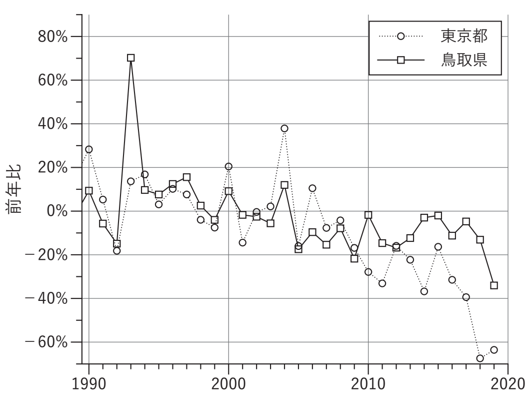
③



④



⑤

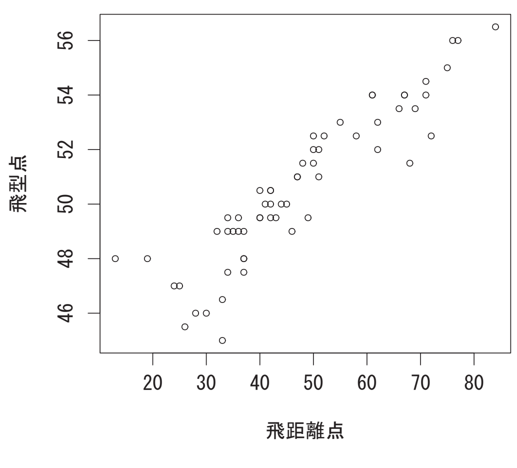


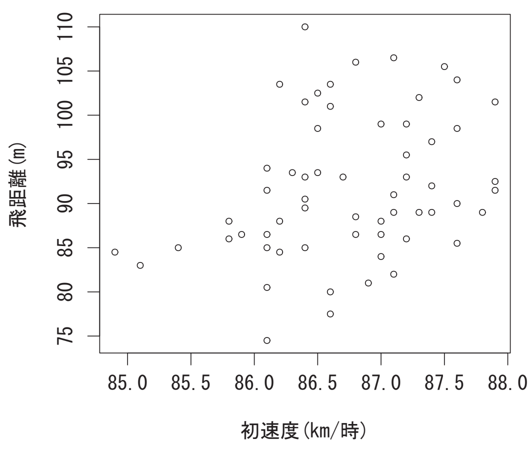
問 5　次の表は，2018 年の冬季オリンピックについて，女子ジャンプの 30 名の記録の一部である。ジャンプ競技は，各選手が 2 回ジャンプを飛び，その距離についての得点 (飛距離点) と飛行中の姿勢 (飛型点) の合計で争われる。

選手名	1 回目				2 回目			
	飛距離 (m)	飛距離点 (点)	飛型点 (点)	初速度 (km/時)	飛距離 (m)	飛距離点 (点)	飛型点 (点)	初速度 (km/時)
選手 1	105.5	75.0	55.0	87.5	110.0	84.0	56.5	86.4
選手 2	106.5	77.0	56.0	87.1	106.0	76.0	56.0	86.8
選手 3	103.5	71.0	54.0	86.2	103.5	71.0	54.5	86.6
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
選手 30	84.5	33.0	45.0	86.2	81.0	26.0	45.5	86.9

資料：International Ski Federation (FIS)

30 選手合計 60 回のジャンプについて，飛距離点と飛型点の関係および初速度と飛距離の関係を示す散布図を作成した。





〔1〕 次の記述 I 〜 III は，これらの散布図に関するものである。

I. 飛距離点と飛型点では，飛距離点の方が分散が大きい。

II. 飛距離点と飛型点の相関係数は，初速度と飛距離の相関係数より高い。

III. 飛距離点と飛型点の散布図に回帰直線を当てはめた場合，切片は正の値をとる。

記述 I 〜 III に関して，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **6**

① II のみ正しい
② I と II のみ正しい
③ I と III のみ正しい
④ II と III のみ正しい
⑤ I と II と III はすべて正しい

〔2〕 次の記述は，飛距離と飛型点および飛距離点と飛型点の共分散と相関係数に関するものである。

飛距離と飛距離点には以下のような関係がある。

ジャンプでは，それ以上飛んでは危険な飛距離 (K 点，この大会では 98m) があり，その飛距離であれば 60 点，それを 1m 超えるごとに 2 点加点され，超えない場合 1m につき 2 点減点される。つまり，飛距離が xm であれば，飛距離点は $y = 60 + 2(x - 98)$(点) である。

このとき，飛距離と飛型点の共分散は，飛距離点と飛型点の共分散の （ア） 倍となる。また，飛距離と飛型点の相関係数は，飛距離点と飛型点の相関係数の （イ） 倍となる。

文中の（ア）と（イ）に当てはまる数値の組合せとして，次の ① 〜 ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **7**

① （ア） 1/4 （イ） 1/2
② （ア） 1/4 （イ） 1
③ （ア） 1/2 （イ） 1/2
④ （ア） 1/2 （イ） 1
⑤ （ア） 1/2 （イ） 2

問 6　ある町の 10 件の賃貸アパートの専有面積 $x(\mathrm{m}^2)$ と 1ヶ月あたりの賃料 y(万円) の組 (x_i, y_i) $(i = 1, 2, \ldots, 10)$ を調査したところ，次の結果が得られた。

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 346.3, \quad s_x^2 = 167.4, \quad \sum_{i=1}^{10} y_i = 121.8, \quad s_y^2 = 11.6, \quad \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 4548.7$$

ただし，s_x^2 は $x_1, \ldots, x_{10}$ の不偏分散とし，s_y^2 は $y_1, \ldots, y_{10}$ の不偏分散とする。変数 x と y の相関係数はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。

8

① 0.02　　② 0.75　　③ 0.83　　④ 0.98　　⑤ 36.4

問 7　A 社では，社員の働き方の改革を進めるため，社員を対象にアンケート調査を実施することにした。A 社には複数の事業部があり，各事業部の中はさらに複数の部に分かれている。事業部ごとに，いくつかの部を無作為に抽出し，選ばれた部の部長と，その部に所属する社員 (部員) の中から無作為に選ばれた 10 人に調査に回答してもらうこととした。このとき次の文中の（ア）と（イ）に当てはまるものの組合せとして，下の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **9**

「部長の標本抽出方法は (ア) であり，社員の標本抽出方法は (イ) である。」

① （ア）層化抽出法　（イ）集落抽出法
② （ア）集落抽出法　（イ）集落抽出法
③ （ア）層化二段抽出法　（イ）層化抽出法
④ （ア）層化抽出法　（イ）層化二段抽出法
⑤ （ア）集落抽出法　（イ）層化二段抽出法

問 8　2 つの離散型確率変数 X と Y の同時確率関数を

$$P(X=x, Y=y) = f(x, y)$$

とし，$f(x, y)$ が次の表で与えられているとする。

X と Y の同時確率関数 $f(x, y)$

$x \setminus y$	-1	0	1
-1	0	1/4	0
0	1/4	0	1/4
1	0	1/4	0

このとき，確率変数 X^2 と Y^2 の相関係数と独立性について，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **10**

① X^2 と Y^2 の相関係数は 0 であり，X^2 と Y^2 は互いに独立である。
② X^2 と Y^2 の相関係数は 0 であり，X^2 と Y^2 は互いに独立ではない。
③ X^2 と Y^2 の相関係数は $-1/4$ であり，X^2 と Y^2 は互いに独立ではない。
④ X^2 と Y^2 の相関係数は $-1/2$ であり，X^2 と Y^2 は互いに独立ではない。
⑤ X^2 と Y^2 の相関係数は -1 であり，X^2 と Y^2 は互いに独立ではない。

問 9　1 年を 365 日とし，人がそれぞれの日に生まれる確率はすべて等しいとする。今，25 人が無作為に集められた。この 25 人の中に，同じ誕生日の人が存在する確率はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **11**

① $\left(\dfrac{364}{365}\right)^{25}$　② $1-\left(\dfrac{364}{365}\right)^{24}$　③ $1-\left(\dfrac{364}{365}\right)^{25}$

④ $\dfrac{365!}{365^{24}\times 340!}$　⑤ $1-\dfrac{365!}{365^{25}\times 340!}$

問 10　確率変数 X は正規分布 $N(60, 9^2)$ に従うとする。このとき，$P(X \leq c) = 0.011$ を満たす定数 c の値はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{12}}$

① -2.29　　② 2.29　　③ 37.14　　④ 39.39　　⑤ 80.61

問 11　確率変数 X の累積分布関数 $F(x)$ が次で与えられているとする。

$$F(x) = \begin{cases} 0 & (x < 0) \\ x & (0 \leq x < 1) \\ 1 & (1 \leq x) \end{cases}$$

〔1〕　$P(X > 1)$ の値はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{13}}$

① 0　　② 0.2　　③ 0.5　　④ 0.9　　⑤ 1

〔2〕　$E(X)$ の値はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 $\boxed{\textbf{14}}$

① 0　　② 0.2　　③ 0.5　　④ 0.9　　⑤ 1

問 12　確率関数が

$$P(X=x)=\frac{1}{3}\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1}\quad(x=1,2,\ldots)$$

の幾何分布に従う母集団から大きさ n の無作為標本 $X_1,\ldots,X_n$ を抽出し，$\bar{X}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$ をその標本平均とする。このとき，母平均は $\boxed{\text{（ア）}}$，母分散は 6 となることから，チェビシェフの不等式

$$P\left(|\bar{X}-\boxed{\text{（ア）}}|\geq\epsilon\right)\leq\boxed{\text{（イ）}}$$

が成り立つ。ただし，ϵ $(\epsilon>0)$ は任意の小さな正の実数とする。これより，$n\to\infty$ とすると，標本平均 $\bar{X}$ は $\boxed{\text{（ア）}}$ に近づく。

〔1〕　文中の（ア）に当てはまる数値もしくは式として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **15**

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 6　　⑤ $\bar{X}$

〔2〕　文中の（イ）に当てはまる式として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **16**

① 6　　② $\dfrac{6}{n}$　　③ $\dfrac{6}{n\epsilon}$　　④ $\dfrac{6}{n\epsilon^2}$　　⑤ ϵ

問 13　次の記述 I ～ III は，推定量の性質に関するものである。

I. 推定量は確率変数である。

II. ある母数 θ の推定量 $\hat{\theta}$ が一致推定量であるとは，任意の θ の値に対して $\hat{\theta}$ が θ に確率収束することである。

III. 一致推定量は常に不偏推定量である。

記述 I ～ III に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。
17

① I と II のみ正しい　　② II と III のみ正しい
③ I と III のみ正しい　　④ I と II と III はすべて正しい
⑤ I と II と III はすべて誤りである

問 14　n を 3 以上の自然数とし，確率変数 $X_1, \ldots, X_n$ が互いに独立に平均 μ，分散 σ^2 $(\sigma^2 > 0)$ のある分布に従うとする。μ の 4 つの推定量として，次の $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3, \hat{\mu}_4$ を考える。

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i, \quad \hat{\mu}_2 = \frac{1}{2}(X_1 + X_n), \quad \hat{\mu}_3 = X_1, \quad \hat{\mu}_4 = \frac{2}{n(n+1)}\sum_{i=1}^{n} iX_i$$

〔1〕　4 つの推定量の不偏性に関する説明として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **18**

① $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3$ は μ の不偏推定量であるが，$\hat{\mu}_4$ は不偏推定量ではない。
② $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_4$ は μ の不偏推定量であるが，$\hat{\mu}_3$ は不偏推定量ではない。
③ $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_3, \hat{\mu}_4$ は μ の不偏推定量であるが，$\hat{\mu}_2$ は不偏推定量ではない。
④ $\hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3, \hat{\mu}_4$ は μ の不偏推定量であるが，$\hat{\mu}_1$ は不偏推定量ではない。
⑤ $\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3, \hat{\mu}_4$ はすべて μ の不偏推定量である。

〔2〕　4 つの推定量それぞれの分散について，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **19**

① $\hat{\mu}_1$ の分散が最も小さい。　② $\hat{\mu}_2$ の分散が最も小さい。
③ $\hat{\mu}_3$ の分散が最も小さい。　④ $\hat{\mu}_4$ の分散が最も小さい。
⑤ 4 つの推定量の分散はすべて等しい。

問 15　母分散が $\sigma^2 = 12^2$ である正規母集団の母平均 μ を区間推定する。

〔1〕　この母集団から大きさ 100 の無作為標本を抽出したところ，標本平均が 5.25 となった。このときの母平均 μ の 95%信頼区間として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **20**

① $[1.90, 8.61]$　② $[2.15, 8.35]$　③ $[2.43, 8.07]$
④ $[2.90, 7.60]$　⑤ $[3.28, 7.22]$

〔2〕　母平均 μ の 95%信頼区間の幅を 4 以下にしたい場合，最低限必要な標本の大きさはいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **21**

① 89　② 109　③ 139　④ 159　⑤ 199

問 16　被説明変数 y と説明変数 x に対して，次の定数項を含まない単回帰モデルを当てはめる。

$$y_i = \beta x_i + u_i, \quad i = 1, \ldots, n.$$

ただし，$\{y_1, \ldots, y_n\}$ は被説明変数 y の標本，$\{x_1, \ldots, x_n\}$ は説明変数 x の標本，β はパラメータ，u_i は誤差項，n は標本の大きさである。

〔1〕　β の最小二乗推定量 $\hat{\beta}$ の式として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **22**

① $\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$　　② $\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} y_i^2}$　　③ $\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}$

④ $\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i}$　　⑤ $\hat{\beta} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} y_i}$

〔2〕　最小二乗推定量 $\hat{\beta}$ に基づく y_i の予測値は $\hat{y}_i = \hat{\beta} x_i$ であり，残差は $\hat{u}_i = y_i - \hat{y}_i$ である。y と x の標本平均は，それぞれ $\bar{y} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$, $\bar{x} = \dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ である。次の記述 I ～ IV を考える。

I.　$\sum_{i=1}^{n} \hat{u}_i = 0$ が常に成り立つ。

II.　$\sum_{i=1}^{n} \hat{u}_i x_i = 0$ が常に成り立つ。

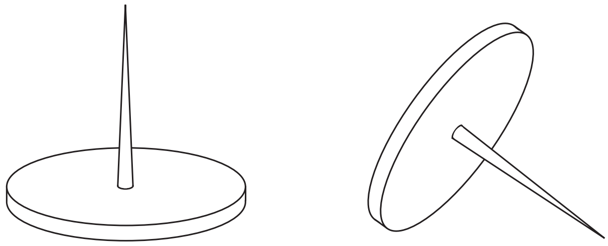
III.　$\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \hat{y}_i = \bar{y}$ が常に成り立つ。

IV.　$\bar{y} = \hat{\beta}\bar{x}$ が常に成り立つ。

記述 I ～ IV に関して，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。
23

① I のみ正しい　　② II のみ正しい
③ III のみ正しい　　④ I と II と III のみ正しい
⑤ I と II と III と IV はすべて正しい

問 17　次の図のように，画びょうを投げて針が上向き (左図) になることを「表」と言うこととする。また，1 回の画びょう投げで表が出る確率を p とし，p は未知とする。



〔1〕　500 回画びょう投げを行った結果，284 回表が出た。このときの，p の近似 95% 信頼区間として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **24**

① $[0.511, 0.625]$　② $[0.525, 0.611]$　③ $[0.532, 0.604]$
④ $[0.540, 0.596]$　⑤ $[0.546, 0.590]$

〔2〕　表が出る確率が，コイン投げと同じように $p = 1/2$ かどうかを検証したい。8 回画びょう投げを行い，表が出た回数を X とする。このとき，確率変数 X は 2 項分布に従い，$p = 1/2$ と仮定すれば，X の確率分布は次の表になる。ただし，各確率は小数点以下 4 位を四捨五入した数値を表示している。

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$P(X = k)$	.004	.031	.109	.219	(ア)	.219	.109	.031	.004

次の文章は，$p = 1/2$ についての検定に関するものである。

まず，帰無仮説を $H_0 : p = 1/2$，対立仮説を $H_1 : p > 1/2$ として，$X \geq c_1$ (c_1 は定数) のとき H_0 を棄却する検定を考える。$X = 7$ のとき，この検定に対する P-値は (イ) となる。
次に，帰無仮説を $H_0 : p = 1/2$，対立仮説を $H_1 : p \neq 1/2$ として，$|X - 4| \geq c_2$ (c_2 は定数) のとき H_0 を棄却する検定を考える。$X = 7$ のとき，この検定に対する P-値は (ウ) となる。

文中の (ア) ～ (ウ) に当てはまる数値の組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **25**

① (ア) 0.273　(イ) 0.035　(ウ) 0.070
② (ア) 0.273　(イ) 0.035　(ウ) 0.035
③ (ア) 0.273　(イ) 0.031　(ウ) 0.062
④ (ア) 0.250　(イ) 0.035　(ウ) 0.035
⑤ (ア) 0.250　(イ) 0.031　(ウ) 0.031

問 18　2 つの正規母集団の母平均 μ_1 と μ_2 の差に関心がある。正規母集団 $N(\mu_1, \sigma^2)$ からの無作為標本を $X_1, X_2, \ldots, X_m$ (群 1)，$N(\mu_2, \sigma^2)$ からの無作為標本を $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ (群 2) とし，これらの標本に基づいて，母平均 μ_1 と μ_2 の差を検定する問題を考える。ただし，共通の母分散 σ^2 は未知とする。次の文章はこの検定に関するものである。

> 帰無仮説を $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ とする。群 1, 2 の標本平均をそれぞれ $\bar{X}, \bar{Y}$ とし，群 1, 2 の不偏分散をそれぞれ U_X^2, U_Y^2 とする。このとき，次の結果
>
> $$A = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\dfrac{\sigma^2}{m} + \dfrac{\sigma^2}{n}}} \sim \boxed{\quad (ア) \quad}$$
>
> $$B = \frac{(m-1)U_X^2 + (n-1)U_Y^2}{\sigma^2} \sim \boxed{\quad (イ) \quad}$$
>
> が成り立つので，帰無仮説 H_0 が正しいとき，次の検定統計量
>
> $$T = \boxed{\quad (ウ) \quad}$$
>
> は自由度 $m+n-2$ の t 分布に従う。この結果を用いて H_0 の検定が実施される。

文中の (ア) 〜 (ウ) に当てはまるものの組合せとして，次の ① 〜 ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **26**

① (ア) $\chi^2(m+n-2)$　(イ) $N(0,1)$　(ウ) $\dfrac{A}{\sqrt{\dfrac{B}{m+n-2}}}$

② (ア) $N(0,1)$　(イ) $\chi^2(m+n-2)$　(ウ) $\dfrac{A}{\sqrt{\dfrac{B}{m+n-2}}}$

③ (ア) $N(0,1)$　(イ) $N(0,1)$　(ウ) $\dfrac{A}{\sqrt{\dfrac{B}{m+n-2}}}$

④ (ア) $N(0,1)$　(イ) $\chi^2(m+n-2)$　(ウ) $\dfrac{A}{\dfrac{B}{m+n-2}}$

⑤ (ア) $t(m+n+2)$　(イ) $\chi^2(m+n-2)$　(ウ) $\dfrac{A}{\dfrac{B}{m+n-2}}$

問 19　ある医療施設で，心筋梗塞の患者 10 人全員と，心筋梗塞ではない患者の中からランダムに選択された患者 10 人について，過去の喫煙歴を調査したところ次の分割表の結果を得た。

	心筋梗塞あり	心筋梗塞なし	合計
喫煙歴あり	9 人	6 人	15 人
喫煙歴なし	1 人	4 人	5 人
計	10 人	10 人	20 人

次の文章は，喫煙歴と心筋梗塞のありなしが独立であるか否かを調べるための検定に関するものである。

帰無仮説は「行と列の要因は独立である」，対立仮説は「行と列の要因は独立でない」である。このデータに対するピアソンのカイ二乗統計量の実現値は (ア) である。ピアソンのカイ二乗統計量は帰無仮説の下で近似的に自由度 (イ) のカイ 2 乗分布に従うので，P-値は (ウ) である。

文中の (ア) ～ (ウ) に当てはまる数値の組合せとして，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **27**

① (ア) 2.40　(イ) 3　(ウ) 0.494
② (ア) 2.40　(イ) 1　(ウ) 0.182
③ (ア) 2.40　(イ) 1　(ウ) 0.121
④ (ア) 1.55　(イ) 3　(ウ) 0.671
⑤ (ア) 1.55　(イ) 1　(ウ) 0.213

問 20　3 つのグループ $A_1,\ A_2,\ A_3$ があり，各グループ A_j からそれぞれ大きさ 1 の標本 $X_j\ (j=1,2,3)$ を抽出する。X_j は互いに独立に平均 μ_j，分散 1 の正規分布に従うとする。$A_1,\ A_2,\ A_3$ の中の異なる 2 つのグループ $A_j,\ A_k$ からの標本 $X_j,\ X_k$ に対して，

$$|X_j - X_k| > z$$

であれば, 帰無仮説「$\mu_j = \mu_k$」を棄却する検定を考え，この検定の第 1 種過誤の確率を $\alpha_{jk}(z)$ とする。

〔1〕　$\alpha_{12}(1.96\sqrt{2})$ の値はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **28**

① 0.010　　② 0.025　　③ 0.050　　④ 0.100　　⑤ 0.200

〔2〕　3 つのグループ $A_1,\ A_2,\ A_3$ からの標本 $X_1,\ X_2,\ X_3$ に対して，

$$|X_1 - X_2| > z \quad \text{または} \quad |X_2 - X_3| > z \quad \text{または} \quad |X_3 - X_1| > z$$

であれば，帰無仮説「$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$」を棄却する検定を考える。この検定の第 1 種過誤の確率を $\alpha_{123}(z)$ とすると，ボンフェローニの不等式より

$$\alpha_{123}(z) \leq \alpha_{12}(z) + \alpha_{23}(z) + \alpha_{31}(z)$$

が成立するので，右辺の各項が $(5/3)\%$ となるように z を定めれば，$\alpha_{123}(z)$ を 5% 以下に抑えることができる。このときの z の値として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **29**

① 2.130　　② 2.395　　③ 3.012　　④ 3.387　　⑤ 3.592

問 21　ある事業所でそれぞれの従業者が使用しているパソコンの，電源投入から，ログインして表計算ソフトを立ち上げるまでの時間がなぜか長くなってきたことが問題となった。リース期間途中のため，本体の交換ではなく，性能の向上を図るために，一定の予算の範囲内で対策を講じることを検討することになった。候補に挙がった対策案は次の 3 つである。

1 (メモリ).　8GB の搭載メモリを容量が 16GB のメモリモジュールで置き換える
2 (CPU).　3GHz で動作する CPU を 3.6GHz で動作する CPU で置き換える
3 (SSD).　512GB の HDD を同容量の SSD で置き換える

それぞれの単独の対策の効果を測定するために，電源投入から表計算ソフトの立ち上げまでの時間を計測する実験を，繰り返しを 4 回とする 1 元配置実験で行うことにした。次の表は，上のそれぞれの対策を水準 1 ～ 3 にとり，合計 12 回の時間計測実験を行った結果である。

実験計画と実験結果 (単位：秒)

対策	実験結果			
1 (メモリ)	283.5	272.8	253.1	263.1
2 (CPU)	243.2	252.4	231.2	216.9
3 (SSD)	175.3	158.2	194.3	181.1

この実験結果に基づいて，表 1 のように分散分析を行った。

表 1: 分散分析表

要因	平方和	自由度	平均平方	F_0
対策	16993.8	−	−	−
誤差 E	1890.1	−	−	
総	18883.9	−		

ただし，y_{ji} を対策 j の第 i 回目の実験結果としたとき，データの構造を表すモデルとして

$$y_{ji} = \mu + \alpha_j + \epsilon_{ji} \quad (j = 1, 2, 3,\ i = 1, 2, 3, 4)$$

を想定する。ここで，μ は一般平均，α_j は対策 j の効果，ϵ_{ji} は互いに独立に正規分布 $N(0, \sigma^2)$ に従う誤差項とする。

〔1〕 この実験の手順として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **30**

① 対策実施者とパソコンの操作者の2名で，購入時期の古い順に順序を定め，対策1を最初の4台，対策2を次の4台，対策3を最後の4台とし，この順序で対策実施者が対策を施し，操作者が時間を計測して回った。

② 対策実施者とパソコンの操作者の2名で，購入時期の古い順に12台を選び，それらに3種類の対策をランダムに割り付け，対策1のパソコンから順に対策実施者が対策を施し，操作者が時間を計測して回った。

③ 対策実施者とパソコンの操作者の2名で，全社のパソコンからランダムに12台を選び，それらに3種類の対策をランダムに割り付け，計測の順序もランダムに決めて，対策実施者が対策を施し，操作者が時間を計測して回った。

④ 対策実施者とパソコンの操作者の2名が1台のパソコンに，ランダムに決めた対策1，対策3，対策2という順序で対策を施し，それぞれの対策ごとに操作者が時間計測を4回ずつ繰り返した。

⑤ 対策実施者とパソコンの操作者の2名が1台のパソコンに，対策1，対策2，対策3という作業時間の短い順序で対策を施し，それぞれの対策ごとに操作者が時間計測を4回ずつ繰り返した。

〔2〕 表1の分散分析表を完成させるためには，各要因の自由度を定め，検定統計量 F_0 が従う F 分布の上側5%点を求める必要がある。この F 分布の自由度 (ν_1, ν_2) として，次の ① ～ ⑤ のうちから適切なものを一つ選べ。 **31**

① $\nu_1 = 1$，$\nu_2 = 9$
② $\nu_1 = 2$，$\nu_2 = 9$
③ $\nu_1 = 2$，$\nu_2 = 10$
④ $\nu_1 = 3$，$\nu_2 = 8$
⑤ $\nu_1 = 3$，$\nu_2 = 9$

〔3〕 表1の分散分析表の検討の結果，対策3を採用することにした。対策3の効果の点推定値は -49.9(秒) である。この効果の95%信頼区間として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **32**

① $[-58.1, -41.7]$
② $[-59.9, -39.8]$
③ $[-65.7, -34.0]$
④ $[-66.0, -33.7]$
⑤ $[-66.3, -33.5]$

問 22　都道府県別の社会体育施設数を説明するため，重回帰モデルを用いて推計を行った。使用する変数はすべて都道府県別のデータで，被説明変数は 1 人当たり社会体育施設数の対数値である。説明変数は，1 人当たり所得 (単位：100 万円) の対数値，平均年齢 (単位：歳)，人口密度 (単位：人/km^2) の対数値，15 歳未満人口の割合 (単位：%) である。さらに，政令指定都市を持つ都道府県は 1 を，持たない都道府県は 0 をとる政令指定都市ダミーを加えた。ただし，ここで用いる対数は自然対数である。

まず，すべての説明変数を用いて重回帰モデル (モデル A) を最小二乗法で推定したところ，次のような出力結果が得られた。

モデル A の出力結果

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
定数項	−9.614	3.575	(ア)	0.010
log(1 人当たり所得)	0.519	0.293	1.770	0.084
平均年齢	0.056	0.053	1.070	0.291
log(人口密度)	−0.352	0.055	−6.464	9.48e−08
15 歳未満人口の割合	6.425	6.563	0.979	0.333
政令指定都市ダミー	−0.198	0.093	−2.140	0.038

Multiple R-squared: 0.854, Adjusted R-squared: 0.8362
F-statistic: 47.97 on 5 and 41 DF, p-value: 4.494e−16

資料：文部科学省「平成 27 年度社会教育調査」
内閣府「平成 27 年度県民経済計算」
総務省「平成 27 年国勢調査」

〔1〕　（ア）に入る数値はいくらか。次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **33**

① −5.994　② −5.114　③ −3.833　④ −3.168　⑤ −2.689

〔2〕　モデル A の結果の説明として，次の ① ～ ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **34**

① 定数項は，P-値が最も小さいため，最も説明力がある説明変数である。
② 他の変数が同じ値である場合，政令指定都市を持つ都道府県は 1 人当たり社会体育施設数が約 2 割少ない傾向にある。
③ 有意水準を 10%とした場合，15 歳未満人口の割合にかかる係数がゼロであるという帰無仮説は棄却される。
④ 他の変数が同じ値である場合，1 人当たり所得が低い都道府県では，1 人当たり社会体育施設数が多い傾向にある。
⑤ 統計的な有意性が確認されたいくつかの説明変数については，被説明変数への因果関係が存在すると考えられる。

〔3〕 次に，1人当たり所得の対数値，人口密度の対数値，政令指定都市ダミーの3つの説明変数を用いて重回帰モデル (モデルB) を最小二乗法で推定したところ，次のような出力結果が得られた。

モデルBの出力結果

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)
定数項	−5.782	0.242	−23.878	< 2e–16
log(1人当たり所得)	0.362	0.233	1.555	0.127
log(人口密度)	−0.383	0.040	−9.585	3.07e–12
政令指定都市ダミー	−0.245	0.080	−3.069	0.004

Multiple R-squared: 0.8499, Adjusted R-squared: 0.8394
F-statistic: 81.17 on 3 and 43 DF, p-value: < 2.2e–16

次の記述 I 〜 III は，モデルAとモデルBの結果に関するものである。

I. モデルBは，モデルAの結果において，有意水準5%で有意でない説明変数を除いたモデルである。

II. 自由度調整済み決定係数を基準とすると，モデルBが選択される。

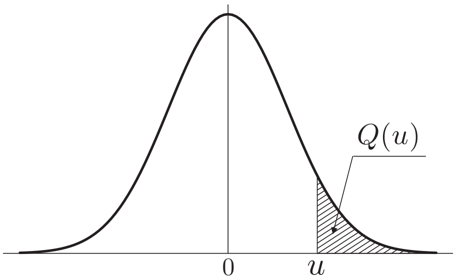
III. モデルAとBの両方において，説明変数にかかるすべての係数がゼロであるという帰無仮説は棄却される。

記述 I 〜 III に関して，次の ① 〜 ⑤ のうちから最も適切なものを一つ選べ。 **35**

① I のみ正しい
② II のみ正しい
③ I と II のみ正しい
④ II と III のみ正しい
⑤ I と III のみ正しい

付　表

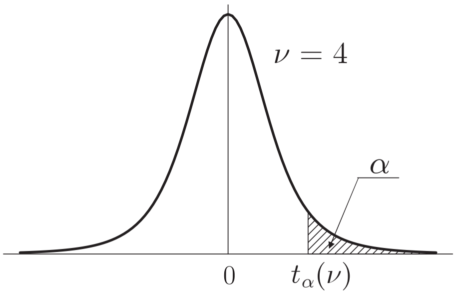
付表 1. 標準正規分布の上側確率



u	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
3.5	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002	0.0002
3.6	0.0002	0.0002	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.7	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.8	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
3.9	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

$u = 0.00 \sim 3.99$ に対する，正規分布の上側確率 $Q(u)$ を与える。
例：$u = 1.96$ に対しては，左の見出し 1.9 と上の見出し .06 との交差点で，$Q(u) = 0.0250$ と読む。表にない u に対しては適宜補間すること。

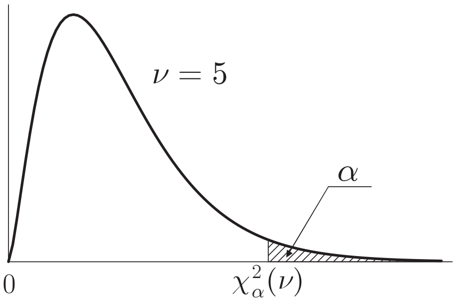
付表 2. t 分布のパーセント点



	α				
ν	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.656
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
40	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704
60	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660
120	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617
240	1.285	1.651	1.970	2.342	2.596
∞	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576

自由度 ν の t 分布の上側確率 α に対する t の値を $t_\alpha(\nu)$ で表す。
例：自由度 $\nu = 20$ の上側 5% 点 ($\alpha = 0.05$) は，$t_{0.05}(20) = 1.725$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

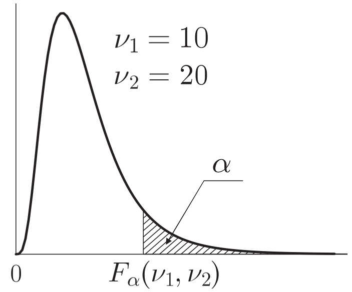
付表 3. カイ二乗分布のパーセント点



	α							
ν	0.99	0.975	0.95	0.90	0.10	0.05	0.025	0.01
1	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81
7	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09
9	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21
11	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22
13	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14
15	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00
17	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41
18	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81
19	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
25	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31
30	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89
35	18.51	20.57	22.47	24.80	46.06	49.80	53.20	57.34
40	22.16	24.43	26.51	29.05	51.81	55.76	59.34	63.69
50	29.71	32.36	34.76	37.69	63.17	67.50	71.42	76.15
60	37.48	40.48	43.19	46.46	74.40	79.08	83.30	88.38
70	45.44	48.76	51.74	55.33	85.53	90.53	95.02	100.43
80	53.54	57.15	60.39	64.28	96.58	101.88	106.63	112.33
90	61.75	65.65	69.13	73.29	107.57	113.15	118.14	124.12
100	70.06	74.22	77.93	82.36	118.50	124.34	129.56	135.81
120	86.92	91.57	95.70	100.62	140.23	146.57	152.21	158.95
140	104.03	109.14	113.66	119.03	161.83	168.61	174.65	181.84
160	121.35	126.87	131.76	137.55	183.31	190.52	196.92	204.53
180	138.82	144.74	149.97	156.15	204.70	212.30	219.04	227.06
200	156.43	162.73	168.28	174.84	226.02	233.99	241.06	249.45
240	191.99	198.98	205.14	212.39	268.47	277.14	284.80	293.89

自由度 ν のカイ二乗分布の上側確率 α に対する χ^2 の値を $\chi^2_\alpha(\nu)$ で表す。
例：自由度 $\nu = 20$ の上側 5% 点 $(\alpha = 0.05)$ は，$\chi^2_{0.05}(20) = 31.41$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

付表 4. F 分布のパーセント点



$\alpha = 0.05$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	60	120	∞
5	6.608	5.786	5.409	5.192	5.050	4.950	4.876	4.818	4.772	4.735	4.619	4.558	4.464	4.431	4.398	4.365
10	4.965	4.103	3.708	3.478	3.326	3.217	3.135	3.072	3.020	2.978	2.845	2.774	2.661	2.621	2.580	2.538
15	4.543	3.682	3.287	3.056	2.901	2.790	2.707	2.641	2.588	2.544	2.403	2.328	2.204	2.160	2.114	2.066
20	4.351	3.493	3.098	2.866	2.711	2.599	2.514	2.447	2.393	2.348	2.203	2.124	1.994	1.946	1.896	1.843
25	4.242	3.385	2.991	2.759	2.603	2.490	2.405	2.337	2.282	2.236	2.089	2.007	1.872	1.822	1.768	1.711
30	4.171	3.316	2.922	2.690	2.534	2.421	2.334	2.266	2.211	2.165	2.015	1.932	1.792	1.740	1.683	1.622
40	4.085	3.232	2.839	2.606	2.449	2.336	2.249	2.180	2.124	2.077	1.924	1.839	1.693	1.637	1.577	1.509
60	4.001	3.150	2.758	2.525	2.368	2.254	2.167	2.097	2.040	1.993	1.836	1.748	1.594	1.534	1.467	1.389
120	3.920	3.072	2.680	2.447	2.290	2.175	2.087	2.016	1.959	1.910	1.750	1.659	1.495	1.429	1.352	1.254

$\alpha = 0.025$

$\nu_2 \backslash \nu_1$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15	20	40	60	120	∞
5	10.007	8.434	7.764	7.388	7.146	6.978	6.853	6.757	6.681	6.619	6.428	6.329	6.175	6.123	6.069	6.015
10	6.937	5.456	4.826	4.468	4.236	4.072	3.950	3.855	3.779	3.717	3.522	3.419	3.255	3.198	3.140	3.080
15	6.200	4.765	4.153	3.804	3.576	3.415	3.293	3.199	3.123	3.060	2.862	2.756	2.585	2.524	2.461	2.395
20	5.871	4.461	3.859	3.515	3.289	3.128	3.007	2.913	2.837	2.774	2.573	2.464	2.287	2.223	2.156	2.085
25	5.686	4.291	3.694	3.353	3.129	2.969	2.848	2.753	2.677	2.613	2.411	2.300	2.118	2.052	1.981	1.906
30	5.568	4.182	3.589	3.250	3.026	2.867	2.746	2.651	2.575	2.511	2.307	2.195	2.009	1.940	1.866	1.787
40	5.424	4.051	3.463	3.126	2.904	2.744	2.624	2.529	2.452	2.388	2.182	2.068	1.875	1.803	1.724	1.637
60	5.286	3.925	3.343	3.008	2.786	2.627	2.507	2.412	2.334	2.270	2.061	1.944	1.744	1.667	1.581	1.482
120	5.152	3.805	3.227	2.894	2.674	2.515	2.395	2.299	2.222	2.157	1.945	1.825	1.614	1.530	1.433	1.310

自由度 (ν_1, ν_2) の F 分布の上側確率 α に対する F の値を $F_\alpha(\nu_1, \nu_2)$ で表す。
例：自由度 $\nu_1 = 5, \nu_2 = 20$ の上側 5% 点 $(\alpha = 0.05)$ は，$F_{0.05}(5, 20) = 2.711$ である。
表にない自由度に対しては適宜補間すること。

一般財団法人　統計質保証推進協会

統計検定センター

〒101-0051 東京都千代田区神田神保町３丁目６番
URL **http://www.toukei-kentei.jp**

2021.6