工学基礎実験実習 やさしいC言語
最終レポート

氏名：重近大智
学生番号：09501527

出題日: 2019 年 7 月 9 日
提出日: 2019 年 7 月 16 日
締切日: 2019 年 7 月 23 日

1　はじめに

本レポートでは，ニュートン法を用いて，与えられた 4 つの課題を解く．まず，ニュートン法の式を反復する C 言語プログラムの作成方針を示し,.

2　ニュートン法の原理

方程式 $f(x) = 0$ の解は，関数 $f(x) = 0$ を満たす x のことである．図 1 では，曲線 $y = f(x)$ と x 軸が交わっており，この交点の x 座標が x_k である．

点 $(x_k, f(x_k))$ における曲線 $y = f(x)$ の接線の方程式 $y = f(x_k) + (x - x_k) \cdot f\prime(x_k)$ は，$f(x)$ の導関数であることが分かる．この接線と x 軸の交点 (x_{k+1}) は次の式で表される [1, 2]．これがニュートン法の基本の式である．

$$x_{k+1} = x_k - \frac{f(x_k)}{f'(x_k)} \tag{1}$$

図 1 の場合，x_{k+1} が x_k よりも求める解 x に近い．このため，適当な初期値 x_0 を与え，式 (1) によって数列 (x_k) を定義すると，この数列は $k \to \infty$ で求める x に近付き，収束することが期待される．

収束性の議論を厳密にするために，真の解 x との誤差 r_k を次のように定義する．

$$r_k := x_k - x \tag{2}$$

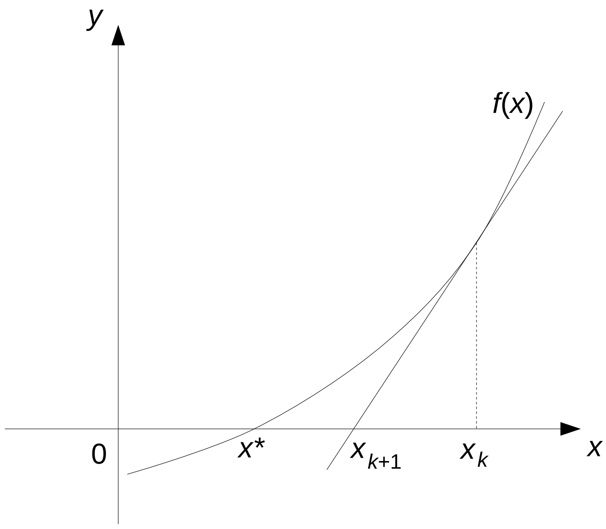

図 1: ニュートン法の幾何学的解釈

3 実験

課題で与えられた関数に関する図，また用いた C 言語プログラムのソースはレポートの最後にまとめて表示する．

3.1 課題 1

課題 1 で与えられた方程式は次の 3 つである．

$$\sin e^x = 0 \tag{3}$$

$$x^3 - 3x - 2 = 0 \tag{4}$$

$$x^3 - x^2 - x + 1 = 0 \tag{5}$$

まず，1 つ目の方程式 (式 3) について考える．方程式の解は，$f(x) = \sin \pi = 0$ と考えると，$e^x = \pi$ となるから，$x = \log \pi$ が解である．導関数は $f\prime(x) = e^x \cos e^x$ であるから，ニュートン法の反復式は次のようになる．

$$x_{k+1} = x_k - \frac{\sin e^{x_k}}{e^{x_k} \cos e^{x_k}} \tag{6}$$

初期値 x_0 を 1 とし，C 言語プログラムで式 6 の反復計算を行った．結果を表 1 に示す．

表 1: 1 つ目の方程式に関する反復回数と求められた解の近似値

反復回数	求められた解の近似値
1	1.1657479108
2	1.1449182997
3	1.1447299036
4	1.1447298858
5	1.1447298858

表 2: 2 つ目の方程式に関する反復回数と求められた解の近似値

反復回数	求められた解の近似値
28	-1.0000000712
29	-1.0000000349
30	-1.0000000189
31	-1.0000000111
32	-1.0000000045

次に，2 つ目の方程式 (式 4) について考える．方程式の解は，$f(x) = x^3 - 3x - 2 = 0$ と考えると，$x = -1$ が解の 1 つとなる．

導関数は $f\prime(x) = 3x^2 - 3$ であるから，ニュートン法の反復式は次のようになる．

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^3 - 3x_k - 2}{3x_k^2 - 3} \tag{7}$$

初期値 x_0 を -8 とし，C 言語プログラムで式 7 の反復計算を行った．結果を表 2 に示す．ただし，収束するまで回数を要したため，最後の 5 回のみを表示する．

次に，3 つ目の方程式 (式 5) について考える．方程式の解は，$f(x) = x^3 - x^2 - x + 1 = 0$ と考えると，$x = 1$ が解の 1 つとなる．

導関数は $f\prime(x) = 3x^2 - 2x - 1$ であるから，ニュートン法の反復式は次のようになる．

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^3 - x_k^2 - x_k + 1}{3x_k^2 - 2x_k - 1} \tag{8}$$

初期値 x_0 を 6 とし，C 言語プログラムで式 8 の反復計算を行った．結果を表 3 に示す．

表 3: 3 つ目の方程式に関する反復回数と求められた解の近似値

反復回数	求められた解の近似値
27	1.0000001053
28	1.0000000527
29	1.0000000263
30	1.0000000132
31	1.0000000066

3.2 課題 2

課題 2 で与えられた方程式は次のとおりである．

$$x^3 - 2x - 5 = 0 \tag{9}$$

この方程式 (式 9) について考える．導関数は，$f\prime(x) = 3x^2 - 2$ であるから，ニュートン法の反復式は次のようになる．

$$x_{k+1} = x_k - \frac{x_k^3 - 2x_k - 5}{3x_k^2 - 2} \tag{10}$$

課題 1 とは異なり，初期値 x_0 は 0 と決められている．また，収束の様子を詳しく調べるため，k，x_k，$f(x_k)$，および $f\prime(x_k)$ の値を表示する．このために，課題 1 とは異なる C 言語プログラムを使用した．

4 まとめ

参考文献

[1] Cox D.A., Little J. and O'Shea D., *Using Algebraic Geometry*, Springer, 2005.

[2] `http://mathworld.wolfram.com/NewtonsMethod.html`