2622 Matematik for Økonomer
Eric Hillebrand

Opgavesæt 12

Opgave 1
Section 9.2 Problem 1

Opgave 2
Section 9.2 Problem 2

Opgave 3
Section 9.2 Problem 5

Opgave 4 [Simple Linear Regulator Problem]
Betragt produktionen af et enkelt gode Y, der kun bruger kapital K i en forenklet Cobb-Douglas produktionsfunktion

$$Y(t) = AK(t), \quad A \in \mathbb{R}.$$

Kapitalapparatet $K(t)$ følger en lineær sædvanlig differentialligning, som er givet som difference af investering $I(t)$ minus afskrivninger $\Delta K(t)$, hvor $\delta \in (0,\, 1)$ er afskrivningssatsen:

$$\dot{K} = I - \delta K, \quad K(0) = K_0.$$

Vi skal maksimere profitfunktionen. Prisen $q \in \mathbb{R}$ for en enhed af Y er en givet parameter, investeringsomkostninger er $c_1 I^2$, og der er løbende omkostninger $c_2 K^2$ for at bruge kapitalen, hvor c_1 og c_2 er givne parameter. Vi kan skrive vores optimeringsproblem som

$$\begin{aligned} \max_I J &= \int_0^T (qAK(t) - c_1 I(t)^2 - c_2 K(t)^2)\, dt, \\ \text{således at} \quad & \dot{K}(t) = I(t) - \delta K(t), \\ & K(0) = K_0 \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Tilstandsvariablen er K og afhænger af kontrolfunktionen I. Bestem Hamilton-funktionen og de første-ordens betingelser ifølge maksimumsprincippet. Find det implicerede differentialligningssystem for p og K og løs det.

8-minutters foredrag

1. Standardproblemet (9.1, 9.2, 9.4)
2. Regularitetsbetingelser, diskontinuerte kontrolfunktioner, adjungerede funktion og skyggepriser (9.3, 9.6)