

2622 Matematik for Økonomer

Eric Hillebrand

Opgavesæt 1

Opgave

I en økonomi med 4 varer er efterspørgslen givet ved en lineær funktion

$$x_D = Ap + c,$$

hvor vektoren $x_D = (x_{D,1}, x_{D,2}, x_{D,3}, x_{D,4})' \in \mathbb{R}^4$ betegner den efterspurgt kvantitet for henholdsvis god 1, 2, 3 og 4. Prisvektoren for de fire varer betegnes med $p = (p_1, p_2, p_3, p_4)' \in \mathbb{R}^4$. Den lineære udbudsfunktion er givet ved

$$x_S = Bp,$$

hvor $x_S \in \mathbb{R}^4$ er den udbudte kvantitet. De tilhørende matricer A og B er givet ved

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & -4 & 1 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad c = \begin{bmatrix} 51 \\ 14 \\ 21 \\ 32 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 7 & -2 & 2 & -2 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 7 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 4 \end{bmatrix}.$$

1. Brug eliminationsmetoden for at bestemme prisvektoren til den efterspurgt kvantitet $x_D = (29, 7, 2, 22)'$.
2. Brug eliminationsmetoden for at bestemme prisvektoren til den udbudte kvantitet $x_S = (5, 40, 60, 95)'$.
3. Bestem ligevægtsparret (p, x) ved at invertere matricen der beskriver ligevægten.
4. Bestem betingelserne på rangen af matricen der beskriver ligevægten.
5. Betragt nu

$$A = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -8 & -8 & 7 & 8 \\ -1 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

og

$$c = (51, 14, 33, 32)'.$$

Angiv mængden af løsninger for ligevægtspriserne. Er der en mulighed for, at der opstår negative priser?

6. Giv en økonomisk fortolkning af de negative ikke-diagonale indgange i B og de positive ikke-diagonale indgange i A . Giv en økonomisk fortolkning af strukturen af de anden rækker i A og B .

8-minutters foredrag

1. Ligningssystemer, Gaussisk elimination og den inverse matrix
2. Lineær uafhængighed, rangen af en matrix, sammenhæng med ligningssystemer