

2622 Matematik for Økonomer

Eric Hillebrand

Opgavesæt 4

Opgave 1

Betragt funktionen

$$f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ (x, \lambda) \mapsto y,$$

som tager en vektor x og et tal λ som argumenter og afbilder til et tal

$$y = f(x, \lambda) = \frac{1}{2}(1 - \lambda)x_1^2 + \frac{1}{2}(3 - \lambda)x_2^2 + \frac{1}{2}(1 - \lambda)x_3^2 + x_1x_2 + 3x_1x_3 + x_2x_3.$$

1. Hvis vi betragter λ som en fikseret parameter, bestem gradienten $\text{grad} f$ med hensyn til x .
2. Bestem parameterværdierne λ og vektorer $x \in \mathbb{R}^3$ der opfylder $\text{grad} f(x) = 0$. (Tip: $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 5$.)

Opgave 2

1. Lad $f(x) = Ax$, $x \in \mathbb{R}^n$, $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Bestem Jacobi-matricen af $f(x)$.
2. Lad $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ givet ved

$$\begin{pmatrix} r \\ \phi \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x = r \cos \phi \\ y = r \sin \phi \end{pmatrix}$$

(polære koordinater). Bestem Jacobi-matricen af f og dens determinant.

3. Lad $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ givet ved

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \sqrt{x^2 + y^2} \\ \arctan \frac{y}{x} \end{pmatrix}.$$

Bestem Jacobi-matricen af den sammensatte funktion $(f \circ g)(x, y)$, med f fra opgave 2.2 ved hjælp af kædereglen.

Opgave 3

FMEA Section 2.1 Problem 8

8-minutters foredrag

1. Differentiabilitet
2. Kædereglen