

# 中华人民共和国国家标准

**GB/T** 32918.4—2016

# 信息安全技术 SM2 椭圆曲线公钥密码算法 第 4 部分:公钥加密算法

Information security technology—Public key cryptographic algorithm SM2 based on elliptic curves—

Part 4: Public key encryption algorithm

2016-08-29 发布

2017-03-01 实施



### 目 次

前	言	••••••	• • • • • • •	•••••	•••••	••••••	•••••	•••••	••••	•••••	•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	•••••	••••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• [	II
引	言	••••••	• • • • • • •		••••••		•••••	•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	••••			• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••		•••••	• • • • • • • • • •	· ]	V
1						• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •													
2	规	范性引	用文件	件 …	• • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • •	• • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		• • • • • • •				•••••	•		•••	1
3	术	语和定	ぎ义 …	• • • • • • •	•••••	• • • • • • • • •	• • • • • • •		•••••		• • • • • • •				•••••		•••••	•••	1
4	符	号缩略	<b>各语</b> ••	• • • • • • •		• • • • • • • • •		• • • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •		• • • • • • •				•••••	•••••	•••••	•••	1
5						• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •													
	5.1	综述																	
	5.2		-																_
	5.3					• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •													
	5.4	辅助	函数				• • • • • •		• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	•••••	• • • • • •				•••••	•••••	••••••	•••	2
	5	.4.1	概述		•••••	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • •	• • • • • • •	•••••	• • • • • •	• • • • • • •	• • • • • •	• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	• • • • • • •	•••••	•••••	•••••	•••	2
	5			<b>  凑算</b>		• • • • • • • • • •													_
	5					• • • • • • • •													
				发生		• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •													
6	加					• • • • • • • •													
	6.1		-			• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •													
	6.2					• • • • • • • • •													
7	解					• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •													
	7.1					• • • • • • • • •													
	7.2					• • • • • • • • •													
附	录					11解密え													
	A.1																		
	A.2					解密…													
	A.3					叩解密													
参	老寸	· 输气																. 1	2

#### 前 言

GB/T 32918《信息安全技术 SM2 椭圆曲线公钥密码算法》分为 5 个部分:

- -----第1部分:总则;
- ---第2部分:数字签名算法;
- ---第3部分:密钥交换协议;
- ---第4部分:公钥加密算法;
- ---第5部分:参数定义。
- 本部分为 GB/T 32918 的第 4 部分。
- 本部分按照 GB/T 1.1-2009 给出的规则起草。
- 本部分由国家密码管理局提出。
- 本部分由全国信息安全标准化技术委员会(SAC/TC 260)归口。

本部分起草单位:北京华大信安科技有限公司、中国人民解放军信息工程大学、中国科学院数据与通信保护研究教育中心。

本部分主要起草人:陈建华、祝跃飞、叶顶峰、胡磊、裴定一、彭国华、张亚娟、张振峰。

#### 引 言

N.Koblitz 和 V.Miller 在 1985 年各自独立地提出将椭圆曲线应用于公钥密码系统。椭圆曲线公钥密码所基于的曲线性质如下:

- ——有限域上椭圆曲线在点加运算下构成有限交换群,且其阶与基域规模相近;
- ——类似于有限域乘法群中的乘幂运算,椭圆曲线多倍点运算构成一个单向函数。

在多倍点运算中,已知多倍点与基点,求解倍数的问题称为椭圆曲线离散对数问题。对于一般椭圆曲线的离散对数问题,目前只存在指数级计算复杂度的求解方法。与大数分解问题及有限域上离散对数问题相比,椭圆曲线离散对数问题的求解难度要大得多。因此,在相同安全程度要求下,椭圆曲线密码较其他公钥密码所需的密钥规模要小得多。

SM2 是国家密码管理局组织制定并提出的椭圆曲线密码算法标准。GB/T 32918 的主要目标如下:

- ——GB/T 32918.1 定义和描述了 SM2 椭圆曲线密码算法的相关概念及数学基础知识,并概述了该部分同其他部分的关系。
- ——GB/T 32918.2 描述了一种基于椭圆曲线的签名算法,即 SM2 签名算法。
- ——GB/T 32918.3 描述了一种基于椭圆曲线的密钥交换协议,即 SM2 密钥交换协议。
- ——GB/T 32918.4 描述了一种基于椭圆曲线的公钥加密算法,即 SM2 加密算法,该算法需使用 GB/T 32905—2016 定义的 SM3 密码杂凑算法。
- ——GB/T 32918.5 给出了 SM2 算法使用的椭圆曲线参数,以及使用椭圆曲线参数进行 SM2 运算的示例结果。

本部分为 GB/T 32918 的第 4 部分,规定了 SM2 椭圆曲线密码系统的加密解密过程。

# 信息安全技术 SM2 椭圆曲线公钥密 码算法 第 4 部分:公钥加密算法

#### 1 范围

GB/T 32918 的本部分规定了 SM2 椭圆曲线公钥密码算法的公钥加密算法,并给出了消息加解密示例和相应的流程。

本部分适用于商用密码应用中的消息加解密,消息发送者可以利用接收者的公钥对消息进行加密,接收者用对应的私钥进行解密,获取消息。

#### 2 规范性引用文件

下列文件对于本文件的应用是必不可少的。凡是注日期的引用文件,仅注日期的版本适用于本文件。凡是不注日期的引用文件,其最新版本(包括所有的修改单)适用于本文件。

GB/T 32918.1—2016 信息安全技术 SM2 椭圆曲线公钥密码算法 第 1 部分:总则 GB/T 32905—2016 信息安全技术 SM3 密码杂凑算法

#### 3 术语和定义

下列术语和定义适用于本文件。

3.1

#### 秘密密钥 secret key

在密码体制中收发双方共同拥有的、而第三方不知道的一种密钥。

3.2

#### 消息 message

任意有限长度的比特串。

3.3

#### 密钥派生函数 key derivation function

通过作用于共享秘密和双方都知道的其他参数,产生一个或多个共享秘密密钥的函数。

#### 4 符号缩略语

下列符号和缩略语适用于本文件。

A,B 使用公钥密码系统的两个用户。

d<sub>B</sub> 用户B的私钥。

 $E(F_a)$   $F_a$ 上椭圆曲线 E 的所有有理点(包括无穷远点 O)组成的集合。

 $F_a$  包含 q 个元素的有限域。

G 椭圆曲线的一个基点,其阶为素数。

Hash() 密码杂凑算法。

 $H_v()$  消息摘要长度为v 比特的密码杂凑算法。

#### GB/T 32918.4-2016

KDF() 密钥派生函数。

- h 余因子, $h=\sharp E(F_a)/n$ ,其中 n 是基点 G 的阶。
- M 待加密的消息。
- M' 解密得到的消息。
- n 基点 G 的阶 (n 是  $\sharp E(F_q)$  的素因子)。
- O 椭圆曲线上的一个特殊点,称为无穷远点或零点,是椭圆曲线加法群的单位元。
- $P_{\rm B}$  用户 B 的公钥。
- q 有限域  $F_a$ 中元素的数目。
- a,b  $F_q$ 中的元素,它们定义  $F_q$ 上的一条椭圆曲线 E。
- $x \parallel y$  x 与 y 的拼接, $x \setminus y$  是比特串或字节串。
- [k]P 椭圆曲线上点 P 的 k 倍点,  $\mathbb{P}$ ,  $[k]P = P + P + \cdots + P$ , k 是正整数。

k个

[x, y] 大于或等于 x 且小于或等于 y 的整数的集合。

- [x] 顶函数,大于或等于 x 的最小整数。例如,[7]=7,[8.3]=9。
- y」 底函数,小于或等于 x 的最大整数。例如, |7|=7, |8.3|=8。
- #  $E(F_q)$   $E(F_q)$ 上点的数目,称为椭圆曲线  $E(F_q)$ 的阶。

#### 5 算法参数与辅助函数

#### 5.1 综详

公钥加密算法规定发送者用接收者的公钥将消息加密成密文,接收者用自己的私钥对收到的密文进行解密还原成原始消息。

#### 5.2 椭圆曲线系统参数

椭圆曲线系统参数包括有限域  $F_q$  的规模 q (当  $q=2^m$  时,还包括元素表示法的标识和约化多项式);定义椭圆曲线  $E(F_q)$  的方程的两个元素 a 、b  $\in F_q$ ;  $E(F_q)$  上的基点  $G=(x_G,y_G)$  ( $G\neq O$ ),其中  $x_G$  和  $y_G$  是  $F_q$  中的两个元素; G 的阶 n 及其他可选项(如 n 的余因子 h 等)。

椭圆曲线系统参数及其验证应符合 GB/T 32918.1-2016 第 5 章的规定。

#### 5.3 用户密钥对

用户 B 的密钥对包括其私钥  $d_{\rm B}$ 和公钥  $P_{\rm B} = [d_{\rm B}]G$ 。

用户密钥对的生成算法与公钥验证算法应符合 GB/T 32918.1-2016 第 6 章的规定。

#### 5.4 辅助函数

#### 5.4.1 概述

本部分规定的椭圆曲线公钥加密算法涉及三类辅助函数:密码杂凑算法、密钥派生函数和随机数发生器。这三类辅助函数的强弱直接影响加密算法的安全性。

#### 5.4.2 密码杂凑算法

本部分规定使用国家密码管理局批准的密码杂凑算法,如 SM3 密码杂凑算法。

#### 5.4.3 密钥派生函数

密钥派生函数的作用是从一个共享的秘密比特串中派生出密钥数据。在密钥协商过程中,密钥派生函数作用在密钥交换所获共享的秘密比特串上,从中产生所需的会话密钥或进一步加密所需的密钥数据。

密钥派生函数需要调用密码杂凑算法。

设密码杂凑算法为  $H_{\nu}()$ ,其输出是长度恰为  $\nu$  比特的杂凑值。

密钥派生函数 KDF(Z, klen):

输入:比特串 Z,整数 klen〔表示要获得的密钥数据的比特长度,要求该值小于 $(2^{32}-1)v$ 〕。

输出:长度为 klen 的密钥数据比特串 K。

- a) 初始化一个 32 比特构成的计数器  $ct = 0 \times 00000001$ ;
- b) 对 i 从 1 到 [klen/v]执行:
  - 1) 计算  $Ha_i = H_n(\mathbb{Z}||ct)$ ;
  - 2) ct++;
- c) 若 klen/v 是整数,令  $Ha!_{\lceil klen/v \rceil} = Ha_{\lceil klen/v \rceil}$ , 否则令  $Ha!_{\lceil klen/v \rceil}$  为  $Ha_{\lceil klen/v \rceil}$  最左边的( $klen-(v \times \lfloor klen/v \rfloor)$ )比特;
- d)  $\diamondsuit K = Ha_1 \parallel Ha_2 \parallel \cdots \parallel Ha_{\lceil klen/v \rceil 1} \parallel Ha! \lceil klen/v \rceil$

#### 5.4.4 随机数发生器

本部分规定使用国家密码管理局批准的随机数发生器。

#### 6 加密算法及流程

#### 6.1 加密算法

设需要发送的消息为比特串 M,klen 为 M 的比特长度。

为了对明文 M 进行加密,作为加密者的用户 A 应实现以下运算步骤,

 $A_1$ :用随机数发生器产生随机数  $k \in [1, n-1]$ ;

 $A_2$ :计算椭圆曲线点  $C_1 = [k]G = (x_1, y_1)$ ,按 GB/T 32918.1—2016 中 4.2.9 和 4.2.5 给出的方法,将  $C_1$ 的数据类型转换为比特串;

 $A_3$ :计算椭圆曲线点  $S=[h]P_B$ ,若 S 是无穷远点,则报错并退出;

 $A_4$ : 计算椭圆曲线点[k] $P_B$ =( $x_2$ ,  $y_2$ ),按 GB/T 32918.1—2016 中 4.2.6 和 4.2.5 给出的方法,将 坐标  $x_2$ 、 $y_2$ 的数据类型转换为比特串;

 $A_5$ :计算  $t = KDF(x_2 || y_2, klen)$ ,若 t 为全 0 比特串,则返回  $A_1$ ;

 $A_6$ :计算  $C_2 = M \oplus t$ ;

 $A_7$ :计算  $C_3 = Hash(x, ||M||y_2)$ ;

 $A_8$ :输出密文  $C = C_1 \| C_3 \| C_2$ 。

注:加密过程的示例参见附录 A。

#### 6.2 加密算法流程

加密算法流程见图 1。

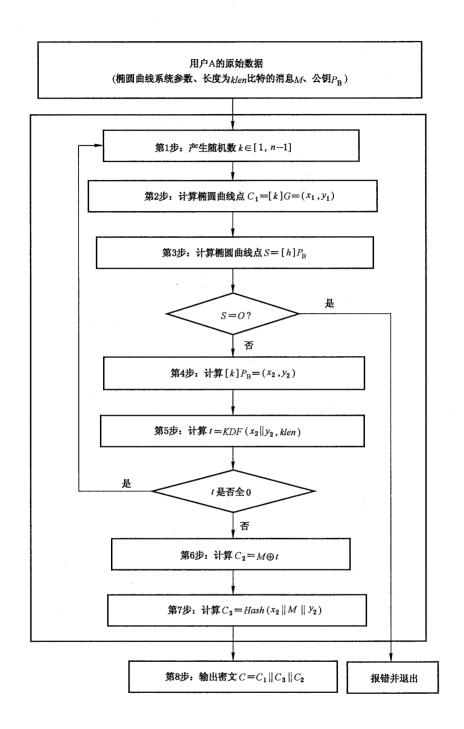


图 1 加密算法流程

#### 7 解密算法及流程

#### 7.1 解密算法

设 klen 为密文中 $C_2$ 的比特长度。

为了对密文  $C=C_1\parallel C_3\parallel C_2$ 进行解密,作为解密者的用户 B 应实现以下运算步骤:

B1:从 C 中取出比特串  $C_1$ ,按 GB/T 32918.1—2016 中 4.2.4 和 4.2.10 给出的方法,将  $C_1$ 的数据类型转换为椭圆曲线上的点,验证  $C_1$ 是否满足椭圆曲线方程,若不满足则报错并退出;

B2:计算椭圆曲线点  $S = [h]C_1$ ,若 S 是无穷远点,则报错并退出;

B3:计算[ $d_B$ ] $C_1$ =( $x_2$ ,  $y_2$ ),按 GB/T 32918.1—2016 中 4.2.6 和 4.2.5 给出的方法,将坐标  $x_2$ 、 $y_2$  的数据类型转换为比特串;

B4:计算  $t = KDF(x_2 || y_2, klen)$ ,若 t 为全 0 比特串,则报错并退出;

B5:从 C 中取出比特串  $C_2$ , 计算  $M=C_2 \oplus t$ ;

B6:计算  $u = Hash(x_2 || M' || y_2)$ ,从 C 中取出比特串  $C_3$ ,若  $u \neq C_3$ ,则报错并退出;

B7:输出明文 M'。

注:解密过程的示例参见附录 A。

#### 7.2 解密算法流程

解密算法流程见图 2。

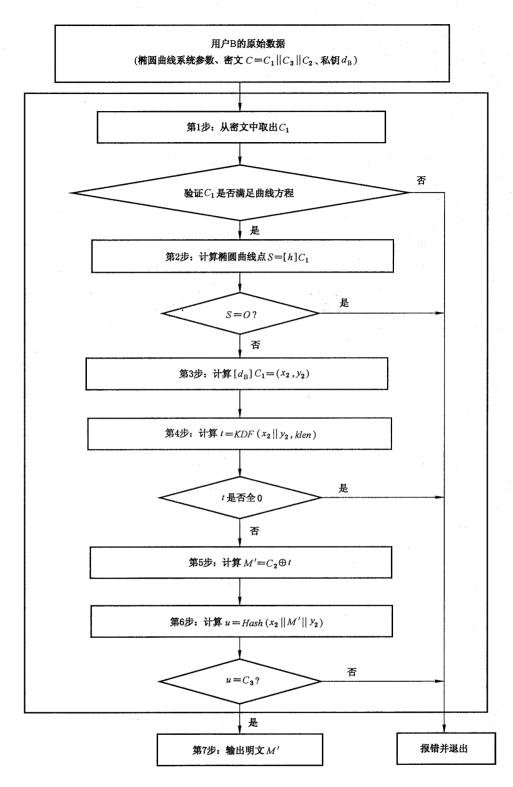


图 2 解密算法流程

## 附 录 A (资料性附录) 消息加解密示例

#### A.1 综述

本附录选用 GB/T 32905—2016 给出的密码杂凑算法,其输入是长度小于  $2^{64}$  的消息比特串,输出是长度为 256 比特的杂凑值,记为  $H_{256}$ ()。

本附录中,所有用 16 进制表示的数,左边为高位,右边为低位。 本附录中,明文采用 GB/T 1988 编码。

#### A.2 F, 上椭圆曲线消息加解密

椭圆曲线方程为: $y^2 = x^3 + ax + b$ 

示例 1:F,-192

素数 ρ:BDB6F4FE 3E8B1D9E 0DA8C0D4 6F4C318C EFE4AFE3 B6B8551F

系数 a BB8E5E8F BC115E13 9FE6A814 FE48AAA6 F0ADA1AA 5DF91985

系数 b:1854BEBD C31B21B7 AEFC80AB 0ECD10D5 B1B3308E 6DBF11C1

基点  $G=(x_G, y_G)$ ,其阶记为 n.

坐标  $x_{G}$ :4AD5F704 8DE709AD 51236DE6 5E4D4B48 2C836DC6 E4106640

坐标 y<sub>c</sub>:02BB3A02 D4AAADAC AE24817A 4CA3A1B0 14B52704 32DB27D2

阶 n:BDB6F4FE 3E8B1D9E 0DA8C0D4 0FC96219 5DFAE76F 56564677

待加密的消息 M:encryption standard

消息 M 的 16 进制表示:656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264

私钥 d<sub>B</sub>:58892B80 7074F53F BF67288A 1DFAA1AC 313455FE 60355AFD

公钥  $P_{\rm B}=(x_{\rm B},y_{\rm B})$ 为:

坐标  $x_{\rm B}$ :79F0A954 7AC6D100 531508B3 0D30A565 36BCFC81 49F4AF4A

坐标 y<sub>B</sub>:AE38F2D8 890838DF 9C19935A 65A8BCC8 994BC792 4672F912

加密各步骤中的有关值:

产生随机数 k:384F3035 3073AEEC E7A16543 30A96204 D37982A3 E15B2CB5

计算椭圆曲线点  $C_1 = [k]G = (x_1, y_1)$ :

坐标 x<sub>1</sub>:23FC680B 124294DF DF34DBE7 6E0C38D8 83DE4D41 FA0D4CF5

坐标 y<sub>1</sub>:70CF14F2 0DAF0C4D 777F738D 16B16824 D31EEFB9 DE31EE1F

在此  $C_1$ 选用未压缩的表示形式,点转换成字节串的形式为  $PC\|x_1\|y_1$ ,其中 PC 为单一字节且PC=04,仍记为  $C_1$ 。

计算椭圆曲线点 $[k]P_B=(x_2,y_2)$ :

坐标 x<sub>2</sub>:57E7B636 23FAE5F0 8CDA468E 872A20AF A03DED41 BF140377

坐标  $y_2$ :0E040DC8 3AF31A67 991F2B01 EBF9EFD8 881F0A04 93000603

消息 M 的比特长度 klen=152

计算  $t = KDF(x_2 || y_2, klen)$ :046B04 A9ADF53B 389B9E2A AFB47D90 F4D08978

计算 C₂=M⊕t:610567 DBD4854F 51F4F00A DCC01CFE 90B1FB1C

计算  $C_3 = Hash(x, ||M||y,)$ :

 $x_2 || M || y_2$ :

57E7B636 23FAE5F0 8CDA468E 872A20AF A03DED41 BF140377 656E6372 79707469

6F6E2073 74616E64 6172640E 040DC83A F31A6799 1F2B01EB F9EFD888 1F0A0493 000603

 $C_{3:6}$ AFB3BCE BD76F82B 252CE5EB 25B57996 86902B8C F2FD8753 6E55EF76 03B09E7C 输出密文  $M = C_1 \parallel C_3 \parallel C_2$ :

04 23FC680B 124294DF DF34DBE7 6E0C38D8 83DE4D41 FA0D4CF5 70CF14F2 0DAF0C4D 777F738D 16B16824 D31EEFB9 DE31EE1F 6AFB3BCE BD76F82B 252CE5EB 25B57996 86902B8C F2FD8753 6E55EF76 03B09E7C 610567DB D4854F51 F4F00ADC C01CFE90 B1FB1C

#### 解密各步骤中的有关值:

计算椭圆曲线点 $[d_B]C_1=(x_1,y_2)$ :

坐标 x<sub>2</sub>:57E7B636 23FAE5F0 8CDA468E 872A20AF A03DED41 BF140377

坐标 y<sub>2</sub>:0E040DC8 3AF31A67 991F2B01 EBF9EFD8 881F0A04 93000603

计算  $t = KDF(x_2 || y_2, klen)$ :046B04 A9ADF53B 389B9E2A AFB47D90 F4D08978

计算 M'=C<sub>2</sub>⊕t .656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264

计算  $u = Hash(x_2 || M' || y_2)$ :

6AFB3BCE BD76F82B 252CE5EB 25B57996 86902B8C F2FD8753 6E55EF76 03B09E7C 明文 M': 656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264,即为:encryption standard 示例 2:F<sub>2</sub>-256

素数 p:8542D69E 4C044F18 E8B92435 BF6FF7DE 45728391 5C45517D 722EDB8B 08F1DFC3 系数 a:787968B4 FA32C3FD 2417842E 73BBFEFF 2F3C848B 6831D7E0 EC65228B 3937E498 系数 b:63E4C6D3 B23B0C84 9CF84241 484BFE48 F61D59A5 B16BA06E 6E12D1DA 27C5249A 基点  $G=(x_G, y_G)$ ,其阶记为 n.

坐标  $x_{c}$ :421DEBD6 1B62EAB6 746434EB C3CC315E 32220B3B ADD50BDC 4C4E6C14 7FEDD43D 坐标  $y_{c}$ :0680512B CBB42C07 D47349D2 153B70C4 E5D7FDFC BFA36EA1 A85841B9 E46E09A2 阶 n: 8542D69E 4C044F18 E8B92435 BF6FF7DD 29772063 0485628D 5AE74EE7 C32E79B7 特加密的消息 M:encryption standard

消息 M 的 16 进制表示:656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264

私钥  $d_{\rm B}$ :1649AB77 A00637BD 5E2EFE28 3FBF3535 34AA7F7C B89463F2 08DDBC29 20BB0DA0 公钥  $P_{\rm B}=(x_{\rm B},y_{\rm B})$ :

坐标  $x_{\rm B}$ :435B39CC A8F3B508 C1488AFC 67BE491A 0F7BA07E 581A0E48 49A5CF70 628A7E0A 坐标  $y_{\rm B}$ :75DDBA78 F15FEECB 4C7895E2 C1CDF5FE 01DEBB2C DBADF453 99CCF77B BA076A42 加密各步骤中的有关值:

产生随机数 k:4C62EEFD 6ECFC2B9 5B92FD6C 3D957514 8AFA1742 5546D490 18E5388D 49DD7B4F 计算椭圆曲线点  $C_1 = \lfloor k \rfloor G = (x_1, y_1)$ :

坐标  $x_1$ :245C26FB 68B1DDDD B12C4B6B F9F2B6D5 FE60A383 B0D18D1C 4144ABF1 7F6252E7 坐标  $y_1$ :76CB9264 C2A7E88E 52B19903 FDC47378 F605E368 11F5C074 23A24B84 400F01B8 在此  $C_1$ 选用未压缩的表示形式,点转换成字节串的形式为  $PC \| x_1 \| y_1$ ,其中 PC 为单一字节且PC=04,仍记为  $C_1$ 。 计算椭圆曲线点[k]  $P_B$ =( $x_2$ , $y_2$ ):

坐标  $x_2$ :64D20D27 D0632957 F8028C1E 024F6B02 EDF23102 A566C932 AE8BD613 A8E865FE 坐标  $y_2$ :58D225EC A784AE30 0A81A2D4 8281A828 E1CEDF11 C4219099 84026537 5077BF78 消息 M 的比特长度 klen=152

计算  $t=KDF(x_2 \parallel y_2, klen)$ :006E30 DAE231B0 71DFAD8A A379E902 64491603 计算  $C_2=M\oplus t$  :650053 A89B41C4 18B0C3AA D00D886C 00286467 计算  $C_3=Hash(x_2 \parallel M \parallel y_2)$ :

 $x_2 || M || y_2$ :

64D20D27 D0632957 F8028C1E 024F6B02 EDF23102 A566C932 AE8BD613 A8E865FE 656E6372 797074696 F6E2073 74616E64 61726458 D225ECA7 84AE300A 81A2D482

81A828E1 CEDF11C4 21909984 02653750 77BF78

C<sub>3</sub>:9C3D7360 C30156FA B7C80A02 76712DA9 D8094A63 4B766D3A 285E0748
0653426D

输出密文  $C=C_1 \| C_3 \| C_2$ :

04 245C26FB 68B1DDDD B12C4B6B F9F2B6D5 FE60A383 B0D18D1C 4144ABF1 7F6252E7 76CB9264 C2A7E88E 52B19903 FDC47378 F605E368 11F5C074 23A24B84 400F01B8 9C3D7360 C30156FA B7C80A02 76712DA9 D8094A63 4B766D3A 285E0748 0653426D 650053A8 9B41C418 B0C3AAD0 0D886C00 286467

#### 解密各步骤中的有关值:

计算椭圆曲线点 $[d_B]C_1=(x_1,y_2)$ :

坐标  $x_2$ :64D20D27 D0632957 F8028C1E 024F6B02 EDF23102 A566C932 AE8BD613 A8E865FE 坐标  $x_2$ :58D225EC A784AE30 0A81A2D4 8281A828 E1CEDF11 C4219099 84026537 5077BF78 计算  $t=KDF(x_2\parallel y_2,klen)$ :006E30 DAE231B0 71DFAD8A A379E902 64491603 计算  $M'=C_2\oplus t$ :656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264 计算  $u=Hash(x_2\parallel M'\parallel y_2)$ :

9C3D7360 C30156FA B7C80A02 76712DA9 D8094A63 4B766D3A 285E0748 0653426D 明文 M': 656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264,即为:encryption standard

#### A.3 F<sub>2</sub>m上椭圆曲线消息加解密

椭圆曲线方程为: $y^2 + xy = x^3 + ax^2 + b$ 

示例 3: F<sub>2</sub>m-193

基域生成多项式为:y193+x15+1

系数 a:0

系数 b:00 2FE22037 B624DBEB C4C618E1 3FD998B1 A18E1EE0 D05C46FB 基点  $G=(x_G,y_G)$ ,其阶记为 n。

坐标  $x_G$ :D78D47E8 5C936440 71BC1C21 2CF994E4 D21293AA D8060A84 坐标  $y_G$ :615B9E98 A31B7B2F DDEEECB7 6B5D8755 86293725 F9D2FC0C

阶 n:80000000 00000000 00000000 43E9885C 46BF45D8 C5EBF3A1

待加密的消息 M:encryption standard

消息 M 的 16 进制表示:656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264 私钥 d<sub>B</sub>:6C205C15 89087376 C2FE5FEE E153D4AC 875D643E B8CAF6C5 公钥 P<sub>B</sub>=(x<sub>B</sub>,y<sub>B</sub>):

坐标  $x_B$ :00 E788F191 C5591636 FA992CE6 7CDC8D3B 16E4F4D4 6AF267B8 坐标  $y_B$ :00 BD6E7E5E 4113D790 20ED5A10 287C14B7 A6767C4D 814ADBFD 加密各步骤中的有关值:

产生随机数 k:6E51C537 3D5B4705 DC9B94FA 9BCF30A7 37ED8D69 1E76D9F0 计算椭圆曲线点  $C_1=[k]G=(x_1,y_1)$ :

坐标 x<sub>1</sub>:00 95A8B866 7ACF097F 65CE96EB FE53422F CF15876D 16446B8A

坐标 y<sub>1</sub>:01 7A1EC7C9 BAB0DE07 0522311E 75CD31C3 C4D74150 E84E0A95

在此  $C_1$ 选用未压缩的表示形式,点转换成字节串的形式为  $PC\|x_1\|y_1$ ,其中 PC 为单一字节且PC=04,仍记为  $C_1$ 。 计算椭圆曲线点[k] $P_B=(x_2,y_2)$ :

坐标  $x_2$ :01 C6271B31 F6BE396A 4166C061 6CF4A8AC DA5BEF4D CBF2DD42 坐标  $y_2$ :01 47AF35DF A1BFE2F1 61521BCF 59BAB835 64868D92 95881735

消息 M 的比特长度 klen=152

计算  $t = KDF(x_2 || y_2, klen)$ : BC5F0D 50F2B2BC F2DC3027 0BAA5249 3B8A67A4

计算 C<sub>2</sub>=M⊕t:D9316E 228BC2C8 9BB35E07 78DE3327 5FEB15C0

计算  $C_3 = Hash (x_2 || M || y_2)$ :

 $x_2 || M || y_2$ :

01C6271B 31F6BE39 6A4166C0 616CF4A8 ACDA5BEF 4DCBF2DD 42656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264 0147AF35 DFA1BFE2 F161521B CF59BAB8 3564868D 92958817 35 C3:F0A41F6F 48AC723C ECFC4B76 7299A5E2 5C064167 9FBD2D4D 20E9FFD5 B9F0DAB8 输出密文 C=C1 || C3 || C2:

04 0095A8B8 667ACF09 7F65CE96 EBFE53422FCF 15876D16 446B 8A017A1E C7C9BAB0
DE070522 311E75CD 31C3C4D7 4150E84E 0A95F0A4 1F6F48AC 723CECFC 4B767299
A5E25C06 41679FBD 2D4D20E9 FFD5B9F0 DAB8D931 6E228BC2 C89BB35E 0778DE33
275FEB15 C0

#### 解密各步骤中的有关值:

计算椭圆曲线点 $[d_R]C_1=(x_1,y_2)$ :

坐标 x2:01 C6271B31 F6BE396A 4166C061 6CF4A8AC DA5BEF4D CBF2DD42

坐标 y<sub>2</sub>:01 47AF35DF A1BFE2F1 61521BCF 59BAB835 64868D92 95881735

计算 t = KDF(x, ||y, klen); BC5F0D 50F2B2BC F2DC3027 0BAA5249 3B8A67A4

计算 M'=C<sub>2</sub>⊕t :656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264

计算  $u = Hash(x_2 || M' || y_2)$ :

F0A41F6F 48AC723C ECFC4B76 7299A5E2 5C064167 9FBD2D4D 20E9FFD5 B9F0DAB8

明文 M':656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264,即为:encryption standard

示例 4:F<sub>2m</sub> - 257

基域生成多项式为:y<sup>257</sup>+x<sup>12</sup>+1

系数 a:0

系数 b:00 E78BCD09 746C2023 78A7E72B 12BCE002 66B9627E CB0B5A25 367AD1AD 4CC6242B 基点  $G=(x_G, y_G)$ ,其阶记为 n。

坐标 $x_{G}$ :00 CDB9CA7F 1E6B0441 F658343F 4B10297C 0EF9B649 1082400A 62E7A748 5735FADD 坐标 $y_{G}$ :01 3DE74DA6 5951C4D7 6DC89220 D5F7777A 611B1C38 BAE260B1 75951DC8 060C2B3E 阶n:7FFFFFFF FFFFFFFF FFFFFFFFF BC972CF7 E6B6F900 945B3C6A 0CF6161D 特加密的消息M:encryption standard

消息 M 的 16 进制表示 .656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264

私钥  $d_{\rm B}$ :56A270D1 7377AA9A 367CFA82 E46FA526 7713A9B9 1101D077 7B07FCE0 18C757EB 公钥  $P_{\rm R}=(x_{\rm R}\ ,y_{\rm R})$ :

坐标  $x_B$ :00 A67941E6 DE8A6180 5F7BCFF0 985BB3BE D986F1C2 97E4D888 0D82B821 C624EE57 坐标  $y_B$ :01 93ED5A67 07B59087 81B86084 1085F52E EFA7FE32 9A5C8118 43533A87 4D027271 加密各步骤中的有关值:

产生随机数 k:6D3B4971 53E3E925 24E5C122 682DBDC8 705062E2 0B917A5F 8FCDB8EE 4C66663D 计算椭圆曲线点  $C_1 = \lfloor k \rfloor G = (x_1, y_1)$ :

坐标  $x_1$ :01 9D236DDB 305009AD 52C51BB9 32709BD5 34D476FB B7B0DF95 42A8A4D8 90A3F2E1 坐标  $y_1$ :00 B23B938D C0A94D1D F8F42CF4 5D2D6601 BF638C3D 7DE75A29 F02AFB7E 45E91771 在此  $C_1$ 选用未压缩的表示形式,点转换成字节串的形式为  $PC \| x_1 \| y_1$ ,其中 PC 为单一字节且PC=04,仍记为  $C_1$ 。 计算椭圆曲线点  $[k]P_B = (x_2, y_2)$ :

坐标  $x_2$ :00 83E628CF 701EE314 1E8873FE 55936ADF 24963F5D C9C64805 66C80F8A 1D8CC51B 坐标  $y_2$ :01 524C647F 0C0412DE FD468BDA 3AE0E5A8 0FCC8F5C 990FEE11 60292923 2DCD9F36 消息 M 的比特长度 klen=152

计算  $t = KDF(x_2 \parallel y_2, klen)$ :983BCF 106AB2DC C92F8AEA C6C60BF2 98BB0117

计算  $C_2 = M \oplus t$  :FD55AC 6213C2A8 A040E4CA B5B26A9C FCDA7373

计算  $C_3 = Hash(x_2 || M || y_2)$ :

 $x_2 || M || y_2$ :

0083E628 CF701EE3 141E8873 FE55936A DF24963F 5DC9C648 0566C80F 8A1D8CC5 1B656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264 01524C64 7F0C0412 DEFD468B DA3AE0E5 A80FCC8F 5C990FEE 11602929 232DCD9F 36

 $C_{3}$ :73A48625 D3758FA3 7B3EAB80 E9CFCABA 665E3199 EA15A1FA 8189D96F 579125E4 输出密文  $C=C_{1}\parallel C_{3}\parallel C_{2}$ :

04 019D236D DB305009 AD52C51B B932709B D534D476 FBB7B0DF 9542A8A4 D890A3F2
E100B23B 938DC0A9 4D1DF8F4 2CF45D2D 6601BF63 8C3D7DE7 5A29F02A FB7E45E9
177173A4 8625D375 8FA37B3E AB80E9CF CABA665E 3199EA15 A1FA8189 D96F5791
25E4FD55 AC6213C2 A8A040E4 CAB5B26A 9CFCDA73 73

#### 解密各步骤中的有关值:

计算椭圆曲线点 $[d_B]C_1=(x_2,y_2)$ :

坐标  $x_2$ :00 83E628CF 701EE314 1E8873FE 55936ADF 24963F5D C9C64805 66C80F8A 1D8CC51B 坐标  $y_2$ :01 524C647F 0C0412DE FD468BDA 3AE0E5A8 0FCC8F5C 990FEE11 60292923 2DCD9F36

计算  $t = KDF(x_2 || y_2, klen)$ :983BCF 106AB2DC C92F8AEA C6C60BF2 98BB0117

计算  $M' = C_2 \oplus t$  :656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264

计算  $u = Hash(x_2 || M' || y_2)$ : 73A48625 D3758FA3 7B3EAB80 E9CFCABA 665E3199 EA15A1FA 8189D96F 579125E4

明文 M': 656E63 72797074 696F6E20 7374616E 64617264,即为:encryption standard

#### 参考文献

[1] GB/T 1988—1998 信息技术 信息交换用七位编码字符集

中 华 人 民 共 和 国 国 家 标 准 信息安全技术 SM2 椭圆曲线公钥密 码算法 第4部分:公钥加密算法

GB/T 32918.4—2016

中国标准出版社出版发行 北京市朝阳区和平里西街甲2号(100029) 北京市西城区三里河北街16号(100045)

网址 www.spc.net.cn 总编室:(010)68533533 发行中心:(010)51780238 读者服务部:(010)68523946 中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷 各地新华书店经销

开本 880×1230 1/16 印张 1.25 字数 26 千字 2017 年 3 月第一版 2017 年 3 月第一次印刷

书号: 155066 • 1-54925 定价 21.00 元

如有印装差错 由本社发行中心调换 版权专有 侵权必究 举报电话:(010)68510107



打印日期: 2017年3月23日 F007