



# Kiểm tra 15 phút

## ■ Rút gọn biểu thức

$$z = \overline{A}B(\overline{D} + \overline{C}D) + B(A + \overline{A}CD)$$

## ■ Thiết kế một mạch logic số với

- ☐ 3 ngõ vào

- ☐ 1 ngõ ra

- ☐ Kết quả ngõ ra bằng 1 khi có từ 2 ngõ vào trở lên có giá trị bằng 0



# Kiểm tra 15 phút

## ■ Rút gọn biểu thức

$$F(X, Y, Z) = (X + Y)(X + \bar{Y})(\overline{XZ})$$

- ☐ Bằng các định lý Boolean
- ☐ Bảng bìa K

COMPUTER ENGINEERING



# Kiểm tra 15 phút

## ■ Chứng minh biểu thức:

$$A.B + \bar{A}.C = (A + C)(\bar{A} + B)$$

- ☐ Bằng các định lý Boolean
- ☐ Bằng bìa K

COMPUTER ENGINEERING



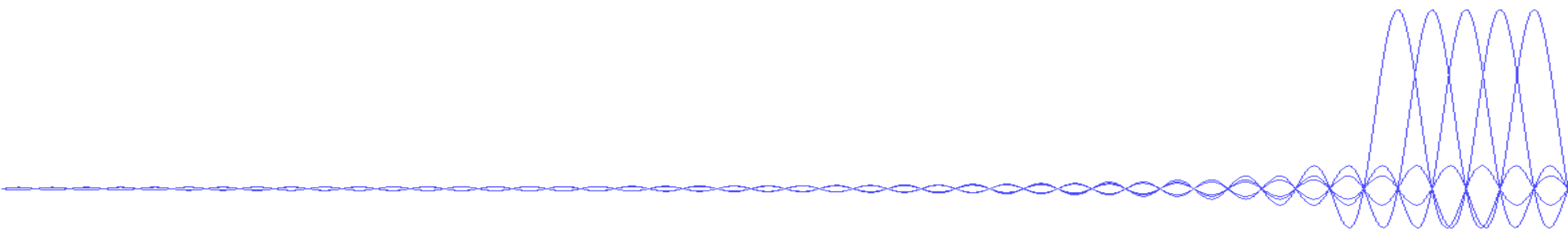
COMPUTER ENGINEERING



**UIT**  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC  
CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

# NHẬP MÔN MẠCH SỐ

## CHƯƠNG 4: BÌA KARNAUGH





# Nội dung

- Tổng quan
- Các dạng biểu diễn biểu thức logic
- Thiết kế một mạch số
- Bìa Karnaugh (bản đồ Karnaugh)

COMPUTER ENGINEERING



# Tổng quan

Chương này sẽ học về:

- Phương pháp đánh giá ngõ ra của một mạch logic cho trước.
- Phương pháp thiết kế một mạch logic từ biểu thức đại số cho trước.
- Phương pháp thiết kế một mạch logic từ yêu cầu cho trước.
- Các phương pháp để đơn giản/tối ưu một mạch logic  
→ giúp cho mạch thiết kế được tối ưu về diện tích, chi phí và tốc độ.



# Nội dung

- Tổng quan
- Các dạng biểu diễn biểu thức logic
  - Khái niệm tích chuẩn, tổng chuẩn
  - Dạng chính tắc (Canonical form)
  - Dạng chuẩn (Standard form)
- Thiết kế một mạch số
- Bìa Karnaugh (bản đồ Karnaugh)

COMPUTER ENGINEERING



# Khái niệm Tích chuẩn và Tổng chuẩn

- **Tích chuẩn** (minterm):  $m_i$  là các *số hạng tích* (AND) mà tất cả các biến xuất hiện ở dạng bình thường (nếu là 1) hoặc dạng bù (complement) (nếu là 0)
- **Tổng chuẩn** (Maxterm):  $M_i$  là các *số hạng tổng* (OR) mà tất cả các biến xuất hiện ở dạng bình thường (nếu là 0) hoặc dạng bù (complement) (nếu là 1)

x	y	z	Minterms	Maxterms
0	0	0	$m_0 = \bar{x} \bar{y} \bar{z}$	$M_0 = x + y + z$
0	0	1	$m_1 = \bar{x} \bar{y} z$	$M_1 = x + y + \bar{z}$
0	1	0	$m_2 = \bar{x} y \bar{z}$	$M_2 = x + \bar{y} + z$
0	1	1	$m_3 = \bar{x} y z$	$M_3 = x + \bar{y} + \bar{z}$
1	0	0	$m_4 = x \bar{y} \bar{z}$	$M_4 = \bar{x} + y + z$
1	0	1	$m_5 = x \bar{y} z$	$M_5 = \bar{x} + y + \bar{z}$
1	1	0	$m_6 = x y \bar{z}$	$M_6 = \bar{x} + \bar{y} + z$
1	1	1	$m_7 = x y z$	$M_7 = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$





# Dạng chính tắc (Canonical Form)

- **Dạng chính tắc 1:** là dạng *tổng của các tích chuẩn\_1* (**Minterms\_1**) (*tích chuẩn\_1* là tích chuẩn mà tại tổ hợp đó hàm Boolean có giá trị 1).

x	y	z	Minterms	Maxterms	F	$\bar{F}$
0	0	0	$m_0 = \bar{x} \bar{y} \bar{z}$	$M_0 = x + y + z$	0	1
0	0	1	$m_1 = \bar{x} \bar{y} z$	$M_1 = x + y + \bar{z}$	1	0
0	1	0	$m_2 = \bar{x} y \bar{z}$	$M_2 = x + \bar{y} + z$	0	1
0	1	1	$m_3 = \bar{x} y z$	$M_3 = x + \bar{y} + \bar{z}$	1	0
1	0	0	$m_4 = x \bar{y} \bar{z}$	$M_4 = \bar{x} + y + z$	1	0
1	0	1	$m_5 = x \bar{y} z$	$M_5 = \bar{x} + y + \bar{z}$	0	1
1	1	0	$m_6 = x y \bar{z}$	$M_6 = \bar{x} + \bar{y} + z$	0	1
1	1	1	$m_7 = x y z$	$M_7 = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$	0	1

$$\begin{aligned} F(x, y, z) &= \bar{x} \bar{y} z + \bar{x} y z + x \bar{y} \bar{z} = m_1 + m_3 + m_4 \\ &= \sum \end{aligned}$$



# Dạng chính tắc (Canonical Form)

- **Dạng chính tắc 2:** là dạng tích của các tổng chuẩn\_0 (*Maxterms\_0*) (*tổng chuẩn\_0* là tổng chuẩn mà tại tổ hợp đó hàm Boolean có giá trị 0).

x	y	z	Minterms	Maxterms	F	$\bar{F}$
0	0	0	$m_0 = \bar{x} \bar{y} \bar{z}$	$M_0 = x + y + z$	0	1
0	0	1	$m_1 = \bar{x} \bar{y} z$	$M_1 = x + y + \bar{z}$	1	0
0	1	0	$m_2 = \bar{x} y \bar{z}$	$M_2 = x + \bar{y} + z$	0	1
0	1	1	$m_3 = \bar{x} y z$	$M_3 = x + \bar{y} + \bar{z}$	1	0
1	0	0	$m_4 = x \bar{y} \bar{z}$	$M_4 = \bar{x} + y + z$	1	0
1	0	1	$m_5 = x \bar{y} z$	$M_5 = \bar{x} + y + \bar{z}$	0	1
1	1	0	$m_6 = x y \bar{z}$	$M_6 = \bar{x} + \bar{y} + z$	0	1
1	1	1	$m_7 = x y z$	$M_7 = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z}$	0	1

$$\begin{aligned}
 F(x, y, z) &= (x + y + z)(x + \bar{y} + z)(\bar{x} + y + \bar{z})(\bar{x} + \bar{y} + z)(\bar{x} + \bar{y} + \bar{z}) \\
 &= M_0 M_2 M_5 M_6 M_7 \\
 &= \prod
 \end{aligned}$$

# Dạng chính tắc (Canonical Form)

Tổng các tích chuẩn Sum of Minterms	Tích các tổng chuẩn Product of Maxterms
$\Sigma$	$\Pi$
Chỉ quan tâm hàng có giá trị 1	Chỉ quan tâm hàng có giá trị 0
$X = 0$ : viết $\bar{X}$	$X = 0$ : viết $X$
$X = 1$ : viết $X$	$X = 1$ : viết $\bar{X}$



# Dạng chính tắc (Canonical Form)

## ■ Trường hợp tùy định (don't care)

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>F</i>
<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>X</i>
<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>0</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>1</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>1</i>	<i>1</i>	<i>1</i>	<i>X</i>

□ Hàm Boolean theo dạng chính tắc:

$$\begin{aligned} F(A, B, C) &= \Sigma(2, 3, 5) + \textcolor{red}{d}(0, 7) \quad (\text{chính tắc 1}) \\ &= \Pi(1, 4, 6) \cdot \textcolor{red}{D}(0, 7) \quad (\text{chính tắc 2}) \end{aligned}$$



## Ví dụ

■ Câu hỏi: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào ở dạng chính tắc?

- a.  $XYZ + X'Y'$
- b.  $X'YZ + XY'Z + XYZ'$
- c.  $X + YZ$
- d.  $X + Y + Z$
- e.  $(X+Y)(Y+Z)$

■ Trả lời:





# Dạng chuẩn (Standard Form)

- Dạng chính tắc có thể được đơn giản hoá để thành dạng chuẩn tương đương
  - Ở dạng đơn giản hoá này, có thể có ít nhóm AND/OR và/hoặc các nhóm này có ít biến hơn
- Dạng tổng các tích - SoP (Sum-of-Product)
  - Ví dụ:  $F(x, y, z) = xy + xz + yz$
- Dạng tích các tổng - PoS (Product-of-Sum)
  - Ví dụ:  $F(x, y, z) = (x+y)(x+z)(y+z)$

Có thể chuyển SoP về dạng chính tắc bằng cách AND thêm  $(x+x')$  và PoS về dạng chính tắc bằng cách OR thêm  $xx'$



## Ví dụ

■ Câu hỏi: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào ở dạng chuẩn?

- a.  $XYZ + X'Y'$
- b.  $X'YZ + XY'Z + XYZ'$
- c.  $X + YZ$
- d.  $X + Y + Z$
- e.  $(X+Y)(Y+Z)$

■ Trả lời:





# Nội dung

- Tổng quan
- Các dạng biểu diễn biểu thức logic
- Thiết kế một mạch số
- Bìa Karnaugh (bản đồ Karnaugh)

COMPUTER ENGINEERING





# Thiết kế một mạch số

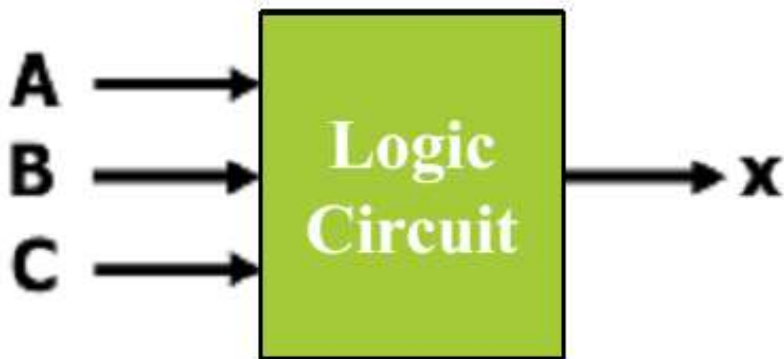
- Thiết kế một mạch logic số với
  - ☐ 3 ngõ vào
  - ☐ 1 ngõ ra
  - ☐ Kết quả ngõ ra bằng 1 khi có từ 2 ngõ vào trở lên có giá trị bằng 1

COMPUTER ENGINEERING



# Các bước thiết kế một mạch logic số

## ■ Bước 1: Xây dựng bảng sự thật/chân trị



A	B	C	X
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	



# Các bước thiết kế một mạch logic số

## ■ Bước 2: Chuyển bảng sự thật sang biểu thức logic

A	B	C	X
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

**Biểu thức SOP cho ngõ ra X:**

$$x = \bar{A}BC + \bar{A}\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + ABC$$

$\bar{A}.B.C$

$\bar{A}.\bar{B}.C$

$A.\bar{B}.\bar{C}$

$A.B.C$

Các nhóm **AND** cho mỗi trường hợp ngõ ra là 1



# Các bước thiết kế một mạch logic số

- **Bước 3:** Đơn giản biểu thức logic qua biến đổi đại số nhằm làm giảm số cổng logic cần sử dụng (nhằm làm giảm chi phí thiết kế)

$$x = \bar{A}BC + A\bar{B}C + AB\bar{C} + ABC$$

COMPUTER ENGINEERING



# Các bước thiết kế một mạch logic số

## ■ Bước 4: Vẽ sơ đồ mạch logic cho

$$X = BC + AC + AB$$



# Chi phí thiết kế một mạch logic số

- Chi phí (cost) để tạo ra một mạch logic số liên quan đến:
  - ☐ Số cổng (gates) được sử dụng
  - ☐ Số đầu vào của mỗi cổng

COMPUTER ENGINEERING



# Chi phí thiết kế một mạch logic số

- Chi phí của một biểu thức Boolean **B** được biểu diễn dưới dạng tổng của các tích (Sum-of-Product) như sau:

$$C(B) = O(B) + \sum_{j=0}^{K-1} P_j(B)$$

Trong đó K là số các term (thành phần tích) trong biểu thức B

$O(B)$  : số các term trong biểu thức B

$P_j(B)$ : số các literal (biến) trong term thứ j của biểu thức B

$$O(B) = \begin{cases} m & \text{nếu } B \text{ có } m \text{ term} \\ 0 & \text{nếu } B \text{ có } 1 \text{ term} \end{cases}$$

$$P_j(B) = \begin{cases} m & \text{nếu term thứ } j \text{ của } B \text{ có } m \text{ literal} \\ 0 & \text{nếu term thứ } j \text{ của } B \text{ có } 1 \text{ literal} \end{cases}$$



# Chi phí thiết kế một mạch logic số

■ Tính chi phí thiết kế mạch logic số của các biểu thức sau:

$$f1(w,x,y,z) = wxy'z + wxyz'$$

$$f2(w,x,y,z) = w' + x' + yz + y'z'$$

$$g1(XYZ) = XY + X'Z + YZ$$

$$g2(XYZ) = XY + X'Z$$

$$COM h1(a,b) = ab$$

$$h2(a,b) = b'$$

ING





# Hạn chế của việc rút gọn bằng biến đổi đại số

- Hai vấn đề của việc rút gọn biểu thức trong bước 3 dùng các phép biến đổi đại số nhằm giảm chi phí thiết kế:
  - ☐ Không có hệ thống
  - ☐ Rất khó để kiểm tra rằng giải pháp tìm ra đã là tối ưu hay chưa?
- **Bìa Karnaugh** sẽ khắc phục những nhược điểm này
- Tuy nhiên, bìa Karnaugh chỉ để giải quyết các hàm Boolean có không quá 5 biến

COMPUTER ENGINEERING



# Tóm tắt nội dung chương học

- Qua Phần 1 - Chương 4, sinh viên cần nắm những nội dung chính sau:
  - Các dạng biểu diễn một biểu thức logic
  - Quy trình thiết kế một mạch số
  - Đánh giá chi phí thiết kế của một mạch số

COMPUTER ENGINEERING



COMPUTER ENGINEERING



**UIT**  
TRƯỜNG ĐẠI HỌC  
CÔNG NGHỆ THÔNG TIN

# Thảo luận?

