

Toán rời rạc - B2 - Lý thuyết - Các quy tắc suy luận

- Quy tắc khẳng định (Modus Ponens)
- Quy tắc phủ định
- Quy tắc tam đoạn luận
- Quy tắc tam đoạn luận với .
- Quy tắc suy luận đến giá trị \neq

1. Quy tắc khẳng định (Modus Ponens).

Sơ đồ

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Thể hiện bằng hằng đúng

$$[(p \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow q$$

Ví dụ.

- Trời mưa thì đường ướt.
- Mà chiều nay trời mưa.

Suy ra: Chiều nay đường ướt.

2. Quy tắc phủ định.

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \therefore \neg p \end{array}$$

thể hiện bằng hằng đúng.
 $(p \rightarrow q) \wedge \neg q \rightarrow \neg p$

Ví dụ.

- Nếu An đi học đầy đủ thì sẽ đậu môn Toán Rời Rạc.
- An không đậu Toán Rời Rạc.

Suy ra: An không đi học đầy đủ.

3. Quy tắc tam đoạn luận

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Ví dụ.

- Nếu trời mưa thì đường ướt
- Nếu đường ướt thì đường trơn

Suy ra: Nếu trời mưa thì đường trơn

Ví dụ. Xem xét suy luận sau đúng hay sai?

- Một con ngựa rể là một con ngựa hiếm
 - Cái gì hiếm thì đắt
- Suy ra: Một con ngựa rể thì đắt

- Hợp lệ về mặt logic (trong toán học)

- Nhưng không phù hợp về mặt chân lý thực tế, kinh nghiệm.

4. Quy tắc suy luận logic.

Thể hiện bằng bảng đúng.

$$\begin{array}{c} p \vee q \\ \neg p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

$$(p \vee q) \wedge \neg p \rightarrow q$$

Ví dụ. Tôi rầy, tôi sẽ đi cafe hoặc học ở nhà.
Tôi rầy, tôi không học ở nhà.
→ Tôi rầy tôi đi cafe.

5. Quy tắc suy luận đơn giản \neq .

Quy tắc	Sơ đồ	Hằng đúng
Nối liền	$\frac{p}{q} \therefore p \wedge q$	$(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$
Đơn giản	$\frac{p \wedge q}{p} \therefore p$	$(p \wedge q) \rightarrow p$
Cộng	$\frac{p}{p \vee q} \therefore p \vee q$	$p \rightarrow (p \vee q)$

Ví dụ

Tôi ăn cơm và xem phim

→ Tôi ăn cơm

Tôi ăn cơm

→ Tôi ăn cơm hoặc / hay xem phim

Ví dụ. Xem xét suy luận sau:

- Nếu ca sĩ Khánh Ly không trình diễn hay số vé bán ra ít hơn 1000 thì đêm diễn sẽ bị hủy và bầu sô rất buồn.
- Nếu đêm biểu diễn bị hủy thì phải trả lại tiền vé cho khán giả.
- Nhưng tiền vé đã không được trả lại cho khán giả.

Vậy ca sĩ Khánh Ly có trình diễn.

Hỏi Suy luận trên đúng hay sai?

Nếu ta đặt:

p : "ca sĩ Khánh Ly đã trình diễn"

q : "số vé bán ra ít hơn 1000"

r : "đêm diễn sẽ bị hủy"

t : "trả lại tiền vé cho khán giả"

s : "bầu sô rất buồn"

Ta có sơ đồ suy luận sau:

$$(\neg p \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$$

$$r \rightarrow t$$

$$\neg t$$

$$\therefore p$$

C. Quy tắc mâu thuẫn.

$$p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \rightarrow p$$

$$\Leftrightarrow p_1 \wedge p_2 \wedge \dots \wedge p_n \wedge \neg p \rightarrow 0$$

Do đó nếu chứng minh được dạng mệnh đề ở bên phải là một hằng đúng thì dạng mệnh đề ở bên trái cũng là một hằng đúng.

Nói cách khác nếu thêm giả thiết phụ $\neg q$ vào các tiền đề cho trước mà dẫn đến một mâu thuẫn thì q là hệ quả logic của các tiền đề cho trước.

Ví dụ. Chứng minh suy luận sau

$$\begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \neg p \rightarrow q \\ q \rightarrow s \\ \hline \therefore \neg r \rightarrow s \end{array}$$

Giải. Phủ định kết luận

$$\neg(\neg r \rightarrow s) \Leftrightarrow \neg(r \vee s) \Leftrightarrow \neg r \wedge \neg s$$

Ta thêm điều này vào tiền đề. Khi đó ta sẽ chứng minh suy luận sau:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow r \\ \neg p \rightarrow q \\ q \rightarrow s \\ \neg r \wedge \neg s \\ \hline \therefore 0 \end{array}$$

Ta lần lượt thực hiện các quy tắc suy luận sau:

$\frac{\neg r \wedge \neg s}{\therefore \neg r}$	$\frac{p \rightarrow r}{\therefore \neg p}$	$\frac{\neg r \wedge \neg s}{\therefore \neg s}$	$\frac{q \rightarrow s}{\therefore \neg q}$	$\frac{\neg p \rightarrow q}{\therefore q}$	$\frac{\neg q}{\therefore 0}$
--	---	--	---	---	-------------------------------

Như vậy suy luận trên đã được chứng minh