Вопрос по выбору. Моделирование орбиты астероида Cruithne 3753

Рудоманов Михаил Алексеевич Б05-404

Московский физико-технический институт (МФТИ)

4 января 2025 г.

Введение

В этой работе мы рассматриваем задачу моделирования движения Земли и астероида Круитни в ограниченной задаче трёх тел.

- Цель исследования: моделирование взаимодействия Земли и астероида Круитни с использованием данных о их орбитах.
- Методы и подходы: использование численных методов для решения системы уравнений движения и визуализация орбит.
- Использование данных JPL Horizons для получения точных начальных условий.

Теоретическая часть

Рассмотрим ограниченную задачу трёх тел, где два тела (Земля и астероид) взаимодействуют с Солнцем, при этом масса Солнца считается значительно большей по сравнению с массами других тел, и его движение можно пренебречь. Движение тел описывается системой дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2\vec{r}_1}{dt^2} = -G\frac{m_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)$$

и аналогичное уравнение для второго тела. Здесь $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ — радиус-векторы тел, m_1 и m_2 — их массы, а G — гравитационная постоянная.

Перевод из Кеплеровых элементов в радиус-вектор и вектор скорости

Для вычисления орбитального движения использовались начальные условия, полученные из данных JPL Horizons. Эти данные включают Кеплеровы элементы орбиты, которые описывают эллиптическое движение объектов в пространстве:

- a — большая полуось орбиты,
- e — эксцентриситет,
- ω — аргумент перигелия,
- M — среднее аномалии,
- Ω — долгота восходящего узла,
- i — наклонение.

Эти параметры используются для преобразования орбитальных элементов в радиус-вектор $\vec{r}$ и вектор скорости $\vec{v}$. Для этого применяются следующие уравнения:

Решение уравнения Кеплера

Переход от средней аномалии M к истинной аномалии ν осуществляется через эксцентрическую аномалию E, которая решается численным методом:

$$M = E - e \sin(E)$$

Для получения E используется метод Ньютона. После этого истинная аномалия ν рассчитывается:

$$\nu = 2 \arctan\left(\sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \tan\left(\frac{E}{2}\right)\right)$$

Построение радиус-вектора и скорости

Радиус-вектор r вычисляется по формуле:

$$r = a(1 - e\cos(E))$$

где E — эксцентрическая аномалия.
Вектор скорости в полярной системе координат на орбитальной плоскости рассчитывается как:

$$v_r = \sqrt{\frac{GM}{p}} e\sin(\nu), \quad v_\theta = \sqrt{\frac{GM}{p}}(1 + e\cos(\nu))$$

где $p = a(1 - e^2)$.

Переход в гелиоцентрическую систему

Для перехода из орбитальной плоскости в гелиоцентрическую систему применяются три последовательных поворота:

$$R_z(\Omega) \cdot R_x(i) \cdot R_z(\omega)$$

Эти матрицы поворота преобразуют радиус-вектор $\vec{r}$ и вектор скорости $\vec{v}$ в эклиптическую систему координат. В результате получаем координаты объекта относительно Солнца.

Методы

Для решения задачи использовался численный метод Эйлера для интеграции уравнений движения. Начальные условия для Земли и астероида были получены с помощью JPL Horizons. В коде использовались библиотеки Python, такие как SciPy и NumPy для численного решения дифференциальных уравнений и Matplotlib для визуализации орбит.

- Использование Python для вычислений.
- Применение SciPy и NumPy для численного решения уравнений движения.
- Визуализация с использованием Matplotlib.
- Параметры, такие как эксцентриситет и большие полуоси орбит, были использованы для построения орбитальных траекторий.

Результаты

На графике ниже показано движение Земли и астероида Круитни в трехмерном пространстве. Орбита астероида имеет форму подковы, что связано с его особым взаимодействием с Землей и Солнцем.

Выводы

В ходе работы были получены следующие результаты:

- Астероид Круитни описывает орбиту, близкую к подкове, относительно Земли, что продемонстрировано в численных расчетах.
- Использование численных методов позволяет точно моделировать сложные гравитационные взаимодействия, в том числе взаимодействие с Солнцем.
- Данные JPL Horizons предоставляют точные начальные условия, которые позволяют моделировать реальные орбитальные движения.
- Моделирование орбитальных элементов позволяет исследовать поведение астероида и других объектов в Солнечной системе.