氣液二相流系統之管線設計（IV）
─ 水平及傾斜管流動

*陳杰萬　**邱文裕　***李正春　****劉貞連

摘 要

氣液二相流水平流動的流態分佈圖最早是由 Baker (1954) 提出的，對於流態轉變的研究主要還是依賴實驗觀察的結果，由於量測儀器之限制，這些數據缺乏精確性，特別是在高壓系統及大管徑時，會產生較大的偏差。Taitel and Dukler (1976) 利用物理模型詳細描述流態間的過渡，由此模型我們可更了解過渡的機構，此即本文之主要理論架構。根據此過渡理論可將流態區分為六種，每一種流態的氣液分佈均不同，故必需針對每一種流態選擇合適的物理模型，計算其流體力學參數。本文主要介紹水平二層流模型及塊狀模型壓降之計算，以避免在製程設計時造成建造成本的浪費。最後選擇兩個計算例，利用已開發完成的 TPF2022 程式，判斷流態並計算單位長度壓降。

一、 前言：

氣液二相流在水平管或接近水平管內輸送已漸漸普遍，如化工廠的蒸發器、冷凝器、冷凝水回收管線、化學反應器、熱交換器以及其它製程設備的操作上都可見到水平二相流輸送的實例。在這些應用中，若能準確地掌握二相流輸送，擇可在管線的選用上找到最佳尺寸，並且降低不必要的管線內摩擦損耗，節省能源，進而減少投資浪費。

在許多設計應用上，我們並非只關心壓降及液體容滯量，有時熱傳速率也是相當重要的。然而氣液二相流流動型態及容滯量也會直接影響熱傳性質，甚至在計算熱傳送時也必需

先知道這些物理量。因此必須先作流態判斷，再依其流動型態選擇適當的物理模型，計算容滯量及壓降，進而進行相關的製程設計工作。

二、流態描述

於氣液二相流水平管內，氣體與液體是以相同的方向流動，因管中氣液分佈的差異，而存在不同的流動型態。根據 **Taitel and Dukler (1976)** 之研究可將流動型態歸納為**平滑二層流 (Stratified Smooth Flow)**、**波狀二層流 (Stratified Wavy Flow)**、**加長型氣泡流動或栓塞流動 (Elongated Bubble Flow or Plug Flow)**、**塊狀流動 (Slug Flow)**、**套管流動 (Annular Flow)** 及**分散氣泡流動 (Dispersed Bubble Flow)** 等六種，其流態外觀如附圖一所示，各流態的特徵描述如下：

- **平滑二層流** (Stratified Smooth Flow)

  此種流動型態多存在於氣體流速較低時，液體沿管內底部流動，而氣體在液體以外的空間 (頂部) 流動，氣液界面相當平滑。

- **波狀二層流** (Stratified Wavy Flow)

  波狀二層流與平滑二層流相當類似，只是氣液界面呈現波浪狀。

- **加長型氣泡流動或栓塞流動** (Elongated Bubble Flow or Plug Flow)

  加長形氣泡都位於管內頂部向下游 (Down Stream) 移動，而氣泡與氣泡間以連續的液相分開。

- **塊狀流動** (Slug Flow)

  氣體流速增加，液體被 Taylor Bubble 橫斷而形成塊狀液體 (Liquid Slug)。在 Taylor Bubble 下端與管內底部間充塞部份為液體層流；塊狀液體前端靠近管內頂端部份則存

有小氣泡。加長型氣泡流動與塊狀流動間的區分並沒有明顯的定義，基本上二者均有相同的外觀，主要不同在於流動攪拌程度及 Taylor Bubble 下方的液膜厚度。

- **套管流動 (Annular Flow)**

  套管流動通常發生在高氣體流速。此時氣體在管中央形成氣核向下游流動，部份液體在管壁形成套管狀的液膜流動，另一部份液體則以液滴形式被氣核挾帶流動。因重力緣故，管內底部的液膜厚度通常會比頂部液膜厚。關於過渡至套管流動的機構可分為二種；(1) 塊狀液體中氣體含量增加至足夠結合形成連續氣相時，便可過渡至套管流動；(2) 二層流液體流速不夠高，且能提供足夠的氣體流速，將液體分散在管壁四周，便可過渡至套管流動。

- **分散氣泡流動 (Dispersed Bubble Flow)**

  分散氣泡流動的特徵是高氣體流速時，氣體在連續液相中被分散成小氣泡。就氣泡的密度而言，在管內頂部的氣泡密度會稍微比底部的密度高些。

三、 流態過渡狀況理論：

分析水平管內氣液二相流流動的過渡狀況，需考慮五個基本流態間的過渡：**平滑二層流 (SS)、波狀二層流 (SW)、中介流動 (I) (塊狀流動及栓塞流動)、氣核帶有分散液滴的套管流動 (AD) 及分散氣泡流動 (DB)**。在此並沒有特別區分塊狀流動、栓塞流動及加長型氣泡流動 (只因氣核中挾帶液體量不同)，而統稱為帶有分散液滴的套管流動。

Dukler (1976) 由二層流開始分析流態間的過渡，首先觀察二層流中的液體，然後決定出機構，此機構能預測二層流在何種狀況下會發生改變及改變成何種流態。因為二層流對於分析流態轉變相當重要，因此流態過渡理論之討論擬由二層流開始。

平衡的二層流 (Equilibrium Stratified Flow)

考慮如附圖二所示之平衡二層流物理模型，氣液二相的動量方程式為：

$$-A_L\left(\frac{dP}{dX}\right)-\tau_L S_L+\tau_i S_i+\rho_L A_L g sin\theta=0 \tag{1}$$

$$-A_G\left(\frac{dP}{dX}\right)-\tau_G S_G-\tau_i S_i+\rho_G A_G g sin\theta=0 \tag{2}$$

將式 (1) 及式 (2) 合併，並消去壓降項，得

$$\tau_G\frac{S_G}{A_G}-\tau_L\frac{S_L}{A_L}+\tau_i S_i\left(\frac{1}{A_L}+\frac{1}{A_G}\right)+\left(\rho_L-\rho_G\right)g sin\theta=0 \tag{3}$$

利用傳統方法計算剪應力

$$\tau_L=f_L\frac{\rho_L u_L^2}{2}\qquad \tau_G=f_G\frac{\rho_G u_G^2}{2}\qquad \tau_i=f_i\frac{\rho_G(u_G-u_i)^2}{2} \tag{4}$$

假設液體在開區間內流動 (Open–Channel)，而氣體在封閉導管 (Closed–Duct) 內流動，則氣液摩擦因子由下列式估計：

$$f_L=C_L\left(\frac{D_L u_L}{\nu_L}\right)^{-n}\qquad f_G=C_G\left(\frac{D_G u_G}{\nu_G}\right)^{-m} \tag{5}$$

where

$C_G = C_L = 0.046,\quad n = m = 0.2$ *for turbulent flow*

$C_G = C_L = 16,\quad n = m = 1.0$ *for laminar flow*

其中 D_L 及 D_G 為水力直徑，分別計算如下：

$$D_L=\frac{4A_L}{S_L}\qquad D_G=\frac{4A_G}{S_G+S_i} \tag{6}$$

對於平滑二層流，係假設 $f_i \fallingdotseq f_G$ (做如此假設時，即使氣液界面產生波浪，所造成的誤差也相當小）。同時當流態發生過渡時，$u_G >> u_i$。綜合以上假設得到 $\boldsymbol{\tau}_i \fallingdotseq \boldsymbol{\tau}_G$。

為了將方程式轉變成無因次形式，因此引入以下參考量：D 為長度參考量，D^2 為面積參考量，而 U_{GS} 及 U_{LS} 分別為氣體與液體速度參考量。以 (~) 符號表示無因次量，因此由式 (3)、式 (4) 及式 (5) 可得：

$$X^2\left[\left(\widetilde{u}_L\widetilde{D}_L\right)^{-n}\widetilde{u}_L^2\frac{\widetilde{S}_L}{\widetilde{A}_L}\right]-\left[\left((\widetilde{u}_G\widetilde{D}_G\right)^{-m}\widetilde{u}_G^2\left(\frac{\widetilde{S}_G}{\widetilde{A}_G}+\frac{\widetilde{S}_i}{\widetilde{A}_L}+\frac{\widetilde{S}_i}{\widetilde{A}_G}\right)\right]-4Y=0 \tag{7}$$

其中

$$X^2=\frac{\frac{4C_L}{D}\left(\frac{u_{LS}D}{\nu_L}\right)^{-n}\frac{\rho_L u_{LS}^2}{2}}{\frac{4C_G}{D}\left(\frac{u_{GS}D}{\nu_G}\right)^{-m}\frac{\rho_G u_{GS}^2}{2}}=\frac{\left|\left(\frac{dP}{dX}\right)_{LS}\right|}{\left|\left(\frac{dP}{dX}\right)_{GS}\right|} \tag{8}$$

$$Y=\frac{(\rho_L-\rho_G)gsin\theta}{\frac{4C_G}{D}\left(\frac{u_{GS}D}{\nu_G}\right)^{-m}\frac{\rho_G u_{GS}^2}{2}}=\frac{(\rho_L-\rho_G)gsin\theta}{\left|\left(\frac{dP}{dX}\right)_{GS}\right|} \tag{9}$$

$(dP/dX)_s$ 代表只有單一相在管內流動造成的壓降。

X 為 **Lockhart and Martinelli** 參數。

Y 為流體在流動方向上之重力與壓降比值 (向上流動取負值；向下流動取正值，對於水平管，Y = 0)

所有的無因次變數均與 $\widetilde{h}_L=h_L/D$ 有關，其關係如下：

$$\widetilde{A}_L=0.25\left[\pi-cos^{-1}(2\widetilde{h}_L-1)+(2\widetilde{h}_L-1)\sqrt{1-(2\widetilde{h}_L-1)^2}\right] \tag{10}$$

$$\widetilde{A}_G=0.25\left[cos^{-1}(2\widetilde{h}_L-1)-(2\widetilde{h}_L-1)\sqrt{1-(2\widetilde{h}_L-1)^2}\right] \tag{11}$$

$$\widetilde{S}_L=\pi-cos^{-1}(2\widetilde{h}_L-1) \tag{12}$$

$$\widetilde{S}_G=cos^{-1}(2\widetilde{h}_L-1) \tag{13}$$

$$\widetilde{S}_i=\sqrt{1-(2\widetilde{h}_L-1)^2} \tag{14}$$

$$\widetilde{u}_L=\frac{\widetilde{A}}{\widetilde{A}_L} \tag{15}$$

$$\widetilde{u}_G=\frac{\widetilde{A}}{\widetilde{A}_G} \tag{16}$$

因此只要給定管徑大小、流體性質、流體流率及管子傾斜度，就可以計算 X 及 Y ，並利用式 (7) 求出 h_L/D，其中 h_L/D 將是計算流態過渡的重要參數。

（一）水平二層流動與中介流動或套管流動間之過渡狀況 (Transition between Stratified and Intermittent or Annular–Dispersed Liquid Regimes)：

穩定二相流隨著液體流量漸增，造成液體液位上升形成波浪，若波浪迅速成長，傾向形成液體架橋而阻斷整個管截面。氣體流速較低時，液體會形成適當的架橋阻斷管截面，因而發生塊狀流動或栓塞流動；氣體流速較高時，液體不足以阻斷管截面，甚至無法形成液體架橋。若氣體流速夠高，則液體會被拂起而圍繞在管壁四周，管中央形成帶有液滴的之氣核，即為套管流動。Butterworth (1972) 已證實這種套管液膜形成的機構，並用來定義二層流過渡至中介流動或套管流動。

考慮氣體流過波狀二層流，當氣體越過波浪時，因波峰處氣體流過的面積縮小，造成氣體加速，由 Bernoulli 效應得知波峰處壓力會減少，此因素造成波浪成長；反之波浪的重力因素 (造成徑向能量摩擦消耗) 將使波浪衰減。

考慮在二平行板間的穩定二層流系統中之單一波浪，如附圖三所示，若忽略波浪的移動，則波浪成長 (不穩定度) 的條件為：

$$P - P' > (h_G - h'_G)(\rho_L - \rho_G)g \tag{17}$$

由 Bernoulli 定律

$$P - P' = \frac{1}{2}\rho_G(u'^2_G - u^2_G) \tag{18}$$

則波浪成長的條件改寫為

$$u_G > C_1\left(\frac{g(\rho_L - \rho_g)h_G}{\rho_G}\right)^{1/2} \tag{19}$$

其中 C_1 與波浪大小有關

$$C_1=\left[\frac{2}{\frac{h_G}{h_G^{'}}\left(\frac{h_G}{h_G^{'}}+1\right)}\right]^{1/2} \tag{20}$$

討論：(1) 若波浪只是無限小的擾動，則 $\frac{h_G}{h_G^{'}}\rightarrow 0, C_1\rightarrow 1$ 式 (19) 可簡化為

$$u_G>\left(\frac{g(\rho_L-\rho_g)h_G}{\rho_G}\right)^{1/2} \tag{21}$$

(2) 若為有限擾動 (Finite Disturbance) , $\frac{h_G}{h_G^{'}}>1, C_1<1$

故就不等式右邊而言，有限擾動的值較小，而無限小的擾動其值較大，故有限擾動比無限小的擾動不穩定。

以上的推導很容易推展至圓管或傾斜管，結果如下：

$$u_G>\left[\frac{2(\rho_L-\rho_G)gsin\theta(h_L^{'}-h_L)}{\rho_G}\frac{A_G^{'2}}{A_G^2-A_G^{'2}}\right]^{1/2} \tag{22}$$

若考慮有限擾動，且利用 A_G 為泰勒展開式的展開點將 $A_G{'}$ 展開，並簡化得：

$$u_G>C_2\left[\frac{(\rho_L-\rho_G)gcos\theta A_G}{\rho_G\frac{dA_L}{dh_L}}\right]^{1/2} \tag{23}$$

其中 $C_2\cong\frac{A_G^{'}}{A_G}$

相同地討論如下：

(1) 對於無限小的擾動，$A_G^{'}\rightarrow A_G, C_2\rightarrow 1$ 。

(2) 若平衡液位接近管內頂部，$A_G{'}$ 非常小，使得 C_2 → 0。

(3) 相反地，平衡液位較低時，小振幅的波浪並不會造成氣體流過之面積有太大的變化，使得 $A_G' \rightarrow A_G, C_2 \rightarrow 1$。

經由以上的討論，C_2 可由下式估計：

$$C_2 = 1 - h_L/D = 1 - \widetilde{h}_L \tag{24}$$

將式 (23) 無因次化，可得

$$\boxed{F^2 \left[\frac{1}{C_2^2} \frac{\widetilde{u}_G^2 \frac{d\widetilde{A}_L}{d\widetilde{h}_L}}{\widetilde{A}_G} \right] \geq 1} \tag{25}$$

其中 F 為 **Froude Number**，並定義為

$$F = \sqrt{\frac{\rho_G}{(\rho_L - \rho_G)}} \frac{u_{GS}}{\sqrt{Dg\cos\theta}} \tag{26}$$

且

$$\frac{d\widetilde{A}_L}{d\widetilde{h}_L} = \sqrt{1 - (2\widetilde{h}_L - 1)^2} \tag{27}$$

式 (25) 括號內的每一項均為 h_L/D 的函數；且為無因次群 X 及 Y 的函數，因此過渡狀況可由無因次群 X, Y 及 F 決定之。附圖四的曲線 A 即代表水平管 (Y = 0) 二層流與中介流動或套管流動間之過渡，曲線 A 的左邊即屬二層流。

(二) 水平中介流動與氣核帶有分散液滴的套管流動間之過渡狀況 (Transition between Intermittent and Annular-Dispersed Liquid Regimes)：

式 (25) 代表波狀二層流可能發生波浪成長的條件，當觀察到波浪開始成長時，可能會發生兩件事：

(1) 當供應的液體夠多，足以提供保持塊狀流動所需的液體。

(2) 當液位不夠高，波浪被拂起並圍繞在管壁四周，則套管流動形成。

至於確實發展成那一種流態，取決於二層流的平衡液位，**Dukler (1976)** 認為：

(1) 若 $h_L/D > 0.5$，發展成中介流動。

(2) 若 $h_L/D < 0.5$，發展成套管流動或氣核帶有分散液滴的套管流動。

波浪的前端被吸起，所欠缺的液體必需由波浪附近的平衡液膜提供，故在此處會形成凹處，於氣液界面形成正弦波形。若平衡液位在中心線以上，凹處還未來得及觸及管底時，波峰已達管內頂部。於是氣體因液體形成架橋而被阻斷；反之若平衡液位低於中心線時，塊狀流動便不易形成。

因過渡發生在 $h_L/D = 0.5$ ，故給定一個 Y 值，即可得一特定的 X 值。若為水平管 (Y = 0)，則 X = 1.6。此過渡曲線表現在附圖四中的曲線 B ；當往 X > 1.6 發展，則由二層流過渡至中介流動 (S/I)；而往 X < 1.6 發展，則由二層流過渡至氣核帶有分散液滴的套管流動 (S/AD)。

Kellogg 修正過渡值為 $h_L/D = 0.35$ 。

(三) 平滑二層流與波狀二層流間之過渡狀況 (Transition between Stratified Smooth and Stratified Wavy Regimes)：

二層流可以再細分成兩個區域： (1) 平滑二層流 (2) 波狀二層流。

已知波浪的形成乃是因氣體速度夠大，但此時的氣體速度雖大，卻不足以使流態過渡至中介流動或套管流動。

波浪形成的現象相當複雜，至今仍尚未完全了解，但可以接受的解釋為：

－ 當施於波浪的壓力及軸功 (Shear Work) 足以克服波浪中的黏度分散 (Viscous Dissipation) ，則波浪會發生。

Dukler (1976) 引用 **Jeffreys (1925, 1926)** 對波浪形成條件之建議：

$$u_G > C_2 \left[\frac{(\rho_G - \rho_L) g cos\theta A_G}{\rho_G \frac{dA_L}{dh_L}} \right]^{1/2} \tag{23}$$

$$(u_G - C)^2 C > \frac{4\nu_L g(\rho_L - \rho_G)}{S\rho_G} \tag{28}$$

其中 S 為**隱藏係數 (Sheltering Coefficient)**，**Jeffreys** 建議 $S = 0.03$，然而 **Benjamin (1959)** 則經由理論及實驗結果建議 $S = 0.01 \sim 0.03$ ，本文採用 $S = 0.01$。

C 為波的傳遞速度，當過渡發生時 $u_G >> C$。由波的理論知 C / u_L 的比值隨液體雷諾數的增加而遞減 (**Fulford (1964)**，**Brock (1970)** 及 **Chu (1973)** 亦證實此觀點)。於高雷諾數下，$C / u_L \rightarrow 1.0 \sim 1.5$，因為此過渡的邊界並不需要非常準確，故簡化為 $u_L = C$。

將上述假設代入式 (28) 得平滑二層流與波狀二層流間之過渡條件：

$$u_G > \left[\frac{4\nu_L(\rho_L - \rho_G) g cos\theta}{S\rho_G u_L} \right]^{1/2} \tag{29}$$

將式 (29) 化成無因次群得

$$K \geq \frac{2}{\sqrt{\tilde{u}_L \tilde{u}_G \sqrt{S}}} \tag{30}$$

其中 K 定義為

$$K^2 = F^2 Re_{LS} = \left[\frac{\rho_G u_{GS}^2}{(\rho_L - \rho_G) D g cos\theta} \right] \left[\frac{D u_{LS}}{\nu_L} \right] \tag{31}$$

式 (30) 之 $\tilde{u}_L$ 與 $\tilde{u}_G$ 都與 h_L/D 有關 (參考式 (15) 及式 (16))，亦即已知 X 及 Y 便可以決定這些物理量。因此可得結論：平滑二層流與波狀二層流間的過渡與三個參數 K, X 及 Y

有關。若在某特定傾斜管，就只有兩個參數 K 及 X 有關。附圖四中的曲線 C 表示 Y = 0 及 S = 0.01 的過渡狀況。

附圖四中過渡曲線的位置只是近似值，若要準確地定位此過渡曲線，必需有較精確的 C/u_L 及 S 值，雖然本文使用 S = 0.01 及 $C \fallingdotseq u_L$，但因為這些量的次冪只有 1/2，故 C 及 S 的選擇值並不會造成太大的變化。

(四) 中介流動與分散氣泡流動間之過渡狀況 (Transition between Intermittent and Dispersed Bubble Regimes)：

若液體流速夠快，氣體傾向與液體混合，**Dukler (1976)** 認為當紊流擾動力足以克服使 Taylor Bubble 保持在管子頂部的浮力時，流態便會過渡至分散氣泡流動。

每單位 Taylor Bubble 長度的浮力為：

$$F_B = g cos\theta(\rho_L - \rho_G)A_G \tag{32}$$

Levich (1962) 認為紊流擾動力可由下式估計：

$$F_r = \frac{1}{2}\rho_L \overline{v'}^2 S_i \tag{33}$$

其中，v’ 為徑向速度擾動

$$\sqrt{\overline{v'}^2} = u* = u_L\left(\frac{f_L}{2}\right)^{1/2} \tag{34}$$

當 $F_r \geq F_B$，可觀察到氣泡被分散：

$$u_L \geq \left[\frac{4A_G g cos\theta}{S_i f_L}\left(1 - \frac{\rho_G}{\rho_L}\right)\right]^{1/2} \tag{35}$$

將式 (35) 無因次化得

$$T^2 = \left[\frac{8\widetilde{A}_G}{\widetilde{S}_i \widetilde{u}_L^2\left(\widetilde{u}_L\widetilde{D}_L\right)^{-n}}\right] \tag{36}$$

其中

$$T=\left[\frac{\frac{4C_L}{D}\left(\frac{u_{LS}D}{\nu_L}\right)^{-n}\frac{\rho_L u_{LS}^2}{2}}{(\rho_L-\rho_G)g\cos\theta}\right]^{1/2}=\left[\frac{\left|\left(\frac{dP}{dX}\right)_{LS}\right|}{(\rho_L-\rho_G)g\cos\theta}\right]^{1/2} \tag{37}$$

= 施於 Taylor Bubble 上之紊流擾動力對重力之比值。

式 (36) 括號內的每一項都與 h_L/D 有關，亦即與 X、Y 及 T 有關。附圖四中的曲線 D 即代表 Y = 0 的過渡曲線。

四、流體力學模型

了解二相流水平流動的流動型態之後，接下來便是利用相應的流體力學模型，預測流體在管中流動的流體力學參數。附圖五利用簡易流程圖規劃二相流水平流動之計算思維方式。

(一)、氣液二相水平二層流模型 (Two Phase Horizontal Stratified Flow Model)

於流態過渡理論中曾討論過平衡二層流模型，並了解無因次液位 $\tilde{h}_L$ 只是 **Lockhart – Martinelli** 參數 X 及重力與壓降比值 Y 的函數，因此只要給定流體流量、流體性質、管徑尺寸及管子傾斜度就可以決定 $\tilde{h}_L$ 。以下利用 $\tilde{h}_L$ 決定其他流體力學參數：

(A) 液體容滯量計算：

由液體容滯量的定義得知：

$$R_L=\frac{A_L}{A}=\frac{A_L}{A_L+A_G}=\frac{\widetilde{A}_L}{\widetilde{A}_L+\widetilde{A}_G} \tag{38}$$

(B) 壓降計算

Lockhart and Martinelli (1949) 企圖計算氣液二相流的壓降，曾定義無因次壓降 $\boldsymbol{\phi}_G$ 及 $\boldsymbol{\phi}_L$

$$\phi_L^2 = \frac{\left(\frac{dP}{dX}\right)}{\left(\frac{dP}{dX}\right)_{LS}} \qquad \phi_G^2 = \frac{\left(\frac{dP}{dX}\right)}{\left(\frac{dP}{dX}\right)_{GS}} \tag{39}$$

Taitel and Dukler (1976) 將無因次壓降 $\boldsymbol{\phi}_G$ 與 **Lockhart–Martinelli** 參數 X 結合得：

$$\phi_G^2 = \frac{1}{4}\widetilde{u}_G^2 \frac{\left(\widetilde{u}_G \widetilde{D}_G\right)^{-m}}{\widetilde{A}_G}\left[\widetilde{S}_G + \frac{f_i}{f_G}\widetilde{S}_i\right] \tag{40}$$

Bergelin and Gazley (1949) 認為若氣液表面是平滑，則 $f_i \cong f_G$ ，而 **Hanratty and Engen (1957)，Ellis and Gay (1959)，Smith and Tait (1966) 及 David (1969)** 則認為當表面有波浪時，f_i 必須利用不同的式子估計，此時 $\widetilde{h}_L$ 及 R_L 便不會只與 X 及 Y 有關。然而 **Dukler (1976)** 認為假設 $f_i \cong f_G$ 造成 $\widetilde{h}_L$ 的誤差相當小，因此只要流態為二層流，R_L 及 $\widetilde{h}_L$ 便只是 X 及 Y 的函數。

由以上的假設便可求出氣液二相水平二層流壓降

$$\left(\frac{dP}{dX}\right) = \phi_G^2 \left(\frac{dP}{dX}\right)_{GS} \tag{41}$$

(二)、氣液二相水平塊狀模型 (Two Phase Horizontal Slug Flow Model)

於管內形成中介流動的機構已證實是由於液體表面的不穩定波浪，因其振幅成長到封閉或阻斷整個管截面而形成塊狀液體。因此考慮一塊狀單元的物理模型，可分成以下幾區討論。如附圖六所示：

一 塊狀混合區 (Slug Mixing Zone)

此區域是一相當短的區域，大約是在塊狀鼻端 l_m 長度的區域。此區域形成的原因是因塊狀前端的液膜被快速移動的塊狀液體超越，經由劇烈的混合及渦流，這些被捲入的液體由液膜末端速度 U_{fe} 加速至塊狀液體的平均流速 U_s。此外因為劇烈混合，氣體也被混合在塊狀液體中。

一 塊狀液體主體 (Main Liquid Slug Body)

在這長度約為 $l_s - l_m$ 的區域中，塊狀液體 (含有小氣泡) 的移動就像均勻的混合物在移動。亦即塊狀液體可視為分散氣泡流動，且以整個塊狀液體的平均速度 U_s 移動，其中因假設此區域中氣液兩相間的脫滑速度為零，故在此塊狀液體內的小氣泡也是以 U_s 的速度移動。

一 液膜區 (Film Zone)

由塊狀液體釋放出的液體在大型 Taylor Bubble 下方形成長度為 l_f 的液膜，因液膜區內的液體與管壁發生摩擦，而被減速造成落後，這些落後的液體將被下一個快速移動的塊狀液體捕捉。此區域的摩擦壓降太小，因此常被忽略。

一 氣體區 (Gas Zone)

氣體區存在於兩個連續的塊狀液體間，好像騎在液膜上方移動。若塊狀液體被釋放的液體中含有小氣泡，則小氣泡在進入液膜時，就被擠入氣體區而與 Taylor Bubble 結合。

由附圖六描述的物理模型，考慮塊狀單元 ($l_s + l_m$) 的氣液兩相連續方程式為：

(1) 液相

$$\frac{U_{LS}}{v_s} = \frac{1}{U_t}\int_0^{l_f} U_f(x)R_f(x)dx + R_s\frac{U_s}{U_t}l_s \tag{42}$$

(2) 氣相

$$\frac{U_{GS}}{v_s} = \int_0^{l_f}\left[1 - R_f(x)\right]dx + (1-R_s)\frac{U_s}{U_t}l_s \tag{43}$$

而且

$$l_s + l_f = \frac{U_t}{v_s} \tag{44}$$

將式 (42) 與式 (43) 相加並代入式 (44) 消去 v_s 得

$$U_M = \frac{1}{l_s + l_f}\left[U_t l_f + \int_0^{l_f} R_f(U_f - U_t)dx + U_s l_s\right] \tag{45}$$

式 (45) 中含有六個未知數 $U_t, U_f, R_f, U_s, l_f, l_s$ ，因此必須有六個方程式才能解出這些變數。

依據 **Dukler (1975)** 的半實驗式，認為 U_t 可以表示為混合物速度 U_M 的簡單函數。

$$U_t = (1+c)U_M \tag{46}$$

其中， $c = 0.021 \cdot ln(Re_{LS}) + 0.022$

若流體為穩定狀態，塊狀液體的長度為定值，由於在液膜及塊狀內均沒有液體累積，因此液體穿過塊狀的質量流率必等於穿過液膜的質量流率，故

$$\dot{m}_e = \rho_L A R_s(U_t - U_s) = \rho_L A R_f(U_t - U_f) \tag{47}$$

由式 (47) 得知，$R_f(U_t - U_f)$ 在穩定狀態下為不變量，亦即式 (45) 中的 $R_f(U_f - U_t)$ 為定值，則式 (45) 可簡化為

$$U_M = (l_s + l_f) = U_s(l_s + R_s l_f) + U_t l_f(1 - R_s) \tag{48}$$

整理式 (48) 得

$$U_s = \frac{U_M\left(1+\frac{l_s}{l_f}\right) - U_t\left(1-R_s\right)}{R_s+\frac{l_s}{l_f}} \tag{49}$$

式 (49) 中隱含著，當 $R_s = 1$，則 $U_s = U_M$；**Dukler (1975)** 採用這個這個假設，本文中亦採用

$$U_s = U_M \tag{50}$$

其次將式 (42) 中的 v_s 利用式 (44) 取代並整理得

$$l_s = \frac{\int_0^{l_f} U_f(x)R_f(x)dx - U_{LS}l_f}{U_{LS} - R_sU_s} \tag{51}$$

由實驗觀察或照相技術指出：液膜厚度只有在前端很短的距離才會有較大的變化，而在該段之後液膜厚度的變化就很小，故可忽略前端的一小段，則式 (51) 的積分式可簡化為

$$\int_0^{l_f} U_f(x)R_f(x)dx \cong U_{fe}R_{fe}l_f \tag{52}$$

其中 R_{fe} 即 U_{fe} 代表在下一個塊狀液體到達前，液膜末端的液體體積分率及速度。則式 (51) 可以改寫為

$$l_s = \frac{U_{fe}R_{fe}l_f - U_{LS}l_f}{U_{LS} - R_sU_s} = \frac{l_f\left(U_{fe}R_{fe} - U_{LS}\right)}{U_{LS} - R_sU_s}$$

並整理得

$$l_f = \frac{l_s\left(U_{LS} - R_sU_s\right)}{U_{fe}R_{fe} - U_{LS}} \tag{53}$$

R_s 代表塊狀液體內液體體積分率，並採用 **Gregory (1978)** 的結果

$$R_s = \frac{1}{1+\left(\frac{U_M}{\alpha}\right)^{\beta}} \tag{54}$$

$$\alpha = 8.66 \text{ m/sec}$$

$$\beta = 1.39$$

l_s 代表塊狀液體的長度，且以 $l_s = 30D$ 估計。

經過上述的討論，$U_t, U_f, R_f, U_s, l_f, l_s$ 變數已轉變成 $U_t, U_{fe}, R_{fe}, U_s, l_f, l_s$ 等六個變數，且已有式 (46)、式 (47)、式 (50)、式 (53) 及 $l_s = 30D$ 等五個方程式。最後欠缺的方程式可由“液膜解決方案”完成，說明如下：

一 液膜解決方案 (Film Solution)

為決定 U_f 及 R_f 沿著液膜長度的變動，可由液膜的動量方程式討論：

$$\frac{d}{dt}\left(U_f R_f\right) + \frac{d}{dx}(U_f^2 R_f) + g\frac{d}{dx}(R_f \xi) + \frac{\tau_L P_L}{\rho_L A} - g R_f sin\theta = 0 \tag{55}$$

及連續方程式

$$\frac{d(U_f R_f)}{dt} = 0 \tag{56}$$

其中 $\boldsymbol{\xi}$ 代表由液膜表面至液膜重心的距離為管徑的比值 (參考附圖七)。同時 $\boldsymbol{\xi}$ 可由管子幾何表面參數 $\boldsymbol{\gamma}$ 表示為：

$$\xi = \frac{1}{3\pi R_f} sin^3(\frac{\gamma}{2}) - \frac{1}{2} cos(\frac{\gamma}{2}) \tag{57}$$

而 $\boldsymbol{\gamma}$ 與 R_f 的關係為

$$R_f = \frac{\gamma - sin\gamma}{2\pi} \tag{58}$$

且濕潤周長定義為

$$P_L = \frac{\gamma D}{2} \tag{59}$$

管壁的剪應力 $\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{L}}$ 為

$$\tau_L = \frac{f_f \rho_L U_f^2}{2} \tag{60}$$

f_f 可由單一相系統的方式計算，且在計算中雷諾數定義為

$$Re_f = \frac{D_H \rho_L U_f}{\mu_f} \tag{61}$$

其中 D_H 表示水力直徑

$$D_H = \frac{4A\,R_f}{P_L} \tag{62}$$

將式 (56) 及 (62) 代入式 (55) 並整理如下：

$$\int_{R_{fs}}^{R_{fe}} W(R_f)dR_f = \int_0^{l_f} \frac{x}{D}dx = \frac{l_f}{D}$$

其中

$$W(R_f) = \frac{\frac{C_f^2 R_s^2}{R_f^2} - \frac{gD}{U_M^2}\left[\frac{\frac{\pi}{2}R_f sin(\frac{\gamma}{2}) + sin^2(\frac{\gamma}{2})cos(\frac{\gamma}{2})}{1 - cos\gamma} - \frac{1}{2}cos(\frac{\gamma}{2})\right]}{f_f\left[\frac{U_t}{U_{fs}} - C_f\frac{R_{fs}}{R_f}\right]^2 \frac{\gamma}{\pi} + \frac{gDR_f}{U_M^2}sin\theta} \tag{64}$$

$$C_f = \frac{U_t}{U_{fs}} - 1$$

結合式 (63) 即可將六個變數全部解出，由於這些變數在計算壓降時相當重要，為了便於計算特別將這六個方程式列表於附表一。

(A) 整個塊狀單元的平均液體體積分率 R_L：

由質量平衡可得

$$R_L = \frac{l_f R_{fe} + l_s R_s}{l_f + l_s} \tag{65}$$

(B) 壓降計算

(a) 摩擦壓降

摩擦壓降主要來自塊狀液體與管壁的摩擦。因為在塊狀液體主體內氣液相均勻混合且忽略脫滑速度，因此可利用相似性模型計算其摩擦壓降，計算步驟如下：

(1) 計算塊狀液體的雷諾數

(2) 計算單項 Moody 摩擦因子 f_0。

(3) 參考“氣液二相流系統之管線設計 (II) — 垂直向上流動”介紹的相似性模型

計算二相流摩擦因子 f_{TP}。

(4) 計算摩擦壓降

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{fric} = \frac{f_{TP}\left[\rho_L R_s + \rho_G(1-R_s)\right]U_s^2}{2g_c D}\cdot\frac{(l_s - l_m)}{l_u} \tag{67}$$

$$l_u = l_f + l_s$$

其中 l_m 代表混合區長度，亦即由液膜穿入塊狀液體的深度，此深度與塊狀

液體及液膜間的相對速度 $(U_s - U_{fe})$ 有關，可由以下的關聯式計算：

$$l_m = \frac{0.3(U_s - U_{fe})^2}{2g_c} = \frac{0.15(U_s - U_{fe})^2}{g_c} \tag{68}$$

(e) 加速度壓降

加速度壓降主要來自液膜末端的液體被捲入塊狀液體，同時液膜末端速度 U_{fe}

會被加速至塊狀液體的速度 U_s。

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{acc} = \frac{\dot{m}_e(U_s - U_{fe})}{A\cdot g_c\cdot l_u} = \frac{\rho_L R_{fe}(U_t - U_{fe})(U_s - U_{fe})}{g_c\cdot l_u} \tag{69}$$

注意事項：

水平塊狀流動模型的不準確因素主要來自：

1. 估計塊狀液體速度 U_s 時，為了計算方便曾假設 $U_s = U_M$。由於此假設將使計算的 U_s 比實際大些，故壓降也稍偏高，可考慮為安全係數。
2. 估計塊狀液體長度，採用 $l_s = 30\ D$，對於小管徑，此關聯式可得到合理的結果；但在大管徑時將會產生誤差。

五、計算例

本節利用 **TPF2022** 程式，計算兩個工廠實際的例子，並討論輸出的結果。

六、結論

水平管中氣液二相流系統，雖可分成六種流態，但重要的流態過渡狀況僅須考慮五種，而在這五種基本流體間的過渡，以塊狀流動及栓塞流動 (I) 為最重要，因為塊狀流動是一種非常不穩定且複雜的氣液二相流流動型態，這種流態之液體由液膜捲入塊狀液體或由塊狀液體釋放至液膜，而造成的加速或減速作用，致使產生較高的壓降。而且塊狀液體以混合物型態快速移動，會使管線受到衝擊而產生水錘效應，影響管線的結構。因此如何選擇適合的管徑以避開塊狀流動，將是決定氣液二相流水平流動系統的重要考量，而 **TPF2022** 程式正足以解決此問題。

七、符號說明

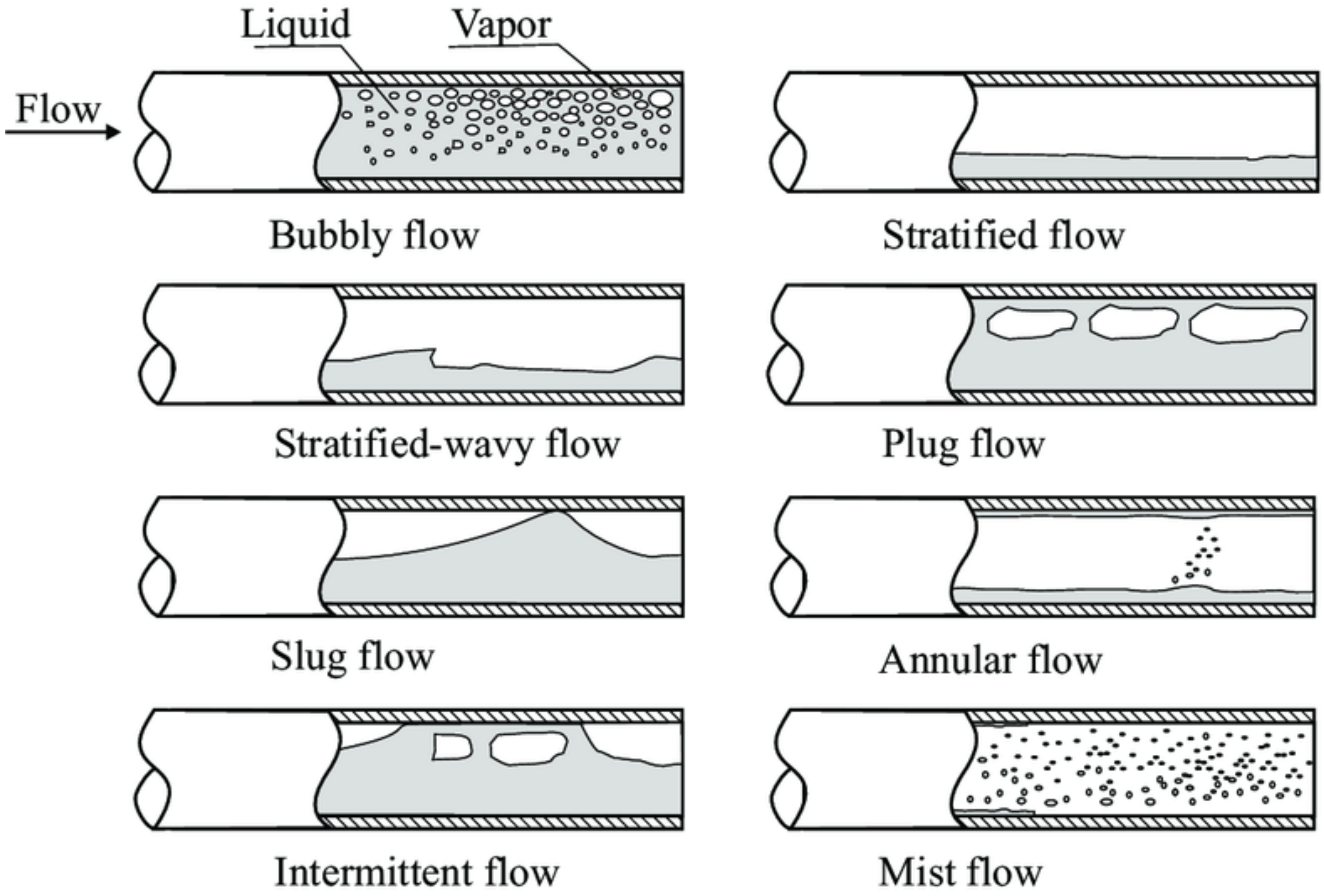
A	= 管子橫截面積
A_G	= 管中氣體核所佔橫截面積
A_L	= 管中液膜所佔橫截面積
$\widetilde{A}$	= 相對於面積餐考量 D^2 的無因次管截面積
$\widetilde{A}_G, \widetilde{A}_L$	= 相對於面積餐考量 D^2 的無因次氣體、液體橫截面積
A_G'	= 波峰處氣體所佔橫截面積
C	= 波浪的傳遞速度
c	= 式 (46) 中與流體流動的雷諾數有關之參數
C_G	= 氣體摩擦因子關聯式中的常數
C_L	= 液體摩擦因子關聯式中的常數
C_f	= 式 (64) 中液膜前端的速度比
C_1, C_2	= 波浪成長條件中的參數，與波浪大小有關
D	= 管徑
D_H	= 液膜水力直徑
D_G、D_L	= 氣體與液體的水力直徑
$\widetilde{D}_G, \widetilde{D}_L$	= 相對於長度參考量 D 的無因次氣相、液相水力直徑
F	= 修正後的 Froude Number
F_B	= 每單位 Taylor Bubble 長度的浮力
F_T	= 紊流擾動力
f	= 摩擦因子
f_i	= 氣液界面的摩擦因子
f_f	= 液膜的摩擦因子，式 (60)
f_G	= 氣體的摩擦因子
f_L	= 液體的摩擦因子
g	= 重力加速度
h_L	= 波浪的平衡液位高，參考附圖二
h_G	= 波浪平衡時之氣體所佔截面高度，參考附圖二
$\widetilde{h}_L$	= h_L/D
h_G', h_L'	= 於波峰處氣體與液體所佔截面高度，參考附圖二
K	= 波狀流動之無因次參數，式 (31)
l_f	= 液膜長度

l_m	= 混合區長度
l_s	= 塊狀液體長度
l_u	= 塊狀單元長度
m, n	= Eq (5) 中的次冪
$\dot{m}_e$	= 液體穿入塊狀液體的質量流率，亦等於液體穿入液膜的質量流率
P	= 壓力
P’	= 波峰處的壓力
P_L	= 濕潤面積
$\left(\frac{dP}{dX}\right)$	= 沿流動方向的壓力梯度
$\left(\frac{dP}{dL}\right)$	= 單位長度壓降
$\left(\frac{dP}{dX}\right)_s$	= 代表只有單一相在管內流動造成的壓降
Q_L, Q_G	= 液體、氣體之體積分率
Re_f	= 液膜的雷諾數
Re_{LS}	= 塊狀液體的雷諾數
R_f	= 液膜內之當地液體容滯量
R_{fe}	= 液膜末端之液體容滯量
R_{fs}	= 液膜前端之液體容滯量
R_L	= 塊狀單元之液體容滯量
R_s	= 塊狀液體之液體容滯量
S	= 隱藏參數
S_i	= 界面剪應力施予氣液界面的面積
S_G	= 氣體與管壁間之剪應力施予管壁的面積
S_L	= 液體與管壁間之剪應力施予管壁的面積
$\widetilde{S}_i, \widetilde{S}_G, \widetilde{S}_L$	= S_i, S_G, S_L 相對於面積參考量 D^2 之無因次量
T	= 施於 Taylor Bubble 上之紊流擾動力對重力之比值
U_f	= 液膜內當地液體速度
U_{fe}	= 液膜末端之液體平均速度
U_{fs}	= 液膜前端之液體平均速度
U_s	= 塊狀液體的平均速度
U_t	= 整個塊狀單元的平均移動速度
u_G, u_L	= 氣體與液體的真實速度

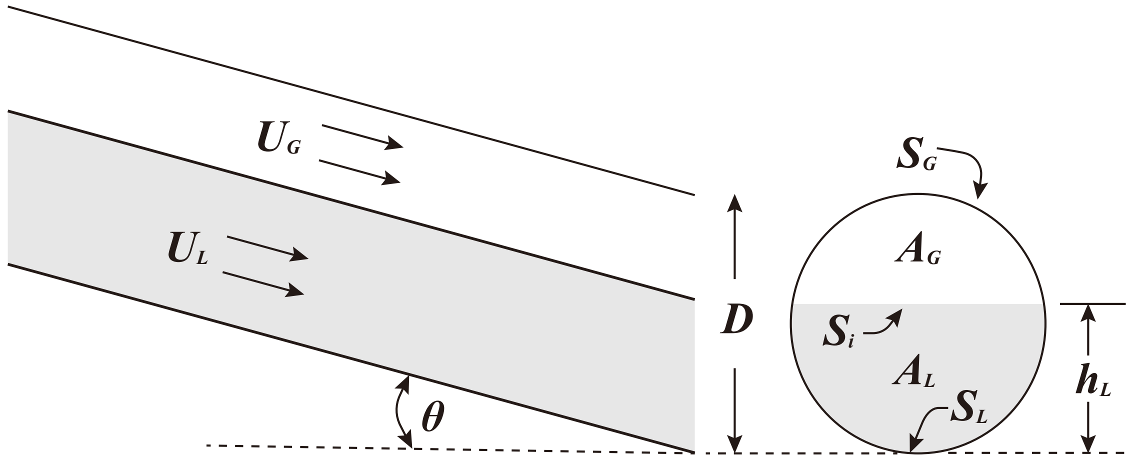
u_{GS}、u_{LS}	= 氣體與液體的表面速度
u_M	= 氣液混合物的速度
u_i	= 界面的液體速度
$\widetilde{u}_G, \widetilde{u}_L$	= 氣體與液體的真實速度相對於表面速度 (U_{GS}, U_{LS}) 的無因次速度
$u_G^{'}$	= 波峰處之氣體真實速度
v_s	= 塊狀頻率
$\overline{v^{'}}$	= 平均徑向擾動速度
W	= **Dukler and Hubbard** 液膜積分，式 (64)
X	= **Lockhart-Martinelli** 參數
Y	= 無因次重力參數
$\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$	= 定義於式 (54) 中的參數
$\boldsymbol{\gamma}$	= 管子幾何參數
$\boldsymbol{\phi}$	= 沖蝕因子
$\boldsymbol{\phi}_G$，$\boldsymbol{\phi}_L$	= 氣體與液體之無因次壓降
$\boldsymbol{\theta}$	= 管子與水平面之夾角
$\boldsymbol{\xi}$	= 液膜表面至液膜重心的距離與管徑的比值
$\boldsymbol{\mu}_G$、$\boldsymbol{\mu}_L$	= 氣體、液體黏度
$\boldsymbol{\nu}_G$ 、$\boldsymbol{\nu}_L$	= 氣體與液體之動黏度
$\boldsymbol{\rho}_G$、$\boldsymbol{\rho}_L$	= 氣體、液體密度
$\boldsymbol{\rho}_M$	= 氣液混合物的密度
$\boldsymbol{\sigma}$	= 液體表面張力
τ_i	= 液膜與氣體間的界面剪應力
τ_G	= 氣體與管壁間的剪應力
τ_L	= 液膜與管壁間的剪應力
~	= 上標符號代表相對於參考值的無因次變數

八、參考文獻

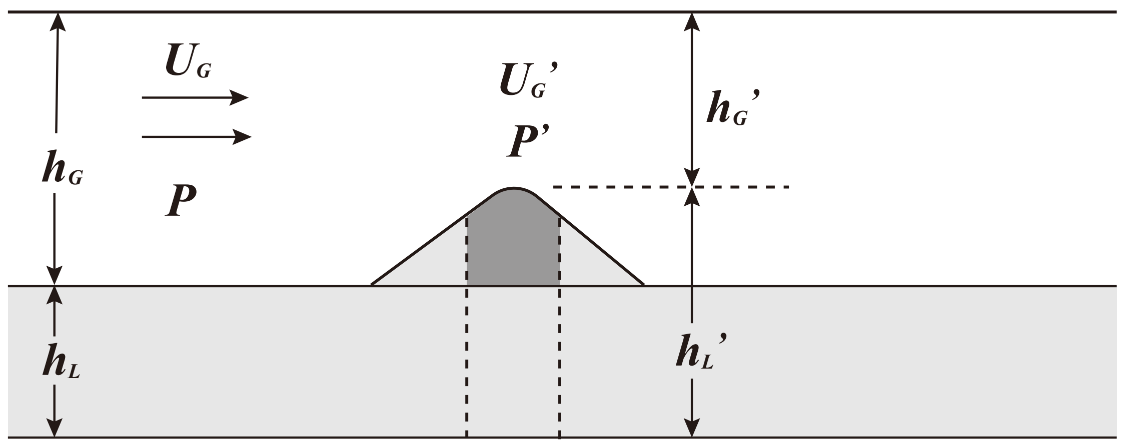
3. Baker, O. "Simultaneous Flow of Oil and Gas," Oi Gas J. 53, 185, 1954.
4. Dukler, A. E. et.al, "A Physical Model for Predicting the Minimum Stable Slug Length." Chem. Eng. Sci. , 48(8), 1985, pp.1374-1385.
5. Dukler, A. E. and Hubbard, M. G., "A Model for Gas-Liquid Slug Flow in Horizontal and Near Horizontal Tubes," Ind. Engrg. Chem. Fund, 14(4), 1975, pp.337-347.
6. Gregory, G. A. Nicholson, M. K and Aziz, K., "Correlation of the Liquid Volume Fraction in the Slug for Horizontal Gas-Liquid Slug Flow," Int. J. Multiphase Flow, 4, 1978, pp. 33-39.
7. Govier, G. W., Aziz. K., "The Flow of Complex Mixtures in Pipes," Van Nostrand Reinhold Company. New-York, New York, 1972.
8. Lockhart, R. W., Martinelli, R. C., "Proposed Correlation of Data for Isothermal Two-Phase,Two-Component Flow in Pipes.", Chem. Engrg., 1949, pp. 39-48
9. Nicholson, M. K. Aziz, K. Gregory, G. A., "Intermittent Two-Phase Flow in Horizontal Pipes: Predictive Models," The Can. J. of Chem. Engrg., 56, 1978
10. Scott, S., Shoham, O. and Brill, J., "Prediction of Slug Length in Horizontal, Large Diameter Pipes," SPE, J. of Prod. Engrg., 1989, pp. 335-340
11. Taitel, Y., Dukler A.E., "A Model for Predicting Flow Regime Transition in Horizontal and Near Horizontal Gas-Liquid Flow," AIChE J. , 22, 1, 1976, pp. 47-56
12. Taitel, Y. and Dukler, A. E., Brief Communication—"A Theoretical Approach to the Lockhart-Martinelli Correlation for Stratified Flow," Int. J., Multiphase Flow, 12, 1976. pp. 591-595
13. Wallis, G. B. "One-Dimensional Two-Phase Flow," McGraw-Hill, New-York, New York, 1969



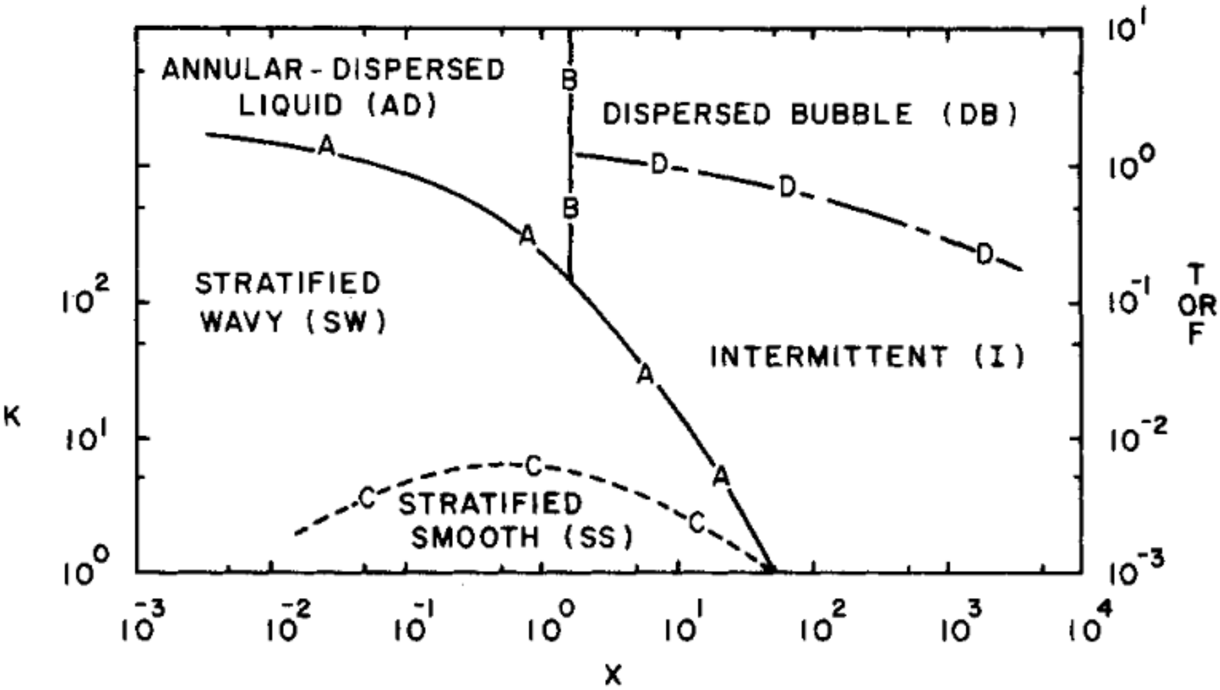
附圖一　水平流動之流態特徵



附圖二　平衡二層流物理模型



附圖三　二平行板間具有單一波浪的不穩定二層流模型

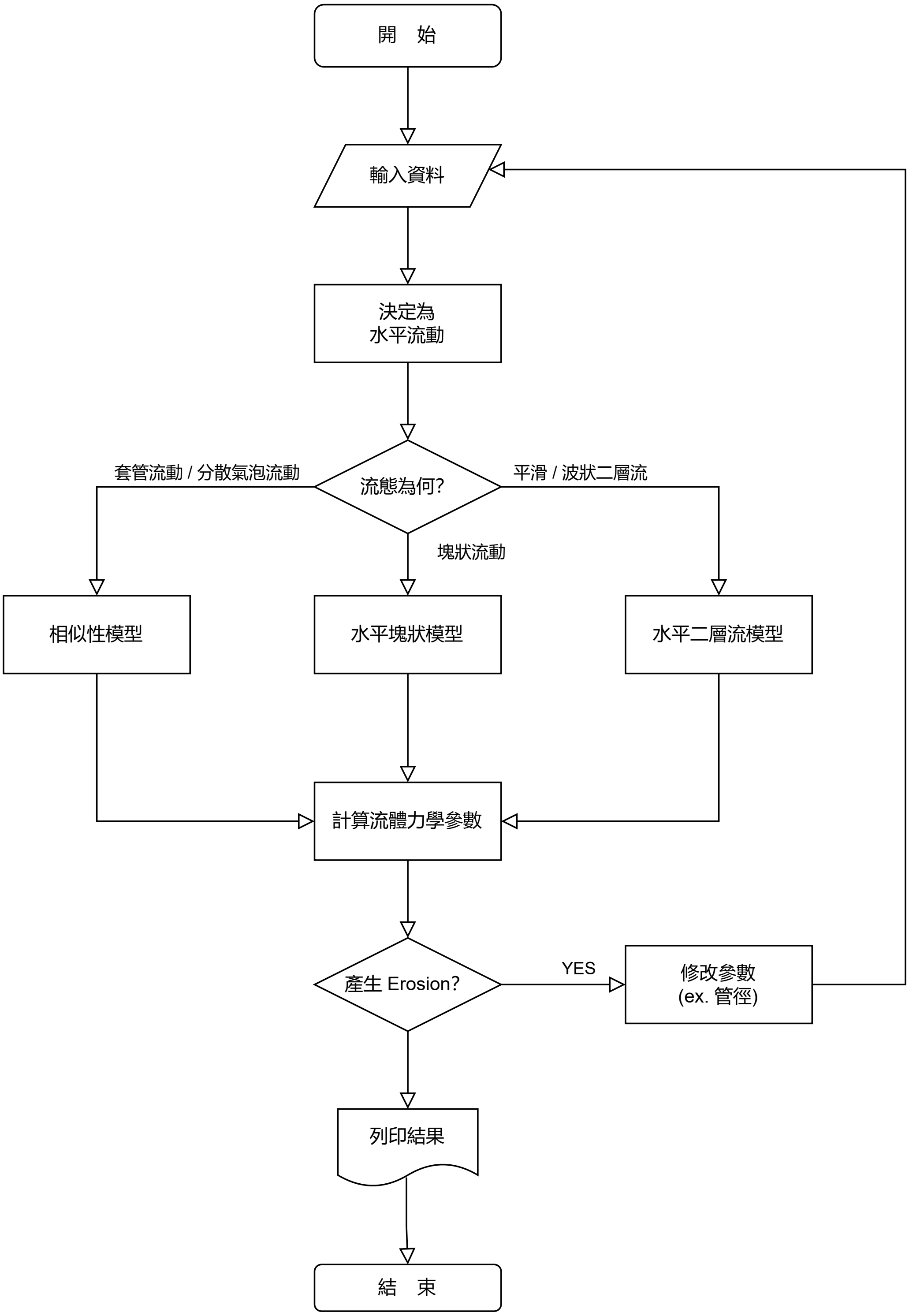


CURVE:	A & B	C	D
COORDINATE:	F vs X	K vs X	T vs X

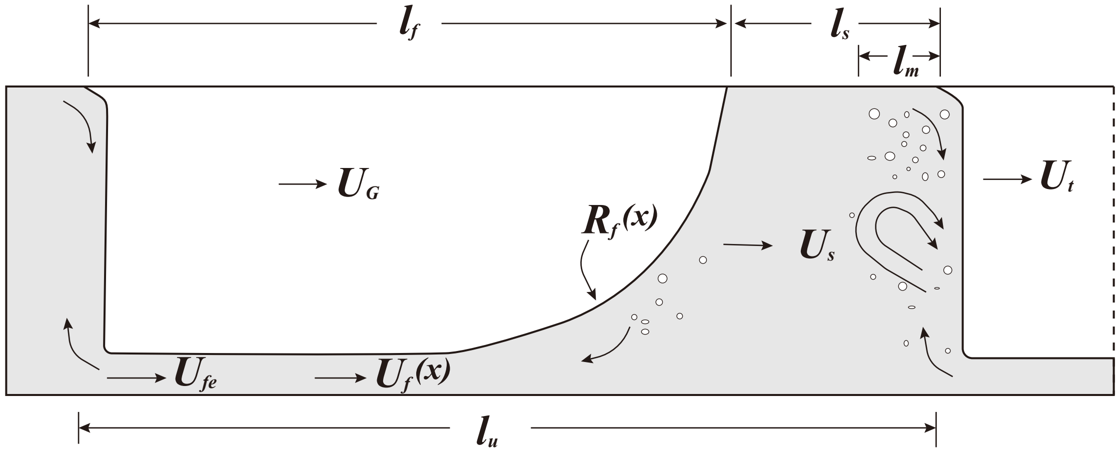
$$X = \left[\frac{(dP/dx)_L^S}{(dP/dx)_G^S} \right]^{1/2} \qquad F = \sqrt{\frac{\rho_G}{(\rho_L - \rho_G)}} \frac{U_G^S}{\sqrt{D g \cos \alpha}}$$

$$T = \left[\frac{\left|(dP/dx)_L^S\right|}{(\rho_L - \rho_G) g \cos \alpha} \right]^{1/2} \qquad K = \left[\frac{\rho_G U_G^{S^2} U_L^S}{(\rho_L - \rho_G) g \nu_L \cos \alpha} \right]^{1/2}$$

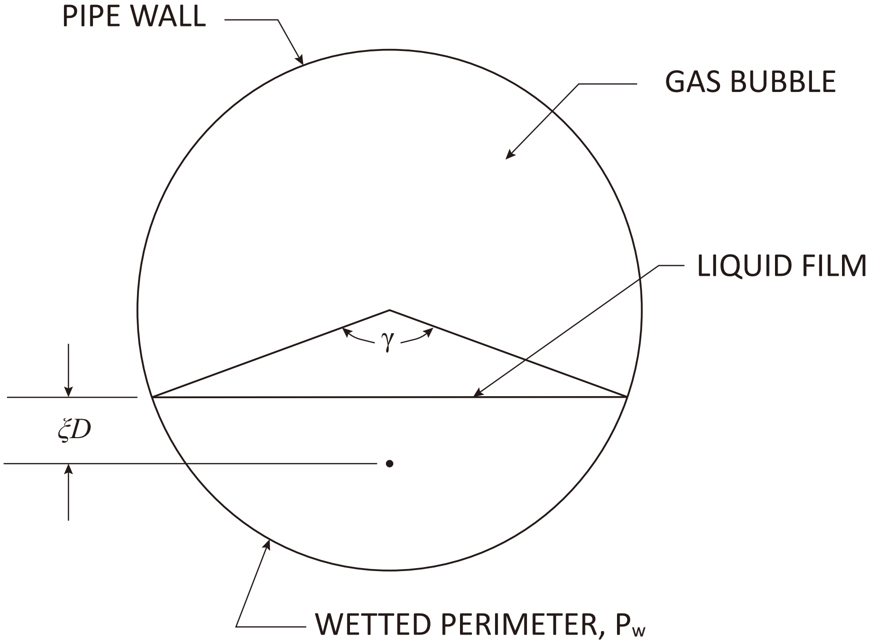
附圖四　氣液二相水平流動的流態分佈圖



附圖五　二相流垂直向下流動流態判定思維流程圖



附圖六　水平塊狀流動的物理模型



附圖七　液膜解決方案之物理模型

附表一　液膜解決方案方程式列表

方程式	變數
$U_t = (1+c)\cdot U_M$　(46) 其中, $c = 0.021\cdot ln(Re_{LS}) + 0.022$	U_t
$U_s = U_M$	U_s
$l_s = 30D$	l_s
$\rho_L A R_s(U_t - U_s) = \rho_L A R_{fe}(U_t - U_{fe})$	U_{fe}, R_{fe}
$l_f = \dfrac{l_s\left(U_{LS} - R_s U_s\right)}{U_{fe}R_{fe} - U_{LS}}$　(53)	l_f, U_{fe}, R_{fe}
$\int_{R_{fs}}^{R_{fe}} W(R_f)dR_f = \int_0^{l_f}\dfrac{x}{D}dx = \dfrac{l_f}{D}$　(63) $W(R_f) = \dfrac{\dfrac{C_f^2R_s^2}{R_f^2} - \dfrac{gD}{U_M^2}\left[\dfrac{\frac{\pi}{2}R_f sin(\frac{\gamma}{2}) + sin^2(\frac{\gamma}{2})cos(\frac{\gamma}{2})}{1-cos\gamma} - \frac{1}{2}cos(\frac{\gamma}{2})\right]}{f_f\left[\dfrac{U_t}{U_{fs}} - C_f\dfrac{R_{fs}}{R_f}\right]^2\dfrac{\gamma}{\pi} + \dfrac{gDR_f}{U_M^2}sin\theta}$ $C_f = \dfrac{U_t}{U_{fs}} - 1$	U_{fe}, R_{fe}, l_f