

氣液二相流系統之管線設計 (II)

一 垂直向上流動

*邱文裕 **李正春 ***劉貞連 ****陳杰萬

摘 要

本文主要介紹氣液二相垂直向上流動的流動型態並利用數學模型預測流態的過度狀況，這些數學模型乃根據不同流態下的物理現象發展而成，只要提供流體質量流率、物性及管徑大小，便可成功預測管內相應流動型態及單位長度壓降。

本文亦介紹各種流動型態下的流體力學模型，利用這些模型可掌握管中流體力學參數之計算，避免製程設計時對流體力學參數的高估，造成投資浪費。最後選擇兩個工廠設計實例，利用已發展完成的 TPF2022 程式，判斷流動型態進而計算單位長度壓降並提出合理的管徑尺寸建議。

一、前言：

當氣液二相流混合物於垂直向上管內流動時，二相流會因流動速率、流體物性及管徑大小而呈現不同的流動型態。附圖一歸納二相流垂直向上流動可區分為：氣泡流動 (Bubble Flow)、塊狀流動 (Slug Flow)、攪拌流動 (Churn Flow) 及套管流動 (Dispersed Annular Flow) 四種流態。隨著流態不同，管內熱傳與質傳速率、動量損失及氣液混合程度有顯著的差異，而這些差異將會影響製程設計的參數。因此預測某一操作條件下可能呈現的流態是相當重要的課題。

若能確實掌握二相流在垂直向上管內的流態與流態過渡的狀況，及各流態下氣液二相接觸的機構，發展相應的流體力學模型以預測管中流體力學參數，將有助於相關的製程設計工作。

二、流態描述

氣液二相流混合物在垂直向上管內流動會呈現幾種流態（參見附圖一），每一種流態的軸向與徑向氣液分佈都有其特徵。本文對流態的描述採用 **Hewitt and Hall Taylor (1970)** 對垂直向上流動的觀察與定義：

- **氣泡流動 (Bubble Flow)**

氣相以分散氣泡形式均勻地分佈在連續的液相中。

- **塊狀流動 (Slug Flow)**

大部分的氣體位於大的子彈型氣泡中均勻向上移動，氣泡的直徑幾乎與管徑大小相同，此氣泡稱為泰勒氣泡 (Taylor Bubble)。Taylor Bubble 被連續的塊狀液體 (Liquid Slug) 分隔，這些連續的塊狀液體中仍有許多小氣泡，而 Taylor Bubble 與管壁間的液體則以液膜 (Liquid Film) 的形式向下移動。

值得一提的是，此種流態在低速時，稱做柱塞流動 (Plug Flow or Piston Flow)，氣液界面可以清楚地界定之；而高流速蝕，則稱為塊狀流動，氣液界面就沒有那麼清晰了！雖然可以區分柱塞流動及塊狀流動，但以肉眼界定時卻非易事，因此本文不擬區分柱塞流動及塊狀流動，而均以塊狀流動概括之。

- **攪拌流動 (Churn Flow)**

攪拌流動有點類似塊狀流動，但較混亂且多泡沫，同時扭曲程度也較嚴重。此時子彈型的 Taylor Bubble 變得窄小，且形狀已被扭曲；兩 Taylor Bubble 間的塊狀液體也不斷被區域性高濃度小氣泡來回破壞。當破壞開始之初，塊狀液體崩潰，落至下一個

Taylor Bubble 的上方累積，再度形成架橋。攪拌流動正因此種崩潰後再重建的機構，所以液體運動呈現震盪或一上一下的現象。

– 套管流動 (Annular Flow)

套管流動的特徵是在管中形成連續的氣核，大部分液體緊貼管壁以波狀液膜向上運動，少部分的液體則以液滴的形式被氣核狹帶向上運動。

三、流態過渡狀況理論：

氣液二相流於垂直向上管內的流態分佈圖，主要有兩種系統，其一採用因次座標系統，例如氣液表面速度 (Gas and Liquid Superficial Velocity) U_{GS} 及 U_{LS} (Sternling 1965, Wallis 1969) 或表面動量通量 (Superficial Momentum Flux) $(\rho_G)(U_{GS})^2$ 及 $(\rho_L)(U_{LS})^2$ (Hewitt and Roberts 1969)，另一則採用無因次座標系統 (Duns and Ros 1963)，(Gould 1974)，此種座標系統較不具物理意義。本文依據 Taitel Y., Bernea D. and Dukler A. E. (1980) 的過渡理論，屬於因次座標系統，其典型的流態分佈圖參考附圖二，而過渡狀況理論分述如下：

(一) 由氣泡流動過渡至塊狀流動：

由低氣體流速之氣泡流動過渡至塊狀流動，必須經過黏聚 (Agglomeration) 及結合 (Coalescence) 二種程序，黏聚及結合程序可將分散的氣泡結合成較大的氣泡，當過渡至塊狀流動時，大氣泡直徑幾乎等於管徑的大小，長度約為直徑的 1-2 倍。

當流速增加時有兩種機構會影響過渡狀況的發生與否，分別為：

(1) 氣體流速增加，氣泡密度亦會增加，氣泡與氣泡間的距離變小，因而造成結合速率增加。

(2) 液體速率增加，因流動所產生的紊流擾動將黏聚而成的大氣泡衝破，阻止再結合的發生，則分散氣泡流動得以保持。

為預測過渡狀況，必須審視上述兩個機構造成的影響？

考慮氣體以低流速引入垂直向上管中，並被分散成小氣泡。許多研究氣泡運動的人證實：若氣泡非常小，它們的行為就像硬球 (Rigid Spheres) 般直線向上運動，然而當氣泡直徑大於某一臨界值，氣泡便開始變形，且會任意地以 Z 字形路徑向上運動，氣泡行進中彼此因碰撞而結合成許多稍大的氣泡，此時氣泡有點類似塊狀流動中的 Taylor Bubble，惟直徑仍小於管徑。

總而言之，分散氣泡流動的特徵為——許多小氣泡以 Z 字形向上運動，偶而會出現較大的 Taylor Bubble，此種偶發性 Taylor Bubble 的直徑並不足以佔滿整個管截面，故不會出現塊狀流動。

(A) 當增加氣體流速，氣泡密度增加，因氣泡的間距縮小，碰撞而黏聚成較大的氣泡的速率顯著增加，並於某一個極大值時過渡至塊狀流動。實驗建議此過渡狀況發生在氣泡空隙度約等於 0.25 ~ 0.3 (Griffith and Synder 1964) 時，而 Radovicish and Mossis (1962) 建議此值應為 0.3，本文則採用 0.25^[1]。

氣泡上升的速度為 U_G ，與氣體表面速度 U_{GS} 關係如下：

$$U_G = \frac{U_{GS}}{\alpha} \quad (1)$$

其中 α 為空隙度。同理液體表面速度 U_{LS} ，則液體的平均速度 U_L 為：

$$U_L = \frac{U_{LS}}{1 - \alpha} \quad (2)$$

^[1] 若視氣泡為球體且排列在方形的立體格子中，則氣泡的空隙度最大為 0.52，然而因氣泡變形及任意路徑的因素，碰撞及結合的速率在空隙度低於 0.52 時會明顯地增加，若氣泡間距假設為氣泡半徑的一半（相當於 25% 的空隙度），則結合速率增至最大，此提供一採用 0.25 的合理解釋。且由發表的數據顯示，氣泡流動的空隙度很少超過 0.35，亦很少低於 0.2 (Griffith and Wallis 1961)。

假設 U_0 為氣泡相對於液體平均速度之上升速度，則

$$U_{LS} = U_{GS} \frac{1 - \alpha}{\alpha} - (1 - \alpha)U_0 \quad (3)$$

Harmathy (1960) 提出單一氣泡在一群氣泡中上升的速度為：

$$U_0 = 1.53 \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \sqrt{1 - \alpha} \quad (4)$$

將式 (4) 代入式 (3)，並考慮當 $\alpha = \alpha_T = 0.25$ 會由氣泡流動過渡至塊狀流動，可得過渡狀況的特徵方程式：

Curve A:

$$U_{LS} = 3.0U_{GS} - 0.9938 \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \quad (5)$$

若指定相關參數，便可在 U_{LS} , U_{GS} 流態分佈圖中畫出曲線 A。

(B) 在高液體流速下，即使氣泡的空隙度大於 0.25 液體紊流的擾動力也會將氣相分散成小氣泡。Hinze (1955) 認為表面張力與紊流擾動達到平衡時，將使氣泡的直徑穩定，且穩定氣泡最大直徑為：

$$d_{max} = K \left(\frac{\sigma}{\rho_L} \right) \epsilon^{-2/5} \quad (6)$$

其中 ϵ 為單位質量的能量分散速率：

$$\epsilon = \left| \frac{dP}{dZ} \right| \frac{U_M}{\rho_M} \quad (7)$$

$$\left| \frac{dP}{dZ} \right| = \frac{2f}{D} \rho_M U_M^2 \quad (8)$$

$$K = 1.14$$

由破裂程序產生的氣泡直徑仍大，足以容許變形，則在 α 趨近於 0.25 時，會再度經由結合程序而形成塊狀流動的大型 Taylor Bubble；反之若紊流擾動所產生的氣泡仍能保持球形，則紊流擾動可避免結合產生大型 Taylor Bubble 程序的發生。此一臨界氣泡大小為 (Brodkey 1967):

$$d_{crit} = \left[\frac{0.4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \quad (9)$$

假設氣體流速夠高，可忽略脫滑速度 (Slip Velocity)，氣體留滯量 (Holdup) 可利用下列的公式計算

$$\alpha = \frac{U_{GS}}{U_{UG} + U_{LS}} \quad (10)$$

於式 (8) 中所需之摩擦因子 (Friction Factor) 可由 Blasius Equation 預測：

$$f = C \left[\frac{U_M D}{\nu_L} \right]^{-n} \quad (11)$$

其中

$$U_M = U_{LS} + U_{GS}$$

$$C = 0.046, \quad n = 0.2$$

Taitel and Dukler (1980) 認為當 $d_{max} = d_{crit}$ 時會發生過渡，並將式 (7) ~ (11) 結合可得

Curve B:

$$U_{GS} + U_{LS} = 4.0 \left\{ \frac{D^{0.429}(\sigma/\rho_L)^{0.089}}{\nu_L^{0.072}} \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L} \right]^{0.446} \right\} \quad (12)$$

雖然上式可以描述實驗的結果，但 Barnea 等為了將空隙度對“結合”、“破裂”程序及氣泡大小的些微影響涵蓋進來，故對此過渡狀況提出另一個模型：

Calderbank (1958) 研究氣液二相流系統中氣泡結合、破裂及氣泡大小間的關

係，發現氣泡的直徑隨著氣體空隙度的平方根增加而遽減。

$$\frac{d_{max}}{(\sigma/\rho_L)^{3/5} \epsilon^{-2/5}} = 4.15\alpha^{1/2} + 0.725 \quad (13)$$

式 (13) 為表面張力與紊流擾動力達到平衡時，穩定氣泡最大直徑可為 d_{max} 。

液體流動所產生的紊流擾動力會造成氣泡的破裂。經由破裂程序產生的氣泡，其直徑大於某一臨界值時，塊狀流動的大型 Taylor Bubble 會再度經由結合程序而形成；反之紊流擾動力所產生的氣泡直徑若小於臨界值，則可避免小氣泡經由結合產生大型 Taylor Bubble。

Barnea 認為產生過渡的臨界值為式 (9) 的兩倍。並整理如下：

$d_{max} \geq 2 d_{crit}$ ，大型 Taylor Bubble 再度經由結合程序形成，為塊狀流動。

$d_{max} \leq 2 d_{crit}$ ，分散氣泡流動。

$d_{max} = 2 d_{crit}$ ，過渡狀況發生。

並得到過渡曲線為

$$2 \left[\frac{0.4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{3/5} \left[\frac{2}{D} C_L \left(\frac{D}{\nu_L} \right)^{-n} \right]^{2/5} U_M^{2(3-n)/5} = 0.725 + 4.15 \left(\frac{U_{GS}}{U_M} \right)^{0.5} \quad (14)$$

Barnea 認為式 (14) 比式 (12) 更符合實驗的結果，**Kellogg** 也利用式 (14) 代替式 (12)。

(C) 當液體性質及管徑決定後，由式 (12) 可定義出某一氣泡流動 U_{GS} 下， U_{LS} 之上限。

然而不論紊流擾動能量可將氣泡分的多細，氣泡擾動的 α 值不可能大於 0.52。因此曲線 B 與曲線 C 必交會在 $\alpha = 0.52$ ，且

Curve C:

$$U_{GS} = \frac{13}{12} U_{LS} \quad (15)$$

總而言之，附圖二中的區域 I 及 II 均可能出現氣泡。區域 I 位於曲線 A 左邊及曲線 B 下方，液體中帶有變形的氣泡以 Z 字形路徑向上運動，且偶而會有 Taylor Bubble 出現。而區域 II 位於曲線 B 上方及曲線 C 左方，可觀察到液體中有細小的分散氣泡且不再出現 Taylor Bubble。最後在曲線 A 右邊、曲線 B 下方的區域 III，則是塊狀流動。

(二) 由塊狀流動過渡至攪拌流動：

由氣泡流動，經由增加氣體流速，強迫氣泡彼此靠近而結合，進而過渡成塊狀流動。此時形成的 Taylor Bubble，若繼續進行結合，氣泡直徑便會橫斷整個管截面，亦即液體被限制在兩個 Taylor Bubble 之間，此時 Taylor Bubble 與管壁間的液體則如同下落的液膜。

若氣體流速持續增加，則會過渡至攪拌流動。要正確地指出塊狀流動—攪拌流動的過渡情況是很相當困難的，因為描述攪拌流動本身就已經相當困難了！某些人認為氣相中出現泡沫為過渡情況的基準。有些人更將攪拌流動與液膜的穩定性關連在一起，Taitel and Dukler (1980) 則認為攪拌流動的特徵是塊狀液體上下震盪運動。在塊狀流態中，兩個 Taylor Bubble 間的塊狀液體以定速移動，亦即塊狀液體的前端與後端都具有相同的速度。而攪拌流動中塊狀液體因太短以致無法形成穩定的架橋，在氣泡周圍的液膜會穿入塊狀液體中，產生高度攪拌的曝氣式混合。此時塊狀液體相當混亂近乎崩潰，液體重新累積在下一個塊狀液體上而向上運動。因此液體的震盪運動可視為攪拌流動的特有表徵。

Taitel and Dukler (1980) 進一步觀察指出攪拌流動是一種入口現象 (Entry Region Phenomenon)。亦即無論何時觀察到塊狀流動，其入口處的流態一定是攪拌流動。此外，入口長度

(Entry Length) (發生穩定塊狀流動之前所觀察到攪拌現象的這一段距離) 與流體流速及管徑有很大的關係。

通過入口端漸漸發展成穩定的塊狀流動，其過程如下：在入口處的氣體與液體形成短的塊狀液體及 Taylor Bubble，因短的塊狀液體並不穩定，因其會落下與隨後而上的塊狀液體合併而長度加倍。在此過程中，塊狀液體之後的 Taylor Bubble 亦會衝擊先前的 Taylor Bubble，並在兩個 Taylor Bubble 間的塊狀液體崩潰時產生合併。此過程持續發生，且塊狀液體與 Taylor Bubble 的長度隨其向上運動而變長，直到塊狀液體的長度足夠在兩連續的 Taylor bubbles 間形成完整的架橋。在入口端與形成穩定塊狀流動間的這段距離，塊狀液體交互地上升又落下，而這正是攪拌流動的特徵。當氣體速度增加這一段長度亦隨之增加，因此認為攪拌流動就是塊狀流動的入口現象 (Entrance Phenomena)。

對於入口區域的計算不打算提的太多，在此僅列出模型的結果：

Curve D:

$$\boxed{\frac{l_E}{D} = 40.6 \left[\frac{U_M}{\sqrt{gD}} + 0.22 \right]} \quad (16)$$

其中， $U_M = U_{GS} + U_{LS}$

附圖二中曲線 D 區分塊狀流動及攪拌流動，且終止於曲線 A，曲線 A 代表著 $\alpha = 0.25$ ，而當 $\alpha < 0.25$ 時，只有氣泡流動可能存在。

(三) 由攪拌流動過渡至套管流動：

當氣體流動速率很高時，流態將過渡至套管流動。此時液膜貼著管壁向上流動，氣體則在中央挾帶著液滴向上流動。液膜向上運動，是因為氣核的快速移動，造成之拉力 (Drag Force) 克服了液膜的重力所致。液膜表面為波浪狀，波浪的尖端的液體傾向散入氣核中，而以液滴的形式被挾帶。

Turner et. Al. (1968) 認為氣核中氣體速度必須夠快，才足以舉起被挾帶的液滴。若氣體速度不夠快，液滴又會落下而累積成架橋，攪拌流動或塊狀流動將再度形成。

利用拉力與重力的平衡，決定挾帶懸浮液滴所需之最小氣體速度為：

$$\frac{1}{2}C_d \left(\frac{\pi d^2}{4} \right) \rho_G U_G^2 = \left(\frac{\pi d^3}{6} \right) g(\rho_L - \rho_G) \quad (17)$$

或

$$U_0 = 1.1547 \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)d}{\rho_G C_d} \right]^{1/2} \quad (18)$$

液滴大小決定的原則為：

氣體的推力將波浪拍成液滴的力 = 凝聚液滴的表面張力

Hinze (1955) 提出穩定液滴的最大值為

$$d = \frac{K\sigma}{\rho_G U_G^2} \quad (19)$$

其中 K = Critical Weber Number

合併式 (18)(19)，得

$$U_G = \left(\frac{4K}{3C_d} \right)^{1/4} \frac{\sqrt[4]{\sigma g(\rho_L - \rho_G)}}{\sqrt{\rho_G}} \quad (20)$$

Turner (1969) 建議，式 (20) 中 $K = 30$, $C_d = 0.44$

以上推論可得維持穩定的套管流動所需之最小氣體速度。以上步驟是應用於氣核中的液滴，若應用於液膜則必須修正為一套管流動時，即使液體速度相當快，液膜厚度卻很薄，因此式 (20) 中 U_G 應修正為 U_{GS} 。

Curve E:

$$\boxed{\frac{U_{GS}\sqrt{\rho_G}}{\sqrt[4]{\sigma g(\rho_L - \rho_G)}} = 3.1} \quad (21)$$

式 (21) 等號左端稱為 **Kutataledze Number**，由上式得知攪拌流動過渡至套管流動與液體流速無關，與管徑亦無任何關連。

四、流體力學模型

了解垂直向上流動的流動型態之後，接下來的工作便是利用相應的流體力學模型，預測流體在管中流體力學參數（例如壓降、二相流密度與速度等）。附圖三利用簡易流程圖規劃出垂直向上二相流計算思維方式。

本節擬針對**相似性模型 (Similarity Model)**、**垂直向上氣泡模型 (Vertical-Up Bubble Model)** 及 **垂直向上塊狀模型 (Vertical-Up Slug Model)** 等三種不同的模型，分述如下：

(一) 相似性模型

相似性模型是由 **Dukler (1964)** 提出。內容為在單相流動中有兩個系統動態相似 (Dynamically Similarity)，則可以證明這兩個系統的雷諾數 (Reynold Number) 及尤勒數 (Euler Number) 必定相等。換句話說這兩個無因次群將這兩個動態相似的系統關連起來。利用相似性理論便可將單相流動與二相流流動系統建立起關連性。在此不討論此模型的理論，僅列出計算的方法。

(A) 平均空隙度計算

(1) 計算單位面積總質量流率

$$G_t = \frac{W_L + W_G}{A} \quad (22)$$

計算二相流速度

$$U_{TP} = U_{LS} + U_{GS} = \frac{W_L}{A\rho_L} + \frac{W_G}{A\rho_G} \quad (23)$$

(2) 計算液體體積分率

$$\lambda = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G} \quad (24)$$

(3) 假設一個 R_g (Gas Holdup) 初值

(4) 計算 R_e 及 F_r

$$R_e = \frac{DG_t}{R_g\mu_g + (1 - R_g)\mu_L} \quad (25)$$

$$F_r = \frac{U_{TP}^2}{gD} \quad (26)$$

(5) 計算 Z 及 K 值

$$Z = \frac{Re^{0.167} F_r^{0.125}}{\lambda_L^{0.25}} \quad (27)$$

If $Z < 10$ then

$$K = -0.16367 + 0.31037Z - 0.03525Z^2 + 0.001366Z^3$$

else

$$K = 0.75545 + 0.003585Z - 0.1436 \times 10^{-4}Z^2$$

(6) 計算 R_g (cal.)

$$R_g(cal.) = \frac{K}{\left[\left(\frac{1}{x} - 1 \right) \frac{\rho_G}{\rho_L} + 1 \right]} \quad (28)$$

$$\text{where } x = \frac{W_G}{W_G + W_L}$$

(7) 計算容許值

$$\delta = \left| R_g(cal.) - R_g \right|$$

If $\delta > 0.0001$, then

$$R_g = \frac{R_g(cal.) + R_g}{2}$$

Repeat (5), (6), (7) step

else

Certain R_g

(B) 壓降計算

Dukler 發展相似性模型時曾討論過二種情形：

Case I：二相流間無脫滑現象 (均勻流動；*Homogeneous Flow*)

Case II：二相流間有脫滑現象

Dukler 以實際的數據進行分別測試這兩種情形，結果發現 **Case II** 較佳，並提出計算壓降的步驟如下：

(1) 計算二相流密度

$$\rho_{TP} = \rho_L \frac{\lambda^2}{1 - R_g} + \rho_G \frac{(1 - \lambda)^2}{R_g} \quad (29)$$

(2) 計算二相流雷諾數

$$Re_{TP} = \frac{D(U_{LS} + U_{GS})\rho_{TP}}{\mu_{TP}} \quad (30)$$

其中，二相流黏度 μ_{TP}

$$\mu_{TP} = \mu_L \lambda + \mu_g(1 - \lambda)$$

(3) 由步驟 (1) 及 (2) 決定的 ρ_{TP} 及 Re_{TP} 並利用 Chen (1979) 方程式，計算單相

Moody Darcy Friction Factor 摩擦因子 (f_0)。

(4) 由相似性模型

$$\alpha(\lambda) = \frac{f_{TP}}{f_0} = 1.0 + \frac{-\ln \lambda}{1.281 - 0.478(-\ln \lambda) + 0.444(-\ln \lambda)^2 - 0.094(-\ln \lambda)^3 + 0.00843(-\ln \lambda)^4} \quad (31)$$

計算二相流 Moody 摩擦因子 (f_{TP})。

(5) 計算摩擦壓力梯度 (Frictional Pressure Gradient)

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{fric} = \frac{f_{TP} \cdot \rho_{TP}(U_{LS} + U_{GS})^2}{2g_c D} \quad (32)$$

(6) 計算重力壓力梯度 (Gravitational Pressure Gradient)

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{grav} = \frac{g}{g_c} \left[\rho_L(1 - R_g) + \rho_G R_g \right] \quad (33)$$

本模型適合套管流動。

注意事項：相似性模型的誤差分析如下：

1. 相似性模型又稱“黑盒子”法，此模型與流態並無關係，此模型也並非針對套管流動或氣泡流動發展的。依據 **Dukler** 的研究，氣泡流動的結果比套管流動所得之結果較值得信賴。
2. 相似性模型最早是在水平管的條件下發展的，故水平流動所得之結果比垂直流動的結果更接近實際情況。

(二) 垂直向上氣泡流動模型

氣液二相流垂直向上氣泡流動的特徵是一大群連續的氣泡隨液體向上流動。由於浮力的作用，致使氣泡的流速比液體的流速快；而二者間的差異稱為相對速度，所代表的物理意義為氣泡相對於液體的上升速度。在低液體流速下，氣泡流動發生時，其平均空隙度通常不超過 25%；然而在高液體流速下，空隙度可大至 50%，氣泡流動依然可能存在。

(A) 平均空隙度計算

在連續氣泡中的單一氣泡上升的速度為氣泡在無限介質中上升的終端速度及周圍氣泡濃度 (附近的空隙度) 的函數。若平均氣體與流體的流速為 U_G 及 U_L ，則：

$$U_G = U_L + U_0 \quad (34)$$

其中 U_0 為氣泡因浮力造成的上升速度，而且

$$U_{GS}A = U_G A \alpha \quad (35)$$

對液體而言：

$$U_{LS}A = U_L A (1 - \alpha) \quad (36)$$

將式 (35)，式 (36) 代入式 (34) 中得

$$\frac{U_{GS}}{\alpha} = \frac{U_{LS}}{1 - \alpha} + U_0 \quad (37)$$

在一群氣泡中，單一氣泡的上升速度為

$$U_0 = 1.53 \left[\frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \sqrt{1 - \alpha} \quad (38)$$

將式 (38) 代入式 (37) 中可得

$$\frac{U_{GS}}{U_{LS}} = \frac{\alpha}{1 - \alpha} + \alpha \sqrt{1 - \alpha} \frac{1.53 [\sigma g (\rho_L - \rho_G)]^{0.25}}{U_{LS} \rho_L^{0.5}} \quad (39)$$

由式 (39)，可求得 α 值。

(B) 壓降計算

氣泡流動型態非常適合利用相似性模型來描述。因此壓降計算如下：

(1) 計算二相流密度及二相流黏度：

$$\rho_{TP} = \rho_G \frac{(1 - \lambda)^2}{\alpha} + \rho_L \frac{\lambda^2}{1 - \alpha} \quad (40)$$

$$\mu_{TP} = \mu_L \lambda + \mu_G (1 - \lambda)$$

$$\lambda = \frac{U_{LS}}{U_{LS} + U_{GS}}$$

(2) 計算二相流雷諾數：

$$R_{eTP} = \frac{D(U_{LS} + U_{GS})\rho_{TP}}{\mu_{TP}} \quad (41)$$

(3) 利用 Chen 方程式計算 Moody Darcy Friction Factor 摩擦因子 (f_0)。

(4) 利用相似性模型，式 (31) 求得二相流摩擦因子 f_{TP} 。

(5) 計算摩擦壓力梯度

$$\left(\frac{dP}{dL} \right)_{fric} = \frac{f_{TP} \cdot \rho_{TP} (U_{LS} + U_{GS})^2}{2g_c D} \quad (42)$$

(6) 計算重力壓力梯度

$$\left(\frac{dP}{dL} \right)_{grav} = \frac{g}{g_c} [\rho_L (1 - \alpha) + \rho_G \alpha] \quad (43)$$

本模型適用氣泡流動與分散氣泡流動。

注意事項：

此模型的不確定性在於式 (39) 所估計之空隙度。此式所得之結果尚未完全以實驗結果驗證過。

(三) 垂直向上塊狀流動模型 (Vertical-Up Slug Model)

此模型是由 **Fernandes, Semiat and Dukler (1983)** 提出，詳細圖形請參閱附圖四。

依此模型，大的 Taylor Bubble 以 U_N 的速度向上移動，其長度為 L_{TB} ，在流動的過程中，軸向長度保持定值。在 Taylor Bubble 隨後的塊狀液體 (Liquid Slug) 中挾帶大量的小氣泡，這些小氣泡的大小與運動方式類似氣泡流動所觀察到的結果。因為氣體的密度與黏度遠

低於液體的密度與黏度，故 Taylor Bubble 造成的壓降可忽略；Taylor Bubble 周圍的液體，向下運動形成自由落下的液膜 (**Free-Falling Film**)。當液體由液膜落入 Taylor Bubble 下方的塊狀液體，便形成混合的渦流。在穩定的塊狀流動中，塊狀液體的長度 L_{LS} 保持定值，乃因進出塊狀液體的液體流量保持平衡並沒有累積所致。在 Taylor Bubble 上端流動的液體經擠壓後，會在 Taylor Bubble 周圍形成液膜，因所形成的液膜太薄，以致無法容納液體原先所攜帶的小氣泡。這些小氣泡便與 Taylor Bubble 結合，併入 Taylor Bubble 中。

(A) 平均空隙度計算

Dukler (1983) 所提出的模型必須用 17 個聯立方程式組解 17 個變數，因為解法複雜且需耗費相當多的時間，在此並不打算提及，有興趣者可參考附錄 A，內有詳盡的計算步驟與說明。

(B) 壓降計算

垂直向上塊狀流動的壓力梯度，由三個因素組成，分別為：

(1) 計算塊狀液體的液體體積分率

$$\lambda = \frac{U_{LLS}(1 - \alpha_{LS})}{U_{LS} + U_{GS}} \quad (44)$$

其中

U_{LLS} = 塊狀液體中液體的平均速度

α_{LS} = 塊狀液體中氣體的空隙度 = 0.25

(2) 計算二相流密度及黏度

$$\rho_{TP} = \rho_G \frac{(1 - \lambda)^2}{\alpha_{LS}} + \rho_L \frac{\lambda^2}{1 - \alpha_{LS}} \quad (45)$$

$$\mu_{TP} = \mu_L \lambda + \mu_g (1 - \lambda)$$

(3) 計算二相流雷諾數

$$R_{eTP} = \frac{D(U_{LS} + U_{GS})\rho_{TP}}{\mu_{TP}} \quad (46)$$

(4) 計算單相 Moody Darcy 摩擦因子 (f_0)。

(5) 利用相似性模型計算二相流 Moody Darcy 摩擦因子 (f_{TP})。

(6) 計算摩擦壓力梯度

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{fric} = \frac{f_{TP} \cdot \rho_{TP} U_{LLS}^2}{2g_c D} \left(\frac{L_{LS}}{L_u}\right) \quad (47)$$

$$\text{Where, } L_{LS} = 20 D$$

$$L_u = L_{TB} + L_{LS} = \text{the Length of Slug Unit}$$

(7) 加速度壓力梯度

加速度壓力梯度主要將液膜中液體速度 U_{LTB} (反向) 加速至塊狀液體中的液體速度 U_{LLS} (正向) 所需的力。

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{acc} = \frac{\rho_L U_{LTB}}{g_c} (1 - \alpha_{TB})(U_{LLS} + U_{LTB}) \left(\frac{1}{L_u}\right) \quad (48)$$

(8) 重力壓力梯度

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{grav} = \frac{g}{g_c} [\rho_L(1 - \alpha_{SU}) + \rho_G \alpha_{SU}] \quad (49)$$

其中 α_{SU} 表示塊狀單元中平均氣體空隙度。

本模型適用塊狀流動及攪拌流動。

注意事項：

此模型的不確定性來自於假設塊狀液體的長度 $L_{LS} = 20D$ ，此假設是在小管徑 (1.5” ~ 2”) 中發展出來的，因此在較大的管徑時就有誤差產生。

五、計算例

本節利用 TPF2022 程式，計算兩個工廠實際的例子，並討論輸出的結果。

六、結論

TPF2022 程式能解決二相流垂直向上流動系統，它能夠提供良好的操作介面，使用者只需提供流體性質及管徑大小，即可預測操作點的流態並計算相應的流體力學參數，本程式的特點是圖形具象化設計及親切的使用者介面。

七、符號說明

A	= 管子橫截面面積
A_G	= 管子橫截面面積中氣體所佔之面積
A_{GLS}	= 氣體在塊狀液體中佔的有效橫截面面積
A_{GTB}	= 氣體在 Taylor Bubble 中佔的有效橫截面面積
C	= Blasius 摩擦因子關聯式中的常數，式 (11)
C_d	= 拖曳係數，式 (17)
D	= 管徑
d	= 氣泡或液滴直徑
d_{max}	= 穩定氣泡的最大直徑
d_{crit}	= 將氣泡視為硬球的直徑
Fr	= Froude Number
f	= 摩擦因子
f_0	= 將二相流視為單相系統之 Moody Darcy Friction Factor
f_{TP}	= 二相流 Moody Darcy Friction Factor
G_t	= 總質量流率
g	= 重力加速度
K	= 臨界 Weber 數，式 (19)
L	= 流動方向的長度
L_{LS}	= 塊狀液體之長度
L_{TB}	= Taylor Bubble 之長度
L_u	= 塊狀單元之長度
l_E	= 入口長度
n	= Blasius 摩擦因子關聯式中的冪次，式 (11)
P	= 壓力
Q_L, Q_G	= 液體、氣體之體積流率
Re	= 雷諾數
Re_F	= 液膜的雷諾數
Re_{TP}	= 二相流雷諾數
R_g	= 氣體阻滯量
U_G, U_L	= 氣體、液體的平均速度
U_{GS}, U_{LS}	= 氣體、液體的表面速度

U_{GLS}	= 塊狀液體中氣體之上升速度
U_{GTB}	= Taylor Bubble 中氣體之上升速度
U_{LLS}	= 塊狀液體中液體的平均速度
U_{LTB}	= Taylor Bubble 周圍液體向下落下的速度
U_M	= 氣液混合物的速度
U_N	= Taylor Bubble 向上移動之速度
U_R	= Taylor Bubble 在靜止液體中的上升速度
U_{TP}	= 二相流速度
U_0	= 氣泡相對於液體平均速度之上升速度
U_G	= 氣體在塊狀單元中的總體積
U_{GLS}	= 塊狀液體中氣體的體積
U_{GTB}	= Taylor Bubble 中氣體的體積
U_{SU}	= 塊狀單元的總體積
W_L 、 W_G	= 液體、氣體之質量流率
X	= 總質量中氣體之含量
Z	= 式 (27) 中無因次校正參數
Δt	= 整個塊狀單元通過截面 A-A 所花之時間
Δt_{LS}	= 塊狀液體通過截面 A-A 所花之時間
Δt_{TB}	= Taylor Bubble 通過截面 A-A 所花之時間
α	= 氣體平均空隙度
α_{LS}	= 塊狀液體中氣體的平均空隙度
α_{SU}	= 塊狀單元中氣體的平均空隙度
α_{TB}	= Taylor Bubble 中氣體的平均空隙度
β	= L_{TB} / L_u
δ	= 計算容許值
δ_L	= 平均液膜厚度
ε	= 單位質量的能量分散速率
λ	= 液體體積分率
μ_G 、 μ_L	= 氣體、液體黏度
μ_{TP}	= 二相流黏度
ν_L	= 液體之動黏度

ρ_G 、 ρ_L	= 氣體、液體密度
ρ_M	= 氣液混合物之密度
ρ_{TP}	= 二相流密度
σ	= 液體表面張力

八、參考文獻

1. Brodkey, R.S., "The Phenomena of Fluid Motions," Addison-Wesley Press (1967).
2. Brotz, W. "Über die Vorausberechnung der Absorptionsgeschwindigkeit von Gasen in Stromenden Flüssigkeitsschichten," Chem. Ing. Tech., 26, 470 (1954).
3. Davies, R. M., and G.I. Taylor, "The Mechanics of Large Bubbles Rising Through Extended Liquids and Through Liquids in Tubes," Proc. Roy. Soc., A200,375(1950).
4. Dukler, A. E., Wicks, M. and Cleveland, R. G. "Frictional Pressure Drop in Two-Phase Flow : B. An Approach Through Similarity Analysis," AIChE Journal, January 1964. pp.44-51.
5. Dumitrescu, D. T. "Stromung an Einer Luftblase im Senkrechten Rohr," Z. Angew. Math. Mech., 23, 139(1943).
6. Duns, Jr. H. and N. C. J. Ros, "Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures from Boreholes," Proc, 6th Petroleum Congress, Frankfurt (June 1963).
7. Fernandes, R. E., Semiat, R. and Dukler, A. E. "Hydrodynamic Mode for Gas-Liquid Slug Flow in Vertical Tubes," AIChE Journal, Vol. 29, No. 6, November 1983, pp 981-989.
8. Gould, T. L., M. R. Tek, and D. L. Katz, "Two-Phase Flow Through Vertical, Inclined or Curved Pipe," J. Petroleum Tech., 26, 915(1974).
9. Griffith, P. and G. A. Synder, "The Bubble-Slug Transition in a High Velocity Two-Phase Flow" : MIT Report : 5003-29 (TID-20947), (1964).
10. Griffith, P., and G. B. Wallis, "Two Phase Slug Flow," J. Heat Trans., 83, 307(1961).
11. Harmathy, T. Z. "Velocity of Large Drops and Bubbles in Media of Infinite or Restricted Extent," AIChE, 6, 281(1960)
12. Hewitt, G. F. and D.N. Roberts, "Studies of Two-Phase Flow Patterns by Simultaneous X-ray and Flash Photography. "United Kingdom Atomic Energy Authority Report AERE-M2159 (1969).
13. Hewitt, G. F. and N. S. Hall-Taylor, "Annular Two-Phase Flow" Pergamon Press, Oxford (1970).
14. Hinze, J. O. "Fundamentals of Hydrodynamic Mechanism of Splitting in Dispersion Processes," AIChE J., 1, 289(1955).
15. Nicklin, D. J., J. O. Wilkes, and J. F. Davidson, "Two-Phase Flow in Vertical Tubes" Trans. Inst. Chem. Engrs., 40, 61(1962).
16. Radovicich, N. A, and R. Moissis, "The Transition from Two-Phase Bubble Flow to Slug Flow," MIT Report 7-7673-22 (1962).
17. Sternling V. C., "Two Phase Flow Theory and Engineering Decision", award lecture presented at AIChE Annular Meeting (December, 1965).
18. Taitel, Y., Barnea, D. and Dukler, A. E., "Flow Pattern Transitions for Steady Upward Gas-Liquid Flow In Vertical Tubes," AIChE Journal, 20(3), May 1980, pp.345-354.
19. Turner, R. G., M. G. Hubbard, and A. E. Dukler, "Analysis and Prediction of Minimum Flow Rate for the Continuous Removal of Liquid from Gas Wells," J. Petroleum Tech, 21, 1475(1969).
20. Wallie, G. B., "One Dimensional Two-Phase Flow, McGraw-Hill (1969)
21. Zuber, N., and J. Hench, "Steady State and Transient Void Fraction of Bubbling Systems and Their Operating Limit. Part I: Steady State Operation," General Electric Report, 62GL100 (1962).

APPENDIX A — 垂直向上塊狀流動模型計算步驟

塊狀單元中的平均空隙度

整個塊狀單元 (Slug Unit) 中的體積平均空隙度 α_{SU} 定義為：

$$\alpha_{SU} = \frac{U_G}{U_{SU}} \quad (A-1)$$

U_G 代表氣體在 Slug Unit 中的總體積

U_{SU} 為 Slug Unit 的總體積 = $LA = (L_{TB} + L_{LS}) A$

$$U_G = U_{GTB} + U_{GLS} \quad (A-2)$$

其中

U_{GTB} 代表 Taylor Bubble 中氣體的體積

U_{GLS} 代表 Liquid Slug 中氣體的體積

A ：管橫截面積

假設氣體在 Liquid Slug 及 Taylor Bubble 中軸向分佈均勻，則式 (A-2) 可寫成：

$$U_G = L_{TB}A_{GTB} + L_{LS}A_{GLS}$$

A_{GTB} 代表氣體在 Taylor Bubble 中所佔的有效截面積

A_{GLS} 代表氣體在 Liquid Slug 中所佔的有效截面積

因此

$$\alpha_{SU} = \beta\alpha_{TB} + (1 - \beta)\alpha_{LS} \quad (A-3)$$

其中

$$\alpha_{TB} = \frac{A_{GTB}}{A}, \alpha_{LS} = \frac{A_{GLS}}{A}, \beta = \frac{L_{TB}}{L_u} \quad (A-4)$$

總質量平衡

假設氣體沿著 Slug Unit 的流動壓力變化不大，假設為不可壓縮，因此質量及體積平衡相等。考慮一平面 A-A 位於管子頂端如附圖四所示。

則 Taylor Bubble 通過截面 A-A 所花的時間為

$$\Delta t_{TB} = \frac{L_{TB}}{U_N} \quad (A-5)$$

經由 Taylor Bubble 將氣體攜帶向上通過 A-A 的體積為

$$U_{GTB} = U_{GTB} A \alpha_{TB} \Delta t_{TB} = L_{TB} A \alpha_{TB} \frac{U_{GTB}}{U_N} \quad (A-6)$$

相同理由，Liquid Slug 通過橫截面面積 A-A 所花的時間為

$$\Delta t_{LS} = \frac{L_{LS}}{U_N} \quad (A-7)$$

故

$$U_{GLS} = U_{GLS} A \alpha_{LS} \Delta t_{LS} = L_{LS} A \alpha_{LS} \frac{U_{GLS}}{U_N} \quad (A-8)$$

因此整個 Slug Unit 通過平面 A-A 的時間為

$$\Delta t = \Delta t_{TB} + \Delta t_{LS}$$

氣體通過平面 A-A 的體積則為

$$Q_G(\Delta t_{TB} + \Delta t_{LS}) = U_{GS} A \left(\frac{L_{TB} + L_{LS}}{U_N} \right) \quad (A-9)$$

其中， Q_G 為所提供的氣體體積流率

U_{GS} 為表面氣體流速 (Superficial Gas Velocity)

依據平衡原理

$$U_{GS} A \left(\frac{L_u}{U_N} \right) = L_{TB} A \alpha_{TB} \frac{U_{GTB}}{U_N} + L_{LS} A \alpha_{LS} \frac{U_{GLS}}{U_N}$$

或

$$U_{GS} = \beta \alpha_{TB} U_{GTB} + (1 - \beta) \alpha_{LS} U_{GLS} \quad (A-10)$$

針對液體通過 A-A 的體積，以相同的方式推演，但記住在 Δt_{TB} 內，Taylor Bubble 周圍液膜中的液體是向下流動，可得

$$U_{LS} = (1 - \beta)(1 - \alpha_{LS})U_{LLS} - \beta(1 - \alpha_{TB})U_{LTB} \quad (A-11)$$

相對於 Taylor Bubble 前端的流動

考慮相對於 Taylor Bubble 前端流動的連續性對於液相可得

$$(U_N - U_{LLS})(1 - \alpha_{LS}) = (U_N + U_{LTB})(1 - \alpha_{TB}) \quad (A-12)$$

同理，對於氣相而言，

$$(U_N - U_{GLS})\alpha_{LS} = (U_N - U_{GTB})\alpha_{TB} \quad (A-13)$$

Taylor Bubble 的移動速度

不會發生膨脹的單一 Taylor Bubble 在靜止液體中的上升速度 U_R (Dumitrescu, 1943;

Davies and Taylor, 1950; Nicklin et. Al., 1962)

$$U_R = 0.35\sqrt{gD} \quad (A-14)$$

對於單一 Taylor Bubble 在紊流中，Nicklin et. Al. (1962) 建議

$$U_N = 1.2(U_{LS} + U_{GS}) + 0.35\sqrt{gD} \quad (A-15)$$

依據實驗的結果，將 (A-15) 修正為

$$U_N = 1.29(U_{LS} + U_{GS}) + 0.35\sqrt{gD} \quad (A-16)$$

氣泡在 Liquid Slug 中上升的速度

$$U_{GLS} = U_{LLS} + U_0 \quad (A-17)$$

其中 U_0 為浮力造成的上升速度，此速度與氣泡大小無關而僅與液體性質有關。Zuber and Hench (1962) 修正 Harmathy (1960) 提出單一氣泡在一群氣泡中上升的速度為

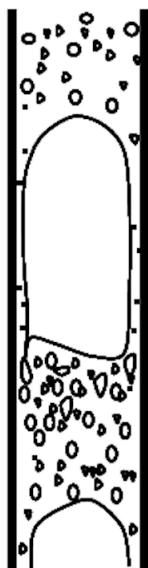
$$U_0 = 1.53 \left[\frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} (1 - \alpha)^{1/2} \quad (\text{A-18})$$

因此

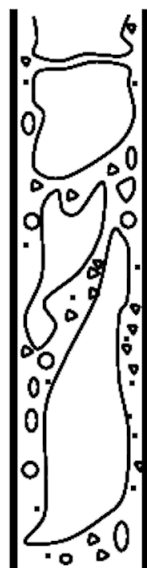
$$U_{GLS} = U_{LLS} + 1.53 \left[\frac{\sigma g (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} (1 - \alpha_{LS})^{1/2} \quad (\text{A-19})$$



Bubbly



Slug

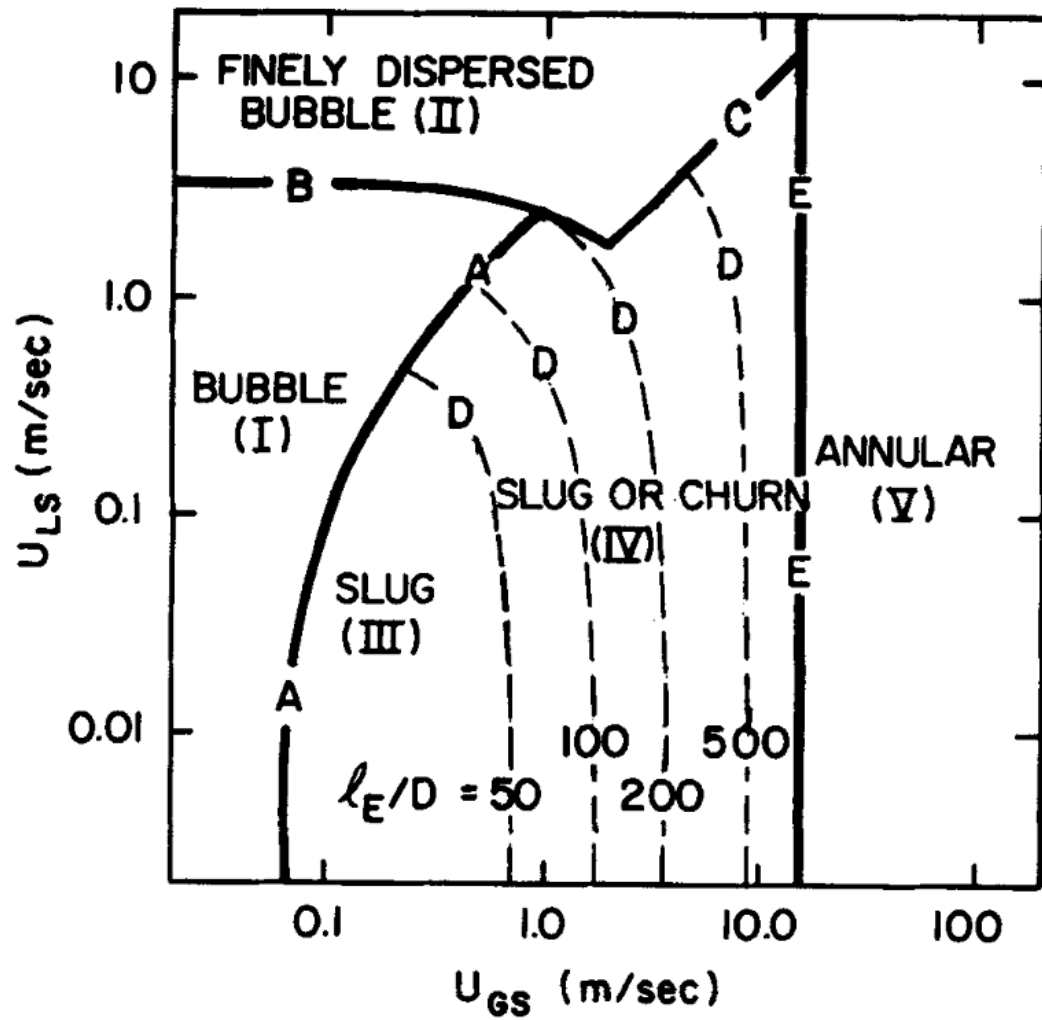


Churn

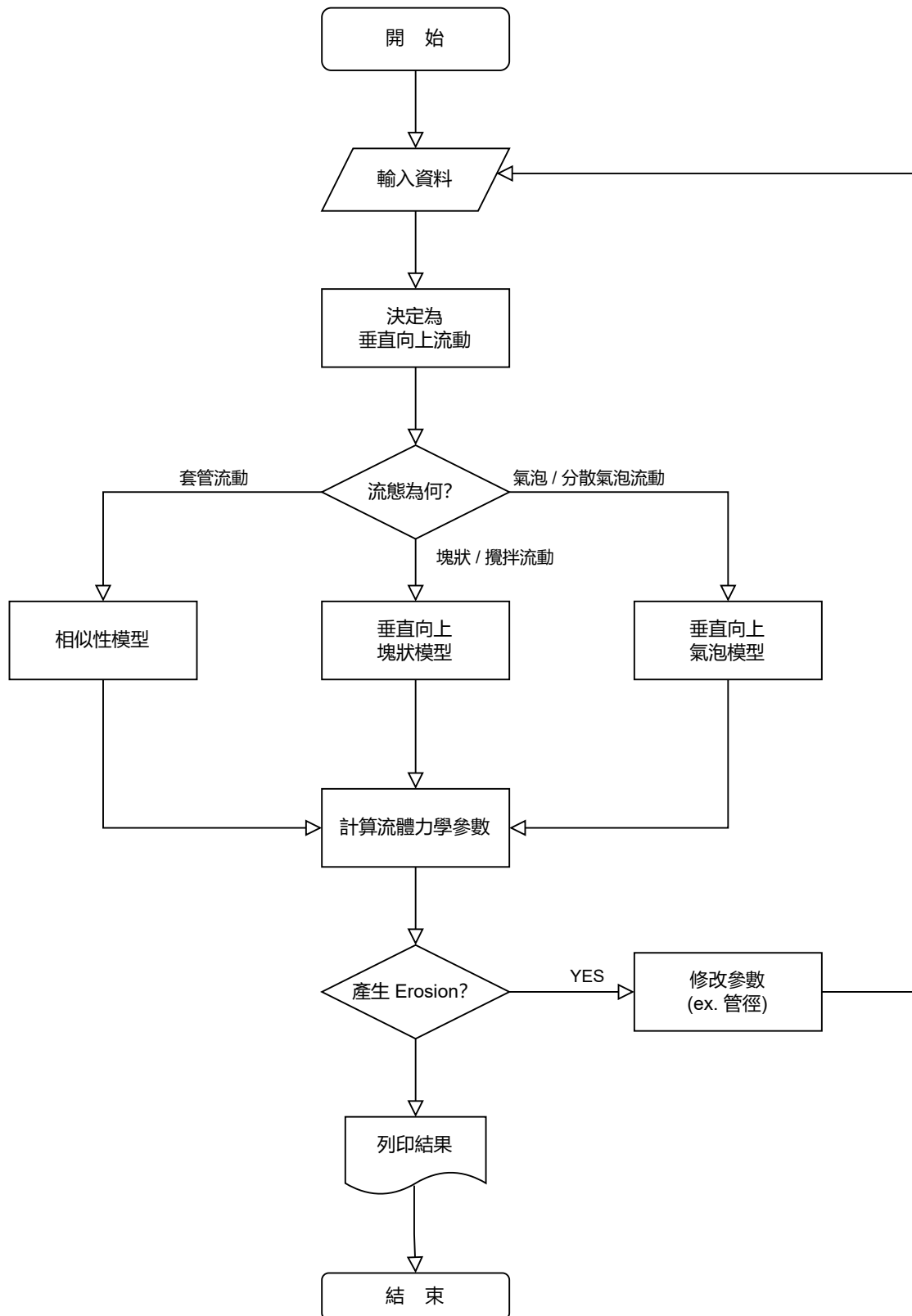


Annular

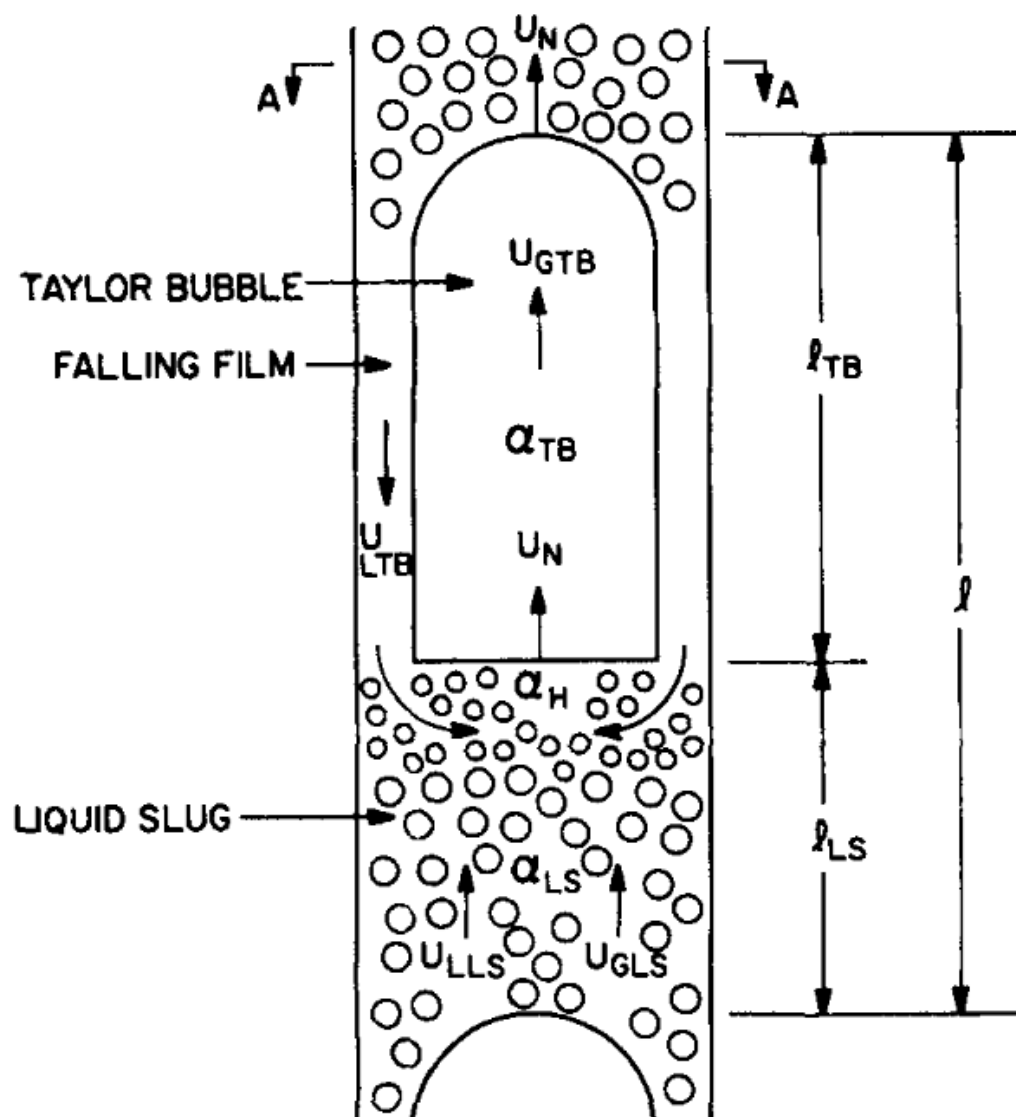
附圖一 垂直向上流動之流態特徵



附圖二 垂直向上流動流態分佈圖



附圖三 流態判定思維流程圖



附圖四 垂直向上塊狀流動物理模型

