

氣液二相流系統之管線設計 (III)

一 垂直向下流動

*邱文裕 **李正春 ***陳杰萬 ****劉貞連

摘 要

本文主要介紹氣液二相垂直向下流於垂直管向下流動的流動型態，並利用數學模型預測流態過渡狀況。垂直向下流動的各種流態，因氣液混合程度不同，使管內液體容滯量 (Liquid Hold-up) 亦隨之不同，如何精確地預測液體容滯量，將是計算流體力學參數的重要關鍵。與氣液二相流垂直向上流動及水平流動比較，氣液二相流垂直向下流動的相關研究甚少，主要是其流動特徵與垂直向上相似，但因為流體重力的影響，使垂直向下的流動型態不若垂直向上流動複雜，且其運用性較低。

本文除了探討如何計算各種流態之液體容滯量，並利用已發展完成之 TPF2022 程式，選擇二個計算例，判斷流體流動型態，進而計算單位長度壓降及提出合理的管徑尺寸建議。

一、前言：

當氣液混合物在垂直向下管內流動時，二相流流動會因流動速率、流體物性及管徑大小而呈現不同的流動型態。依據 Barnea, Shojam, and Taitel (1982) 的研究及實驗觀察得到，二相流垂直向下流動流態可分為：套管流動 (Annular Flow)，塊狀流動 (Slug Flow) 及分散氣泡流動 (Dispersed-Bubble Flow) 三種主要流動型態，各流動型態特徵如附圖一所示。流態由套管流動過渡至塊狀流動，乃發生在高液體流速，但因管徑不同，發生上述過渡狀況時的氣液速度比值差異甚大 (小管徑時，在低氣體流速—高液體流速時也會發生過渡狀

況)，Barnea 認為此差異主要與管徑限制氣泡成長的機構有關，並運用數學模型模擬二相流垂直向下流動的過渡狀況。

在掌握二相流垂直向下流動的過渡狀況後，依據各流態之氣液混合機構，預測管內液體容滯量，並計算流體力學參數，將有助於製程管線設計。

二、流態描述

氣液二相流於垂直向下流動系統存在三種流態 (如附圖一所示)：

– 套管流動 (Annular Flow)

套管流動乃二相流垂直向下流動中最自然的流態。此流態與二相流垂直向上套管流動類似，其特徵為管中央的連續相為氣核，而液體部分以液膜形式沿管壁向下流動，另一部分則以液滴的形式被氣體挾帶向下流動。

– 塊狀流動 (Slug Flow)

當液體流速增加時，二相流流態會由套管流動過渡至塊狀流動，此時氣體是以大型 Taylor Bubble 形式向下運動，而在兩個 Taylor Bubble 間液體則會形成塊狀架橋將管內氣體間歇性地橫斷，且在塊狀液體 (Liquid Slug) 中含有許多分散的小氣泡。二相流垂直向下塊狀流動與二相流垂直向上塊狀流動間的主要差異，在於二相流垂直向下塊狀流動中大型 Taylor Bubble 之形狀其鼻端較為平坦而不再是子彈型。

– 分散氣泡流動 (Dispersed Bubble Flow)

類似二相流垂直向上分散氣泡流動，其特徵是在連續的液相中存在許多均勻分散的小氣泡。

三、流態過渡狀況理論：

二相流垂直向下流動流態過渡主要是依據 Barnea (1982) 所提出之模型，Barnea 認為垂直向下流動流態主要分成套管流動、塊狀流動及分散氣泡流動，其流態分佈圖如附圖二所示。以下討論此過渡理論：

(一) 套管流動與塊狀流動間之過渡狀況

垂直向下管內若只有液體向下流動且流速相當慢，則液體會以對稱的液膜向下流動。此時若引入氣體，則液體會在管四周以液膜形式向下流動，氣體則在管中央以氣核的形式流動。欲分析套管流動與塊狀流動間的過渡狀況，可先從液膜厚度及流體力學參數間的關係開始。

考慮如附圖三所示的套管流動，氣液二相的動量平衡為

$$-A_L \left(\frac{dP}{dX} \right) - \tau_L S_L + \tau_i S_i + \rho_L A_L g = 0 \quad (1)$$

$$-A_G \left(\frac{dP}{dX} \right) - \tau_i S_i + \rho_G A_G g = 0 \quad (2)$$

將式 (1) 及式 (2) 中之壓降項消去，得

$$\tau_i S_i \left(\frac{1}{A_L} + \frac{1}{A_G} \right) + g(\rho_L - \rho_G) - \tau_L \frac{S_L}{A} = 0 \quad (3)$$

$$S_L = \pi D \quad S_i = \pi(D - 2\delta) \quad (4)$$

$$A_L = \pi(D\delta - \delta^2) \quad A_G = \pi\left(\frac{D}{2} - \delta\right)^2$$

代入式 (3) 得

$$\frac{\tau_i}{D(\tilde{\delta} - \tilde{\delta}^2)(1 - 2\tilde{\delta})} + g(\rho_L - \rho_G) - \frac{\tau_L}{D(\tilde{\delta} - \tilde{\delta}^2)} = 0 \quad (5)$$

Where $\tilde{\delta} = \delta/D$

剪應力 (Shear Stresses) 可由下式決定

$$\tau_L = f_L \frac{\rho_L u_L^2}{2} \quad \tau_i = f_i \frac{\rho_G (u_G - u_L)^2}{2} \quad (6)$$

液體與界面摩擦係數為

$$f_L = C_L \left(\frac{D_L u_L}{\nu_L} \right)^{-n} \quad f_i \cong f_G = C_G \left(\frac{D_G u_G}{\nu_G} \right)^{-m} \quad (7)$$

where

$$D_L = \frac{4A_L}{S_L} = 4D(\tilde{\delta} - \tilde{\delta}^2) \quad D_G = \frac{4A_G}{S_G} = (1 - 2\tilde{\delta})D \quad (8)$$

$$u_L = \frac{u_{LS}}{4(\tilde{\delta} - \tilde{\delta}^2)} \quad u_G = \frac{4u_{GS}}{1 - 4\tilde{\delta} + 4\tilde{\delta}^2} \quad (9)$$

上述方程式中的係數如下：

$$C_G = C_L = 0.046, \quad n = m = 0.2 \text{ for turbulent flow}$$

$$C_G = C_L = 16, \quad n = m = 1.0 \text{ for laminar flow}$$

由式 (5) 得知液膜厚度為液體與氣體表面速度 (Superficial Liquid and Gas Velocities)、流體物性及管徑的函數。

由套管流動過渡至塊狀流動的準則如下：

二相流套管流動，在液體流動的軸向上會有波浪形成，於徑向液體會由波谷不斷地被傳送至波峰，當足夠的液體被送至波峰將管截面橫斷時，流態便由套管流動過渡至塊狀流動。*Barnea (1982)* 認為塊狀流動中液體容滯量 (*Liquid Hold-up*) 大約是套管流動中液體容滯量的兩倍。假設塊狀流動液體容滯量為 **0.7**，則由套管流動過渡至塊狀流動將發生在：

$$\frac{A_L}{0.7A} = 0.5 \quad \text{or} \quad \frac{A_L}{A} = 0.35 \quad (10)$$

由附圖二中曲線 A，便可以看出此過渡狀況。

Kellogg 修正過渡值為

$$\frac{A_L}{0.7A} = 0.35 \quad \text{or} \quad \frac{A_L}{A} = 0.245 \quad (10)$$

(二) 塊狀流動與分散氣泡流動間之過渡狀況

由塊狀流動過渡至分散氣泡流動的機構與垂直向上流動相同。其過渡發生在紊流擾動力恰足以克服介面張力而將氣相分散成小氣泡，因此垂直向上流動的結果可以運用在於此：

$$U_{GS} + U_{LS} = 4.0 \left\{ \frac{D^{0.429}(\sigma/\rho_L)^{0.089}}{\nu_L^{0.072}} \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L} \right]^{0.446} \right\} \quad (11)$$

雖然式 (11) 可以描述實驗的結果，但 Barnea 等為將氣體空隙度對“結合”、“破裂”程序及氣泡大小的些微影響涵蓋進來，故對此過渡狀況，提出另一個模型：

Calderbank (1958) 研究氣液二相流系統中氣泡結合、破裂及氣泡大小間的關係，發現氣泡的直徑隨著氣體空隙度的平方根增加而遞增。

$$\frac{d_{max}}{\left(\frac{\sigma}{\rho_L}\right)^{3/5} \varepsilon^{-2/5}} = 4.15\alpha^{1/2} + 0.725 \quad (12)$$

如同垂直向上流動，式 (12) 中各項參數計算如下：

$$\varepsilon = \left| \frac{dP}{dX} \right| \frac{U_M}{\rho_M} \quad (13)$$

$$\frac{dP}{dX} = \frac{2f}{D} \rho_M U_M^2 \quad (14)$$

$$\alpha = \frac{u_{GS}}{u_{GS} + u_{LS}} = \frac{u_{GS}}{u_M} \quad (15)$$

$$f = C \left(\frac{u_M D}{\nu_L} \right)^{-n} \quad (16)$$

式 (12) 為表面張力與紊流擾動達到平衡時，穩定氣泡最大直徑可為 d_{max} 。

液體流動所產生的紊流擾動會造成氣泡的破裂。經由破裂程序產生的氣泡，其直徑大於某一臨界值時，則塊狀流動的大型 Taylor Bubble 會再度經由結合程序而形成；反之紊流擾動所產生的氣泡其直徑若小於臨界值，則可避免小氣泡經由結合產生大型 Taylor Bubble。此一臨界氣泡直徑為 (Brodkey 1967)。

$$d_{crit} = \left[\frac{0.4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \quad (17)$$

的兩倍。

因此，當 $d_{max} \geq 2 d_{crit}$ ，大型 Taylor Bubble 再度經由結合程序形成，為塊狀流動。

$d_{max} \leq 2 d_{crit}$ ，分散氣泡流動。

$d_{max} = 2 d_{crit}$ ，過渡狀況發生。

將式 (13) 至式 (17) 代入式 (12) 得到過渡曲線：

$$2 \left[\frac{0.4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{3/5} \left[\frac{2}{D} C_L \left(\frac{D}{\nu_L} \right)^{-n} \right]^{2/5} u_M^{2(3-n)/5} = 0.725 + 4.15 \left(\frac{u_{GS}}{u_M} \right)^{0.5} \quad (18)$$

式 (18) 比式 (11) 更能符合實驗的結果。

Calderbank 的半實驗式限制 α 小於 10% 以下，故式 (12) 對高氣體空隙度的適用性值得懷疑，但在目前文獻資料缺乏下，為了工作需要，式 (12) 暫採用至 $\alpha = 0.52$ ，即達到氣體最大填充量。

對於 $\alpha > 0.52$ ，由塊狀流動過渡至分散氣泡流動的特徵曲線為

$$u_{LS} = u_{GS} \frac{1 - \alpha}{\alpha} + (1 - \alpha)u_0 \quad (19)$$

其中， $\alpha = 0.52$

u_0 ：氣泡相對於液體的上升速度，引用 Harmathy (1960) 公式

$$u_0 = 1.53 \left[\frac{g(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \sqrt{1 - \alpha} \quad (20)$$

除上述討論的情況，**Barnea** 亦提出當有下列情況發生時，分散氣泡流態依然會發生：

$$(a) \quad D > 4.36^2 \left[\frac{(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2 g} \right]^{1/2} \quad (21)$$

$$(b) \quad \alpha \leq 0.25$$

條件 (a) 與條件 (b) 分別代表分散氣泡結合可忽略及分散氣泡能保持均勻獨立地分散於較低液體流速中。其中條件 (a) 主要涉及 Taylor Bubble 上升速度與小球形氣泡上升速度間之差異。分散氣泡流動存在的必要條件為結合成形之 Taylor Bubble，其上升速度應比小分散氣泡的上升速度快，符合上述條件之管徑可由式 (21) 求得。

於小管徑內流動，小分散氣泡上升速度將大於泰勒氣泡的上升速度，因而追上泰勒氣泡的尾端而與泰勒氣泡結合，在此情況下分散氣泡流動將無法存在。

條件 (b) 主要在敘述：低氣體空隙度及低液體流速下，即使管徑大於式 (21) 計算值，氣泡結合也不太可能發生；因此選擇 $\alpha = 0.25$ 作為塊狀流動與分散氣泡流動間的過渡曲線。

總而言之，二相流垂直向下流動的過渡狀況可整理如下：

狀況一：(參見附圖二 (a))

$$\boxed{D \geq 4.36^2 \left[\frac{(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2 g} \right]^{1/2}} \quad (22)$$

由套管流動過渡至分散氣泡流動（高氣體流速時，經過塊狀流動）的特徵曲線依不同的過渡機構是由四條不同的曲線構成。

曲線 A：低氣體流速：套管流動與分散氣泡流動間的過渡狀況。

高氣體流速：套管流動與塊狀流動間的過渡狀況。

$$\frac{A_L}{A} = 0.245 \quad (10)$$

曲線 B：塊狀流動與分散氣泡流動間之過渡狀況， $\alpha = 0.25$ 。

$$u_{LS} = 3u_{GS} + 0.75u_0 \quad (23)$$

曲線 C：塊狀流動與分散氣泡流動間之過渡狀況，因素流擾動的破裂程序造成的過渡曲線。

$$2 \left[\frac{0.4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{3/5} \left[\frac{2}{D} C_L \left(\frac{D}{\nu_L} \right)^{-n} \right]^{2/5} u_M^{2(3-n)/5} = 0.725 + 4.15 \left(\frac{u_{GS}}{u_M} \right)^{0.5} \quad (18)$$

曲線 D：塊狀流動與分散氣泡流動間之過渡狀況， $\alpha = 0.52$ 。

$$u_{LS} = 0.9231u_{GS} + 0.48u_0 \quad (24)$$

在曲線 D 的右側，因高氣體空隙度故分散氣泡無法存在。

狀況二：(參見附圖二 (b))

$$D \leq 4.36^2 \left[\frac{(\rho_L - \rho_G)\sigma}{\rho_L^2 g} \right]^{1/2} \quad (25)$$

此情況的過渡狀況特徵曲線是由三段曲線構成。

曲線 A：低氣體流速：套管流動與分散氣泡流動間的過渡狀況。

高氣體流速：套管流動與塊狀流動間的過渡狀況。

$$\frac{A_L}{A} = 0.245 \quad (10)$$

曲線 C：塊狀流動與分散氣泡流動間之過渡狀況，因素流擾動的破裂程序造成的過渡曲線。

$$2 \left[\frac{0.4\sigma}{(\rho_L - \rho_G)g} \right]^{1/2} \left(\frac{\rho_L}{\sigma} \right)^{3/5} \left[\frac{2}{D} C_L \left(\frac{D}{\nu_L} \right)^{-n} \right]^{2/5} u_M^{2(3-n)/5} = 0.725 + 4.15 \left(\frac{u_{GS}}{u_M} \right)^{0.5} \quad (18)$$

曲線 D：塊狀流動與分散氣泡流動間之過渡狀況， $\alpha = 0.52$ 。

$$u_{LS} = 0.9231u_{GS} + 0.48u_0 \quad (24)$$

在曲線 D 的右側，因高氣體空隙度故分散氣泡無法存在。

四、流體力學模型

了解二相流垂直向下流動的流動型態之後，接下來便是利用相應的流體力學模型，預測流體在管中流動的流體力學參數。附圖四利用簡易流程圖規劃二相流垂直向下流動之計算思維方式。

(一) 二相流垂直向下套管流動模型 (Two Phase Vertical-Down Annular Flow Model)

流動型態如附圖三所示，於此流態中液體在管壁周圍形成相當薄的液膜，而被夾帶的液滴則在管中央隨氣核運動。此時管中的液膜視為液相，而氣核中的氣體與液滴則視為氣相。

(A) 液體容滯量計算：

建立此模型之假設：

- 1、一維，氣液同時向下的穩定二相流流動。
- 2、氣相與液相間成動態平衡。
- 3、動量方程式中忽略加速項。
- 4、軸向對稱 (液相均勻地分佈在管周圍)。
- 5、物性假設為定值 (亦即氣液密度 ρ_L 及 ρ_G ，黏度 μ_L 及 μ_G 及液體表面張力 σ ，均視為定值)。
- 6、氣液兩相之質量流率 W_L , W_G 必須給定。
- 7、氣核內的液滴以氣體速度運動 (均相流動)。

氣相及液相的動量方程式如下：

$$-A_L \left(\frac{dP}{dX} \right) - \tau_L S_L + \tau_i S_i + \rho_L A_L g = 0 \quad (26)$$

$$-A_G \left(\frac{dP}{dX} \right) - \tau_i S_i + \rho_G A_G g = 0 \quad (27)$$

其中

(dP/dx) = 壓力梯度

τ_L = 管壁與液相間的剪應力

τ_i = 氣相與液膜間的剪應力

A_L = 液膜佔的橫截面積

A_G = 氣核佔的橫截面積

ρ_L 及 ρ_G = 液相與氣相之密度

將式 (26) 式 (27) 之壓降項消去，並引入 **Lockhart–Martinelli** 參數 X , Y

$$X^2 = \frac{f_{SL} \rho_L U_{LS}^2}{f_{SG} \rho_G U_{GS}^2} = \left[\frac{(\frac{dP}{dX})_L}{(\frac{dP}{dX})_G} \right]^2 \quad Y = \frac{g(\rho_L - \rho_G)}{4f_{SG} \left(\frac{\rho_G U_{GS}^2}{2D} \right)} \quad (28)$$

其中 f_{SL} 及 f_{SG} 假設管內全部液體或氣體之 Fanning 摩擦係數。

最後可得液體容滯量方程式，詳細推導請參閱附錄 A：

$$X^2 - \frac{f_i}{f_{SG} \alpha_G^{2.5}} \alpha_L^2 - \alpha_L^3 Y = 0 \quad (29)$$

where

$$\alpha_G = 1 - \alpha_L = \text{gas void fraction}$$

Wallis (1969) 導出液膜厚度 δ 與界面摩擦因子 f_i 之關係式

$$f_i = 0.005 \left(1 + 300 \frac{\delta}{D} \right)$$

因為

$$\frac{\delta}{D} \cong \frac{1 - \alpha_G}{4}$$

故

$$f_i = 0.005 [1 + 75(1 - \alpha_G)] \quad (30)$$

由實驗發現 f_{SG} 大約等於 0.005，故

$$\frac{f_i}{f_{SG}} = [1 + 75(1 - \alpha_G)] = 1 + 75\alpha_L \quad (31)$$

利用式 (28)、式 (29)、式 (30) 及式 (31) 求得 α_L 後，可進一步決定壓力梯度。

(B) 壓降計算

(a) 摩擦壓力梯度

$$-\left(\frac{dP}{dX}\right)_f = \frac{2f_{SG}\rho_G U_{GS}^2(1 + 75\alpha_L)}{g_c D(1 - \alpha_L)^{2.5}} \quad (32)$$

(b) 重力壓力梯度

$$-\left(\frac{dP}{dX}\right)_G = -\left(\frac{g}{g_c}\right)\rho_G \quad (33)$$

注意事項：相似性模型的誤差分析如下：

1. 於化工廠中 (如蒸餾塔塔頂之冷凝器與迴流槽間之二相流管線) 常會發生氣液間持續熱傳送，氣液的比例不斷改變，因此在應用時管線長度最好不超過 20 呎，否則應分段討論。
2. 本模型假設氣核中沒有挾帶液滴。但實際上卻有挾帶液滴，因而影響動量方程式的平衡，進而影響容滯量及壓降。因為目前並沒有很好的文獻可以準確預測氣相中挾帶的液滴量，但可以確定的是考慮液體挾帶將會使壓降減小，因此忽略氣核中液滴挾帶，將使計算出的壓降偏大。
3. 式 (31) 中計算界面摩擦因子之方程式，係為空氣和水在一大氣壓下小管徑內流動的實驗結果。因此若外插至大管徑或高壓系統時必須注意。

(二) 二相流垂直向下塊狀流動模型 (Two Phase Vertical-Down Slug Flow Model)

塊狀流動的特徵是一連串獨立的大型泰勒氣泡幾乎橫斷整個管截面。若能描述一典型泰勒氣泡的動力學，則塊狀流動的整體性質便可預測。這意味著我們可以只考慮一個氣泡及一部份塊狀液體組成的塊狀單元。

(A) 液體容滯量計算：

由以往的相關討論可得知，空隙度 (氣體平均容積密度) 定義為：

$$\alpha = \frac{U_{GS}}{U_G} = \frac{U_{GS}}{U_b} \quad (34)$$

其中 U_b 表示泰勒氣泡的速度

由式 (34) 可衍生為

$$H_L = 1 - \alpha = 1 - \frac{U_{GS}}{U_b} \quad (35)$$

其中 H_L 為液體容滯量

若管壁的剪應力對氣泡的動力學影響很小，則 Taylor Bubble 速度可由**漂移-通量模型 (Drift-Flux Model)** 描述。

對於完全展開的塊狀流動，氣泡速度與氣泡形狀、空隙度分佈及通過管內之速度有關，則：

$$U_b = C_0 U_M + C_1' U_\infty \quad (36)$$

其中 U_∞ = 單一氣泡在無限介質中上升的速度

$$= K_1 \sqrt{\frac{g \Delta \rho D}{\rho_L}}$$

將 K_1 併入 C_1' 中，並整理成如下：

$$U_b = C_0 U_M + C_1 \sqrt{\frac{g \Delta \rho D}{\rho_L}} \quad (37)$$

其中 C_0 = 通過管子的流動分佈與濃度分佈參數

C_1 = 與流動性質及體積流率有關的因子 = $K_1 C_1'$

由 **Martin (1976)** 對二相流垂直向下塊狀流動之實驗結果，得到以下的結果：

$$0.86 \leq C_0 \leq 1.14$$

$$-0.66 \leq C_1 \leq -0.58$$

並得到以下的結論：

除了相當小的管徑外，當垂直向下流動中的氣泡相當不穩定時，且 *Taylor Bubble* 的鼻端位置偏離管中央，結果流動分佈參數 C_0 值應小於 1，(對於靜止液體中氣泡的上升， $C_0 = 1$ ；對於垂直上升流動中向上的氣泡， $C_0 = 1.2$)。

為了能包含所有的管徑大小，我們選擇 C_0 的平均值 1 作為計算的依據，而 C_1 則取實驗結果的中間值 -0.6，並整理如下：

$$U_b = U_M - 0.6 \sqrt{\frac{g \Delta \rho D}{\rho_L}} \quad (38)$$

$$H_L = 1 - \frac{U_{GS}}{U_M - 0.6 \sqrt{\frac{g \Delta \rho D}{\rho_L}}} \quad (39)$$

Dukler (1980) 認為 α 小於 0.25 將使流態過渡至分散氣泡流動，因此所計算出來的 H_L 不應大於 0.75。

(B) 壓降計算

塊狀流動的摩擦壓降主要是由塊狀液體造成，因此可利用相似性模型計算摩擦壓降。

(a) 計算塊狀液體的密度與黏度

$$\rho_{LS} = \rho_L(1 - \alpha) + \rho_G \alpha \quad (40)$$

$$\mu_{LS} = \mu_L(1 - \alpha) + \mu_G\alpha$$

其中 α 為塊狀液體內的空隙度，Dukler (1986) 認為此值應等於 0.25。

(b) 計算塊狀液體的平均速度

$$U_M = U_{LS} + U_{GS} \quad (41)$$

(c) 計算塊狀液體之雷諾數

$$Re_{LS} = \frac{\rho_{LS} U_M D}{\mu_{LS}} \quad (42)$$

(d) 利用 Colebrook 方程式計算 Moody Friction Factor (f_0)。

(e) 利用相似性模型計算二相流摩擦因子 f_{TP} 。

(f) 計算摩擦壓力梯度

$$\left(\frac{dP}{dX} \right)_f = \frac{f_{TP} \rho_{LS} U_M^2}{2g_c D} H_L \quad (43)$$

(g) 計算重力壓力梯度

$$\left(\frac{dP}{dX} \right)_g = \frac{g}{g_c} [H_L \rho_L + (1 - H_L) \rho_G] \quad (44)$$

注意事項：

二相流垂直向下塊狀液體流動的不確定因素主要為式 (37) 中估計 $C_0 = 1$, $C_1 = -0.6$ 。因為 Martin 認為在相當小管徑時會形成相當穩定的 Taylor Bubble，此時 C_0 可能會大於 1，幸好這種情況並不多見，故以 $C_0 = 1$ 估計是安全的，且計算所得壓降將比實際高些。

(三) 二相流垂直向下氣泡模型 (Two Phase Vertical-Down Bubble Flow Model)

(A) 液體容滯量計算：

由垂直向下塊狀模型中得知，液體容滯量與氣泡速度的關係為：

$$H_L = 1 - \frac{U_{GS}}{U_b} \quad (45)$$

Wallis (1969) 利用漂移—通量模型 (Drift-Flux Model) 描述垂直向上氣泡流動為

$$U_b(UP) = 1.2U_M + 1.53 \left[\frac{\sigma g(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4} \quad (46)$$

因此預測垂直向下氣泡流動中氣泡的速度為：

$$U_b(Down) = C_0 U_M + C_1 \left[\frac{\sigma g(\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right]^{1/4}, C_1 < 0 \quad (47)$$

其中 C_0 = 通過管子的流動分佈與濃度分佈參數

C_1 = 與氣泡大小有關的因子

由於至今討論垂直向下氣泡流動的文獻相當缺乏，故無法確定這兩個參數值。

Martin (1973) 建議使用 $C_0 = 0.9, C_1 = 0$

Kellogg 建議使用 $C_0 = 1.0, C_1 = 0$

若能求出液體容滯量，則建議使用相似性模型決定壓降。

(B) 壓降計算

(a) 計算液體體積分率

$$\lambda = \frac{Q_L}{Q_L + Q_G} \quad (48)$$

(b) 計算二相流密度及黏度

$$\rho_{TP} = \rho_L \frac{\lambda^2}{H_L} + \rho_G \frac{(1 - \lambda)^2}{(1 - H_L)} \quad (49)$$

$$\mu_{TP} = \mu_L \lambda + \mu_G (1 - \lambda)$$

(c) 計算平均混合物速度

$$U_M = U_{GS} + U_{LS} = \frac{Q_L + Q_G}{A} \quad (50)$$

(d) 計算二相流雷諾數

$$Re_{TP} = \frac{\rho_{TP} U_M D}{\mu_{TP}} \quad (51)$$

(e) 利用 **Colebrook** 方程式計算 Moody Friction Factor (f_0)。

(f) 利用相似性模型計算二相流摩擦因子 f_{TP} 。

(g) 計算摩擦壓力梯度

$$\left(\frac{dP}{dX}\right)_f = -\frac{f_{TP}\rho_{TP}U_M^2}{2g_c D} \quad (52)$$

(h) 計算重力壓力梯度

$$\left(\frac{dP}{dX}\right)_g = \frac{g}{g_c} [H_L\rho_L + (1 - H_L)\rho_G] \quad (53)$$

注意事項：

因為二相流垂直向下氣泡流動速度缺乏相關資料印證，使得計算出來的液體容滯量充滿了不確定的因子。為求得較安全的估計，假設 $C_0 = 1$ ，將使計算出來的壓升高估些。

五、計算例

本節利用 TPF2022 程式，計算兩個工廠實際的例子，並討論輸出的結果。

六、結論

在化工廠流體輸送的二相流實例中，垂直向下流動出現的機會很少，因此相關的研究及實驗數據都相當缺乏。由於重力的影響，使得垂直向下二相流最自然的流態為套管流動，因此流動型態之種類較少，理論分析較為簡單。Wallis (1969) 的 Drift-Flux Model，便可得到很好的預測結果，但 C_0 , C_l 參數仍需由大量的實驗數據來估計。TPF2022 程式能解決垂直向下二相流動系統，使用者只需提供流體性質及管徑大小，即可預測流動型態及計算相關之流體力學參數，進而作為最佳管徑選擇的依據。

七、符號說明

A_L	= 管中液膜所佔橫截面積
A_G	= 管子氣體核所佔橫截面積
C_L	= 液體摩擦因子關聯式中的常數
C_G	= 氣體摩擦因子關聯式中的常數
D	= 管徑
D_G 、 D_L	= 氣體與液體的水力直徑
d_{\max}	= 氣泡穩定的極大值
d_{crit}	= 將氣泡視為硬球的臨界直徑
Fr_G	= 氣體的 Froude Number
f	= 摩擦因子
f_i	= 氣液界面的摩擦因子
f_G	= 氣體的摩擦因子
f_L	= 液體的摩擦因子
f_{SG}	= 管中只含氣體時之摩擦因子
f_{SL}	= 管中只含液體時之摩擦因子
f_{TP}	= 二相流摩擦因子
f_0	= 單相流動摩擦因子
g	= 重力加速度
n, m	= Eq (7) 中的次羈
(dP/dX)	= 沿流動方向的壓力梯度
Q_L, Q_G	= 液體、氣體之體積分率
Re_{LS}	= 塊狀液體的雷諾數
S_i	= 界面剪應力施予氣液界面的濕潤周長
S_L	= 液體施予管壁之濕潤周長
u_b	= Taylor Bubble 的速度
u_G, u_L	= 氣體、液體之真實速度
u_{GS} 、 u_{LS}	= 氣體、液體的表面速度
u_i	= 界面的液體速度
u_M	= 氣液混合物的速度
u_0	= 氣泡相對於液體的上升速度
u_{∞}	= 單一氣泡在無限介質中的上升速度

W_L 、 W_G	= 液體、氣體之質量流率
X	= Lockhart–Martinelli 參數
$\Delta\rho$	= $\rho_L - \rho_G$
α	= 氣體平均空隙度 ($=\alpha_G$)
α_L	= 液體的容滯量 ($= H_L$)
δ	= 液膜厚度
ε	= 單位質量的能量分散速率
λ	= 液體體積分率
μ_G 、 μ_L	= 氣體、液體黏度
μ_{LS}	= 塊狀液體的黏度
μ_{TP}	= 二相流黏度
ν_G 、 ν_L	= 氣體與液體之動黏度
ρ_G 、 ρ_L	= 氣體、液體密度
ρ_{LS}	= 塊狀液體的密度
ρ_M	= 氣液混合物的密度
ρ_{TP}	= 二相流密度
σ	= 液體表面張力
τ_i	= 液膜與氣體核間的界面剪應力
τ_L	= 液膜與管壁間的剪應力
\sim	= 上標符號代表相對於參考值的無因次變數

八、參考文獻

1. Andreussi, P., Persen L. N., “Stratified Gas-Liquid Flow in Downwardly Inclined Pipes”, *Int. J. Multiphase Flow*, 13(4), 1987, pp. 565-575.
2. Barnea, D., Shoham, O., and Taitel Y., “Flow Pattern Transition for Vertical Downward Two-Phase Flow”, *Chemical Engrg Science*, 37(5), 1982, pp.741-744.
3. Martin, C. S., “Vertically Downward Two-Phase Slug Flow”, *J. Fluids Engrg, Trans ASME*, 98(4), December 1976, pp. 715-722.
4. Oliemans, R. V. A., Pots B. F. M., and Trompe N., “Modelling of Annular Dispersed Two-Phase Flow in Vertical Pipes”, *Int. J. Multiphase Flow*, 12(5), 1986, pp. 711-732.
5. Wallis, G. B., “One-Dimensional Two-Phase Flow”, McGraw-Hill New York, 1969.

APPENDIX A — 容滯量方程式之推導

附圖三中顯示二相流垂直向下套管流動之模型，其液相與氣相的動量方程式如下：

對於液膜：

$$-\left(\frac{dP}{dX}\right) - \tau_{WL} \frac{S_L}{A_L} + \tau_i \frac{S_i}{A_L} + \rho_L g = 0 \quad (26)$$

對於氣核：

$$-\left(\frac{dP}{dX}\right) - \tau_i \frac{S_i}{A_G} + \rho_G g = 0 \quad (27)$$

將式 (26) 及式 (27) 合併並消去壓降項得

$$\frac{\tau_{WL}}{\tau_i} - \left(\frac{S_i}{A_L} + \frac{S_i}{A_G}\right) \frac{A_L}{S_L} - \frac{\Delta \rho g}{\tau_i} \frac{A_L}{S_L} = 0 \quad (A-1)$$

(1) 式 (A-1) 中的第一項

$$\begin{aligned} \tau_{WL} &= \frac{1}{2} f_{SL} \rho_L U_L^2 = \frac{1}{2} f_{SL} \rho_L \left(\frac{U_{LS}}{\alpha}\right)^2 \\ \tau_i &= \frac{1}{2} f_i \rho_G (U_G - U_i)^2 \end{aligned} \quad (A-2)$$

其中， U_i = 界面的液體速度

假設無液滴被挾帶， $U_G \gg U_i$ ，則：

$$\tau_i \cong \frac{1}{2} f_i \rho_G U_G^2 = \frac{1}{2} f_i \rho_G \left(\frac{U_{GS}}{\alpha_G}\right)^2 \quad (A-3)$$

故

$$\frac{\tau_{WL}}{\tau_i} = \frac{f_{SL} \rho_L U_{LS}^2}{f_i \rho_G U_{GS}^2} \frac{\alpha_G^2}{\alpha_L^2} = X^2 \frac{\alpha_G^2}{\alpha_L^2} \frac{f_{SG}}{f_i} \quad (A-4)$$

(2) 式 (A-1) 中的第二項，Oliemans (1986) 認為 $D_c = \alpha_G^{0.5} D$ ，則

$$A_L = \alpha_L A = \frac{1}{4} \pi D^2 \alpha_L$$

$$A_G = \alpha_G A_G = \frac{1}{4} \pi D^2 \alpha_G$$

$$S_L = \pi D$$

故

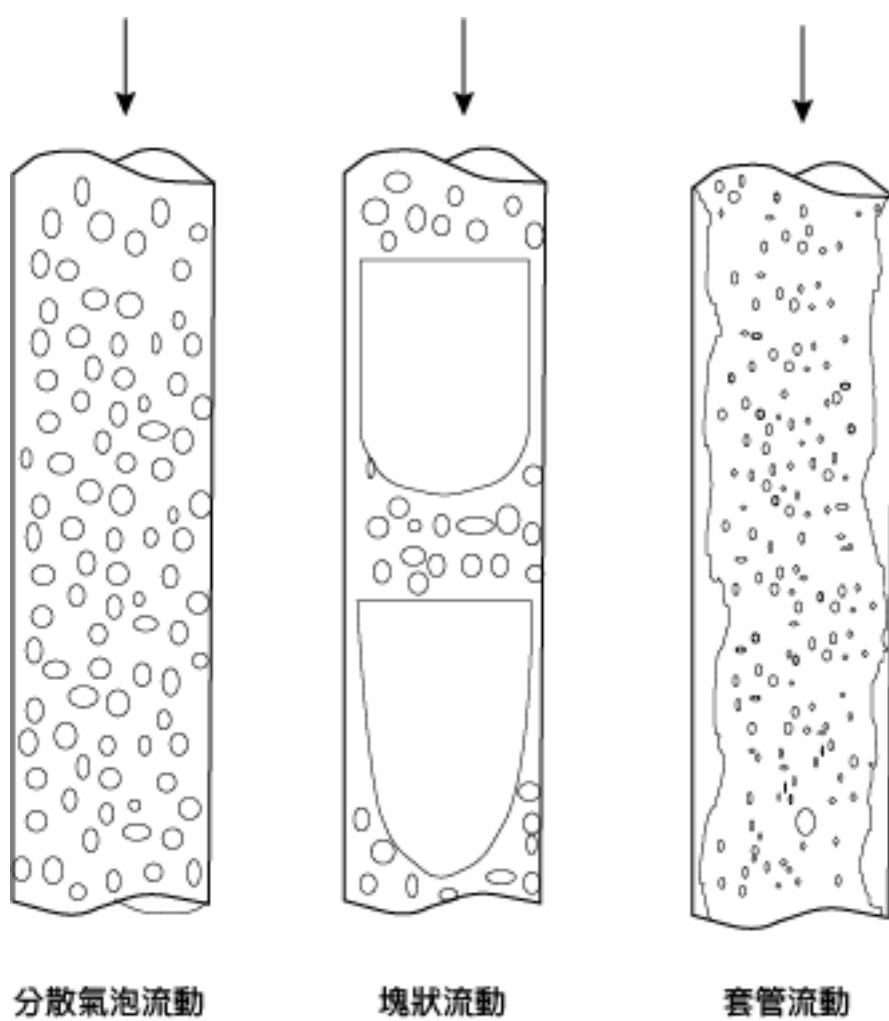
$$\left(\frac{S_i}{A_L} + \frac{S_i}{A_G} \right) \frac{A_L}{S_L} = \frac{1}{\alpha_G^{0.5}} \quad (\text{A-5})$$

最後將式 (A-4) 式 (A-5) 代入式 (A-1) 中並引入

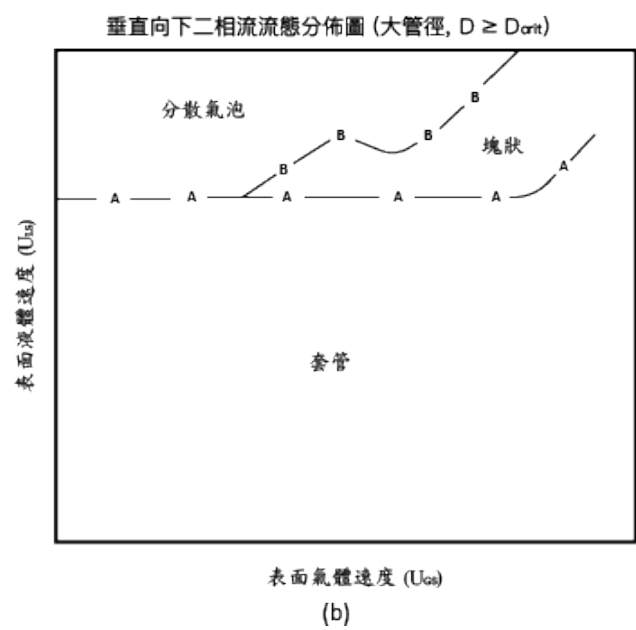
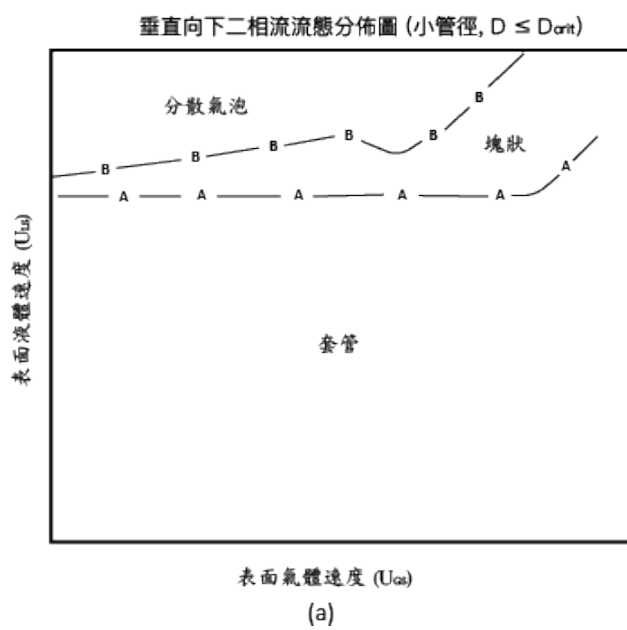
$$Y = \frac{g(\rho_L - \rho_G)}{4f_{SG} \left(\frac{\rho_G U_{GS}^2}{2D} \right)}$$

即可得容滯量方程式

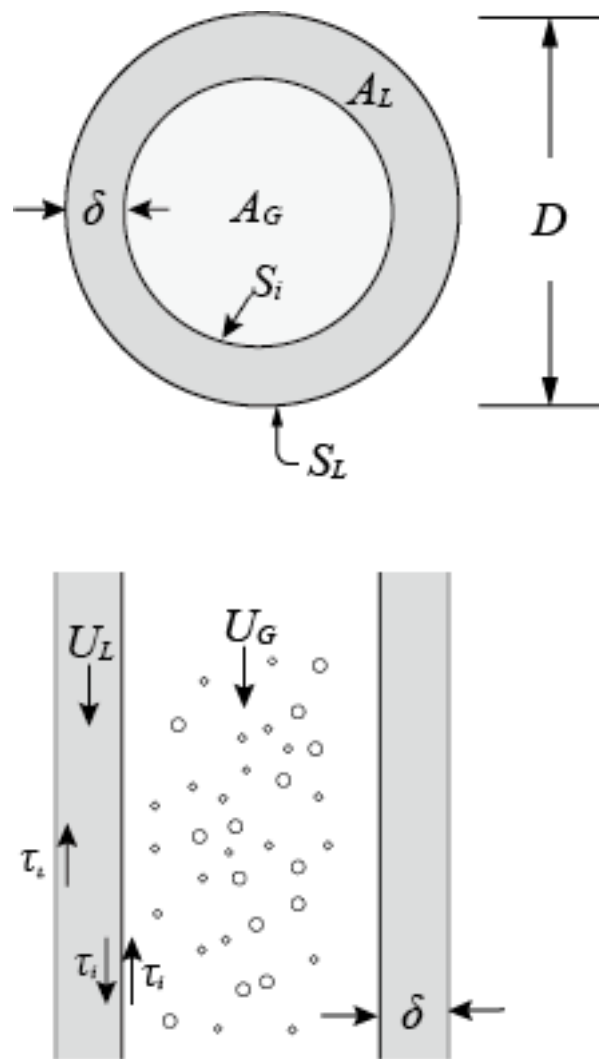
$$X^2 - \frac{f_i}{f_{SG} \alpha_G^{2.5}} \alpha_L^2 - \alpha_L^3 Y = 0 \quad (30)$$



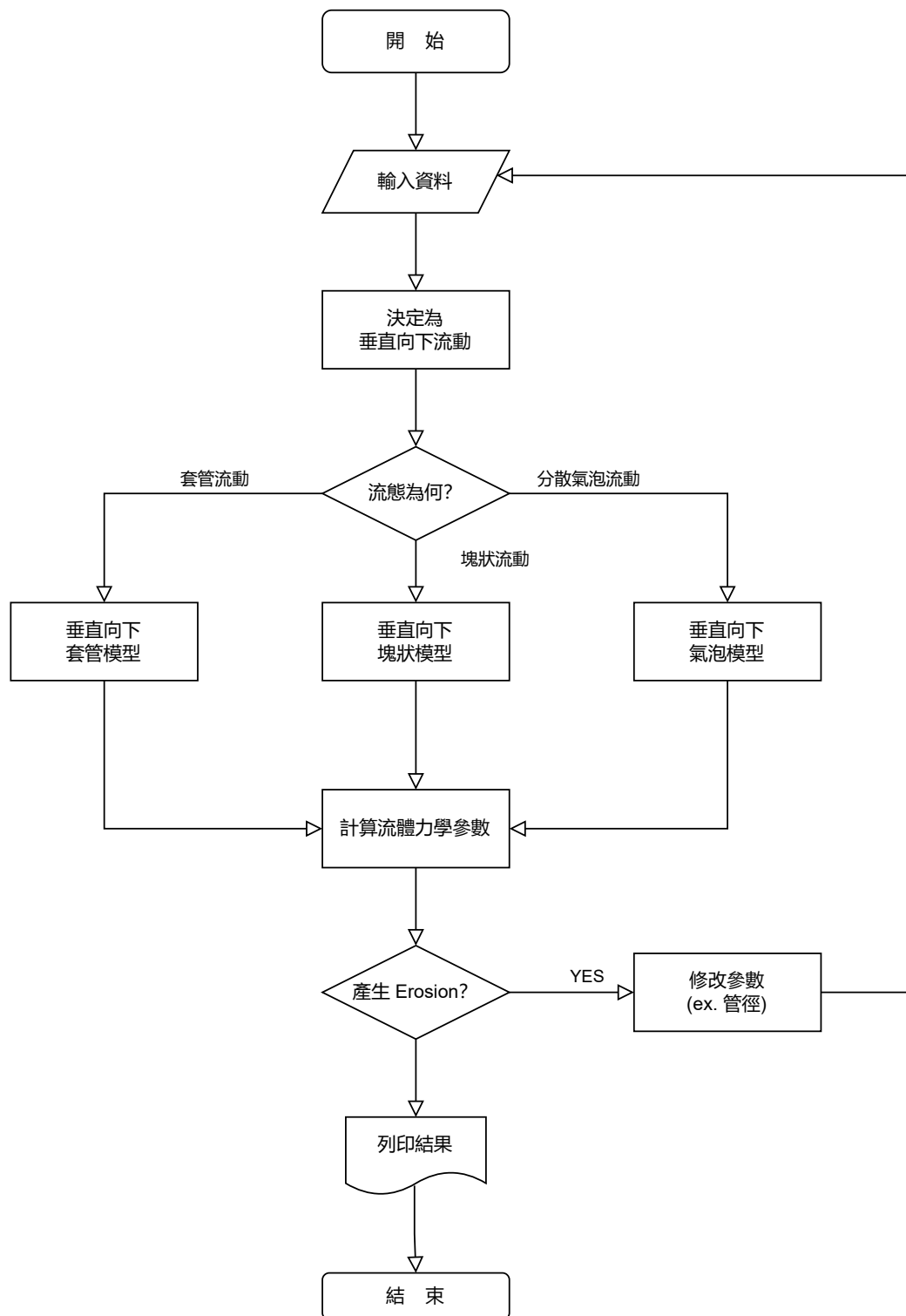
附圖一 二相流垂直向下流動型態



附圖二 二相流垂直向下流動之流態分佈圖



附圖三 二相流垂直向下套管流動物理模型



附圖四 二相流垂直向下流動流態判定思維流程圖

