Two-anova:

1. $y_{ijk}=\mu+\alpha_i+\beta_j+(\alpha\beta)_{ij}+\epsilon_{ijk}$

$$\begin{cases}\sum\alpha_i=0\\ \sum\beta_j=0\\ \sum\limits_i(\alpha\beta)_{ij}=0\\ \sum\limits_j(\alpha\beta)_{ij}=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\bar{y}=\mu+\bar{\epsilon}\\ \overline{y_{ij\cdot}}=\mu+\overline{\epsilon_{ij\cdot}}+\alpha_i+\beta_j+(\alpha\beta)_{ij}\\ \overline{y_{i\cdot\cdot}}=\mu+\alpha_i+\overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}\\ \overline{y_{\cdot j\cdot}}=\mu+\beta_j+\overline{\epsilon_{\cdot j\cdot}}\end{cases}$$

$$SSE=\sum_{ijk}(y_{ijk}-\overline{y_{ij\cdot}})^2$$

$$y_{ijk}-\overline{y_{ij\cdot}}=\epsilon_{ijk}-\overline{\epsilon_{ij\cdot}}$$

$$SSE=\sum_{ijk}(\epsilon_{ijk}-\overline{\epsilon_{ij\cdot}})^2$$

$$\epsilon_{ijk}\overset{iid}{\sim}N(0,\sigma^2)$$

$\sum\limits_{k=1}^{m}(\epsilon_{ijk}-\overline{\epsilon_{ij\cdot}})^2$ 可看成 ϵ_{ijk} 为样本，可类比 $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(n-1)$

$$\Rightarrow \frac{\sum\limits^{m}(\epsilon_{ijk}-\overline{\epsilon_{ij\cdot}})^2}{\sigma^2}\sim\chi^2(m-1) \Rightarrow SSE/\sigma^2\sim\chi^2\Big(\sum_i\sum_j\chi^2(m-1)\Big)\sim\chi^2(ab(m-1))$$

故：$E[SSE]=ab(m-1)\sigma^2$　$MSE=SSE/ab(m-1)$

$E[MSE]=\sigma^2$

$SSA=\sum\limits_i\sum\limits_j\sum\limits_k(\overline{y_{i\cdot\cdot}}-\bar{y})^2$；$\overline{y_{i\cdot\cdot}}-\bar{y}=\alpha_i+\overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}-\bar{\epsilon}$

$$SSA=\sum[(\alpha_i+\overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}-\bar{\epsilon})^2+(\overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}-\bar{\epsilon})^2]bm$$

$$\begin{aligned}E[SSA]&=E[\alpha_i^2+2\alpha_i(\overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}-\bar{\epsilon})+(\overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}-\bar{\epsilon})^2]\\ &=bm\sum E[\alpha_i^2+2\alpha_i(\overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}-\bar{\epsilon})+(\overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}-\bar{\epsilon})^2]\\ &=bm\sum\alpha_i^2+\sigma^2(a-1);\quad \overline{\epsilon_{i\cdot\cdot}}\sim N(0,\sigma^2/bm)\end{aligned}$$

同理：$E[SSB]=(b-1)\sigma^2+am\sum\beta_j^2$

$E[MSA]=\frac{bm}{a-1}\sum\alpha_i^2+\sigma^2$；$E[MSB]=\frac{am}{b-1}\sum\beta_j^2+\sigma^2$

$$SSAB=\sum_{ijk}(\bar{y}_{ij\cdot}+\bar{y}-\bar{y}_{i\cdot\cdot}-\bar{y}_{\cdot j\cdot})^2$$

由之前 $\bar{y}_{ij\cdot}=\mu+\bar{\epsilon}_{ij\cdot}+\alpha_i+\beta_j+(\alpha\beta)_{ij}$ 之类的公式代入化简可得：

$$\Rightarrow SSAB=\sum_{ijk}(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}+\bar{\epsilon}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot}-\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}+(\alpha\beta)_{ij})^2$$

$$=\sum_{ijk}\left((\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})-(\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\bar{\epsilon})+(\alpha\beta)_{ij}\right)^2$$

$$=\sum\Big[(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})^2+(\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\bar{\epsilon})^2+(\alpha\beta)^2_{ij}+\underbrace{2(\alpha\beta)_{ij}(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})}_{\text{交叉项①}}-\underbrace{2(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})(\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\bar{\epsilon})}_{\text{交叉项}}$$
$$-\underbrace{2(\alpha\beta)_{ij}(\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\bar{\epsilon})}_{\text{交叉项②}}\Big]$$

"交叉项"的期望为0（①、②）

$$E[SSAB]=E\Big[\sum(\alpha\beta)^2_{ij}+\underbrace{\sum 2(\alpha\beta)_{ij}(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})}_{\text{为0}}-\underbrace{2\sum(\alpha\beta)_{ij}(\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\bar{\epsilon})}_{\text{为0}}\Big]$$
$$+E\Big[\sum(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})^2\Big]+E\Big[\sum(\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\bar{\epsilon})^2\Big]$$

$$=E\Big[\sum(\alpha\beta)^2_{ij}\Big]+E\Big[\sum(\underbrace{\bar{\epsilon}_{ij\cdot}}_{\text{变量}}-\underbrace{\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot}}_{\text{均值}})^2\Big]+E\Big[\sum(\underbrace{\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}}_{\text{变量}}-\overset{\text{均值（双杠）}}{\bar{\epsilon}})^2\Big]$$

$\bar{\epsilon}_{ij\cdot}$ 作为变量 $\sim N(0,\sigma^2/m)$

$\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}$ 作为变量：$\sim N(0,\sigma^2/am)$

$$E\Big[\sum_{ijk}(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})^2\Big]=(b-1)\sigma^2/m\cdot am=a(b-1)\sigma^2$$

$$E\Big[\sum_{ijk}(\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\bar{\epsilon})^2\Big]=(b-1)\sigma^2/am\cdot am=(b-1)\sigma^2$$

$$E\Big[\sum(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})(\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\bar{\epsilon})\Big]=E\Big[\sum(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}-\sum\bar{\epsilon}(\bar{\epsilon}_{ij\cdot}-\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot})\Big]$$

$$=E\Big[\sum\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}\bar{\epsilon}_{ij\cdot}\Big]-E\Big[\sum\bar{\epsilon}_{\cdot j\cdot}\bar{\epsilon}_{i\cdot\cdot}\Big]$$

$$=b\sigma^2/m-\sigma^2/m=(b-1)\sigma^2/m$$

故 $E\,SSAB=\sum(\alpha\beta)^2_{ij}+a(b-1)\sigma^2+(b-1)\sigma^2-2\cancel{m}(b-1)\sigma^2/\cancel{m}$

$$=\sum(\alpha\beta)^2_{ij}+[a(b-1)+b-1-2(b-1)]\sigma^2$$

$$=\sum(\alpha\beta)^2_{ij}+(a-1)(b-1)\sigma^2;$$

$$E[MSB]=\frac{am}{b-1}\sum\beta_j^2+\sigma^2$$

$$E[MSSA]=\frac{bm}{a-1}\sum\alpha_i^2+\sigma^2$$

综上 $E[MSSAB]=\dfrac{m\sum(\alpha\beta)^2_{ij}}{(a-1)(b-1)}+\sigma^2$　$E[MSE]=\sigma^2$；$\cancel{E[SSB]=(b-1)\sigma^2+am\sum\beta_j^2}$

Week2 One-way ANOVA-方差稳定化变换

背景描述

这里对五种绝缘材料的性能进行实验研究。我们在升高电压的情况下对每种材料的四个样本进行测试，以加速失效时间。 这是一个因子水平数 a = 5 和重复次数 n = 4 的单因子实验。

数据描述

变量名	变量含义	变量类型	变量取值范围
（自变量）Material	绝缘材料类型	categorical variable	[1, 2, 3, 4, 5]
（因变量）Failure Time	失效时间	continuous variable（单位：分钟）	Real

问题

注：这里使用 \alpha=0.05 的显著性水平

1. 试判断 5 种绝缘材料的性能是否存在差异.
2. 试判断该实验残差是否具有异方差性.
3. 若实验中的残差具有异方差性，试判断失效时间如何进行方差稳定化变换.
4. 如果需要变换，基于变换后的数据，试判断 5 种绝缘材料的性能是否存在差异.

问题1 One-Way Anova检验

检验假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4$; $H_1: \mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$不全相等

In [1]:
```
import numpy as np
import pandas as pd
import scipy.stats as stats
import matplotlib.pyplot as plt
import math
# Import additional packages
from statsmodels.formula.api import ols
from statsmodels.stats.anova import anova_lm
from scipy.stats import f
alpha = 0.05
a = 5
n = 4
x=pd.read_csv('/Users/chixinning/Library/Containers/com.tencent.xinWeCha
```

In [2]:
```
data=x.values[:,1:3]   #将data读到多维度列表
print(data.shape)
```

```
(20, 2)
```

In [3]:
```
#分组
```

```
#注意这里的python语法
group1 = data[data[:,0] == 1,1]
group2 = data[data[:,0] == 2,1]
group3 = data[data[:,0] == 3,1]
group4 = data[data[:,0] == 4,1]
group5 = data[data[:,0] == 5,1]

print(len(group1))#每组4个
group_list=[group1,group2,group3,group4,group5]
```

4

In [4]:
```
group1
```

Out[4]: array([110, 157, 194, 178])

In [5]:
```
#关键代码
df = pd.DataFrame(data, columns = ['Material', 'FailureT'])
df.head()
```

Out[5]:

	Material	FailureT
0	1	110
1	1	157
2	1	194
3	1	178
4	2	1

In [6]:
```
model = ols('FailureT ~ C(Material)', df).fit()#!!!注意这个ols的名字方式，之
model.summary()
```

Out[6]:

OLS Regression Results

Dep. Variable:	FailureT	**R-squared:**	0.623
Model:	OLS	**Adj. R-squared:**	0.522
Method:	Least Squares	**F-statistic:**	6.191
Date:	Thu, 11 Mar 2021	**Prob (F-statistic):**	0.00379
Time:	14:28:08	**Log-Likelihood:**	-177.93
No. Observations:	20	**AIC:**	365.9
Df Residuals:	15	**BIC:**	370.8
Df Model:	4		
Covariance Type:	nonrobust		

	coef	std err	t	P>|t|	[0.025	0.975]
Intercept	159.7500	1020.667	0.157	0.878	-2015.750	2335.250
C(Material)[T.2]	-153.5000	1443.441	-0.106	0.917	-3230.122	2923.122
C(Material)[T.3]	2782.0000	1443.441	1.927	0.073	-294.622	5858.622
C(Material)[T.4]	5563.2500	1443.441	3.854	0.002	2486.628	8639.872
C(Material)[T.5]	-149.0000	1443.441	-0.103	0.919	-3225.622	2927.622

Omnibus:	8.083	**Durbin-Watson:**	2.442
Prob(Omnibus):	0.018	**Jarque-Bera (JB):**	8.113
Skew:	-0.522	**Prob(JB):**	0.0173
Kurtosis:	5.940	**Cond. No.**	5.83

Notes:
[1] Standard Errors assume that the covariance matrix of the errors is correctly specified.

In [7]:
```
df.head()
```

Out[7]:

	Material	FailureT
0	1	110
1	1	157
2	1	194
3	1	178
4	2	1

In [8]:
```
anovaResults = round(anova_lm(model), 16)#2是保留几位小数的意思
print(' ANOVA 表: \n', anovaResults)
#? 为什么这里打出来自由度是1呢
F0, pVal1 = stats.f_oneway(group1, group2, group3,group4)
```

```
 ANOVA 表:
                 df        sum_sq      mean_sq          F    PR(>F)
C(Material)    4.0  103191489.2  25797872.3  6.190929  0.003786
Residual      15.0   62505657.0   4167043.8       NaN       NaN
```

In [9]:
```
 # 法1: p值
if pVal1 < alpha:
    print("p值为",pVal1)
    print('\nSince p-value < 0.05, reject H0.')
else:
    print('\nAccept H0.有差异')

# 法2: 拒绝域
F = round(f.ppf(0.95,dfn = 4,dfd = 15), 2)

if F0 > F:
    print("F0值为",F0)
    print('Since F0 > F(0.05,4,15) = ', F, ', reject H0.')
else:
    print('Accept H0.有差异')
```

```
p值为 0.012182920180227229

Since p-value < 0.05, reject H0.
F0值为 5.615313851426306
Since F0 > F(0.05,4,15) =  3.06 , reject H0.
```

法1告诉我们p<0.05,拒绝原假设；法1告诉我们F值大于3.06，与p值的结果一致，拒绝原假设。不同Material样本对于Failure Time全部均呈现出显著性(p<0.05)，即不同aterial样本对于Failure Time有影响。

问题2 试判断该实验数据是否具有异方差性.i.e.方差齐性检验

方差齐性检验即是去每组的方差是一致的。使用方差齐性检验，去检验各个组别数据的波动情况(标准差)是否有明显的差异 方差齐性检验的方法有如下两种：

- Bartlett检验:正态性敏感
- Levene检验:较为Robust ### 2.1 Bartlett检验 Bartlett检验的原假设H_0为各数据间具有方差齐性。 Bartlett检验统计量为：$\chi_0^2 = 2.3026\frac{q}{c}$
  其中，$q = (N-a)log_{10}S_p^2 - \sum_{i=1}^{a}(n_i-1)log_{10}S_i^2$
  $c = 1 + \frac{1}{3(a-1)}(\sum_{i=1}^{a}(n_i-1)^{-1} - (N-a)^{-1})$
  $S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{a}\quad(n_i-1)S_i^2}{N-a}$且$S_i^2$是第 i 个总体的样本方差；当$\chi_0^2 > \chi_{\alpha,a-1}^2$ 时，拒绝H_0，其中$\chi_{\alpha,a-1}^2$是自由度为$a-1$的卡方分布上的 α 分位数。 下面使用stats库中的bartlett包进行方差齐性检验

bartlett常用，对正态性很敏感。

In [10]:
```
# 用Bartlett检验进行方差齐性检验
bart, pVal2 = stats.bartlett(group1, group2, group3,group4,group5)
bart_stat = stats.chi2.isf(alpha, a-1)

# p值：
print('Bartlett检验的P值为：', round(pVal2, 16))#注意防止这里round的太小造成问
if pVal2 < alpha:
    print('拒绝原假设')
else:
    print('接收原假设')

# 检验统计量与拒绝域：
print('Bartlett检验统计量：', round(bart, 2))
print('χ_(α,a-1)^2: ', round(bart_stat, 2))
if bart > bart_stat:
    print('所以拒绝原假设')
else:
    print('所以接收原假设')
```

```
Bartlett检验的P值为：  3.6e-15
拒绝原假设
Bartlett检验统计量：  73.78
χ_(α,a-1)^2:   9.49
所以拒绝原假设
```

由分析可知，Bartlett检验接受原假设，即残差具有方差齐性。

2.2 Levene检验

Levene检验的原假为设H_0为各数据间具有方差齐性,Levene Test，非参，更稳健

下面使用p值进行Levene方差齐性检验

In [11]:
```
# 用Levene检验进行方差齐性检验
lene, pVal3 = stats.levene(group1, group2, group3,group4,group5)
print('Levene检验的P值为：', round(pVal3, 16))
if pVal3 < alpha:
    print('拒绝原假设.数据不满足方差齐性')
else:
    print('接收原假设，有方差齐性')
```

```
Levene检验的P值为： 0.0043438474446047
拒绝原假设.数据不满足方差齐性
```

由Levene检验和Bartlet检验定量分析可知，不具有方差齐性

In [12]:
```
data_group=[group1,group2,group3,group4,group5]
data_group_mean=[]#各组均值
data_residual=[]
data_residal_bygroup=[]#按组聚集的偏差
group_idx=0
for group in data_group:
    group_idx=group_idx+1
    group_mean=np.mean(group)
    print("第"+str(group_idx)+"组均值：  ",group_mean)
    data_group_mean.append(group_mean)
    group_residual_list=[]
    for item in group:
        residual=item-group_mean
        group_residual_list.append(residual)
        data_residual.append(residual)
    data_residal_bygroup.append(group_residual_list)
data_residual=np.array(data_residual)
```

```
第1组均值：   159.75
第2组均值：   6.25
第3组均值：   2941.75
第4组均值：   5723.0
第5组均值：   10.75
```

In [13]:
```
print("各组均值：",data_group_mean)
print("各组偏差",data_residal_bygroup)
```

```
各组均值： [159.75, 6.25, 2941.75, 5723.0, 10.75]
各组偏差 [[-49.75, -2.75, 34.25, 18.25], [-5.25, -4.25, -2.25, 11.75], [-2
061.75, -1685.75, 2334.25, 1413.25], [-5228.0, 1317.0, -416.0, 4327.0],
[-3.75, -5.75, 18.25, -8.75]]
```

因为检验可得，数据不满足方差齐性，不满足One-way ANOVA的条件，所以由幂变换 $ln(\sigma_y) = lnc + \alpha ln(\mu)$，这里需要根据$ln(\mu)$和$ln(\sigma_y)$拟合求出来斜率$\alpha$的值，他也是 $y^* = y^{1-\alpha}$,这里μ由其估计各组均值来代替，σ_y由其估计std来代替

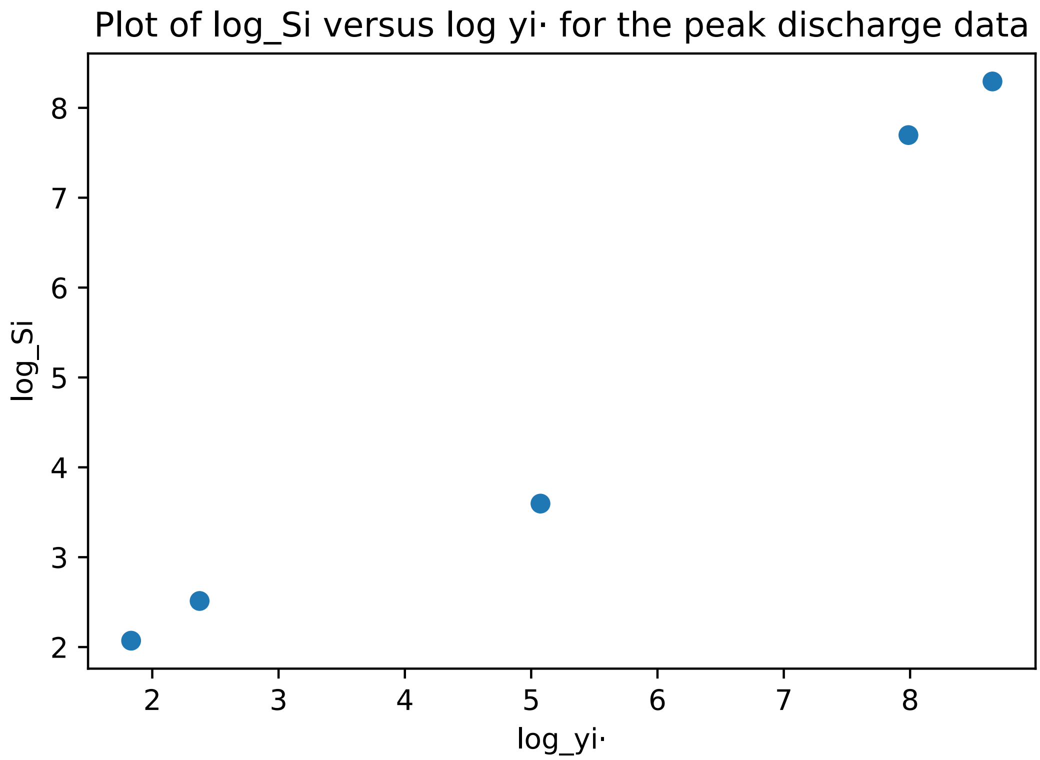
In [14]:
```
log_mean_list=[]
for mean in data_group_mean:
    log_mean=math.log(mean)
    log_mean_list.append(log_mean)
log_std_list=[]
for group in group_list:
    log_group_std=math.log(np.std(group, ddof = 1))
    log_std_list.append(log_group_std)
```

In [15]:
```
# linregress(x,y)线性回归函数 ：拟合求斜率
# 因为我事先不知道分布是什么，需要凭经验找到其变换的方法
slope, intercept, r_value, p_value, std_err = stats.linregress(log_mean_
print('斜率为: ', round(slope, 2))
```

斜率为： 0.92

In [16]:
```
# 作图
plt.scatter(log_mean_list, log_std_list)
plt.title('Plot of log_Si versus log yi· for the peak discharge data')
plt.xlabel('log_yi·')
plt.ylabel('log_Si')
```

Out[16]: Text(0, 0.5, 'log_Si')



下面则有两个不同的思路，一个思路是将 λ的真实拟合出的1-0.92代入，二则是直接取$alpha$=1,则λ为0

问题3:数据变换--幂变换+Box_Cox变换

3.1幂变换：

3.1.1幂变换Case1:$alpha = 0.92 = slope$

In [17]:
```
labda=1-slope#slope=alpha
labda_group_list=[]
for group in group_list:
    labda_group=group**labda
    labda_group_list.append(labda_group)

labda_groups_powerDf = pd.DataFrame(labda_group_list)
labda_groups_powerDf.head()
```

Out[17]:

0	1	2	3

	0	1	2	3
0	1.449070	1.490328	1.515423	1.505165
1	1.000000	1.056221	1.115602	1.256190
2	1.707472	1.756087	1.966676	1.937127
3	1.631682	2.011953	1.967585	2.069270
4	1.165972	1.135421	1.304368	1.056221

In [18]:
```
groupsDf=pd.DataFrame(group_list)
groupsDf.head()
```

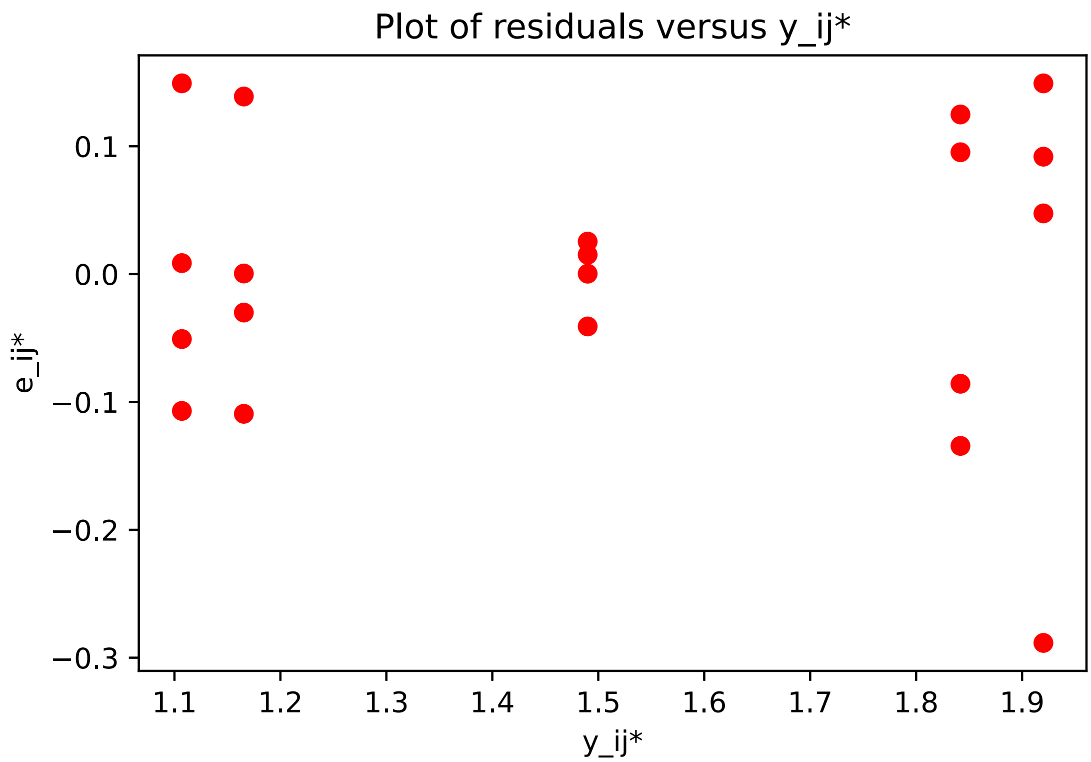
Out[18]:

	0	1	2	3
0	110	157	194	178
1	1	2	4	18
2	880	1256	5276	4355
3	495	7040	5307	10050
4	7	5	29	2

In [19]:
```
# 计算变换后峰值流量的残差
df = np.array(labda_group_list)
labda_data = [data[:,0], df.reshape(1, 20).tolist()[0]]
labda_data = np.array(labda_data * 1).T
labda_data_res = labda_data * 1
for k in range(a):
    labda_cnt = labda_data_res[labda_data_res[:,0] == k + 1,1]
    labda_data_res[labda_data_res[:,0] == k + 1,1] = labda_cnt - np.mean
```

In [20]:
```
# 变换后的残差与拟合值的关系图
labda_res = labda_data_res[:,1]
labda_y = []
for i in range(a):
    for j in range(n):
        labda_y.append(np.mean(labda_data[(labda_data[:,0] == i + 1),1])
plt.scatter(labda_y, labda_res, c = "red")
plt.title('Plot of residuals versus y_ij*')
plt.xlabel('y_ij*')
plt.ylabel('e_ij*')
```

Out[20]:
```
Text(0, 0.5, 'e_ij*')
```



使用变换后的数据的Levene方差齐性检验

In [21]:
```
# 开根号后，再用Levene检验进行方差齐性检验
power_lene, pVal4 = stats.levene( labda_group_list[0],  labda_group_list
if pVal4 < alpha:
    print('Since p-value < 0.05, reject H0.\n')
else:
    print('Accept 原假设，幂变换后的数据满足方差齐性\n')
```

Accept 原假设，幂变换后的数据满足方差齐性

3.1.1幂变换Case2:$alpha = 1,\lambda = 0$

In [22]:
```
labda=0#slope=alpha
labda_group_list=[]
for group in group_list:
    labda_group=group**labda
    labda_group_list.append(labda_group)

labda_groups_powerDf = pd.DataFrame(labda_group_list)
labda_groups_powerDf.head()
```

Out[22]:

	0	1	2	3
0	1	1	1	1
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1

In [23]:
```
# 数据复原
labda=1-slope#slope=alpha
```

```
labda_group_list=[]
for group in group_list:
    labda_group=group**labda
    labda_group_list.append(labda_group)
```

In [24]:

```
labda_group_list
```

Out[24]:

```
[array([1.44907021, 1.49032783, 1.51542324, 1.50516494]),
 array([1.        , 1.05622086, 1.1156025 , 1.25619043]),
 array([1.70747221, 1.756087  , 1.96667583, 1.9371272 ]),
 array([1.63168165, 2.01195314, 1.96758524, 2.06926953]),
 array([1.16597163, 1.13542067, 1.3043678 , 1.05622086])]
```

可以由上面看出，直接粗暴地取$\alpha = 1$会导致在幂变换中所有数都变为1的问题，（非0指数为0，则值为1）

3.2对数据做Box-Cox变换以满足方差齐性

In [25]:

```
data[:,1]
```

Out[25]:

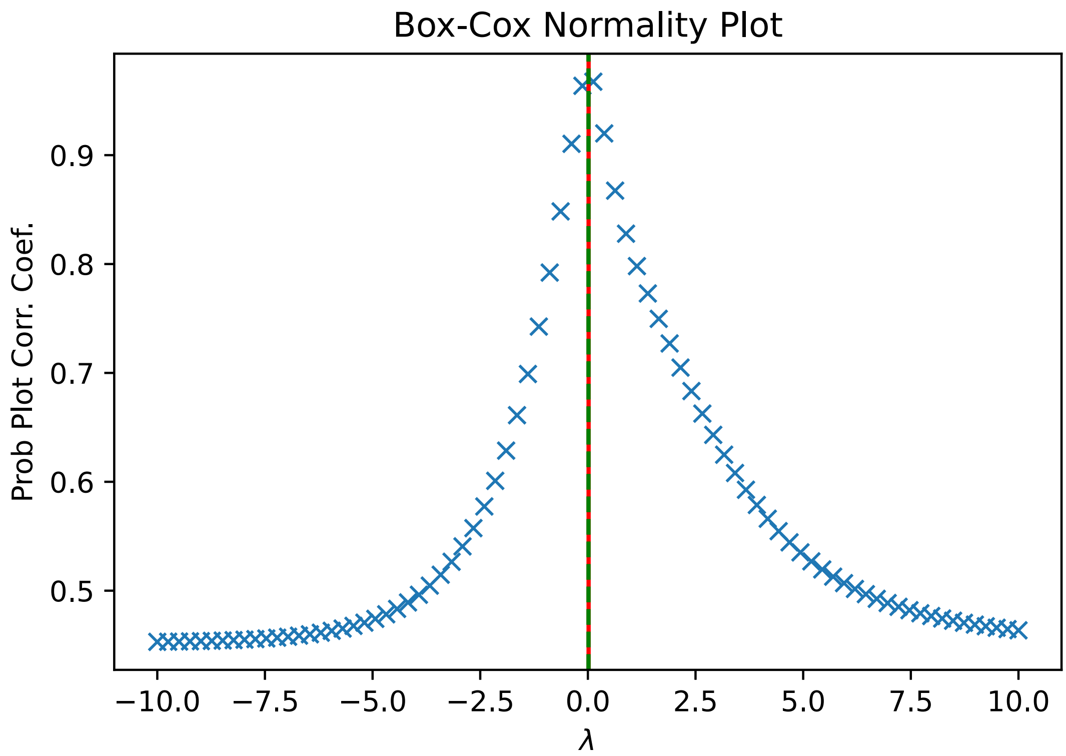
```
array([  110,    157,    194,    178,      1,      2,      4,     18,    880,
        1256,   5276,   4355,    495,   7040,   5307,  10050,      7,      5,
          29,      2])
```

In [26]:

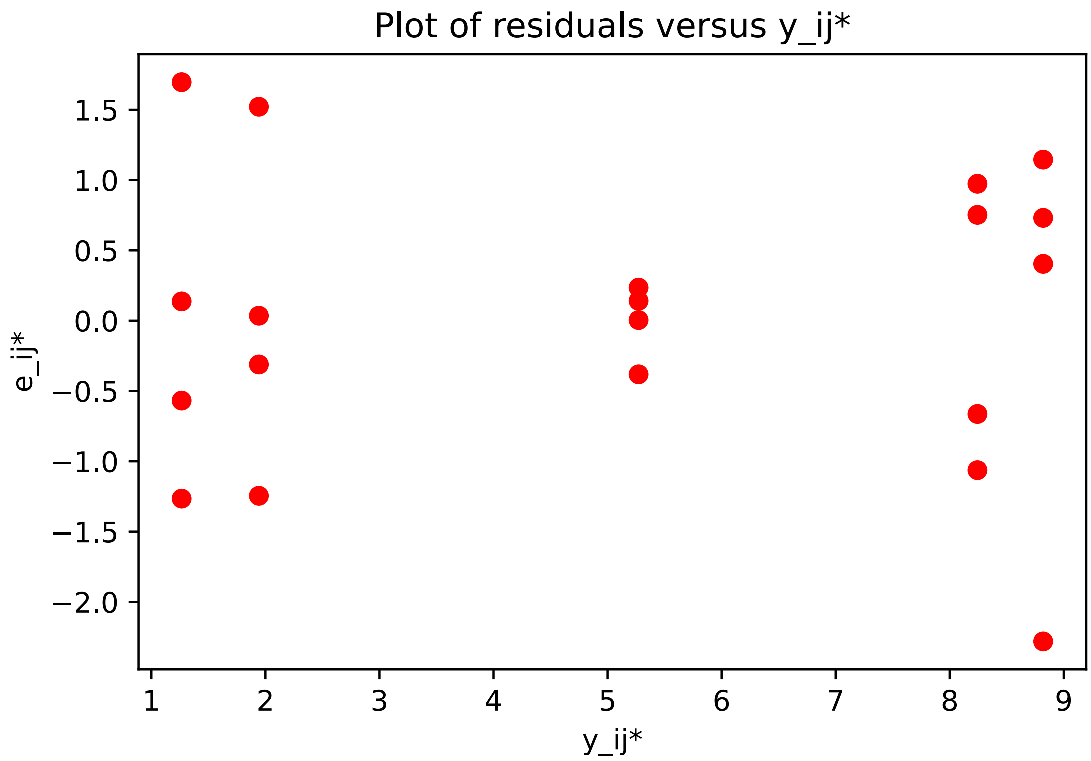
```
 #作Box-Cox变换
 #输入：1-d array
 #输出：最大化对数似然函数的lambda
bc, lmax_mle = stats.boxcox(data[:,1])#
lmax_pearsonr = stats.boxcox_normmax(data[:,1])
print('lmax_mle: ', lmax_mle)
print('lmax_pearsonr: ', lmax_pearsonr)

fig = plt.figure()
ax = fig.add_subplot(111)
prob = stats.boxcox_normplot(data[:,1], -10, 10, plot = ax)
ax.axvline(lmax_mle, color='r')
ax.axvline(lmax_pearsonr, color='g', ls='--')
plt.show()

# 计算变换后峰值流量的残差，基本原理同上
bc_group1 = bc[0:4]
bc_group2 = bc[4:8]
bc_group3 = bc[8:12]
bc_group4 = bc[12:16]
bc_group5 = bc[16:20]
bc_groups = [bc_group1, bc_group2, bc_group3, bc_group4,bc_group5]
bc_groups1 = pd.DataFrame(bc_groups)

df = np.array(bc_groups)
bc_data = [data[:,0], df.reshape(1, 20).tolist()[0]]
bc_data = np.array(bc_data * 1).T
bc_data_res = bc_data * 1
for k in range(a):
    bc_cnt = bc_data_res[bc_data_res[:,0] == k + 1,1]
    bc_data_res[bc_data_res[:,0] == k + 1,1] = bc_cnt - np.mean(bc_cnt)

# Box-Cox变换后的残差与拟合值的关系图
bc_res = bc_data_res[:,1]
bc_y = []
for i in range(a):
```

```
    for j in range(n):
        bc_y.append(np.mean(bc_data[(bc_data[:,0] == i + 1),1]))
plt.scatter(bc_y, bc_res, c = "red")
plt.title('Plot of residuals versus y_ij*')
plt.xlabel('y_ij*')
plt.ylabel('e_ij*')
```

```
lmax_mle:  0.016756747738272192
lmax_pearsonr:  0.014405187672448234
```



Out[26]:
```
Text(0, 0.5, 'e_ij*')
```



In [27]:
```
# Box-Cox变换后，再用Levene检验进行方差齐性检验
bc_lene, pVal5 = stats.levene(bc_group1, bc_group2, bc_group3, bc_group4
if pVal5 < alpha:
```

```
    print('Since p-value < 0.05, reject H0.\n')
else:
    print('Box-Cox变换后，再用Levene检验进行方差齐性检验 ，满足方差齐性')
```

```
Box-Cox变换后，再用Levene检验进行方差齐性检验 ，满足方差齐性
```

问题4:如果需要变换，基于变换后的数据，试判断 5 种绝缘材料的性能是否存在差异.

4.1基于幂变换的One-way ANOVA 检验

幂变换的ANOVA TABLE

In [28]:
```
data_labda=labda_group_list
Material=[]
FailureT=[]
for i in range(a):
    for data in labda_group_list[i]:
        FailureT.append(data)
        Material.append(i)
c={"Material" : Material,
   "FailureT" : FailureT}
df=pd.DataFrame(c)#将字典转换成为数据框
df.head()
```

Out[28]:

	Material	FailureT
0	0	1.449070
1	0	1.490328
2	0	1.515423
3	0	1.505165
4	1	1.000000

In [29]:
```
model = ols('FailureT ~ C(Material)', df).fit()#!!!注意这个ols的名字方式，之
```

In [30]:
```
anovaResults = anova_lm(model)
print(anovaResults)
```

```
               df    sum_sq   mean_sq          F        PR(>F)
C(Material)   4.0  2.238712  0.559678  35.38643  1.786204e-07
Residual     15.0  0.237243  0.015816        NaN           NaN
```

In [31]:
```
power_F0, pVal6 = stats.f_oneway(labda_group_list[0],labda_group_list[1]
if pVal6 < alpha:
    print('Since p-value < 0.05, reject H0.由One-way ANOVA, 幂变换后可得各组
else:
    print('Accept H0\n')
```

```
Since p-value < 0.05, reject H0.由One-way ANOVA, 幂变换后可得各组（因子）之间
是有差异
```

4.2基于Box-Cox变换的One-way ANOVA 检验

In [32]:
```
bc_group_list=[bc_group1, bc_group2, bc_group3, bc_group4,bc_group5]
```

```
data_bc=bc_group_list
Material_bc=[]
FailureT_bc=[]
for i in range(a):
    for data in bc_group_list[i]:
        FailureT_bc.append(data)
        Material_bc.append(i)
c={"Material" :Material_bc ,
   "FailureT" :FailureT_bc}
df=pd.DataFrame(c)#将字典转换成为数据框
df.head()
```

Out[32]:

	Material	FailureT
0	0	4.890554
1	0	5.276624
2	0	5.507356
3	0	5.413405
4	1	0.000000

In [33]:

```
model = ols('FailureT ~ C(Material)', df).fit()
anovaResults = anova_lm(model)
print(anovaResults)
```

```
                df      sum_sq    mean_sq          F        PR(>F)
C(Material)    4.0  193.668327  48.417082  37.624897  1.182844e-07
Residual      15.0   19.302544   1.286836        NaN           NaN
```

In [34]:

```
# Box-Cox变换后, Do the one-way ANOVA with transformation of square root
bc_F0, pVal7 = stats.f_oneway(bc_group1, bc_group2, bc_group3, bc_group4
if pVal7 < alpha:
    print('Since p-value < 0.05, reject H0.由One-way ANOVA,BOX_COX变换后可
else:
    print('Accept H0\n')
```

```
Since p-value < 0.05, reject H0.由One-way ANOVA,BOX_COX变换后可得各组（因子）之间有差异
```