

研究計畫：使用 VPython 模擬天體潮汐撕裂

組別：高中職組

科別：地球科學

摘要

壹、研究動機

貳、研究背景

參、研究目的

肆、研究方法

伍、初步結果

陸、結論

柒、參考資料及其他

# 摘要

本研究以 VPython 程式語言進行近地天體繞地球運動的模擬。試圖尋找地球附近的天體在不同質量及距中心距離情況下，會因進入洛希極限範圍而被撕裂進而形成地球行星環。

研究方法為先以程式模擬固定大小、相同質量之天體以不同距離繞行地球，尋找其開始被撕裂的最大距離。接著以相同距離不同質量進行模擬，觀察天體繞行狀況。最後將模擬得到的被撕裂成十倍半徑的時間代入 Excel 將這個時間乘上十倍半徑與成環長度的比，以得到成環所需時間，並將座標匯入 Excel 進行繪圖，觀察不同質量的天體成環所需時間變化的規律。

## 壹、研究動機

2020 年，馬特·尼科爾在《英國皇家天文學會月報》上發表一篇文章 An Outflow Powers the Optical Rise of the Nearby, Fast-evolving Tidal Disruption Event AT2019qiz（註一），內容為一顆恆星在經過六個月的觀察後，被黑洞引力麵條化、撕裂之現象。本研究曾嘗試模擬恆星與黑洞的撕裂現象，但礙於在現有電腦硬體設備下，程式運算能力有限，所使用的數據過於龐大導致程式碼無法順利執行模擬。因此改以質量數值較小的近地天體與地球為主題，探討近地天體之洛希極限範圍。

## 貳、研究背景

洛希極限由愛德華·洛希於 1848 年提出，代表一個天體自身的重力與另一個天體對它的潮汐力相等時的距離（註二）。當兩天體間的距離小於洛希極限時，繞中心做運動的天體會被撕裂，可能成為另一個天體的行星環。當距離大於洛希極限，即所受潮汐力小於自身重力，則其中一個天體成為另一個天體的衛星。

$$\text{剛體洛希極限公式：} d = R_M \left( 2 \times \frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\text{流體洛希極限公式：} d \approx 2.44 R_M \left( \frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}}$$

除剛體洛希極限外，另有流體洛希極限，兩者差別在於剛體為不能變形之物體。多數物

體於現實中之洛希極限皆介於完全剛體與流體間，本研究在模擬中先行使用的公式為完全剛體之公式。其中：

$M$ 表示為地球， $m$ 表示繞行天體。

$R_M$ 為中心天體之半徑，以真實地球半徑 6371 公里代入。

$\rho_M$ 為該天體的密度，即地球密度。

$\rho_m$ 為繞行天體的密度。

## 參、研究目的

本研究以 VPython 模擬近地天體繞地球之現象，並以理論計算和程式模擬尋找不同天體的洛希極限。

## 肆、研究方法

本研究以一顆球體模擬地球，81 顆小球模擬近地天體，因此每顆小球的質量為天體質量除以 81。研究用的資料來自 NASA Sentry: Earth Impact Monitoring 這個網站（註三），從網站內挑選 10 個近地天體的資料，包括其編號、質量以及半徑。將質量和半徑帶入剛體洛希極限公式中以紙筆推算天體之洛希極限為多少倍地球半徑。接著以 VPython 進行模擬得出洛希極限，並將得到的結果放入 Excel 進行繪圖與比較。

天體編號	質量(kg)	半徑(m)
2010 RF12	5.00E+05	3.5
2020 VW	5.40E+05	3.5
2017 WT28	7.50E+05	4
2020 VV	2.30E+06	6
2009JF1	2.80E+06	6.5
2012 HG2	3.50E+06	7
2013 VW13	9.80E+06	9.5
2021 EU	3.00E+07	14
2021 GX9	3.30E+07	14.5
2008 JL3	3.40E+07	14.5

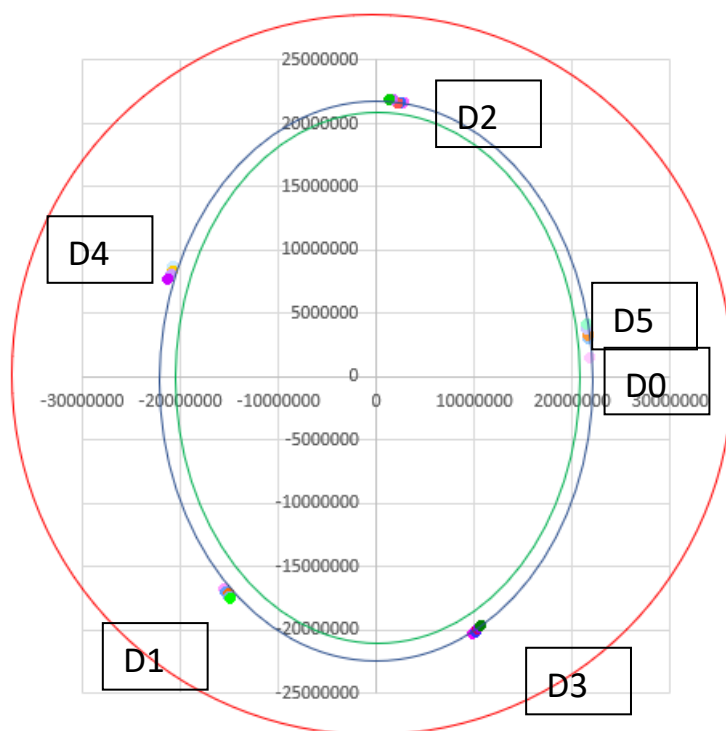
（表一）天體編號及其對應之質量、半徑。

## 伍、研究結果

### 一、 固定距離洛希極限外模擬之結果

#### (一) 2008 JL3

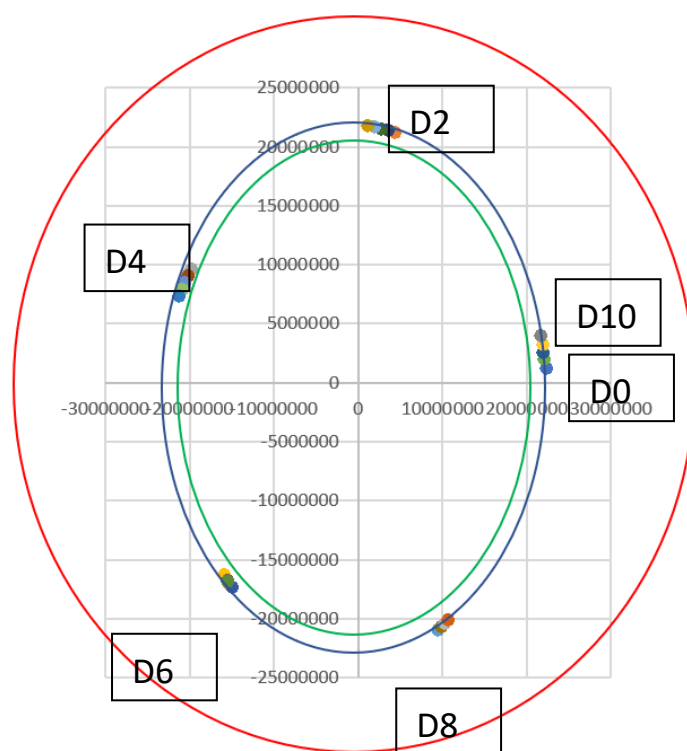
2008 JL3 是 10 個近地天體中質量和半徑都最大的一個天體，本研究在模擬其在洛希極限外運行之情況時，將其繞行半徑定為地球半徑的 3.5 倍，並每隔一天輸出一 次 81 顆小球的模擬空間座標。總共模擬了 23 天，將 23 筆座標值放入 Excel 進行繪圖後，可以看到 2008 JL3 在 x-y 平面大約每隔 5 天會回到最初的地方，因此推測其公轉週期約為 5 天。除此之外，由於半徑為地球半徑的 3.5 倍，因此其運行軌道恰好介在 GPS 衛星與同步衛星向日葵 8 號之間。繪圖結果如下圖（一）：



（圖一）2008 JL3 的 x-y 平面軌道圖(紅色為同步衛星向日葵號之軌道；藍色為 2008 JL3 之軌道；綠色為 GPS 衛星之軌道)

#### (二) 2010 RF12

模擬 2010 RF12 時同樣將距地半徑定為地球半徑之 3.5 倍，因此繞行軌道同樣介於 GPS 衛星和向日葵 8 號的軌道之間。而由於它的天體質量和半徑皆較小，預估公轉週期較長，因此模擬天數設定為 46 天，而輸出座標的時間改為每兩天一次。模擬完後同樣將 23 筆座標值放入 Excel 進行繪圖，得到 2012 RF12 大約每十天會繞完一圈，由此推測其公轉週期約為 10 天。繪圖結果如下圖（二）：



(圖二) 2010 RF12 的 x-y 平面軌道圖(紅色為同步衛星向日葵號之軌道；藍色為 2010 RF12 之軌道；綠色為 GPS 衛星之軌道)

## 二、 洛希極限處模擬之結果

洛希極限外的情況模擬完後，開始模擬洛希極限處的情況。由下表（二）可以看出天體的半徑和質量皆由上而下的遞增，而帶入剛體公式之紙筆計算出的洛希極限都落在 2~3 倍地球半徑處，最短的為 2.3 倍，最長的為 2.9 倍，而洛希極限的數值也隨天體密度的增加而減少，符合預期。

天體編號	質量(kg)	半徑(m)	密度( $kg/m^3$ )	紙筆計算洛希極限( $R_e$ )
2010 RF12	5.00E+05	3.5	2.78E+03	2.5
2020 VW	5.40E+05	3.5	3.01E+03	2.3
2017 WT28	7.50E+05	4	2.80E+03	2.5
2020 VV	2.30E+06	6	2.54E+03	2.7
2009JF1	2.80E+06	6.5	2.43E+03	2.9
2012 HG2	3.50E+06	7	2.44E+03	2.9
2013 VW13	9.80E+06	9.5	2.73E+03	2.5
2021 EU	3.00E+07	14	2.61E+03	2.7
2021 GX9	3.30E+07	14.5	2.58E+03	2.7
2008 JL3	3.40E+07	14.5	2.66E+03	2.6

(表二) 天體編號與其對應之質量、半徑、紙筆計算之洛希極限。

本研究定義程式模擬的撕裂情況為當組成繞行天體的 81 顆小球中，最遠兩顆達到約天體自身半徑十倍時，即為被撕裂。從表（三）可以看到透過模擬結果判斷得到的洛希極限落在 3~4 倍地球半徑處，而撕裂發生的時間長短沒有特定規律。

拉開率定義為分開程度(L)也就是天體半徑約十倍的長度，除以天體成環時的圓周長，等於 $L/2\pi R_c R_e$ ，表示兩種情況所需時間的比例。

成環時間 $t_c$ 是用拉成十倍長度時的時間(t)乘上拉開率的倒數，分開程度隨天體質量和半徑的增加呈現遞減的現象。換算成年數後可以看出時間從 4210 年到 105000 年不等。

天體編號	模擬之洛希極限 ( $R_e$ )	拉成十倍半 徑之時間 t(s)	分開程度 L(m)	拉開率	成環時間 $t_c$ (s)	天數	年
2010 RF12	3.3	390300	36.14	2.74E-07	1.43E+12	1.65E+07	4.52E+04
2020 VW	3.2	600900	36.98	2.89E-07	2.08E+12	2.41E+07	6.60E+04
2017 WT28	3.25	1025100	40.50	3.11E-07	3.29E+12	3.81E+07	1.04E+05
2020 VV	3.4	890400	64.21	4.72E-07	1.89E+12	2.18E+07	5.98E+04
2009JF1	3.6	252000	68.04	4.72E-07	5.34E+11	6.18E+06	1.69E+04
2012 HG2	3.5	407100	73.30	5.23E-07	7.78E+11	9.01E+06	2.47E+04
2013 VW13	3.4	497100	97.28	7.15E-07	6.95E+11	8.05E+06	2.20E+04
2021 EU	3.3	1090200	145.58	1.10E-06	9.89E+11	1.14E+07	3.13E+04
2021 GX9	3.3	146400	145.44	1.10E-06	1.33E+11	1.54E+06	4.21E+03
2008 JL3	3.3	526800	153.06	1.16E-06	4.55E+11	5.26E+06	1.44E+04

（表三）天體編號及其對應之模擬結果

### 三、 洛希極限內模擬之結果

模擬洛希極限內的情況時，本研究固定模擬運行天數為 15 天。選擇 15 天的原因為蘇梅克-列維 9 號彗星 2 當初撞擊木星被撕裂的天數大約就是 15 天。十個天體模擬完後將在模擬空間 x-y 平面的座標數據匯入 Excel 進行分析及繪圖。並由繪圖結果得到 x 座標涵蓋長度 dx，以及 y 座標涵蓋長度 dy。

name	dx	dy
2010 RF12	700	90000
2020 VW	10000	85000
2017 WT28	35000	85000
2020 VV	80000	25000
2009JF1	35000	90000
2012 HG2	90000	40000
2013 VW13	35000	100000
2021 EU	65000	75000
2021 GX9	65000	75000
2008 JL3	1100	85000

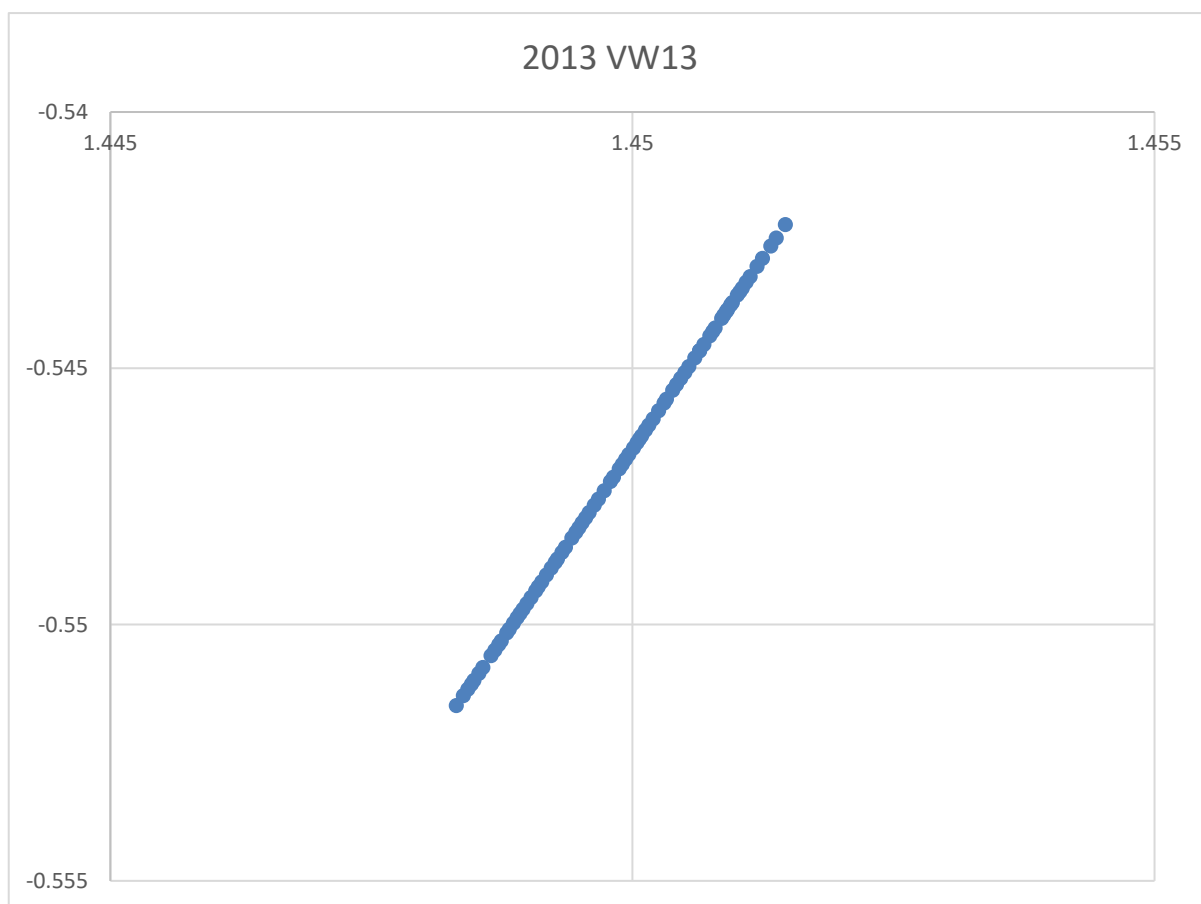
表（四）天體編號及其對應之 dx、dz

由下面圖（四）到圖（六）可以看出各天體在 15 天內皆呈現一直線的空間分布型態，原因可由表（三）所示數據推估，因天體被拉成環需要數千至數十萬年，故在繞行約 15 天後，小球彼此間的距離與成環後的長度相比非常短，故呈現近乎直線的狀態。

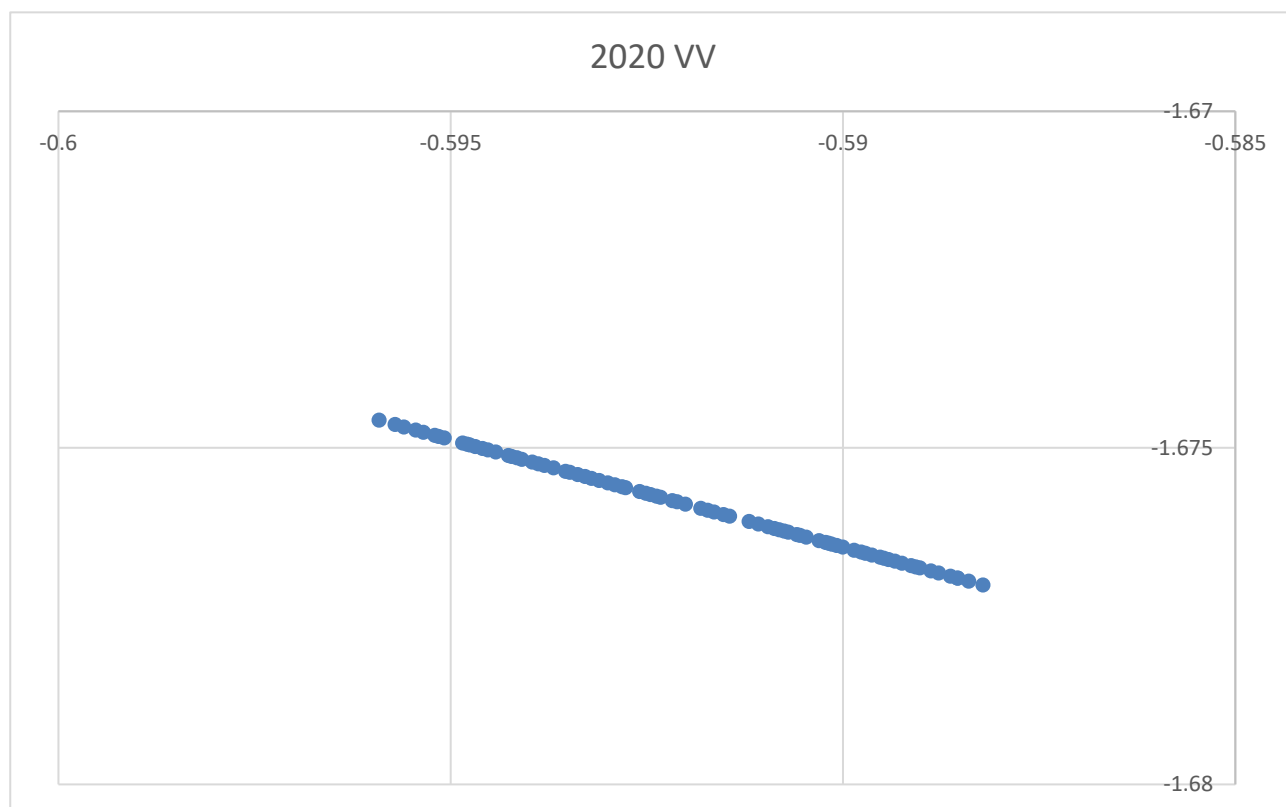
下面四張圖的天體的起始點均為原點的右邊，其中 2013 VW13 和 2020 VV 兩者在距地心 3.4 被地球半徑處，而另外兩者則分別位在距地心 3.6 及 3.2 倍地球半徑處。

2013 VW13 和 2020 VV 分別為拉開距離最長及最短的兩個天體，而 2009 JF1 與 2020 VW 則為密度最小和最大的兩個天體。

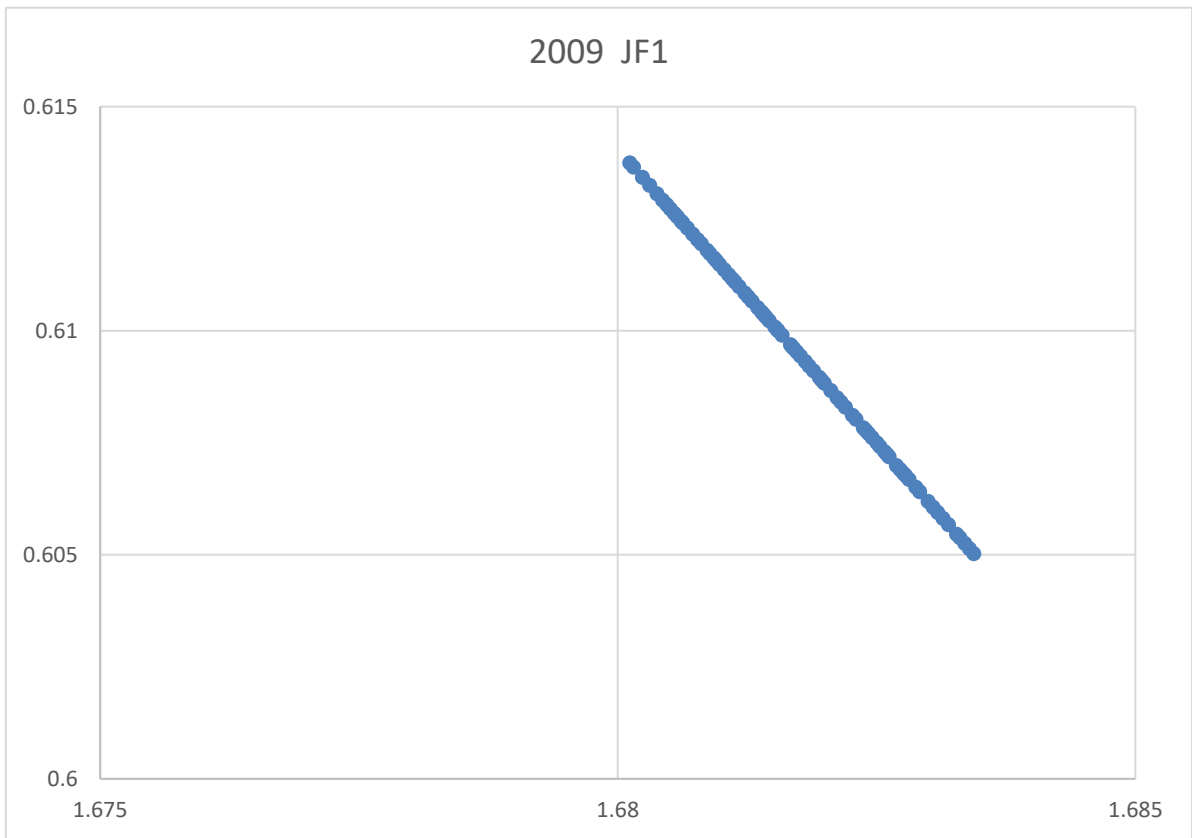




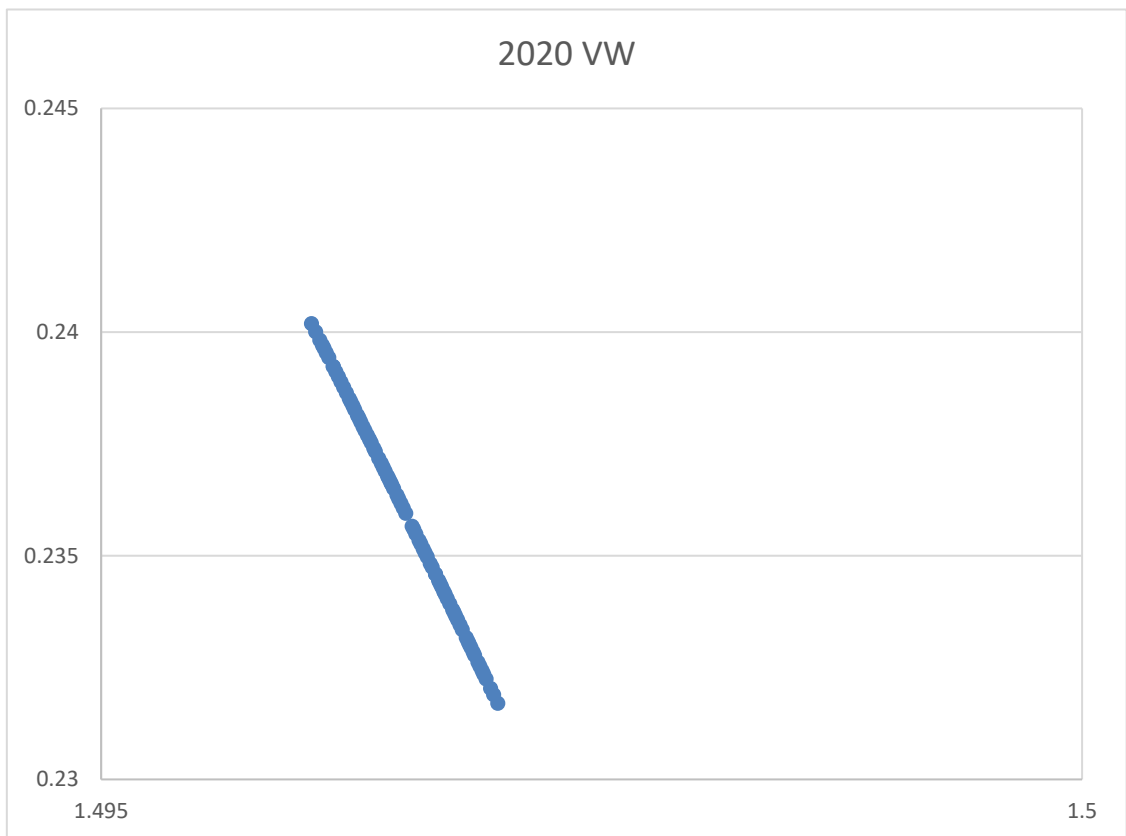
圖（三）2013 VW13 繞行 15 天後天體碎片散布情況。



圖（四）2020 VV 繞行 15 天後天體碎片散布情況。



圖（五）2009 JF1 繞行 15 天後天體碎片散布情況。



圖（六）2020 VW 繞行 15 天後天體碎片散布情況。

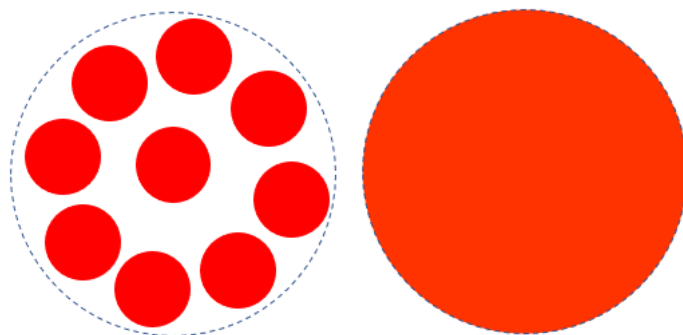
## 陸、結論

本研究結論為紙筆計算的洛希極限落在 2~3 倍地球半徑處，而程式模擬的洛希極限則是落在 3~4 倍地球半徑處。

且由於本研究使用的洛希極限公式為 $d = R_M \left( 2 \times \frac{\rho_M}{\rho_m} \right)^{\frac{1}{3}}$ ，因此兩者皆呈現天體密度越大，洛希極限數值越小的趨向。

由表（三）可得知天體成環所需時間落在 4200~105000 年不等，且洛希極限範圍極為靠近地球。其若要成為地球的行星環除了需要花費很長的時間外，尚須非常靠近地球並繞地球做圓周運動。故至目前為止，地球附近還未發現行星環。

程式模擬結果比紙筆計算的洛希極限大的原因為本研究生成天體時，方法為在固定體積內將 81 顆小球放進去，如下圖（六）。下圖（七）為真實天體可能的質量分布情況，質量平均分布在整個天體中，而圖（六）明顯比圖（七）多了許多空隙，因此密度也較小，故洛希極限數值比較大。



圖（七）本研究天體質量分布情況圖（八）天體真實質量分布情況

近地天體被撕裂成地球環需要數千至數十萬年且其距離需離地球非常靠近，固可推測迄今為止，尚未有天體達到成環條件，所以地球沒有行星環。

## 柒、參考資料及其他

1. Matt Nicholl (2020) 。 An Outflow Powers the Optical Rise of the Nearby, Fast-evolving Tidal Disruption Event AT2019qiz ， 2020 年 10 月 12 日 。 取自 <https://academic.oup.com/mnras/article/499/1/482/5920142>
2. 曾展鈞(2016) 。 洛希極限 Roche Limit ， 2016 年 12 月 。 取自 [http://www.hokoon.edu.hk/weeklysp/1612\\_1.html](http://www.hokoon.edu.hk/weeklysp/1612_1.html)
3. Sentry: Earth Impact Monitoring 。 取自 <https://cneos.jpl.nasa.gov/sentry/>