

No.

Date.

Ex. 1.3 | Ch. 1 | P.11 | Chloe | 2025.7.13

解：(a) 由式(1.16)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} A e^{-\lambda(x-a)^2} dx = 2A \int_0^{+\infty} (x-a)^{2x0} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{(\sqrt{\lambda})^2}} d(x-a)$$

$$= 2A \cdot \sqrt{\lambda} \cdot \frac{(2x0)!}{0!} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)^{2x0+1} = A \sqrt{\lambda} = 1$$

故 $A = \sqrt{\lambda}$

$$(b) \langle x \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x p(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \sqrt{\lambda} e^{-\lambda(x-a)^2} dx$$

$$= 2\sqrt{\lambda} \int_0^{+\infty} x^{2x0+1} e^{-\frac{(x-a)^2}{(\sqrt{\lambda})^2}} d(x-a) = 2\sqrt{\lambda} \cdot \frac{0!}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)^{2x0+2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 p(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \sqrt{\lambda} e^{-\lambda(x-a)^2} dx$$

$$= 2\sqrt{\lambda} \int_0^{+\infty} x^{2x1} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{(\sqrt{\lambda})^2}} d(x-a) = 2\sqrt{\lambda} \cdot \sqrt{\lambda} \cdot \frac{(2x1)!}{1!} \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)^{2x1+1}$$

$$= \frac{1}{2\lambda}$$

$$\sigma^2 = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} = \sqrt{\frac{1}{2\lambda} - \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda}\right)}$$

(c) $p(x) = \sqrt{\lambda} e^{-\lambda(x-a)^2}$

$$\frac{dP(x)}{dx} = \sqrt{\lambda} \cdot e^{-\lambda(x-a)^2} \cdot [-2\lambda(x-a)] = -\frac{2\lambda\sqrt{\lambda}}{\lambda} e^{-\lambda(x-a)^2} \cdot (x-a)$$

$$\therefore \frac{dP(x)}{dx} = 0 \text{ 得 } x=a \text{ 时取极值}$$

$x > a$ 时, $\frac{dP(x)}{dx} < 0$, 单调减

$x < a$ 时, $\frac{dP(x)}{dx} > 0$, 单调增

故 $x=a$ 取最大值。