

VERS LA MODÉLISATION STATISTIQUE DE PRÉCIPITATIONS URBAINES À FINE ÉCHELLE SPATIO-TEMPORELLE

1^{er} Juin 2023 – Journée RESSTE

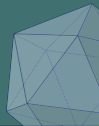
Chloé SERRE-COMBE¹, Nicolas MEYER², Thomas OPITZ³ et Gwladys TOULEMONDE⁴

^{1,2,4} LEMON, Inria et IMAG, Université de Montpellier

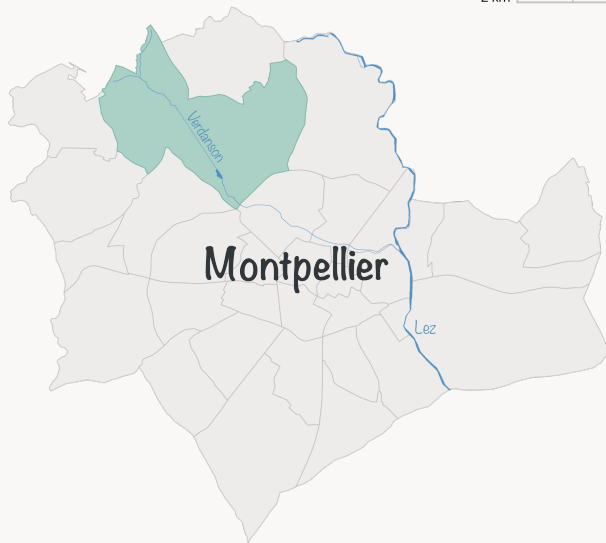
³ INRAE Avignon, BioSp



IMAG
INSTITUT MONTPELLIERAIN
ALEXANDER GOETHEBIECK



2 km



- **Situation géographique :**
Bassin versant du Verdanson, affluent du Lez, situé en zone urbaine
- **Contexte :**
Épisodes méditerranéens, risque de submersion des routes

STATIONS DE MESURES



17 pluviomètres

- **Source :** Observatoire urbain de l'HydroScience Montpellier¹
- **Période :** 2019 à 2022
- **Fine échelle temporelle :**
À la minute avec agrégation à 5 minutes
- **Fine échelle spatiale :**
Inter-distance entre 77 et 1531 mètres

¹FINAUD-GUYOT et al. 2023

Generalized Pareto Distribution

$$\bar{H}_{\xi} \left(\frac{y}{\sigma} \right) = \begin{cases} \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0, \end{cases}$$

où $a_+ = \max(a, 0)$ et $y > 0$

- Modélise les pluies extrêmes
- Dépend d'un choix de seuil

Generalized Pareto Distribution



Extended GPD¹

$$\bar{H}_\xi \left(\frac{y}{\sigma} \right) = \begin{cases} \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma} \right)_+^{-1/\xi} & \text{si } \xi \neq 0, \\ e^{-\frac{y}{\sigma}} & \text{si } \xi = 0, \end{cases}$$

où $a_+ = \max(a, 0)$ et $y > 0$

- Modélise les pluies extrêmes
- Dépend d'un choix de seuil

$$F_Y(y) = G \left(H_\xi \left(\frac{y}{\sigma} \right) \right),$$

avec $G(x) = x^\kappa$

- Modélise les pluies hautes et modérées
- Évite le choix d'un seuil

¹NAVEAU et al. 2016

AJUSTEMENT D'UNE ECPD

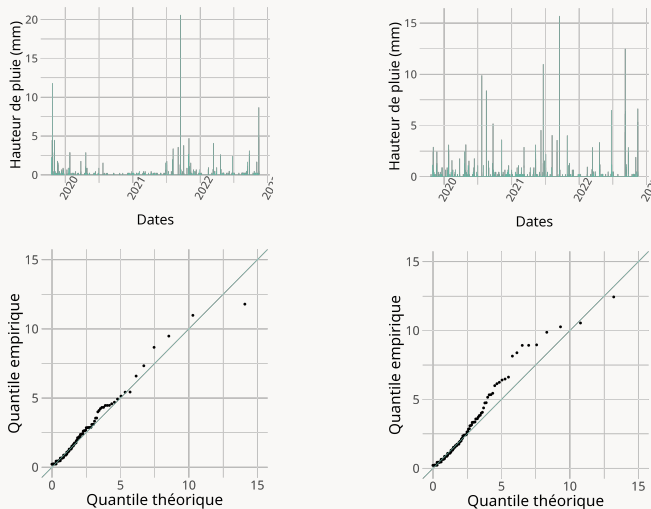


Figure – Ajustement sur les sites du CNRS et de Polytech
($\hat{\kappa} = 0.56$, $\hat{\sigma} = 0.26$ et $\hat{\xi} = 0.51$)

Mesure de dépendance extrême

Soit (U, V) un couple de v.a. uniformes sur $[0, 1]$. On a

$$\chi = \lim_{u \rightarrow 1} \chi(u), \quad \text{avec} \quad \chi(u) = \mathbb{P}(U > u \mid V > u)$$

Variogramme

Soit $X = \{X(s), s \in \mathcal{S}\}$ un processus. Pour tout $v \in \mathcal{S}$, le variogramme γ est défini

$$2\gamma(v) = \mathbb{V}(X(s+v) - X(s))$$

Cadre: $X = \{X(s, t), (s, t) \in \mathcal{S} \times [0, \infty)\}$ un processus max-stable de Brown-Resnick, strictement stationnaire et isotrope (BUHL et al. 2019).

Extrémogramme spatio-temporel d'un processus de Brown-Resnick

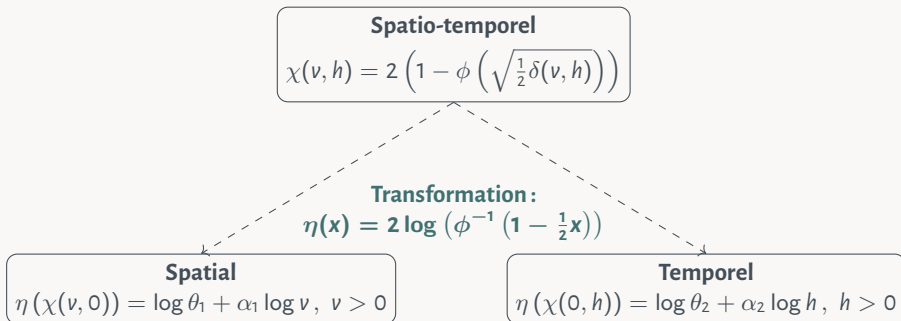
Soient $v \geq 0$ un lag spatial et $h \geq 0$ un lag temporel. On a

$$\chi(v, h) = 2 \left(1 - \phi \left(\sqrt{\frac{1}{2} \delta(v, h)} \right) \right)$$

avec ϕ la f.d.r. d'une loi normale centrée-réduite et δ le variogramme associé.

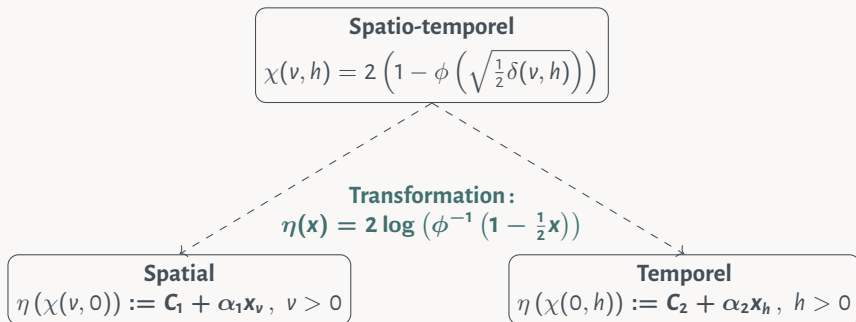
MODÉLISATION DE LA DÉPENDANCE SPATIO-TEMPORELLE

Hypothèse de séparabilité additive : $\frac{\delta(v,h)}{2} = \theta_1 v^{\alpha_1} + \theta_2 h^{\alpha_2}, 0 < \alpha_1, \alpha_2 \leq 2, \theta_1, \theta_2 > 0$



MODÉLISATION DE LA DÉPENDANCE SPATIO-TEMPORELLE

Hypothèse de séparabilité additive : $\frac{\delta(v,h)}{2} = \theta_1 v^{\alpha_1} + \theta_2 h^{\alpha_2}, 0 < \alpha_1, \alpha_2 \leq 2, \theta_1, \theta_2 > 0$



Modèle linéaire pondéré (BUHL et al. 2019)

ESTIMATION DE LA DÉPENDANCE SPATIALE

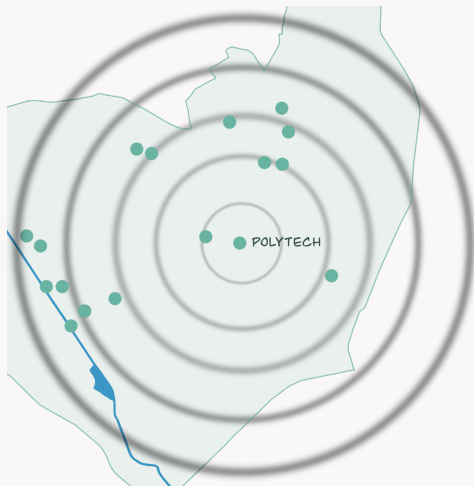
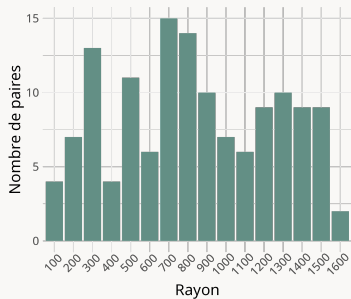
Considération de rayons autour de chaque site

Soit v un rayon.

L'ensemble des paires de même lag spatial v est

$$N(v) = \{(s_i, s_j) \mid \|s_i - s_j\| \in]v - \Delta v, v]\}$$

Nous prenons $\Delta v = 100$ mètres.



ESTIMATION DE LA DÉPENDANCE SPATIALE

Extrémogramme spatial

Soit v fixé.

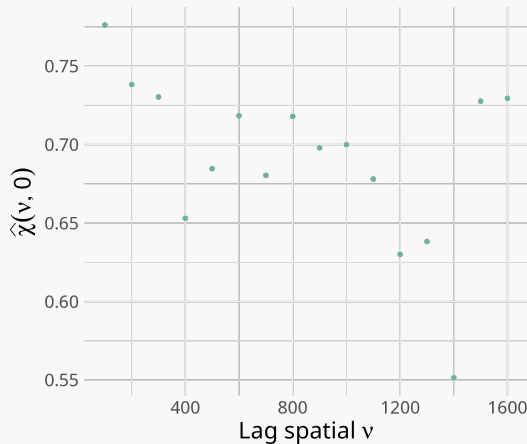
Pour tout temps t et pour tout $(s_i, s_j) \in N(v)$,

$$\chi_{ij,q}^{(t)}(v, 0) = \frac{\mathbb{P}(X(s_i, t) > q, X(s_j, t) > q)}{\mathbb{P}(X(s_i, t) > q)}$$

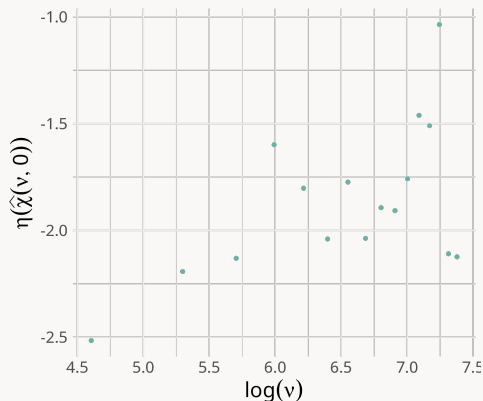
Estimateur :

$$\hat{\chi}_q^{(t)}(v, 0) = \frac{\frac{1}{|N(v)|} \sum_{i,j \mid (s_i, s_j) \in N(v)} \mathbb{1}_{\{X(s_i, t) > q, X(s_j, t) > q\}}}{\frac{1}{|S|} \sum_{i=1}^{|S|} \mathbb{1}_{\{X(s_i, t) > q\}}}$$

avec q un quantile assez grand.



MODÈLE LINÉAIRE PONDÉRÉ SPATIAL



Estimation des paramètres

$$\begin{pmatrix} \hat{C}_1 \\ \hat{\alpha}_1 \end{pmatrix} = \operatorname{argmax}_{C_1, \alpha_1} \sum_v w_v (\eta(\hat{\chi}(v, 0)) - (C_1 + \alpha_1 x_v))^2$$

Résultats

	Estimation	Écart-type
\hat{C}_1	-3.465***	0.605
$\hat{\alpha}_1$	0.242*	0.093

* p-value < 0.05; *** p-value < 0.001

ESTIMATION DE LA DÉPENDANCE TEMPORELLE

Nous prenons $\Delta h = 5$ minutes.

Extrémogramme temporelle

Soit h fixé.

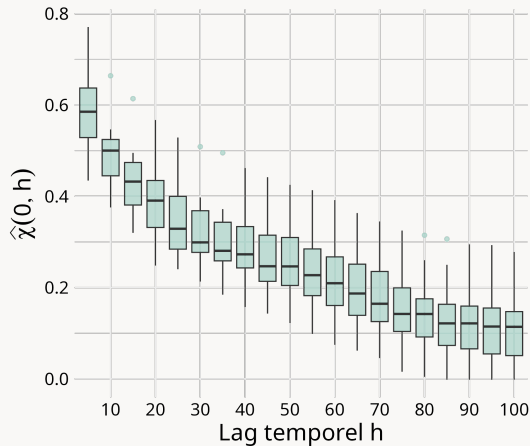
Pour tout site s on a

$$\chi_q^{(s)}(0, h) = \frac{\mathbb{P}(X(s, t) > q, X(s, t + h) > q)}{\mathbb{P}(X(s, t) > q)}$$

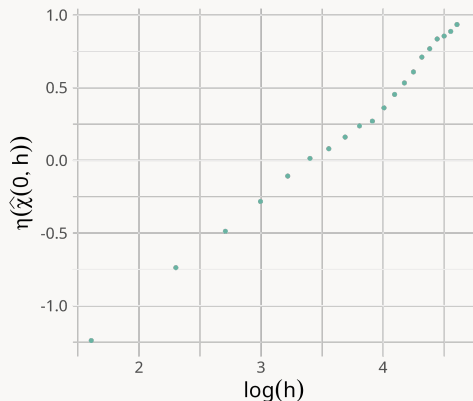
Estimateur :

$$\hat{\chi}_q^{(s)}(0, h) = \frac{\frac{1}{T-h} \sum_{k=1}^{T-h} \mathbb{1}_{\{X(s, t_k) > q, X(s, t_k+h) > q\}}}{\frac{1}{T} \sum_{k=1}^T \mathbb{1}_{\{X(s, t_k) > q\}}}$$

avec q un quantile assez grand et $t_k \in \{t_1, \dots, t_T\}$.



MODÈLE LINÉAIRE PONDÉRÉ TEMPOREL



Estimation des paramètres

$$\begin{pmatrix} \hat{C}_2 \\ \hat{\alpha}_2 \end{pmatrix} = \operatorname{argmax}_{C_2, \alpha_2} \sum_h w_h (\eta(\hat{\chi}(0, h)) - (C_2 + \alpha_2 x_h))^2$$

Résultats

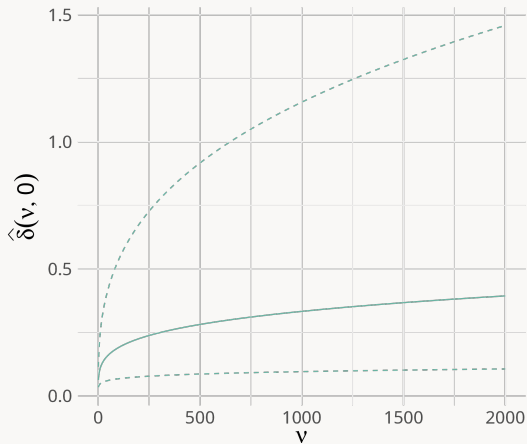
	Estimation	Écart-type
\hat{C}_2	-1.252***	0.023
$\hat{\alpha}_2$	0.702***	0.012

*** p-value < 0.001

VARIOGRAMME EMPIRIQUE

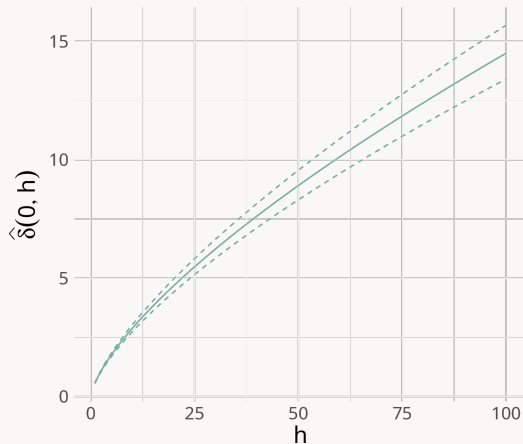
Spatial

$$\hat{\delta}(v, 0) = 2\hat{\theta}_1 v^{\hat{\alpha}_1}$$



Temporel

$$\hat{\delta}(0, h) = 2\hat{\theta}_2 h^{\hat{\alpha}_2}$$



- ▶ Structure des décalages spatiaux
- ▶ Cas de non séparabilité avec variogrammes plus complexes
- ▶ Structure anisotrope
- ▶ Modélisation multi-échelle

- BUHL, Sven et al. (2019). “Semiparametric estimation for isotropic max-stable space-time processes”. In : DOI : 10.3150/18-BEJ1061.
- FINAUD-GUYOT, Pascal et al. (2023). *Rainfall data collected by the HSM urban observatory (OMSEV)*. DOI : 10.23708/67LC36.
- NAVEAU, Philippe et al. (2016). “Modeling jointly low, moderate, and heavy rainfall intensities without a threshold selection”. In : *Water Resources Research*. DOI : 10.1002/2015WR018552.