Analytic sets

13.06.2025

Mikhail Souslin and Nikolai Luzin

Sur les fonctions représentables analytiquement

Fonctions définies analytiquement. — On sait que, un ensemble E de points $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ étant donné, on appelle *projection de cet ensemble sur la variété* $x_{i+1} = x_{i+2} = \ldots = x_n = 0$ l'ensemble e de tous les systèmes de valeurs associées $(x_1, x_2, \ldots, x_i)$. Je vais démontrer que, *si* E *est mesurable* B, *sa projection l'est aussi.*

Cela est évident si E est un intervalle, car alors e en est un aussi. Or tout ensemble mesurable B se déduit d'intervalles par l'application

répétée des opérations I et II′, lesquelles se conservent en projection (¹); la proposition est établie.

projections of Borel sets

lustige Grafik

$\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ is a Polish space

Definition (metric)

A metric on X is a function $d : X \times X \to \mathbb{R}^{+}$, such that:

- $d(x, y) = 0 \iff x = y$
- $d(x, y) = d(y, x)$
- $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$

Definition (complete)

A metric space (X, d) is complete, if every Cauchy sequence converges

Definition (separable)

A topological space X is separable, if it contains a countable dense subset

Important results

Theorem

Let A be a nonempty Analytic subset of a Polish space X. Then there exists continuous function $f : \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \to X$, such that $f\left(\mathbb{N}^{\mathbb{N}}\right) = A$

important results

Theorem

Each uncountable Polish space X contains a homeomorphic copy of $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$

Universal set

Theorem

There exists a set M, which is universal for the analytic sets in $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$