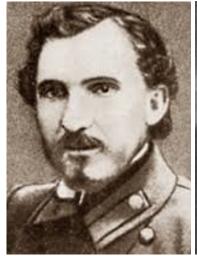
# Analytic sets

13.06.2025

### Mikhail Souslin and Nikolai Luzin





## Sur les fonctions représentables analytiquement

Fonctions définies analytiquement. — On sait que, un ensemble E de points  $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$  étant donné, on appelle projection de cet ensemble sur la variété  $x_{i+1} = x_{i+2} = \ldots = x_n = 0$  l'ensemble e de tous les systèmes de valeurs associées  $(x_1, x_2, \ldots, x_i)$ . Je vais démontrer que, si E est mesurable B, sa projection l'est aussi.

Cela est évident si E est un intervalle, car alors e en est un aussi. Or tout ensemble mesurable B se déduit d'intervalles par l'application

192 H. LEBESGUE.

répétée des opérations I et II', lesquelles se conservent en projection ('); la proposition est établie.

## projections of Borel sets

lustige Grafik

## $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ is a Polish space

#### Definition (metric)

A metric on X is a function  $d: X \times X \to \mathbb{R}^+$ , such that:

- $ightharpoonup d(x,y) = 0 \iff x = y$
- d(x,y) = d(y,x)
- $d(x,z) \leq d(x,y) + d(y,z)$

#### Definition (complete)

A metric space (X, d) is complete, if every Cauchy sequence converges

#### Definition (separable)

A topological space X is separable, if it contains a countable dense subset

## Important results

#### Theorem

Let A be a nonempty Analytic subset of a Polish space X. Then there exists continuous function  $f: \mathbb{N}^{\mathbb{N}} \to X$ , such that  $f(\mathbb{N}^{\mathbb{N}}) = A$ 

## important results

#### **Theorem**

Each uncountable Polish space X contains a homeomorphic copy of  $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$ 

#### Universal set

#### Theorem

There exists a set M, which is universal for the analytic sets in  $\mathbb{N}^{\mathbb{N}}$