

Universidade de Pernambuco (UPE)  
Escola Politécnica de Pernambuco (POLI)  
Programa de Pós-graduação em Engenharia da Computação (PPGEC)  
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Sistemas (PPGES)

## Relatório da Prática de Inteligência de Enxames

**Aluno:** Carlos Henrique Maciel Sobral Timoteo

**Professor:** Dr. Carmello Bastos Filho

06 de Dezembro de 2012

# Lista de Figuras

2.1	Função Griewank para $n = 2$ . . . . .	6
2.2	Função Rastrigin para $n = 2$ . . . . .	7
2.3	Função Rosenbrock para $n = 2$ . . . . .	8
2.4	Função Schwefel para $n = 2$ . . . . .	9
2.5	Função Sphere para $n = 2$ . . . . .	10
4.1	Boxplot para configuração local-normal . . . . .	13
4.2	Boxplot para configuração local-normal . . . . .	14
4.3	Boxplot para configuração global-normal . . . . .	14
4.4	Boxplot para configuração focal-decay . . . . .	15
4.5	Boxplot para configuração focal-clerc . . . . .	15
4.6	Boxplot para configuração global-decay . . . . .	16
4.7	Boxplot para configuração global-clerc . . . . .	16
4.8	Boxplot para configuração local-decay . . . . .	17
4.9	Boxplot para configuração local-clerc . . . . .	17

# Lista de Tabelas

2.1	Topologias de comunicação do enxame . . . . .	10
2.2	Variação dos coeficientes . . . . .	11
2.3	Tipos de funções de <i>fitness</i> . . . . .	11
4.1	Teste de Wilcoxon Pareado para a função Rastringin . . . . .	18

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>4</b>
1.1	Algoritmo PSO . . . . .	4
1.2	Objetivo da medição . . . . .	4
1.3	Objetivo do estudo . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Planejamento</b>	<b>6</b>
2.1	Função para otimização . . . . .	6
2.1.1	Griewank . . . . .	6
2.1.2	Rastrigin . . . . .	7
2.1.3	Rosenbrock . . . . .	7
2.1.4	Schwefel . . . . .	8
2.1.5	Sphere . . . . .	9
2.2	Tabela de Experimentos . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Operação</b>	<b>12</b>
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>13</b>
4.1	Resultados obtidos . . . . .	13
4.2	Comparação de execução . . . . .	17
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>19</b>

# Capítulo 1

## Introdução

A motivação deste estudo é aprender como desenvolver um algoritmo de inteligência de enxames, mais especificamente o *PSO* (do inglês *Particle Swarm Optimization*, Otimização por Enxame de Partículas), e adquirir alguma sensibilidade quanto aos parâmetros da técnica. O objeto de estudo deste trabalho é o algoritmo clássico do PSO e entender quais impactos os parâmetros tem no desempenho da técnica, tais como: tamanho do enxame, importância do conhecimento cognitivo, importância do conhecimento social, a topologia de comunicação entre as partículas, entre outros.

Alguns experimentos serão montados e, se necessário, um estudo estatístico será efetuado para melhorar a compreensão do que os parâmetros podem ajudar ou atrapalhar no funcionamento do algoritmo.

### 1.1 Algoritmo PSO

O PSO é um algoritmo inspirado no voo de aves em busca de alimentos. Foi idealizado por Kennedy e Eberhart em 1995 [1]. Cada partícula é uma solução candidata para um problema e, por meio de troca de informações, o conjunto de partículas (o enxame) realiza, iterativamente, uma busca para encontrar uma "boa" solução para o problema. A solução é representada pela posição da partícula no espaço de busca. Não é possível afirmar que a solução final é a melhor pois seria necessário uma exploração total do espaço de busca e um estudo de convergência para o algoritmo implementado.

Como há movimentação de partículas pelo espaço de busca, é clara a presença de uma velocidade e de uma posição. O algoritmo original do PSO apresenta duas equações que definem a atualização da velocidade e da posição iterativamente. Estas equações são, respectivamente

$$\vec{v}[t+1] = \omega \vec{v}[t] + C_1 r_1 (\vec{p}_{Best} - \vec{x}[t]) + C_2 r_2 (\vec{g}_{Best} - \vec{x}[t]) \quad (1.1)$$

e

$$\vec{x}[t+1] = \vec{x}[t] + \vec{v}[t+1] \quad (1.2)$$

onde  $\vec{v}$  e  $\vec{x}$  são, respectivamente, a velocidade e a posição da partícula.  $C_1$  e  $C_2$  são números tal que  $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$  e representam a importância que a partícula dá a, respectivamente, informação cognitiva e a informação do enxame.  $r_1$  e  $r_2$  são números uniformemente distribuídos no intervalo  $[0, 1]$  e  $\omega$  representa a inércia da partícula.

### 1.2 Objetivo da medição

Serão realizadas três análises do desempenho do algoritmo do PSO. A primeira análise é avaliar o desempenho do algoritmo PSO na versão básica; a segunda análise é avaliar a influência da topologia de comunicação; a terceira análise é avaliar a influência da contribuição inercial. A métrica de comparação será o melhor *fitness* por iteração (ou conjunto de iterações).

## 1.3 Objetivo do estudo

- Análise 1: Analisar o algoritmo PSO em sua versão básica
  - 30 partículas
  - 30 dimensões
  - 10000 iterações
  - Inércia  $w = 0.8$
  - Coefficiente cognitivo e social  $c1 = c2 = 2.05$
- Análise 2: Analisar a influência da topologia de comunicação.
  - Topologia Global
  - Topologia Local
  - Topologia Focal
- Análise 3: Analisar a influência da contribuição inercial
  - Fator de inércia com decaimento de 0.9 até 0.4
  - Coefficiente de constrição de Clerc
- Funções para avaliação do desempenho:
  - Griewank
  - Rastrigin
  - Rosenbrock
  - Schwefel
  - Sphere

No segundo capítulo tem-se a descrição do planejamento dos experimentos assim como o levantamento de hipóteses. No Capítulo três apresenta-se como os testes serão realizados e os resultados comparados. No quarto e último capítulo apresentam-se os resultados obtidos e finaliza-se com as conclusões.

## Capítulo 2

# Planejamento

Neste capítulo descreve-se o planejamento que foi realizado para a realização dos experimentos.

### 2.1 Função para otimização

#### 2.1.1 Griewank

A função Griewank é definida tal que

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2 / 4000 - \prod_{i=1}^n \cos(x_i / \sqrt{i}) + 1 - 180 \quad (2.1)$$

onde  $x_i \in [0; 600]$  e  $n$  indica o número de dimensões que está se utilizando. Esta função possui mínimo global  $f(\vec{x}) = 0$  quando  $\vec{x} = \vec{0}$ . A Figura 2.1 apresenta o formato da função quando  $n = 2$

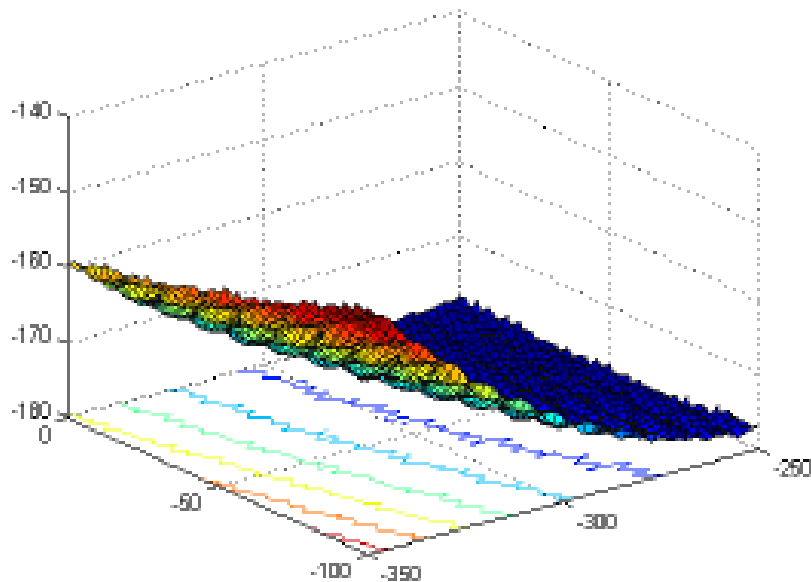


Figura 2.1: Função Griewank para  $n = 2$ .

Possuindo a equação (2.1) apenas mínimo, o objetivo de se utilizar a técnica de PSO será para minimizar, isto é, encontrar o valor mínimo da função Griewank.

### 2.1.2 Rastrigin

A função Rastrigin é definida tal que

$$f(\vec{x}) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)] \quad (2.2)$$

onde  $A = 10$ ,  $x_i \in [-5, 12; 5, 12]$  e  $n$  indica o número de dimensões que está se utilizando. Esta função possui mínimo global  $f(\vec{x}) = 0$  quando  $\vec{x} = \vec{0}$ . A Figura 2.2 apresenta o formato da função quando  $n = 2$

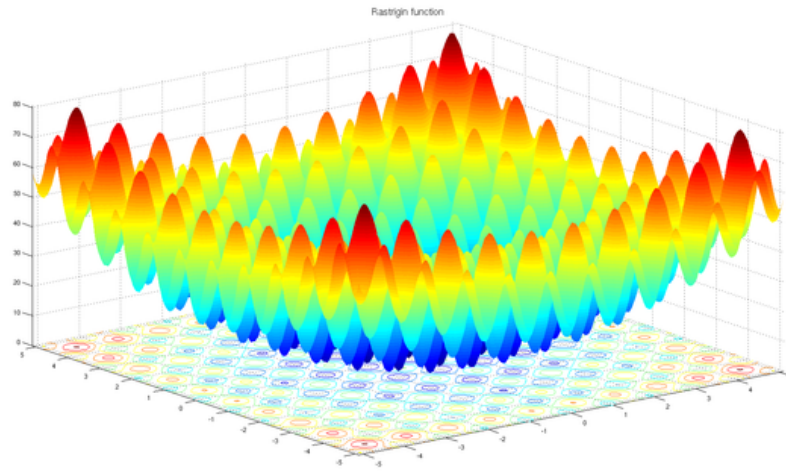


Figura 2.2: Função Rastrigin para  $n = 2$ .

Possuindo a equação (2.2) apenas mínimo, o objetivo de se utilizar a técnica de PSO será para minimizar, isto é, encontrar o valor mínimo da função Rastrigin.

### 2.1.3 Rosenbrock

A função Rosenbrock é definida tal que

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n \left( 100 (x_i^2 - x_{i+1})^2 + (x_i - 1)^2 \right) + 390 \quad (2.3)$$

onde  $x_i \in [-100; 100]$  e  $n$  indica o número de dimensões que está se utilizando. Esta função possui mínimo global  $f(\vec{x}) = 0$  quando  $\vec{x} = \vec{0}$ . A Figura 2.3 apresenta o formato da função quando  $n = 2$



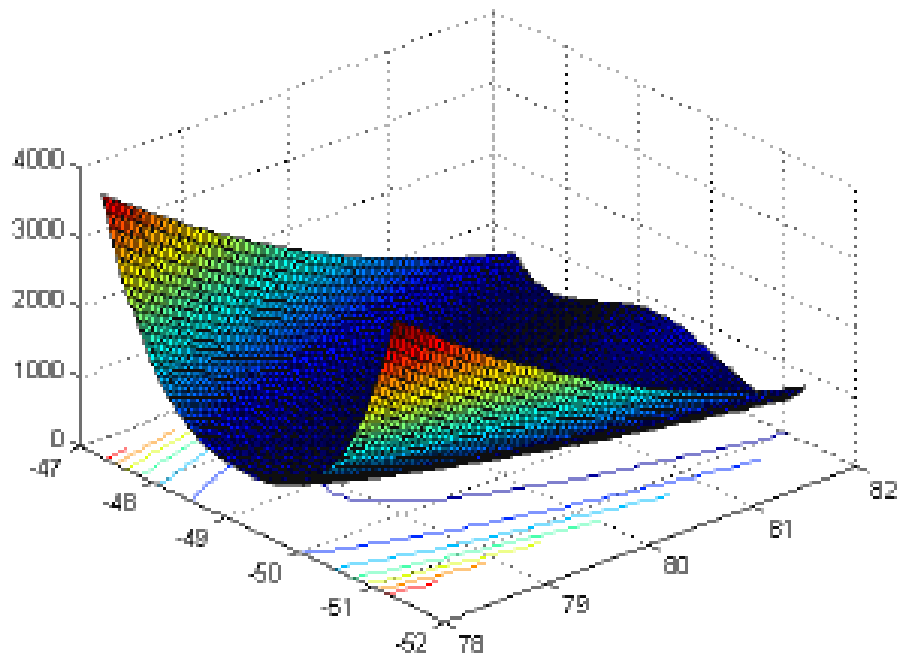


Figura 2.3: Função Rosenbrock para  $n = 2$ .

Possuindo a equação (2.3) apenas mínimo, o objetivo de se utilizar a técnica de PSO será para minimizar, isto é, encontrar o valor mínimo da função Rosenbrock.

#### 2.1.4 Schwefel

A função Schwefel é definida tal que

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^i x_j^2 \right)^2 - 450 \quad (2.4)$$

onde  $x_i \in [-100; 100]$  e  $n$  indica o número de dimensões que está se utilizando. Esta função possui mínimo global  $f(\vec{x}) = 0$  quando  $\vec{x} = \vec{0}$ . A Figura 2.4 apresenta o formato da função quando  $n = 2$

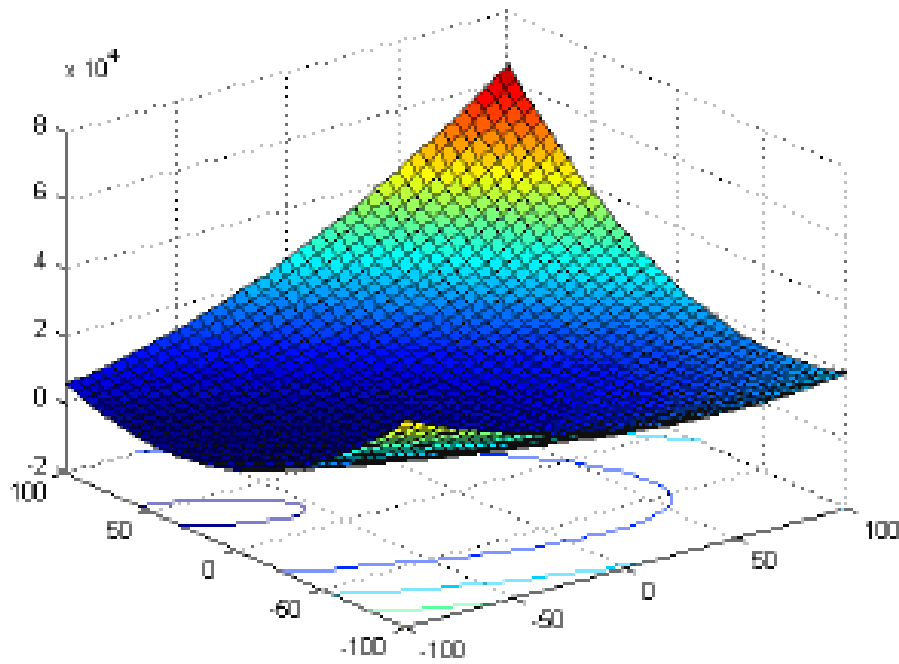


Figura 2.4: Função Schwefel para  $n = 2$ .

Possuindo a equação (2.4) apenas mínimo, o objetivo de se utilizar a técnica de PSO será para minimizar, isto é, encontrar o valor mínimo da função Schwefel.

### 2.1.5 Sphere

A função Sphere é definida tal que

$$f(\vec{x}) = \sum_{i=1}^n x_i^2 - 450 \quad (2.5)$$

onde  $x_i \in [-100; 100]$  e  $n$  indica o número de dimensões que está se utilizando. Esta função possui mínimo global  $f(\vec{x}) = 0$  quando  $\vec{x} = \vec{0}$ . A Figura 2.5 apresenta o formato da função quando  $n = 2$

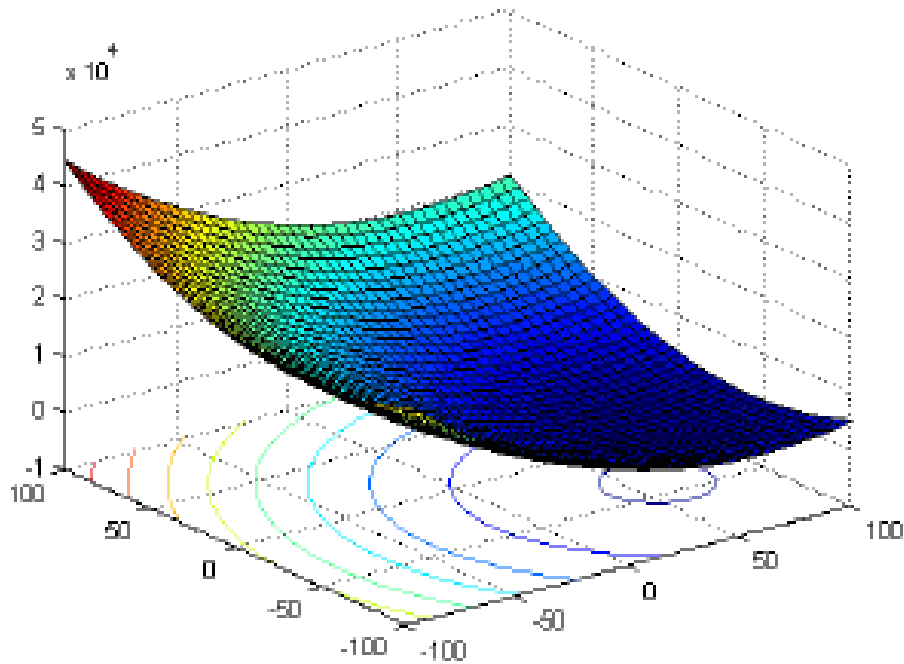


Figura 2.5: Função Sphere para  $n = 2$ .

Possuindo a equação (2.5) apenas mínimo, o objetivo de se utilizar a técnica de PSO será para minimizar, isto é, encontrar o valor mínimo da função Sphere.

## 2.2 Tabela de Experimentos

Os parâmetros que serão variados nos experimentos serão:

1. **Topologia** de comunicação do enxame
2. **Fator de Inércia** com decaimento
3. **Coefficiente de constricção** de Clerk
4. Função de **fitness**.

O critério de parada adotado para o algoritmo será o número de iterações que será fixado em 10000 (dez mil).

A Topologia do enxame será:

Tabela 2.1: Topologias de comunicação do enxame

Topologias do enxame
Global
Local
Focal

Já o coeficiente de inércia ( $\omega$ ) e o coeficiente do conhecimento cognitivo e social (respectivamente  $C_1$  e  $C_2$ ) serão testados de acordo com a seguinte tabela:

Tabela 2.2: Variação dos coeficientes

Inércia ( $\omega$ )	$C_1$ e $C_2$
$\omega = 0,9 \rightarrow 0,4$ (Clerc 2002) [2]	$C_1 = C_2 = 2,05$ (constante) (Clerc 2002) [2]

As Funções de *fitness* serão:

Tabela 2.3: Tipos de funções de *fitness*

Funções
Griewank
Rastrigin
Rosenbrock
Schwefel
Sphere

Portanto unindo as informações das Tabelas 2.1, 2.2 e 2.3 tem-se, no total, trinta configurações diferentes para realizar experimentos. Cada experimento será realizado trinta vezes e, então, serão comparados.

## Capítulo 3

# Operação

O experimento consiste de três análises. A primeira do desempenho do algoritmo em sua versão básica, a segunda da influência da topologia de comunicação e a terceira da influência da contribuição inercial para convergência do algoritmo PSO para cada caso de teste definido. Também será realizado o teste não paramétrico de Wilcoxon para comparar os casos em que uma simples inspeção visual não for suficiente para saber qual configuração foi melhor que a outra.

O tipo de erro utilizado no teste de hipótese não paramétrico de Wilcoxon é do Tipo II, o que significa que é o caso em que a hipótese nula é aceita, mesmo que realmente ela não seja verificada. Na prática, aceitam-se os falsos-positivos.

O mesmo computador será utilizado na realização de todos os testes, variando apenas o *seed* para o gerador pseudo-aleatório e os parâmetros do PSO. Como se trata do mesmo algoritmo sendo executado antes e depois de algumas mudanças, pode-se realizar o pareamento dos dados sem problemas.

O algoritmo programado foi escrito na linguagem de programação C: uma linguagem de nível intermediário, e otimizado para que o desempenho do programa fosse o melhor possível. O código-fonte escrito é bastante reduzido e modularizado. O nível de complexidade do programa na notação *Big-O* é  $O(n^2)$ . Para se executar o programa é necessário passar como parâmetro o perfil do teste a ser computado.

Como saída do programa, tem-se o melhor resultado já visitado pelo enxame para cada 500 iterações. A configuração do computador utilizado para realizar os experimentos é: Intel Core 2 Duo 2,00GHz, 2GB de memória RAM, sistema operacional Windows 7.

Cada configuração foi executada trinta vezes, no mesmo computador. Apesar do computador possuir mais de um núcleo, o programa desenvolvido não utilizou disso para acelerar seu processamento, executando assim o seu código em apenas um núcleo.

## Capítulo 4

# Resultados

Este capítulo apresenta os resultados obtidos para 9 das dezoito configurações investigadas. Nesse caso, utilizamos a função de *fitness* Rastrigin e exibimos as primeiras iterações.

### 4.1 Resultados obtidos

As figuras a seguir são o *boxplot* de cada configuração. A nomenclatura utilizada foi a seguinte: uma configuração **global-decay** significa:

- Topologia **global**
- $\omega = 0,9 \rightarrow 0,4$

Já uma configuração **local-clerc** significa:

- Topologia **local**
- Coeficiente de constricção de Clerc

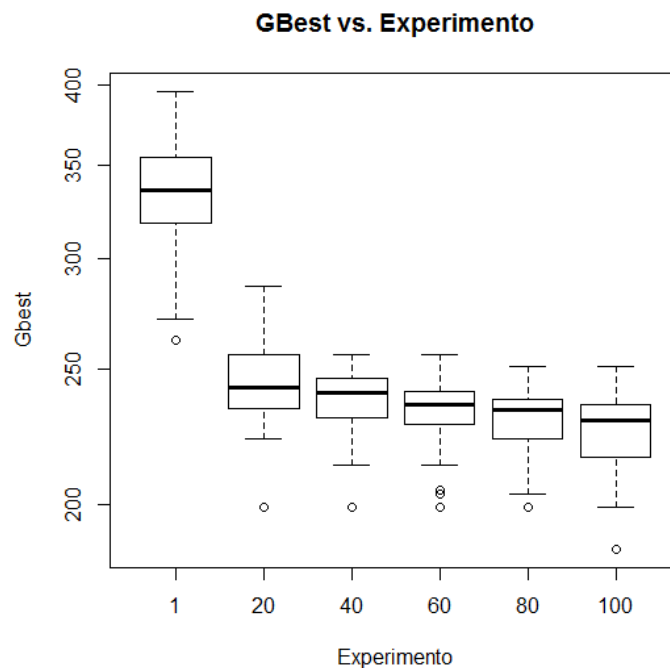


Figura 4.1: Boxplot para configuração focal-normal

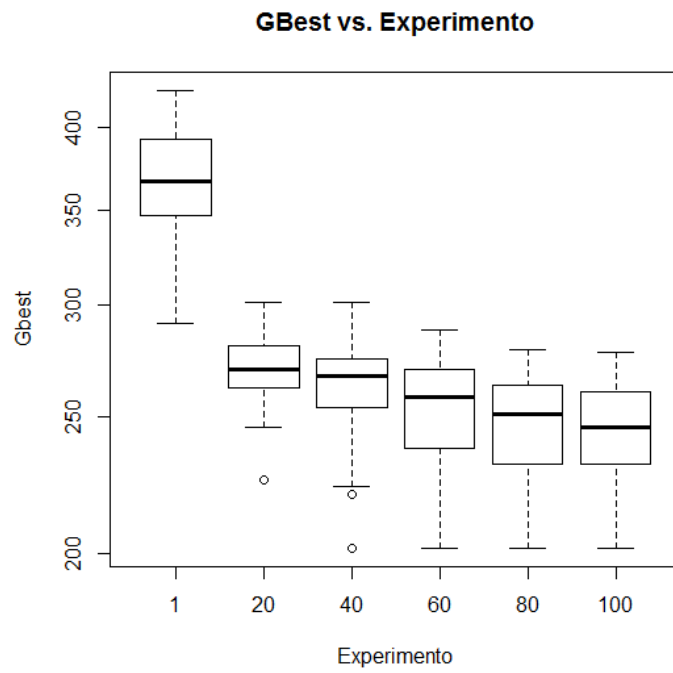


Figura 4.2: Boxplot para configuração local-normal

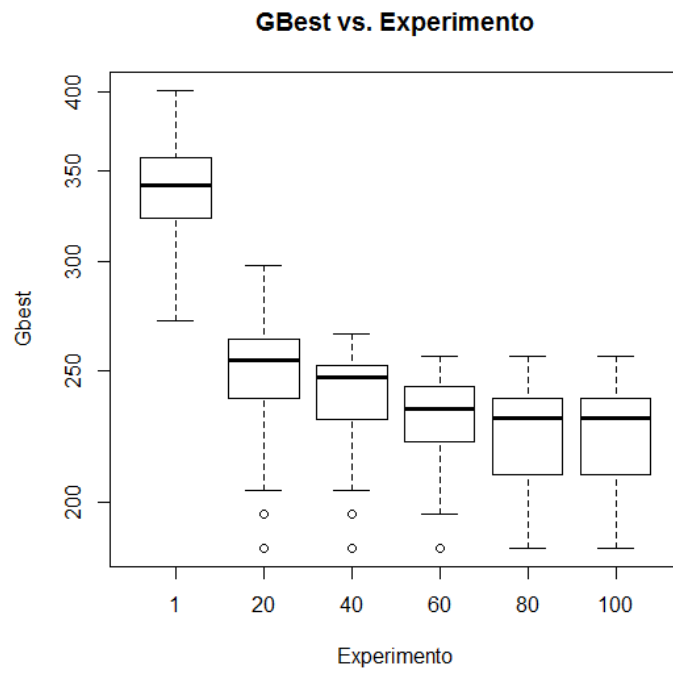


Figura 4.3: Boxplot para configuração global-normal

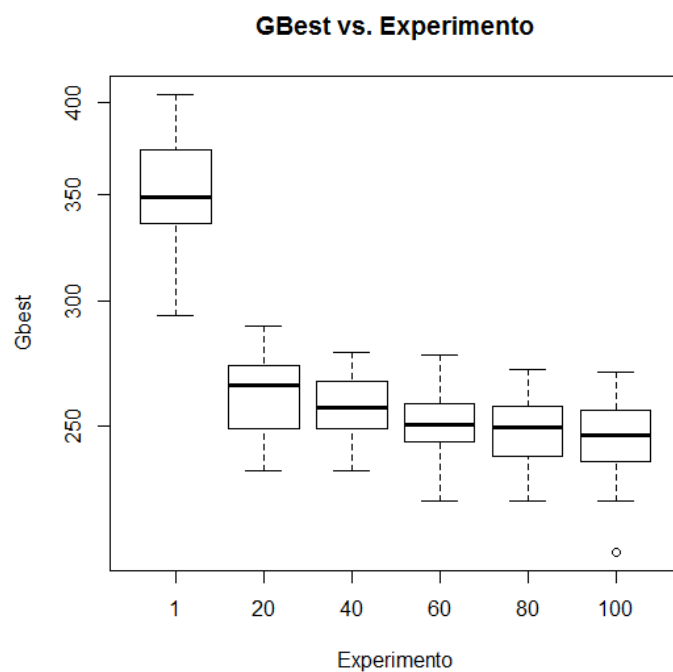


Figura 4.4: Boxplot para configuração focal-decay

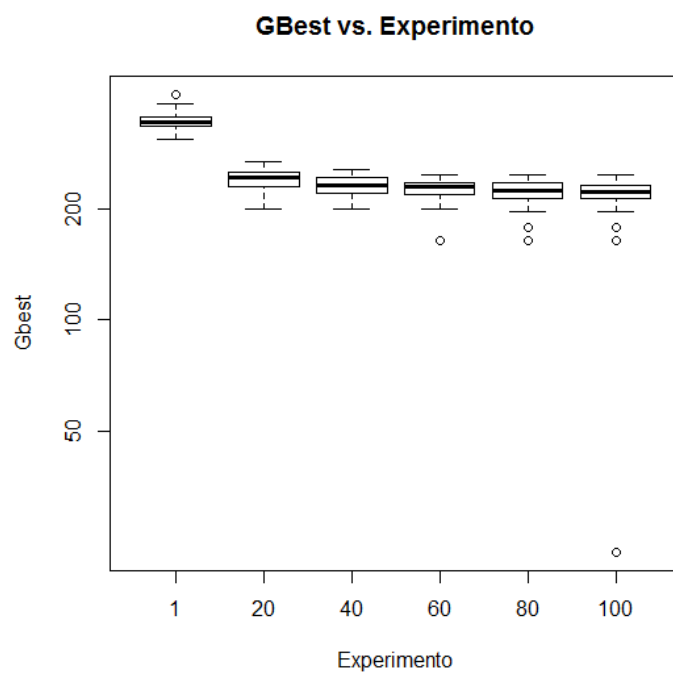


Figura 4.5: Boxplot para configuração focal-clerc



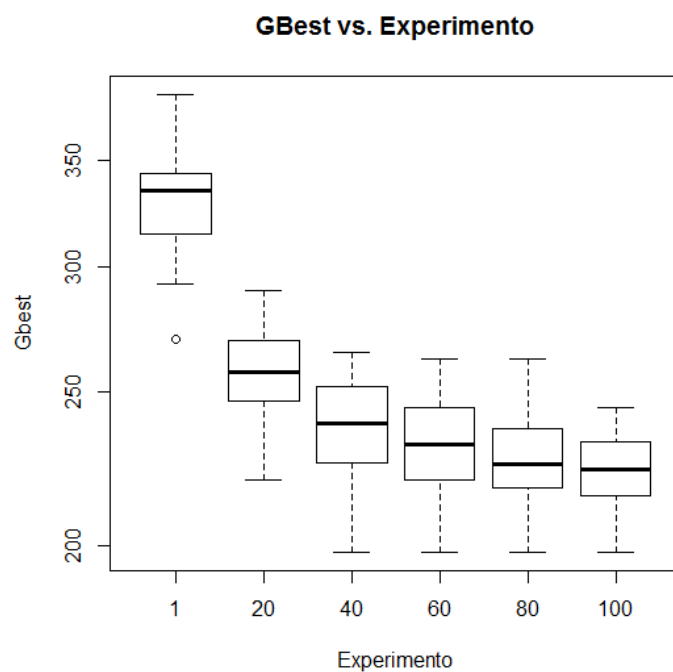


Figura 4.6: Boxplot para configuração global-decay

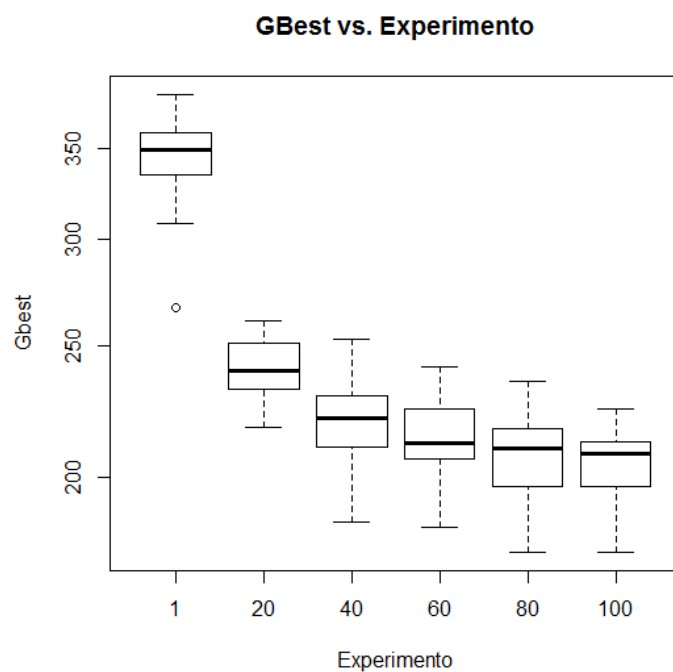


Figura 4.7: Boxplot para configuração global-clerc

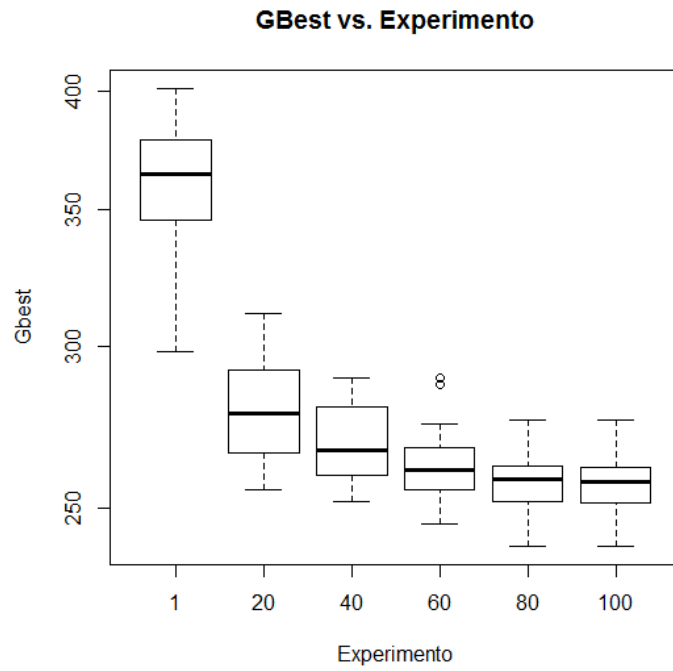


Figura 4.8: Boxplot para configuração local-decay

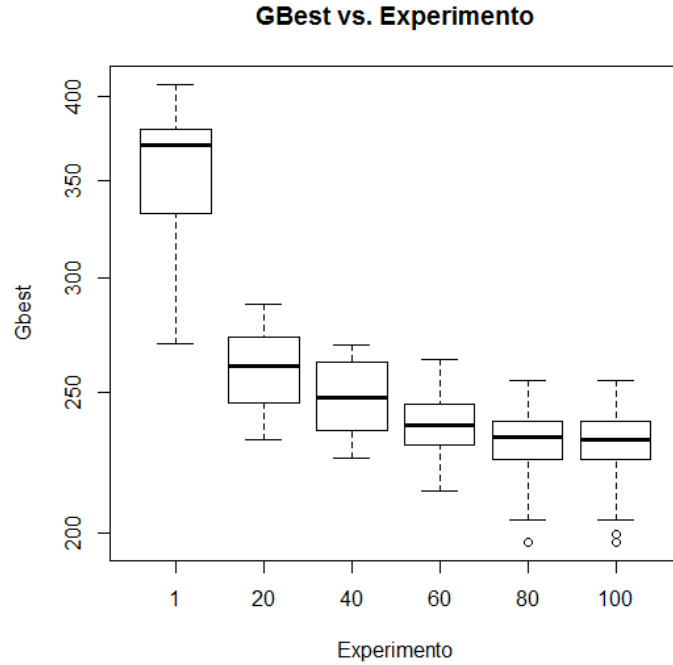


Figura 4.9: Boxplot para configuração local-clerc

## 4.2 Comparação de execução

Após estes experimentos serem executados foi realizado o teste de Wilcoxon Pareado com 95% de intervalo de confiança. O resultado está na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Teste de Wilcoxon Pareado para a funcao Rastringin

	Global	Focal	Local
Normal	-	P	P
Decaimento	M	-	P
Clerc	M	M	-

## Capítulo 5

# Conclusão

O algoritmo PSO é bastante utilizado para otimizar funções. Além do algoritmo clássico há variações da técnica. Para este trabalho realizou-se um estudo de convergência para dezoito configurações do PSO clássico. Observou-se que todas as configurações foram capazes de convergir apesar de fazê-lo de modo diferente.

Observou-se que a topologia global obteve um resultado igual ou melhor que a topologia local e que a contribuição inercial teve influência nos resultados.

# Referências Bibliográficas

- [1] R. Kennedy, J.; Eberhart. Particle swarm optimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks*, 1995.
- [2] J. Clerc, M.; Kennedy. The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2002.