

Linguagens Formais e Autômatos (LFA)

Aula de 16/10/2013

Linguagens Livres de Contexto

Características Formais da LLC's

Linguagens Livres de Contexto (LLC's) são classificadas como linguagens de tipo 2, na Hierarquia de Chomsky

Suas produções têm por característica padrões do tipo $\alpha \rightarrow \beta$ onde:

1. $|\alpha| = 1$ e α é um símbolo não-terminal da linguagem
2. β é uma cadeia qualquer de terminais e não-terminais

- V : conjunto (finito e não-vazio) dos símbolos terminais e não-terminais;
- Σ : conjunto (finito e não-vazio) dos símbolos terminais; corresponde ao alfabeto da linguagem definida pela gramática;
- P : conjunto (finito e não-vazio) das regras de produção, todas no formato $\alpha \rightarrow \beta$, com $\alpha \in (V - \Sigma)$ e $\beta \in V^*$;
- S : raiz da gramática, $S \in (V - \Sigma)$.

Ramos e co-autores (2009) p. 299

Aninhamento: Marca Registrada das LLC's

A representação de aninhamentos em gramáticas do tipo 2 decorre de uma propriedade característica das gramáticas deste tipo, denominada “Self-embedding Property”. Um não-terminal Y é dito “self-embedded”, ou **auto-recursivo central**, se, a partir dele, for possível derivar alguma forma sentencial em que o não-terminal Y ressurgja, delimitado por cadeias não-vazias de terminais à sua esquerda e à sua direita:

$$Y \Rightarrow^* \alpha Y \beta, \quad \text{com } \alpha, \beta \in \Sigma^+$$

Um não-terminal Z é dito simplesmente **auto-recursivo** se, a partir dele, for possível derivar alguma forma sentencial em que Z ressurgja, acompanhado de pelo menos uma cadeia não-vazia de terminais à sua esquerda ou à sua direita:

$$Z \Rightarrow \alpha Z \beta, \quad \text{com } \alpha, \beta \in \Sigma^*, \alpha\beta \neq \varepsilon$$

Se uma gramática livre de contexto G possui pelo menos um não-terminal auto-recursivo central, diz-se que G é **auto-embutida** (do inglês “self-embedded”).

Ramos e co-autores (2009) p. 300

Linguagens ESTRITAMENTE Livres de Contexto

Um símbolo não-terminal **essencial** é aquele que não pode ser removido da gramática (ou substituído) sob pena de provocar modificações na linguagem sendo definida. Uma linguagem L é dita **estritamente livre de contexto**, ou livre de contexto não-regular, se e apenas se todas as gramáticas que geram L forem auto-embutidas, ou seja, se todas elas possuírem pelo menos um não-terminal **auto-recursivo central essencial**.

O simples fato de uma gramática ser auto-embutida não garante a não-regularidade da linguagem definida: é possível identificar linguagens regulares geradas por gramáticas com não-terminais auto-recursivos centrais que, nesses casos, não são essenciais. O Exemplo 4.2 ilustra essa situação.

Exemplo 4.2 A gramática cujas regras constituem o conjunto abaixo é do tipo 2 e possui um não-terminal auto-recursivo central (S , em decorrência da produção $S \rightarrow aSa$), podendo portanto ser caracterizada como uma gramática auto-embutida:

$$\begin{aligned} \{ & S \rightarrow aS, \\ & S \rightarrow bS, \\ & S \rightarrow a, \\ & S \rightarrow b, \\ & S \rightarrow aSa \} \end{aligned}$$

Ramos e co-autores (2009) p. 300

1

Linguagens ESTRITAMENTE Livres de Contexto

No entanto, a linguagem gerada por essa gramática é $\{a,b\}^*$, ou seja, a linguagem é regular. Na verdade, é fácil observar que essa linguagem também pode ser gerada por um conjunto de regras equivalente, em que a última produção da gramática acima é removida:

$$\begin{aligned} \{ & S \rightarrow aS, \\ & S \rightarrow bS, \\ & S \rightarrow a, \\ & S \rightarrow b \} \end{aligned}$$

Tal fato ocorre, neste caso particular, porque a produção $S \rightarrow aSa$ é **não-essencial** à gramática, ou seja, a sua inclusão no conjunto P de produções em nada contribui para modificar a linguagem definida pelas demais produções.

2

Ramos e co-autores (2009) p. 301

Expressão de Padrões Sonoros (Linguagem Rítmica)

Variations on Ah, vous dirais-je, Maman

Mozart


Tema (1ª parte) Variação V

Piano





Pno.

Partitura produzida com o Finale Notepad 2012

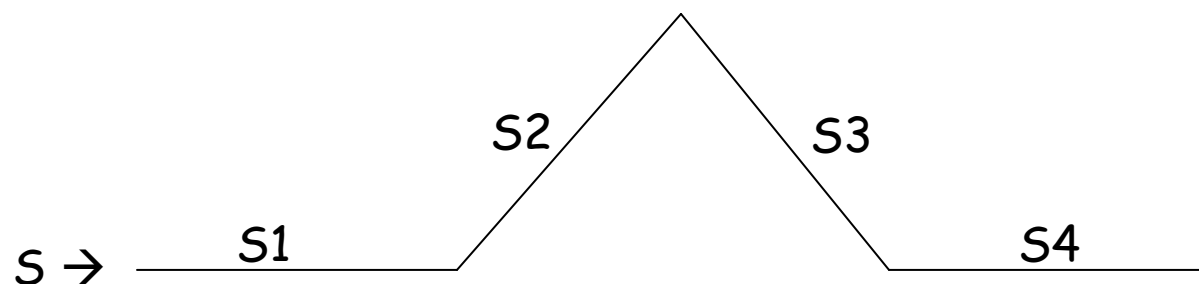
S → tempo, tempo | 

S → tempo, tempo, S

tempo →  |  |

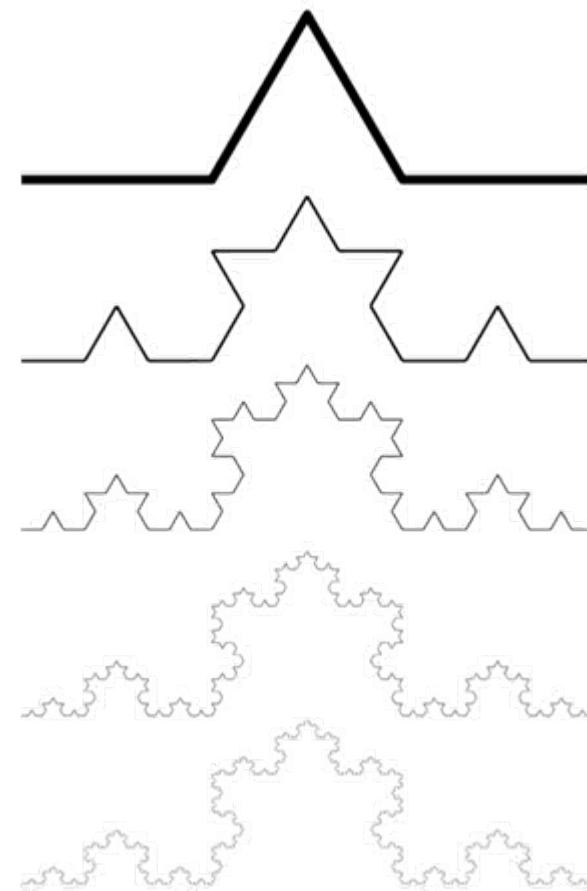
 7 | 7 

Expressão de Padrões Visuais (Imagem Fractal)



$S1 \rightarrow S$
 $S2 \rightarrow S$
 $S3 \rightarrow S$
 $S4 \rightarrow S$

A imagem fractal exata tem uma particularidade em relação à gramática ao lado: seus nós-filhos de mesmo nível têm de ser raiz de sub-árvores de igual profundidade (altura).



Curva de Koch
(L System)

Expressão de Padrões Linguísticos

$S \rightarrow$ Frase Nominal, Verbo, Preposição, Frase Nominal

Frase Nominal \rightarrow 'Pedro' | 'Joana' | Artigo, Nome

Verbo \rightarrow 'trabalha' | 'joga' | 'mora'

Preposição \rightarrow 'com'

Artigo \rightarrow a

Nome \rightarrow menina

Expressão de Padrões Linguísticos

$S \rightarrow$ Frase Nominal, Verbo, Preposição, Frase Nominal

Frase Nominal \rightarrow 'Pedro' | 'Joana' | Artigo, Nome

Verbo \rightarrow 'trabalha' | 'joga' | 'mora'

Preposição \rightarrow 'com'

Artigo \rightarrow a | o

Nome \rightarrow menina | menino

Expressão de Padrões Linguísticos

$S \rightarrow \text{Frase Nominal, Verbo, Preposição, Frase Nominal}$

$S \rightarrow \text{'que', Verbo, Preposição, Frase, Nominal}$

$\text{Frase Nominal} \rightarrow \text{'Pedro' | 'Joana' | Artigo, Nome | } S$

$\text{Verbo} \rightarrow \text{'trabalha' | 'joga' | 'mora'}$

$\text{Preposição} \rightarrow \text{'com'}$

$\text{Artigo} \rightarrow a$

$\text{Nome} \rightarrow \text{menina}$

Quais das linguagens ilustradas são estritamente LLC's?

A Linguagem Rítmica?

A Linguagem Visual?

A Linguagem (pseudo)Natural?

Exercício

Considere que os termos "a", "b", "c", "d", "e" são variáveis booleanas de uma linguagem de programação.

Considere também que, com os conectivos "AND", "OR" e "NOT" podem-se montar expressões booleanas, as quais podem conter sub-expressões delimitadas por parênteses balanceados.

Exemplo: "(a AND ((b OR c OR d) OR (d AND e)))"

Escreva uma Gramática Livre de Contexto (GLC) para caracterizar tais expressões booleanas.