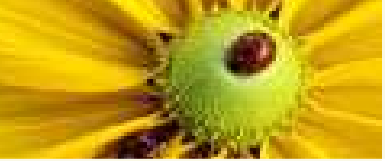


Propriedades Semânticas da Lógica Proposicional

Márcio Lopes Cornélio

DSC-Poli-UPE

`mlc@dsc.upe.br`



Propriedades Semânticas

Propriedades Básicas

Propriedades Básicas

Exemplos

Propriedades Básicas
- conjuntos de
fórmulas

Relações entre as
Propriedades
Semânticas

Propriedades Semânticas

Propriedades Básicas

Propriedades
Semânticas

Propriedades Básicas

Propriedades Básicas
Exemplos

Propriedades Básicas
- conjuntos de
fórmulas

Relações entre as
Propriedades
Semânticas

- Relações no mundo semântico a partir de fórmulas do mundo sintático
- Propriedades semânticas básicas
 - ◆ Uma fórmula H é uma tautologia ou válida sse para toda interpretação I , $I[H] = T$
 - ◆ Uma fórmula H é factível ou satisfatível sse existe pelo menos uma interpretação I , tal que $I[H] = T$
 - ◆ Uma fórmula H é contraditória sse existe para toda interpretação I , $I[H] = F$
 - ◆ Dadas duas fórmulas H e G , H implica G sse para toda interpretação I ,

se $I[H] = T$ então $I[G] = T$

■ Propriedades semânticas básicas

- ◆ Dadas duas fórmulas H e G , H equivale G sse para toda interpretação I , $I[H] = I[G]$
- ◆ Dada uma fórmula H e uma interpretação I , então I satisfaz H se $I[H] = T$
- ◆ Um conjunto de fórmulas $\beta = \{H_1, H_2, \dots, H_n\}$ é satisfatível sse existe uma interpretação I , tal que

$$I[H_1] = I[H_2] = \dots = I[H_n] = T$$

Exemplos

Propriedades
Semânticas

Propriedades Básicas

Propriedades Básicas

Exemplos

Propriedades Básicas
- conjuntos de
fórmulas

Relações entre as
Propriedades
Semânticas

Tautologia. $H = P \vee \neg P$ é uma tautologia

Satisfatibilidade. $H = (P \vee Q)$ é satisfatível

Contradição. $H = (P \wedge \neg P)$ é contraditória

Implicação. Sejam as fórmulas $E = ((P \wedge Q) \vee Q)$, $H = (P \wedge Q)$
e $G = (P \rightarrow Q)$

- Construir tabela verdade

- Resultados

- ◆ E implica G , E não implica H

- ◆ H implica G , H implica E

- ◆ G não implica E , G não implica H

Equivalência. $H = (\neg P \wedge \neg Q)$ e $G = \neg (P \vee Q)$ são
equivalentes



Propriedades Básicas - conjuntos de fórmulas

Propriedades
Semânticas

Propriedades Básicas

Propriedades Básicas

Exemplos

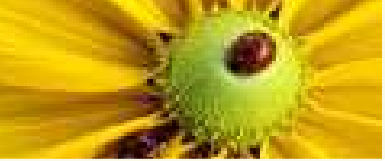
Propriedades Básicas
- conjuntos de
fórmulas

Relações entre as
Propriedades
Semânticas

- Um conjunto de fórmulas é $\{H_1, H_2, \dots, H_n\}$ é satisfatível quando existe ao menos uma interpretação I tal que as fórmulas H_1 , H_2 e H_n sejam interpretadas como iguais a T

◆ Exemplos

- *Insatisfatibilidade.* $H = P$, $H = \neg P$ e $H = Q$
- *Satisfatibilidade.* $E = (P \rightarrow Q)$, $H = (Q \rightarrow R)$,
 $G = (R \rightarrow P)$



Propriedades
Semânticas

Relações entre as
Propriedades
Semânticas

Proposições
Equivalências

Relações entre as Propriedades Semânticas

Validade e Contradição. Dada uma fórmula H , então

H é válida $\Leftrightarrow \neg H$ é contraditória

Validade e Factibilidade. Dada uma fórmula H ,

H é tautologia $\Rightarrow H$ é satisfatível

Implicação e “ \rightarrow ”. Dadas as fórmulas H e G

H implica $G \Leftrightarrow (H \rightarrow G)$ é uma tautologia

Equivalência e “ \leftrightarrow ”. Dadas as fórmulas H e G

H é equivalente a $G \Leftrightarrow (H \leftrightarrow G)$ é uma tautologia

Equivalência e implicação. Dadas as fórmulas H e G

H equivale a $G \Leftrightarrow H$ implica G e G implica H

- Equivalências entre fórmulas da Lógica Proposicional
- Conjecturas inválidas

Equivalência e validade

H equivale a $G \Leftrightarrow \{ H \text{ é uma tautologia} \Leftrightarrow G \text{ é uma tautologia} \}$

Contra-exemplo. Considere $H = P$ e $G = Q$ (implicação da direita para a esquerda é falsa)