



**UNIVERSIDADE DE PERNAMBUCO**

---

**MESTRADO EM ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO**  
**COMPUTAÇÃO EVOLUCIONÁRIA**

# **ESTRATÉGIAS EVOLUTIVAS**

**André Caetano Alves Firmo**  
**Versão 01 - Abril/2010**

## Sumário

<b>1 HISTÓRICO.....</b>	<b>3</b>
<b>2 VISÃO GERAL.....</b>	<b>4</b>
<b>3 REPRESENTAÇÃO DOS INDIVÍDUOS.....</b>	<b>5</b>
<b>4 INICIALIZAÇÃO E AUTO-ADAPTAÇÃO.....</b>	<b>6</b>
4.1 INICIALIZAÇÃO.....	6
4.2 AUTO-ADAPTAÇÃO.....	6
<b>5 OPERADORES.....</b>	<b>7</b>
5.1 SELEÇÃO.....	7
5.2 RECOMBINAÇÃO.....	7
5.3 MUTAÇÃO.....	7
5.3.1 <i>exemplo do mecanismo de mutação proposto</i> .....	9
5.3.2 <i>Principais variações do operador de mutação</i> .....	9
<b>6 ESTRATÉGIAS.....</b>	<b>12</b>
6.1 DOIS-MEMBROS (1 + 1)-EE.....	12
6.2 MULTIMEMBROS: (m + 1)-EE.....	12
6.3 MULTIMEMBROS: (m + λ)-EE.....	13
6.4 MULTIMEMBROS: (m,λ)-EE.....	13
<b>7 APLICAÇÕES.....</b>	<b>14</b>
<b>8 PARALELO ENTRE EE E AG.....</b>	<b>15</b>
<b>9 REFERÊNCIAS .....</b>	<b>16</b>

# 1 HISTÓRICO

A técnica foi inicialmente proposta por Rechenberg (1965), Schwefel (1965) e Peter Bienert (1964) na Universidade Técnica de Berlim por volta de 1964. Nesta proposta o objetivo da nova técnica era tratar problemas de otimização em mecânica de fluidos, e em seguida passaram a tratar problemas de otimização de funções de forma mais genérica, enfocando o caso das funções reais. Por volta de 1970 foram criados os mecanismos  $(\mu, \lambda)$   $(\mu + \lambda)$  que descrevem dois tipos de seleção para a sobrevivência de indivíduos na próxima geração.

Os primeiros algoritmos de estratégia evolutiva operavam com um único indivíduo na população, sujeito à mutação e seleção. Uma idéia importante introduzida nos algoritmos mais recentes é a adaptação online (auto-adaptação) dos parâmetros da estratégia durante o processo evolutivo, através da introdução dos mesmos na representação genética dos indivíduos.

## 2 VISÃO GERAL

Nas EE's, um indivíduo é representado por um par de vetores reais da forma  $v=(x,\sigma)$ , onde  $x$  representa o ponto de busca no espaço e  $\sigma$  o vetor de desvio padrão associado. Nas versões atuais, a descendência é obtida submetendo-se os indivíduos da geração a dois operadores: cruzamento e mutação. O cruzamento é feito de forma aleatória e a mutação é feita tipicamente através de uma perturbação Gaussiana de média nula e desvio padrão unitário, porém outros tipos de mutação são possíveis. Observa-se que o parâmetro  $\sigma$  - que determina a mutação de  $x$  - também está sujeito ao processo de evolução também através de mutação.

Esta é uma característica fundamental das EE's, que permite o auto-ajuste de seus parâmetros. Assumindo algumas hipóteses, é possível provar que as EE's convergem ao ótimo global com probabilidade 1, considerando um tempo de busca suficientemente longo. Uma primeira versão de EE's focaliza um processo de busca no esquema 1 genitor - 1 descendente. Isto foi denominado (1+1)-EE, onde um único filho é criado a partir de um único genitor e ambos são confrontados numa competição por sobrevivência, onde a seleção elimina a solução mais pobre.

Um aspecto negativo observado é a convergência lenta, além da busca ponto a ponto ser susceptível a estagnar em mínimos locais. Outras versões foram desenvolvidas com o objetivo de resolver tais problemas. Estas estratégias são denominadas multi-indivíduos, onde o tamanho da população é maior que 1.

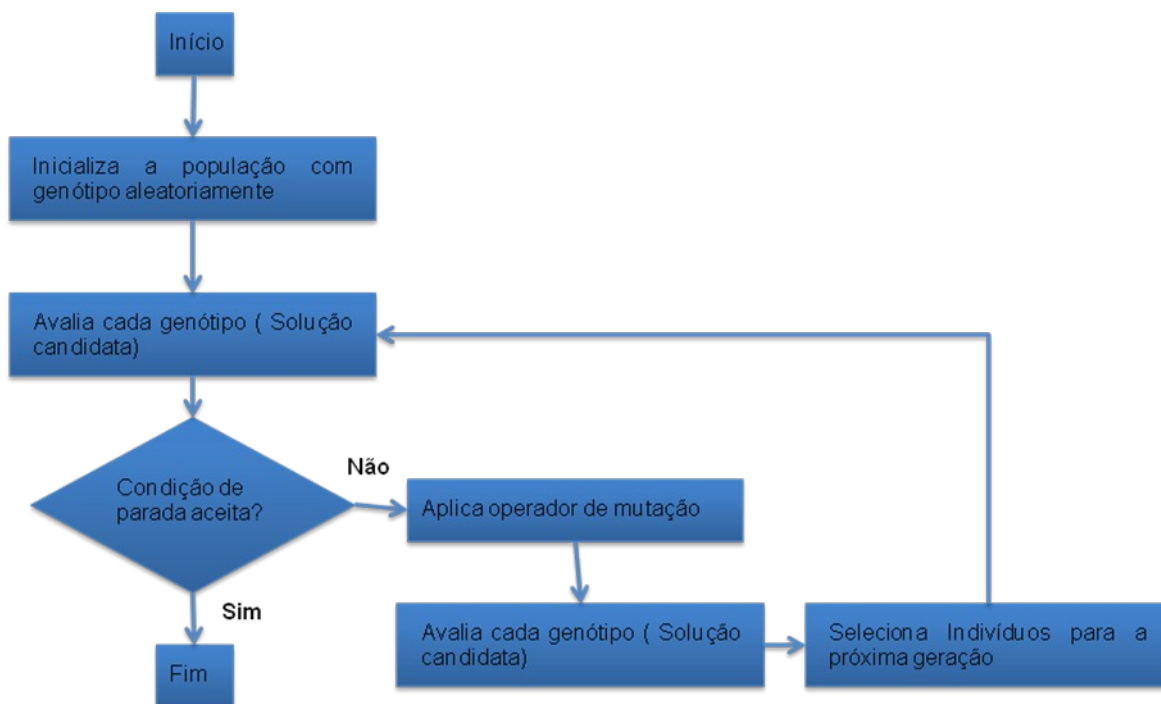


Figura 1. Representação do algoritmo básico de uma EE.

### 3 REPRESENTAÇÃO DOS INDIVÍDUOS

Assim como nos algoritmos genéticos, a representação dos EE's é feita através de gens que formam um cromossomo que basicamente consistem em três partes:

- Variáveis Objeto ( $X_1, X_2, \dots, X_n$ ) – é o conjunto formado por valores reais distribuídos aleatoriamente que representa uma solução candidata, ou seja um ponto no espaço de busca.

Parâmetros da Estratégia - referem-se aos parâmetros que controlam o processo evolutivo de busca, como taxas de mutação, desvios padrões das mutações, probabilidades de recombinação, etc. Os parâmetros mais utilizados são:

- Passo da Mutação: ( $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ ) – é o conjunto que representa os desvios padrões a serem utilizados no operador de mutação.
- Ângulos de Rotação ( $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ ) - É o conjunto que representa os ângulos de rotação.

Não necessariamente todos os componentes existem. É possível que sejam implementadas várias EE's com todas as partes citadas ou apenas com composições entre elas, mas em todas as variações o componente de variáveis objetos é assegurado.

Tamanho total:  $\langle x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \alpha_1, \dots, \alpha_k \rangle$  Onde  $k = n(n-1)/2$  (no. dos pares  $i, j$ ).

## 4 INICIALIZAÇÃO E AUTO-ADAPTAÇÃO

### 4.1 INICIALIZAÇÃO

A inicialização consiste em atribuir valores aleatórios para cada gene do cromossomo de cada indivíduo, certificando-se de que seu genótipo esteja inicializado dentro das fronteiras de restrição do problema. Os parâmetros de estratégia também são inicializados.

### 4.2 AUTO-ADAPTAÇÃO

A idéia de *auto-adaptação* consiste na evolução dos parâmetros da estratégia em adição à evolução dos atributos da estrutura de dados. Como exemplo de auto-adaptação temos:

Dado um indivíduo  $v = (x, \sigma, \alpha)$  composto pelo vetor de atributos  $x$ , os conjuntos  $\sigma$  e  $\alpha$  de parâmetros da estratégia, o processo de auto-adaptação é geralmente implementado efetuando-se primeiro (a recombinação e) mutação (de acordo com alguma função densidade de probabilidade) dos vetores de parâmetros  $\sigma$  e  $\alpha$ , resultando em  $\sigma'$  e  $\alpha'$ , e depois utilizando os vetores atualizados de parâmetros da estratégia  $\sigma'$  e  $\alpha'$  para (recombinar e) mutar o vetor de atributos  $x$ , resultando em  $x'$ .

## 5 OPERADORES

### 5.1 SELEÇÃO

Assim como nos algoritmos genéticos, há várias técnicas já abordadas sobre a seleção de indivíduos como roleta (Monte Carlos) e torneio.

### 5.2 RECOMBINAÇÃO

Além da recombinação discreta (crossover uniforme) são usadas mais duas abordagens:

- Recombinação intermediária global: média aritmética dos parâmetros de cada um dos pais.

Dados dois indivíduos  $a = (x_a, \sigma_a)$  e  $b = (x_b, \sigma_b)$

$$x'_i = \frac{1}{2} \cdot (x_{a,i} + x_{b,i}), \quad "i \in \{1, \dots, l\}$$

$$\sigma'_i = \frac{1}{2} \cdot (\sigma_{a,i} + \sigma_{b,i}), \quad "i \in \{1, \dots, l\}$$

- Recombinação intermediária local: combinação linear convexa dos vetores correspondentes aos pais

Dados dois indivíduos  $a = (x_a, \sigma_a)$  e  $b = (x_b, \sigma_b)$

$$x'_a = ax_a + (1-a)x_b,$$

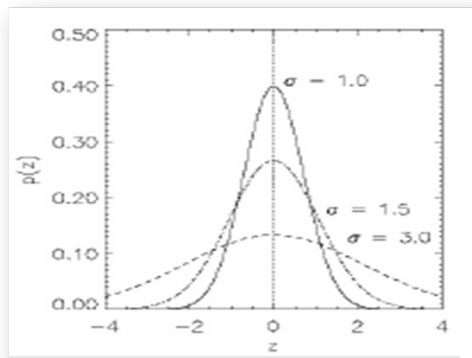
$$x'_b = (1-a)x_a + ax_b, \quad "i \in \{1, \dots, l\}, \text{ e } a \in [0, 1] \text{ é um número aleatório. Se aplica também a } \sigma.$$

Os operadores de recombinação podem gerar um ou mais indivíduos (filhos) partindo de dois ou mais pais.

### 5.3 MUTAÇÃO

Para os EE's as mutações são os operadores mais utilizados e proporcionam a esta técnica uma versatilidade na resolução de problemas de combinatória numérica.

A fundamentação deste operador é a modificação dos valores pela adição aleatória de ruído guiado por uma distribuição normal, ou seja, por uma função gaussiana de média zero e desvio padrão  $\sigma$ . Por esse motivo este operador é denominado de mutação gaussiana.



**Figura 2. Curva Gaussiana.**

Este procedimento de mutação está de acordo com a observação biológica de que pequenas variações ocorrem com maior frequência do que grandes variações, e de que os filhos herdam características dos pais, ou seja, são parecidos com eles. Como idéia chave e utilização da auto-adaptação temos:

- $\sigma$  é parte do cromossomo  $\langle x_1, \dots, x_n, \sigma \rangle$
- $\sigma$  também é mutacionado dentro de  $\sigma'$

Com isso temos que o passo da mutação  $\sigma$  está co-evoluindo com a solução  $x$ . Com a auto-adaptação surgem efeitos derivados do processo de mutação, onde temos:

- $\langle x, \sigma \rangle \rightarrow \langle x', \sigma' \rangle$

Como critério para que haja a auto-adaptação é necessário garantir a ordem dos eventos.

- Primeiro é realizada a evolução dos parâmetros do indivíduo:  $\sigma \rightarrow \sigma'$
- Então é feita a evolução das variáveis objeto utilizando os parâmetros já evoluídos anteriormente:  $x \rightarrow x' = x + N(0, \sigma')$

Após a evolução das variáveis objeto, é realizada a avaliação em dois processos distintos:

- No primeiro momento é avaliada a qualidade do conjunto de variáveis objeto:  $x'$  é bom se  $f(x')$  é bom
- No segundo momento é avaliada a qualidade do conjunto de parâmetros:  $\sigma'$  é bom se o  $x'$  que este criou é bom

Caso não haja hierarquia com relação à ordem de evolução entre as partes do cromossomo não é garantido que o processo funcione como esperado.

$$\bullet \quad x'_i = x_i + N(0, \sigma)$$



### 5.3.1 EXEMPLO DO MECANISMO DE MUTAÇÃO PROPOSTO

Primeiramente, são evoluídas as partes de parâmetros do cromossomo de cada indivíduo e com os parâmetros atualizados, é evoluído a parte de objeto. Esta evolução é guiada por uma distribuição normal  $N(\xi, \sigma)$  onde:

- A média  $\xi$  é ajustada para 0
- O Desvio Padrão  $\sigma$  é chamado tamanho do passo de mutação

Uma prática bastante difundida para evolução do  $\sigma$  é o uso da regra de 1/5 sucesso. Esta regra foi proposta por Rechenberg (1973) e determina que a razão  $\beta$  entre as mutações que geram um indivíduo melhor do que o pai (mutações positivas) em relação a todas as mutações deve ser 1/5.

$$\beta = \frac{\text{número total de mutações}}{\text{número de mutações positivas}}$$

Caso  $\beta$  seja maior que 1/5 o valor do parâmetro deve ser diminuído, caso contrário o valor do parâmetro deve ser aumentado.

- $\sigma = \sigma / c$  se  $\beta > 1/5$
- $\sigma = \sigma \cdot c$  se  $\beta < 1/5$
- $\sigma = \sigma$  se  $\beta = 1/5$

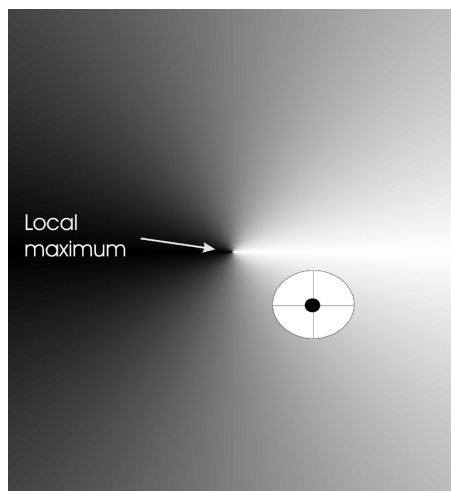
Onde  $\beta$  é o % de mutações com sucesso, e  $0.8 \leq c \leq 1$ . O conceito principal desta regra é que: se bem sucedida, a busca deve continuar com um “passo” maior, caso contrário, o “passo” deve ser menor.

### 5.3.2 PRINCIPAIS VARIAÇÕES DO OPERADOR DE MUTAÇÃO

Há 3 variações mais difundidas para a implementação do operador de mutação. Para cada uma das variações temos características específicas.

- Um único desvio padrão para todos os atributos do conjunto de objetos.

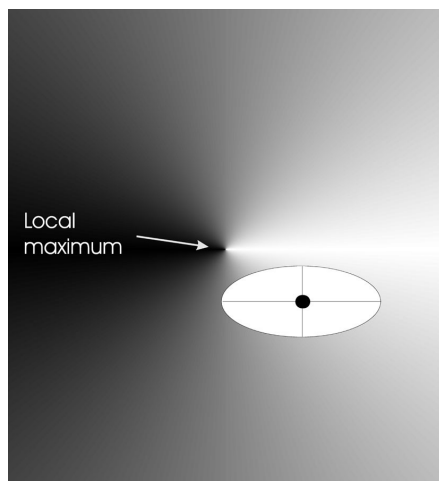
Nesta proposta o indivíduo é formado por uma parte do cromossomo representando as variáveis objeto e apenas um gen como parâmetro de controle (passo da mutação). Como consequência, temos que o indivíduo pode se deslocar a uma distância uniforme em todas as direções.  $I = \langle x_1, \dots, x_n, \sigma \rangle$



**Figura 3.** Imagem de perspectiva superior de uma função a ser maximizada e a representação das possíveis posições do indivíduo.

- Desvio padrão individualizado para todos os atributos do conjunto de objetos.

Nesta proposta o indivíduo é formado por uma parte do cromossomo representando as variáveis objeto e para cada gen do conjunto de variáveis objeto há um gen respectivo como parâmetro de controle (passo da mutação). Como consequência, temos que o indivíduo pode se deslocar a uma distância uniforme apenas em relação a um eixo descrevendo um deslocamento como uma elipse.  $I = \langle x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n \rangle$

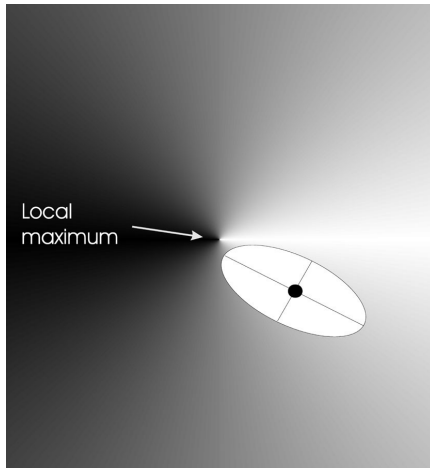


**Figura 4.** Imagem de perspectiva superior de uma função a ser maximizada e a representação das possíveis posições do indivíduo.

- Desvios padrões individuais para todos os atributos do conjunto de objetos e mutação correlacionada.

Nesta proposta o indivíduo é formado por uma parte do cromossomo representando as variáveis objeto, para cada gen do conjunto de variáveis objeto há dois genes respectivos como parâmetro de controle: um gen como

passo da mutação e outro como Ângulo de rotação. Como consequência, temos que o indivíduo pode se deslocar a uma distância uniforme apenas em relação a um eixo descrevendo um deslocamento como uma elipse rotacionado.  $I = \langle x_1, \dots, x_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n, \alpha_1, \dots, \alpha_k \rangle$



**Figura 5.** Imagem de perspectiva superior de uma função a ser maximizada e a representação das possíveis posições do indivíduo.

## 6 ESTRATÉGIAS

São metodologias desenvolvidas com o objetivo de descrever como se dará o mecanismo de evolução da população. Há vários tipos de estratégias, onde se destacam os seguintes:

- Dois-membros: (1 + 1)-EE
- Multimembros: ( $\mu$  + 1)-EE
- Multimembros: ( $\mu$  +  $\lambda$ )-EE
- Multimembros: ( $\mu$  ,  $\lambda$ )-EE

### 6.1 DOIS-MEMBROS (1 + 1)-EE

Nesta estratégia a população é composta por um único indivíduo, e apenas o operador genético de mutação é utilizado para geração de diversidade. A representação do indivíduo da população é dada por um par de vetores reais, ou seja,  $v = (x, \sigma)$  onde cada valor do vetor  $x$  representa um parâmetro a ser otimizado e cada valor do vetor  $\sigma$  representa o desvio padrão a ser utilizado na atualização de  $x$ . As mutações são realizadas atualizando-se  $x$  da seguinte forma (Mutação Gaussiana):

$$x^{t+1} = x^t + N(0, \sigma)$$

Este procedimento de mutação está de acordo com a observação biológica de que pequenas variações ocorrem com maior frequência do que grandes variações, e de que os filhos herdam características dos pais, ou seja, são parecidos com eles. O filho (indivíduo mutado) é aceito na nova geração se e somente se ele possuir um fitness melhor do que o pai (e for factível). Apesar de existir um único indivíduo na população, este procedimento é denominado de estratégia evolutiva de dois membros, pois o filho compete com o pai na sobrevivência para a próxima geração.

### 6.2 MULTIMEMBROS: (M + 1)-EE

A partir desta estratégia foi introduzido o conceito de população no algoritmo, Rechenberg propôs as que  $\mu > 1$  pais podem participar na geração de um único filho. Este operador é denominado de operador de recombinação discreto e é equivalente ao crossover uniforme em algoritmos genéticos e a mutação é idêntica a dois membros (1+1)-EE.

O operador de seleção remove o indivíduo menos apto (com menor fitness) dentre os pais e o filho gerado.

### 6.3 MULTIMEMBROS: $(M + \lambda)$ -EE

A estratégia  $(\mu + \lambda)$ -EE foi proposta inicialmente, onde  $\mu$  pais produzem  $\lambda$  filhos e a população  $\mu + \lambda$  é posteriormente reduzida para  $\mu$  indivíduos. A seleção opera no conjunto união de pais e filhos. Assim, os pais sobrevivem até que filhos com fitness superiores a eles sejam produzidos.

A partir desta nova abordagem os parâmetros de controle  $\sigma$  deixam de ser regidos pela regra de 1/5 e passam a ser evoluídos juntamente com o conjunto objeto e são atualizados através do operador de mutação gaussiana. Com isso os desvios padrões sofrem auto-adaptação e evoluem com a solução.

### 6.4 MULTIMEMBROS: $(M, \lambda)$ -EE

A partir da utilização da estratégia  $(\mu + \lambda)$ -EE foram detectados alguns problemas, como:

- Em problemas com superfície de fitness dinâmicas (que variam ao longo do tempo), a estratégia  $(\mu + \lambda)$ -EE pode ficar presa em um ótimo que não é mais um ótimo da superfície de fitness atual.
- O mesmo pode ocorrer na presença de ruído

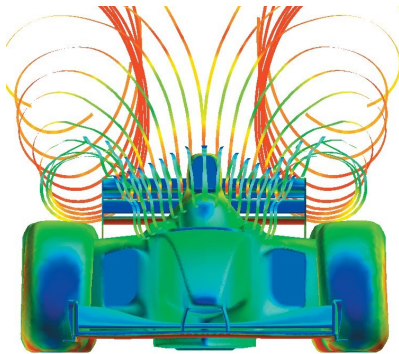
Para evitar estes efeitos, SCHWEFEL (1995) investigou as propriedades de uma estratégia  $(\mu, \lambda)$ -EE, onde somente os filhos sofrem seleção. Ou seja, o período de vida de cada indivíduo está restrito a uma geração.

O período de vida restrito permite o “esquecimento” de parâmetros inapropriados

## 7 APLICAÇÕES

O uso de EE está bastante associado a problemas de combinação numérica e esta característica tem sido fator motivador para a utilização desta técnica para resolução de problemas envolvendo design e modelagem de protótipos automotivos e de aerodinâmica. 2 casos evidenciam esta aplicabilidade:

- A empresa norte americana NASA investiu em seu laboratório de jato propulsão em um sistema baseado em EE para o desenvolvimento da carenagem de seus foguetes.
- Outro caso da utilização de EE é no cenário automobilístico onde algumas equipes de F1 investiram em sistemas baseados em EE para o desenvolvimento de aerofólios dos seus carros.



**Figura 6. Modelo de carro de F1 criado a partir de um sistema baseado em EE para desenvolvimento de aerofólios.**

## 8 PARALELO ENTRE EE E AG.

Após a apresentação dos principais pontos da técnica de Estratégias Evolutivas pode-se inferir duas grandes diferenças entre EE e AG.

- A ordem relativa dos procedimentos de seleção e recombinação é diferente nos dois algoritmos. Nas EEs, o processo de seleção ocorre depois da recombinação e mutação do indivíduo, enquanto nos GAs estes procedimentos ocorrem na ordem inversa.
- Nos algoritmos genéticos os parâmetros de variação genética (probabilidade de crossover e mutação) permanecem constante ao longo das gerações, enquanto as EEs alteram  $\sigma$  e  $\alpha$  constantemente; eles sofrem mutação e recombinação juntamente com o vetor de atributos ( Auto-adaptação).

## 9 REFERÊNCIAS

- [1] *Eiben A.E., Smith J.D. Introduction to Evolutionary Computing (Springer, 2003)*
- [2] *Prof. Tiago Ferreira – Notas de aulas.*
- [3] *Profs. Leandro de Castro/Fernando Von Zuben – Notas de aulas.*
- [4] *Engelbrech A.P. – Computacional Intelligence an introduction. Eberhart, Russell e Kennedy, James - A New Optimizer Using Particle Swarm Theory – 1995.*