Fonksiyonların en geniş tanım aralığı için örnekler:

Örnek (1) $f(x)=\sqrt{5x-x^2}+\ln\frac{x-1}{x-3}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı?

Çözüm: $5x-x^2\geq 0$ olmalı $\Rightarrow$ $x(5-x)\geq 0$ $\Rightarrow$ $x=0 \Rightarrow x_1=0$, $5-x=0 \Rightarrow x_2=5$

x	$-\infty$		0		5		$+\infty$
$5x-x^2$		$-$	0	$+$	0	$-$	

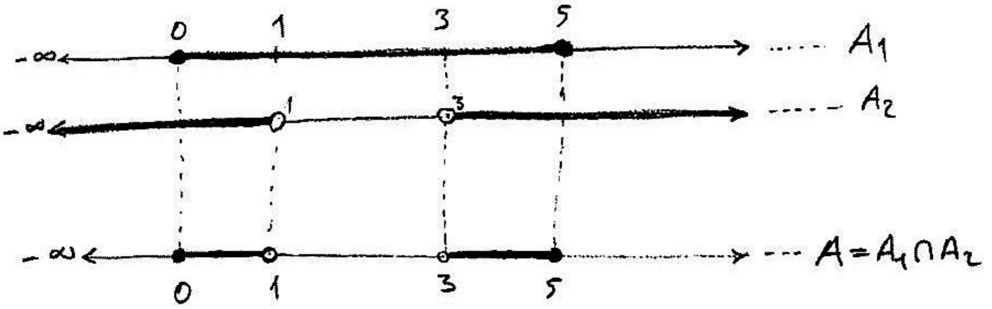
$0\leq x\leq 5$

$A_1=[0,5]$

$\frac{x-1}{x-3}>0$ olmalı. $x-1=0 \Rightarrow x_3=1$
$x-3=0 \Rightarrow x_4=3$

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$\frac{x-1}{x-3}$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

$A_2=(-\infty,1)\cup(3,+\infty)$



En geniş tanım aralığı $A=A_1\cap A_2=[0,1)\cup(3,5]$ dir

Örnek (2) $f(x)=\sqrt{20+x-x^2}+\log(x^2-2x)$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulalım:

Çözüm: $20+x-x^2=(4+x)(5-x)\geq 0$ olmalı $x_1=-4$, $x_2=5$ olup

x		-4		5	
$20+x-x^2$	$-$	0	$+$	0	$-$

$-4\leq x\leq 5$

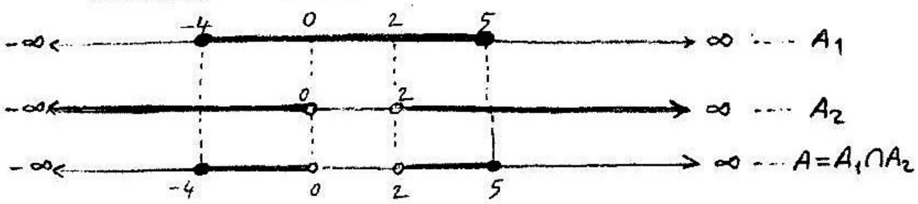
$A_1=[-4,5]$ dir

$x^2-2x>0$ olmalı $x(x-2)>0$ $\Rightarrow$ $x_3=0$, $x_4=2$ olup

x		0		2	
x^2-2x	$+$	0	$-$	0	$+$

$-\infty<x<0$ $\quad$ $2<x<+\infty$

$A_2=(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$



En geniş tanım aralığı $A=[-4,0)\cup(2,5]$ bulunur

Örnek (3) $f(x)=\sqrt{30+x-x^2}+\dfrac{1}{\log\dfrac{3x}{x+4}}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı?

Çözüm: $30+x-x^2 \geqslant 0$ olmalı $\Rightarrow (5+x)(6-x)\geqslant 0 \Rightarrow x_1=-5$, $x_2=6$ olup

x		-5		6	
$30+x-x^2$	$-$	ϕ	$+$	ϕ	$-$

$-5\leq x\leq 6$

$A_1=[-5,6]$ dır.

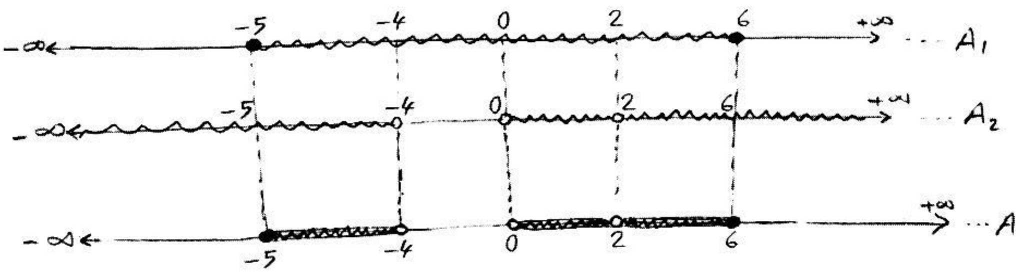
$\dfrac{3x}{x+4}>0$ olmalı ve $\dfrac{3x}{x+4}\neq 1$ olmalı. $3x=0 \Rightarrow x_3=0$, $x_4=-4$ ve

$\dfrac{3x}{x+4}\neq 1 \Rightarrow \dfrac{3x}{x+4}=1 \Rightarrow 3x=x+4 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x_5=2$ için fonksiyondaki kesrin paydası sıfır oluyor.

	$-\infty$	-4		0		2		$+\infty$
$\dfrac{3x}{x+4}>0$ ve $\dfrac{3x}{x+4}\neq 1$	$+$		$-$	ϕ	$+$		$+$	

$-\infty<x<-4$ $\quad$ $0<x<2$ $\quad$ $2<x<+\infty$

$A_2=(-\infty,-4)\cup(0,2)\cup(2,\infty)$



$A=A_1\cap A_2=[-5,-4)\cup(0,2)\cup(2,6]$ bulunur.

Örnek (4) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{4-x}}-\sqrt{\ln x}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulunuz.

Çözüm: $\dfrac{x}{4-x}\geqslant 0$ olmalı. $x_1=0$, $x_2=4$

x		0		4	
$\dfrac{x}{4-x}$	$-$	ϕ	$+$		$-$

$0\leq x<4$

$T.A_1=[0,4)$ dür.

$x>0$ ve $\ln x\geqslant 0$ olmalı $\Rightarrow \ln x\geqslant \ln 1 \Rightarrow x\geqslant 1$ olmalı (Bu koşul aynı zamanda $x>0$ koşulunu da sağlar)

$T.A_2=[1,+\infty)$ dur.

En geniş tanım aralığı $T.A=TA_1\cap T.A_2=\underline{[1,4)}$ // bulunur

Örnek (5) $f(x)=\sqrt{\frac{x}{4-x}}-\sqrt{1-\log_8 x}$ fonksiyonunun tanım aralığını bulunuz.

$\frac{x}{4-x} \geqslant 0 \Rightarrow x_1=0 \,,\; x_2=4$

x	$-\infty$	0		4	$+\infty$
$\frac{x}{4-x}$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$

$T.A_1=[0,4)$

$1-\log_8 x \geqslant 0 \Rightarrow \log_8 x \leq 1 \Rightarrow \log_8 x \leq \log_8 8 \Rightarrow x \leq 8$ olmalı ve logaritmadan dolayı $x>0$ olmalı. O halde $T.A_2=(0,8]$ dir.

$T.A=T.A_1 \cap T.A_2 = [0,4) \cap (0,8] = \underline{\underline{(0,4)}}$ bulunur.

Örnek (6) $f(x)=Arc\sin\left(\frac{x}{4}-1\right)+\ln\frac{x-3}{x-5}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulunuz.

Çözüm: $f(x)=Arcsin\left(\frac{x}{4}-1\right)+\ln\frac{x-3}{x-5}$ fo. nunun en geniş tanım aralığı?

$-1 \leq \frac{x}{4}-1 \leq 1 \Rightarrow 1+1 \leq \left(\frac{x}{4}-1\right)+1 \leq 1+1 \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{4} \leq 2 \Rightarrow 0.4 \leq x \leq 4.2$ olup, buradan $0 \leq x \leq 8$, yani $A_1=[0,8]$ dir.

$\frac{x-3}{x-5}>0$ ve $x-5 \neq 0 \Rightarrow$ $x-3=0 \Rightarrow x_1=3$, $x-5=0 \Rightarrow x_2=5$ olup,

x	$-\infty$	3		5	$+\infty$
$x-3$	$-$	0	$+$		$+$
$x-5$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{x-3}{x-5}$	$+$	0	$-$		$+$
	$-\infty<x<3$				$5<x<+\infty$

$A_2=(-\infty,3)\cup(5,+\infty)$ dir

En geniş tanım aralığı ise

$A=A_1 \cap A_2=[0,3)\cup(5,8]$ dir.

Örnek (7) $f(x) = \sqrt{1-\log\frac{2x+6}{x-1}}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığı?

Çözüm: $\frac{2x+6}{x-1} > 0$ ve $1-\log\frac{2x+6}{x-1} \geq 0$ olmalı.

$x_1=-3$, $x_2=1$

x		-3		1	
$\frac{2x+6}{x-1}$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$

$-\infty<x<-3$ $1<x<+\infty$

$T.A_1 = (-\infty,-3)\cup(1,+\infty)$

$\log 10 - \log\frac{2x+6}{x-1} \geq 0$

$\log 10 \geq \log\frac{2x+6}{x-1}$

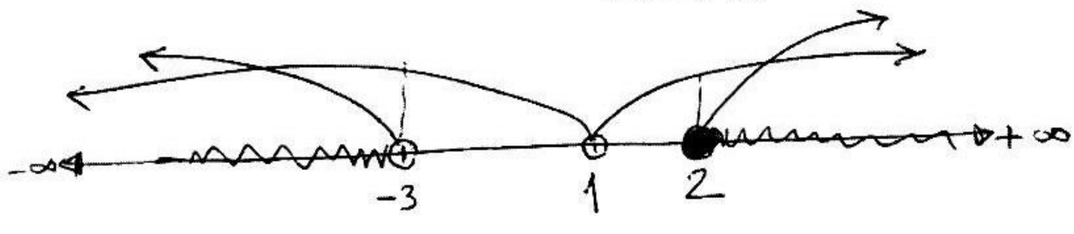
$\frac{2x+6}{x-1} \leq 10 \Rightarrow \frac{2x+6}{x-1} - 10 \leq 0$

$\frac{2x+6-10x+10}{x-1} \leq 0 \Rightarrow \frac{16-8x}{x-1} \leq 0$

$x_3=1$, $x_4=2$

x		1		2	
$\frac{16-8x}{x-1}$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$

$-\infty<x<1$ $2\leq x<+\infty$



$T.A = T.A_1 \cap T.A_2 = (-\infty,-3)\cup[2,+\infty)$

		-3		1		2	
$\frac{2x+6}{x-1}$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$		$+$
$\frac{16-8x}{x-1}$	$-$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$

Örnek (8) $f(x) = \text{Arccos}\dfrac{3x}{x+2}$ fonksiyonunun en geniş tanım aralığını bulunuz.

Çözüm: $f(x) = \text{Arccos}\,\dfrac{3x}{x+2}$ için $-1 \leq \dfrac{3x}{x+2} \leq 1$ olmalı

$$\Rightarrow -1 \leq \frac{3(x+2)-6}{x+2} \leq 1 \Rightarrow -1 \leq 3 - \frac{6}{x+2} \leq 1 \Rightarrow -3-1 \leq -\frac{6}{x+2} \leq -3+1$$

$$-4 \leq -\frac{6}{x+2} \leq -2 \Rightarrow \frac{-4}{-2} \geq -\frac{1}{2}\cdot\frac{-6}{x+2} \geq \frac{-2}{-2} \Rightarrow 2 \geq \frac{3}{x+2} \geq 1 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \leq \frac{x+2}{3} \leq \frac{1}{1} \Rightarrow \frac{3}{2} \leq x+2 \leq 3 \Rightarrow \frac{3}{2}-2 \leq x+2-2 \leq 3-2$$

olup $\dfrac{3-4}{2} \leq x \leq 1 \Rightarrow -\dfrac{1}{2} \leq x \leq 1$ olup en geniş tanım aralığı $A = [-\frac{1}{2}, 1]$ bulunur.

II. yol $-1 \leq \dfrac{3x}{x+2} \leq 1$ olması demek $-1 \leq \dfrac{3x}{x+2}$ ve $\dfrac{3x}{x+2} \leq 1$ olması demektir.

$-1 \leq \dfrac{3x}{x+2} \Rightarrow 0 \leq 1 + \dfrac{3x}{x+2} \Rightarrow \dfrac{x+2+3x}{x+2} \geq 0$

$\dfrac{4x+2}{x+2} \geq 0$

$4x+2=0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{2}$

$x+2=0 \Rightarrow x_2 = -2$

x		-2		$-\frac{1}{2}$	
$\frac{4x+2}{x+2}$	$+$	‖	$-$	0	$+$

$-\infty < x < -2$ $\quad$ $-\frac{1}{2} \leq x < +\infty$

$$\frac{3x}{x+2} \leq 1 \Rightarrow \frac{3x}{x+2} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{3x-x-2}{x+2} \leq 0 \Rightarrow \frac{2x-2}{x+2} \leq 0 \text{ dan}$$

$2x-2=0 \Rightarrow x_3 = 1$

$x+2=0 \Rightarrow x_4 = -2$

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$\frac{2x-2}{x+2}$		$+$	‖	$-$	0	$+$	

$-2 < x \leq 1$

O halde hem $(-\infty,-2) \cup [-\frac{1}{2}, \infty)$ hem de $(-2, 1]$ aralıklarını aynı anda sağlayan x'lerin oluşturduğu aralık en geniş tanım kümesi olacağından; $A = [-\frac{1}{2}, 1]$ bulunur.