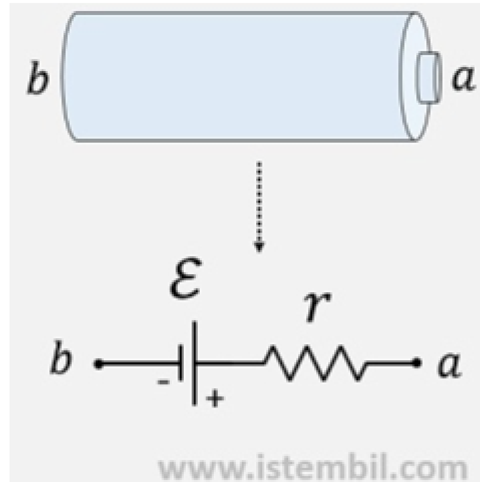
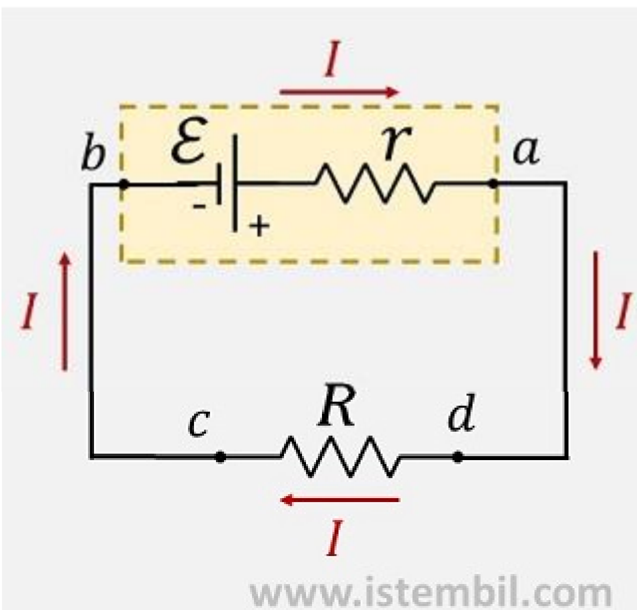
6.1 Elektromotor Kuvvet

İki terminali arasında farklı bir enerji türünü elektrik enerjisine dönüştüren bir enerji kaynağının terminalleri arasında oluşan voltaja (potansiyel farkına) elektromotor kuvveti (**emk**) denir. Örneğin bisikletlerimizin farlarını yakmak için kullandığımız mekanik enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren dinamo ve kimyasal enerjiyi elektrik enerjisine dönüştüren piller **emk kaynaklarıdır**. Tanımdan anlayacağınız üzere aslında burada bir kuvvetten değil potansiyel farkından bahsediyoruz. Bu yüzden emk'nın birimi **Volt**'dur (V). Emk'yı temsil etmek için $\mathcal{E}$ sembolü kullanılır.

İdeal bir pilin iki terminali arasındaki potansiyel farkı bir devreye bağlansa da bağlanmasa da $\mathcal{E}$ 'ye eşit olmalıdır ve bağlandığı devrenin toplam direncinden bağımsız olarak terminalleri arasındaki potansiyel farkı $\mathcal{E}$ değerinde sabit kalmalıdır (Akım ise devrenin direncine bağlı olarak değişebilir). Ancak gerçek hayatta durum böyle değildir. Pillerin küçük de olsa bir **iç direnci** vardır. Bu iç direnç pilleri oluşturan parçaların (elektrotlar ve elektrolitin) ideal iletkenler olmamasından ve az da olsa bir dirence sahip olmalarından kaynaklanır. Bu yüzden piller **Şekil 6.1**'de gösterildiği gibi ideal bir emk kaynağı ve ona seri bağlı bir r iç direnci ile modellenebilir. a ve b ise pilin terminalleridir. Pil herhangi bir devreye bağlanmadı ise r iç direncinden akım geçmez (yani r direnci üzerinde voltaj düşmesi olmaz) ve terminal voltajı (V_{ab}) emk'ya ($\mathcal{E}$) eşit olacaktır. Ancak pil **Şekil 6.2**'de gösterildiği gibi toplam direnci R olan bir devreye bağlanırsa artık akımın akabileceği kapalı bir devre olacaktır. Farzedelim ki bu durumda devreden I akımı geçiyor olsun. Bu durumda a ve b noktaları arasındaki potansiyel farkı ne olur, V_{ab} =? Bu sorunun cevabını bulmak için şöyle bir düşünce deneyi yapalım: Farzedin ki devre üzerinde b noktasından a noktasına doğru yürüyoruz. Elektrik potansiyelinde ne kadar değişim gözlemlerdik? Bu sorunun cevabı bize $V_a - V_b = V_{ab}$ 'yi verecektir.



Şekil 6.1 İdeal olmayan bir pil ideal emk kaynağı ve seri bağlı içdirenç ile modellenebilir.



Şekil 6.2 İçdirenci r olan pilin toplam direnci R olan bir devreye bağlandığı basit devre.

Önce küçük bir hatırlatma yapalım. **Bir önceki bölümde** direnç üzerinde akımın yüksek potansiyelden alçak potansiyele doğru akacağını söylemiştik. Bu durumda **Şekil 6.2**'de gösterilen R direnci için d noktası c noktasından daha yüksek potansiyeldedir. Yani d noktasından c noktasına gider isek potansiyelde bir azalma görürüz. Azalma miktarı direnç üzerindeki voltaj düşmesi kadar olacaktır. Yani $V_d - V_c = V_{dc} = -IR$ olacaktır (Ohm Yasasından).

Şimdi b'den a'ya gittiğimizde ne kadar potansiyel farkı görürüz ona bakalım. İdeal emk kaynağı üzerinden geçtiğimizde $\mathcal{E}$ kadar bir artış görürüz (Çünkü düşük potansiyelden yüksek potansiyele gidiyoruz). Ancak iç direnç üzerinden geçtiğimizde $\Delta V = I\,r$ kadar bir azalma görürüz (Yukarıda söylediğimiz gibi akım yüksek potansiyelden alçak potansiyele doğru akar). Yani pilin terminalleri arasındaki potansiyel farkı

$$V_{ab} = V_a - V_b = \mathcal{E} - I\,r \qquad (6.1)$$

olacaktır. Buna pilin **terminal voltajı**[1] denir. Gördüğünüz üzere akım sıfır olduğunda (yani pile birşey bağlı olmadığında) kutup potansiyeli emk'ya eşittir. Ne zaman ki bir devre bağlanırsa ve akım çekilirse akımın büyüklüğü ile orantılı şekilde terminal voltajı emk'dan daha küçük olacaktır.

Bu arada bütün hareketi tamamlasaydık, yani b noktasında başladığımız hareketi devam ettirip tam bir tur attıktan sonra tekrar aynı noktaya gelse idik ne olurdu? Aynı noktada hareketi bitirdiğimiz için net potansiyel farkı **sıfır** olurdu ($V_b - V_b = 0$). Yani göreceğimiz potansiyel önce $\mathcal{E}$ kadar artacak, ardından Ir kadar azalacak, sonra tekrar IR kadar azalacak ve sonunda aynı noktaya geldiğimiz için

$$0 = \mathcal{E} - Ir - IR$$

potansiyeldeki toplam değişim sıfır olacaktır. Buradan da

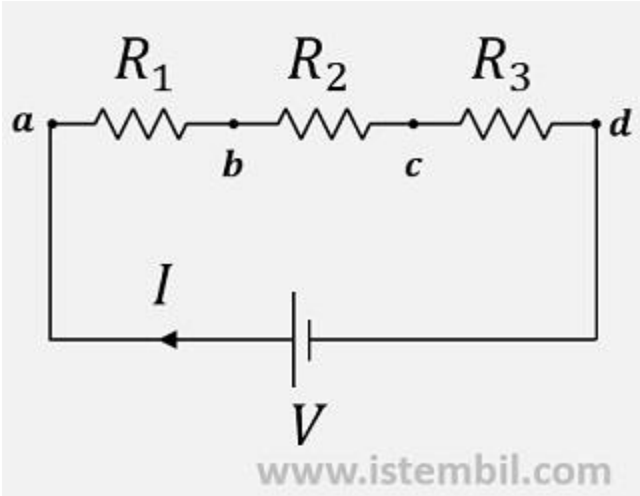
$$\mathcal{E} = Ir + IR$$

ifadesini elde ederiz ve dilersek bu ifadeyi kullanarak I akımını hesaplayabiliriz. Önümüzdeki iki kısımda biraz daha karışık devrelerde devre analizini nasıl yapacağımızdan bahsedeceğiz. Önce tek bir pile bağlı seri ve paralel dirençler içeren devrelere, ardından biraz daha karmaşık birden fazla pil içeren devrelere bakacağız.

6.2 Seri ve Paralel Bağlı Dirençler

6.2.1 Seri Bağlı Dirençler

Eğer bir devrede birden fazla direnç **Şekil 6.3**'te gösterildiği gibi üzerlerinden aynı akım geçecek şekilde birbirlerine bağlandılar ise bu dirençlerin **seri bağlandıkları** söylenir. Amacımız bu devreyi **Şekil 6.4**'te gösterilen daha basit eşdeğer bir devreye dönüştürmek ve $R_{eş}$ 'i bulmak olacak. Her iki devre de aynı pile bağlı olduğu ve bağlantı kablolarının direnci olmadığı için, bu iki devre için



Şekil 6.3 Üç direncin bir pile seri bağlandığı basit bir devre.

$$V_a - V_d = V$$

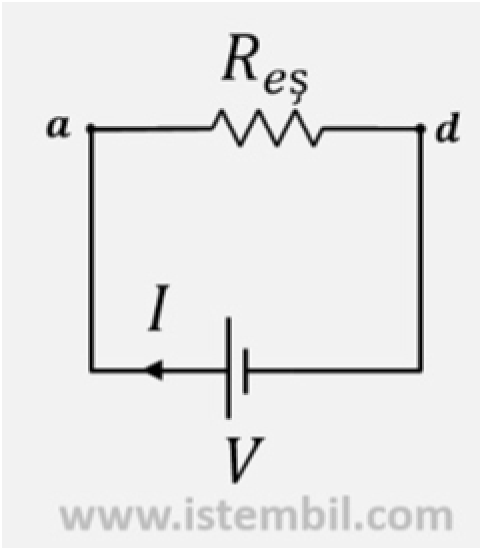
olmalıdır. Yani a noktası pilin pozitif terminali ile aynı potansiyelde, b noktası ise negatif terminali ile aynı potansiyelde olmalıdır. Önce **Şekil 6.3**'te her bir direnç üzerindeki voltaj düşmesini Ohm yasasını da kullanarak yazalım;

$$V_1 = V_a - V_b = I\,R_1$$
$$V_2 = V_b - V_c = I\,R_2$$
$$V_3 = V_c - V_d = I\,R_3$$

olacaktır. Burada R_1 üzerindeki voltaj düşmesi V_1, R_2 üzerindeki voltaj düşmesi V_2 ve son olarak da R_3 üzerindeki voltaj düşmesi V_3 ile gösterilmiştir[1]. Bu denklemleri taraf tarafa toplar isek;

$$V_a - V_d = V = IR_1 + IR_2 + IR_3$$

denklemini elde ederiz. **Şekil 6.4**'te gösterilen devre için ise aynı yaklaşımla



Şekil 6.4 Şekil 6.3 ve 6.5'teki devrelerin dönüştürüldüğü eşdeğer basit devre.

$$V_a - V_d = V = IR_{eş}$$

denklemini elde ederiz. Bu iki denklemi birleştirir isek, üç direnç seri bağlandığında eşdeğer direncin dirençlerin toplamına eşit olduğunu buluruz.

$$R_{eş} = R_1 + R_2 + R_3 \qquad (6.2)$$

Biz burada üç direnç olan bir örnek üzerinden bunu gösterdik. Genellemek gerekirse, seri bağlı kaç tane direnciniz var ise hepsini toplayarak eşdeğer direnci hesaplayabilirsiniz.

6.2.2 Paralel Bağlı Dirençler

Şekil 6.5'te gösterildiği gibi birden fazla direnç pilden çıkan akımı paylaşacak şekilde bağlanırsa, bu dirençlerin **paralel bağlandığı** söylenir. Yine amacımız bu devreyi **Şekil 6.4**'teki gibi tek bir eşdeğer dirençten oluşan devreye dönüştürmek olacak. Bunun için de pilden çıkan I akımı ile her bir direnç üzerinden geçen akım arasındaki ilişkiye bakacağız. Yük korunumu[2] bize pilden çıkan akımın dirençlerin olduğu dallara paylaştırıldığını, yani

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

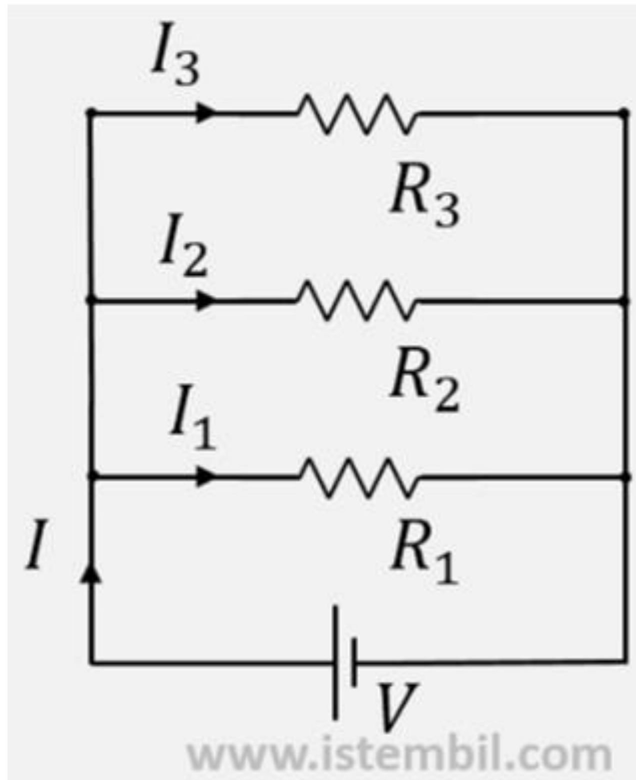
olduğunu söyler. **Şekil 6.4**'te Ohm yasasını akım için çözersek

$$I = \frac{V}{R_{eş}}$$

ifadesini elde ederiz. **Şekil 6.5**'teki her bir direnç üzerinden geçen akımı da yine Ohm Yasasını kullanarak bulabiliriz. Bunun için her bir direnç üzerindeki voltajı biliyor olmamız gerekir. Ancak her bir direncin sağ tarafı bağlantı kabloları ile doğrudan pilin pozitif terminaline bağlı iken, sağ tara�arı pilin negatif terminaline bağlıdır. Bu da her bir direnç üzerindeki voltaj düşmesinin pil voltajına eşit olması demektir. Yani akımlar;

$$I_1 = \frac{V}{R_1},\ I_2 = \frac{V}{R_2} \text{ ve } I_3 = \frac{V}{R_3}$$

olacaktır. Ohm yasasından elde ettiğimiz bu akımları $I = I_1 + I_2 + I_3$ denkleminde yerine koyar isek,



Şekil 6.5 Üç direncin bir pile paralel bağlandığı basit bir devre.

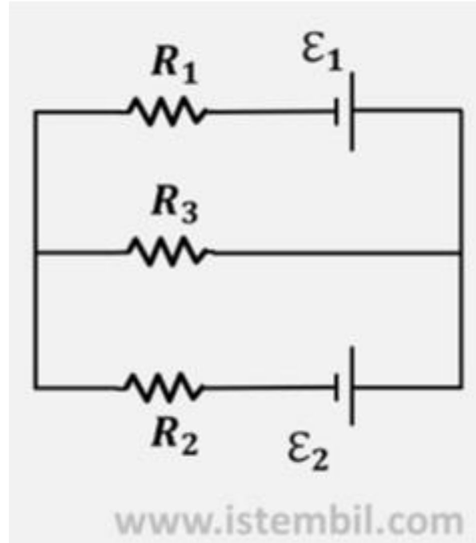
$$\frac{V}{R_{eş}} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3}$$

denklemine ulaşırız. V terimlerini sadeleştirirsek, üç direncin paralel bağlandığında eşdeğer direncinin

$$\frac{1}{R_{eş}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{6.3}$$

olduğunu görürüz. Yine burada belirtmemiz gerekir ki bu ifade üç direnç örneğinden elde edildi. Elinizde paralel bağlı kaç tane direnç var ise, denkleminizde o kadar teriminiz olmalıdır.

Tabi devreler her zaman yalnızca seri bağlı dirençlerden veya yalnızca paralel bağlı dirençlerden oluşmaz. Çoğu zaman devrenin kimi kısımlarında dirençler seri bağlı, kimi kısımlarında da paralel bağlı olabilir. Bu kısımlar ardından birbirleri ile seri veya paralel bağlı olabilirler. Bu tür durumlarda adım adım devre her bir kısmın eşdeğer direnci hesaplanıp basitleştirilerek analiz edilebilir.



Şekil 6.6 Kirchoff Kuralları örnek devre

Her ne kadar bir önceki kısımda bahsettiğimiz teknikler görece basit devrelerin analizinde işe yarasa da, **Şekil 6.6**'da gösterilen basit devrede olduğu gibi birden fazla emk kaynağının olduğu veya devrenin bazı parçalarının seri mi paralel mi bağlandığının çözülemediği karmaşık devrelerde pek işimize yaramaz. Burada bu tür devrelerin analizi için kullanabileceğimiz **Kirchhoff Kurallarından** ve nasıl uygulandığından bahsedeceğiz. Şimdi dilerseniz önce bu **iki** kuralın ne olduğunu açıklayalım, ardından da bir örnek üzerinden bu kuralları devredeki akımları bulmak için nasıl uyguladığımıza bakalım.

Kirchhoff'un 1. Kuralı (Kavşak Kuralı): Daha önceki bölümlerde paralel bağlı dirençlerden bahsederken aslında bu kuralı uyguladık.

Bir devrede bir kaç dalın birleştiği noktalarda (kavşaklarda) gelen akımların toplamı çıkan akımların toplamına eşit olmalıdır.

$$\sum I_{gelen} = \sum I_{\text{çıkan}}$$

Bu kural yük korunumundan gelir. Şöyle izah edebiliriz: Bir kavşakta yoktan yük yaratamayacağımız veya yükleri yok edemeyeceğimiz için, bir kavşağa ne kadar yük geliyor ise tamamı bu kavşağı terketmelidir.

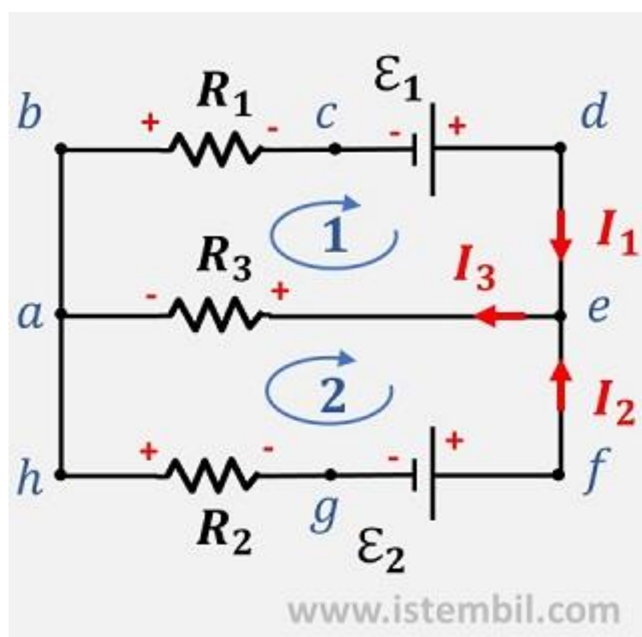
Kirchhoff'un 2. Kuralı (Halka ya da Çevrim Kuralı): Bunu da aslında önceki bölümlerde kullanmıştık. Burada tekrar ifade edelim.

Bir devrede kapalı bir halka üzerinde bütün potansiyel değişimlerinin toplamı sıfır olmalıdır.

$$\sum_{halka} \Delta V = 0$$

Bu kural enerji korunumundan gelmektedir. Bunu şu şekilde ifade edebiliriz. Hatırlayacağınız üzere bir yük bir potansiyel farkında hareket eder ise enerjisi $\Delta U = q\Delta V$ kadar değişecektir. Ancak devrede bir halka üzerinde hareket edip tekrar aynı noktaya gelir isek enerjideki değişim sıfır olacaktır (Şöyle bir benzetme yapabiliriz. Bir apartmanda merdivenlerde önce yukarı çıkıp sonra tekrar aşağıya aynı noktaya iner iseniz potansiyel enerjinizdeki değişim sıfır olacaktır). Bu durumda yükün göreceği potansiyel fark da sıfır olmalıdır.

Şimdi bir örnek üzerinden Kirchhoff Kurallarının nasıl uygulanacağını gösterelim. Bunun için yukarıda **Şekil 6.6**'da gösterilen devreye bakalım. Farzedelim ki bizden her bir dal üzerinden geçen akımı bulmamız istenmiş olsun. Her ne kadar bu devrede akım yönlerini doğru tayin etmek zor olmasa da, yine farzedelim ki, akımların yönlerini doğru tayin etmekte zorlanıyoruz. Şimdi adım adım yapmamız gerekenleri listeleyelim isterseniz:



Şekil 6.7 Şekil 6.6 gösterilen devre için seçilen akım yönleri ve detaylı isimlendirme.

I. **Her dalda akım yönlerine karar verin**. Bunu bir mantık üzere yapabileceğiniz gibi tamamen rastgele yönler de tayin edebilirsiniz. Bundan sonraki adımlarda bütün hesaplamalarınızı bu yönlere göre yaparsanız ve akımı pozitif bulursanız tayin ettiğiniz yön doğru demektir. Negatif akım bulursanız yön tayinini ters yapmışsınız demektir. Çözümün en sonunda düzeltebilirsiniz. Farzedin ki akım yönlerini anlatımının daha kolay olması için aynı devrenin detaylandırıldığı **Şekil 6.7**'de gösterildiği gibi seçtik.

II. Artık akım yönlerini bildiğinize göre farklı denklemler verecek bütün kavşaklar için **kavşak kuralını yazın.** Elimizdeki örnek problem için (**Şekil 6.7**) a ve e noktalarında olmak üzere iki tane kavşak var. Ancak her ikisi de bize aynı dalların birleştiği kavşaklar olduğu için aynı denklemleri verecektir. Kavşağa gelen akımları denklemin sol tarafında, kavşaktan çıkan akımları da denklemin sağında gösterecek olursak kavşak kuralı bize a kavşağında

$$I_3 = I_1 + I_2 \qquad \text{(i)}$$

denklemini, e kavşağında ise

$$I_1 + I_2 = I_3$$

denklemini verir. Görüldüğü üzere iki denklemde aynıdır. **Not:** Aynı dal üzerinde akım hep aynı olmalıdır. Ne yönü ne de büyüklüğü dal üzerinde farklı noktalarda değişmez.

III Bu problem için elimizde üç tane bilinmeyen (üç dalda üç akım) var ve kavşak kuralından bir denklem elde ettik. Bu da demek ki bilinmeyenleri bulabilmemiz için en az iki denkleme daha ihtiyacımız olacak. Bu iki denklemi de devrede bulunan halkalardan ikisi için **halka kuralını yazarak** elde edeceğiz. Bu devrede üç tane kapalı halkadan bahsedebiliriz. 1. halka "abcdea" halkası, 2. halka "aefgha" halkası ve son olarak 3. halka ise orta dalı atlayan "abcdefgha" halkasıdır. Problemin çözümü için yalnızca iki denkleme daha ihtiyacımız olduğu için yalnızca 1. ve 2. halkaları kullanacağız[1]. Burada halkalar üzerinde gidiş yönü olarak saat yönünü tercih ettik ancak dileseydik saatin tersi yönünde de gidebilir ve yine aynı denklemlere ulaşırdık. Her iki halka için de a noktasından başlayıp saat yönünde hareket edeceğiz ve potansiyel değişimlerini toplayarak gideceğiz ve tekrar aynı noktaya geldiğimizte potansiyeldeki toplam potansiyel sıfır olacak. Dikkat ederseniz her bir devre elemanının uçlarını $+$ ve $-$ ile işaretledik. Bunu devre elemanının hangi ucu yüksek potansiyelde $(+)$ hangi ucu alçak potansiyelde $(-)$ onu göstermek için yaptık. Pillerde buna karar vermek kolaydır ve kısa çizgi alçak potansiyeldeki, uzun çizgi ise yüksek potansiyeldeki terminali temsil eder. Dirençlerde ise buna akım yönüne bakarak karar veririz. Hatırlayın akım yüksek potansiyelden alçak potansiyele doğru akardı. Demek ki dirençlerde akımın dirence girdiği ucu yüksek potansiyelde $(+)$, çıktığı ucu ise alçak potansiyeldedir $(-)$. Yani direnç üzerinde akım ile aynı yönde gidiyor iseniz potansiyelde $-IR$ kadar değişim, zıt yönde gidiyorsanız ise $+IR$ kadar değişim görürsünüz (Ohm yasası). Artık bilmemiz gereken herşeyi biliyoruz. Birinci halka için halka kuralı

$$\text{(abcdea)} \qquad -I_1 R_1 + E_1 - I_3 R_3 = 0 \tag{ii}$$

olacaktır. İkinci halka için ise

$$\text{(aefgha)} \qquad I_3 R_3 - E_2 + I_2 R_2 = 0 \tag{iii}$$

denklemini elde ederiz. Şimdi isterseniz ters yönde hareket etseydik aynı denklemleri elde edermiydik ona bakalım. Bunu sadece 1. halka için yapacağız ama diğerleri içinde sonuç değişmeyecektir. 1. halka için saat yönünde değilde saatin tersi yönünde gitseydik yani halkamız aedcba halkası olsa idi elde edeceğimiz denklem:

$$\text{(aedcba)} \qquad I_3 R_3 - E_1 + I_1 R_1 = 0$$

IV

$$\begin{aligned} I_3 &= I_1 + I_2 && \text{(i)} \\ I_1 R_1 + E_1 - I_3 R_3 &= 0 && \text{(ii)} \\ I_3 R_3 - E_2 + I_2 R_2 &= 0 && \text{(iii)} \end{aligned}$$

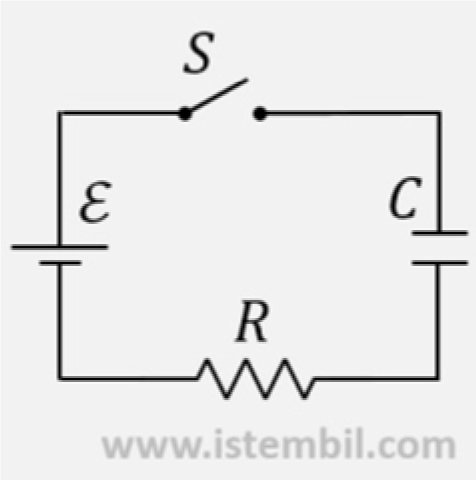
Yapmamız gereken bu denklemleri bu üç bilinmeyen için çözmek. Burada şunu tavsiye edebiliriz. (i) denklemini (ii) ve (iii) denklemlerinde yerine koyup problemi iki bilinmeyenli iki denkleme dönüştürebilirsiniz. İki bilinmeyenli iki denklemi de uygun katsayılar ile çarpıp taraf tarafa toplayarak çözebilirsiniz .[2]

---

[1] Burada bu iki halkayı seçtik ama sizler bu üçünden farklı iki kombinasyonu da seçebilirdiniz.

[2] Üç bilinmeyenli üç denklemin nasıl çözüldüğünü **Çözümlü Problem Set 1**'deki örneklerde görebilirsiniz.

6.4.1 Sığacın Yüklenmesi



Şekil 6.8 İlk başta yüksüz olan sığacın $t = 0$ anında anahtar kapatılarak doldurulduğu / yüklendiği basit RC devresi.

Başlangıçta yüksüz C sığasına sahip bir sığacın **Şekil 6.8**'de gösterilen devreye bağlandığını ve anahtarın açık konumda olduğunu varsayalım. $t = 0$ anında anahtarı kapattığımız andan itibaren ne olduğunu anlamaya çalışalım:

1 Anahtar kapandığı andan itibaren sığacın plakalarında yük (Q) birikmeye başlayacak ve plakalar arası potansiyel farkı (V_c) oluşacaktır.

2 Q yükü arttıkça, sığaç üzerindeki V_c voltajı da artacaktır. Sığaç ile direnç seri bağlı oldukları için pilin emk'si E 'yi paylaşırlar;

$$E = V_c + V_R$$

Sığaç üzerindeki V_c 'nin artması direnç üzerindeki voltajın azalması demektir. Bu da dirençten geçen I akımının zamanla azaldığı manasına gelir (Ohm yasasından $V_R = I R$).

3 Sığaç üzerindeki yük artışı, sığaç üzerindeki V_c voltajı pilin emk'sı E 'ya eşit oluncaya kadar devam eder. Bu eşitliğe ulaştığımızda artık sığaç tamamen dolmuş demektir ve bu anda sığaç üzerindeki yük $Q_{max} = E C$ olacaktır.

4 Anahtarın kapatıldığı $t = 0$ anında sığaç üzerinde hiç yük olmadığı için $V_c = 0$ olacaktır. Bu da direnç üzerindeki potansiyel farkın E olduğunu söyler. Bu anda devreden geçen akım $I_{max} = E/R$ olacaktır. Sanki hiç sığaç yokmuş gibi. **Yani sığaç $t = 0$ anında düz bir tel gibi davranır.**

5 Yeterince beklendiğinde ($t = \infty$) ve sığaç tamamen dolduğunda ise, bütün voltaj düşmesi sığaç üzerinde olacağından direnç üzerinde voltaj düşmesi olmayacak ve akım da $I = 0$ olacaktır. **Yani sığaç açık devre gibi davranacaktır.**

Gördüğünüz üzere devreden geçen I akımı, sığaçta depolanan Q yükü ve sığacın plakaları arasındaki V voltajı zamanla değişen niceliklerdir. Şimdi, dilerseniz bu niceliklerin zamanla nasıl değiştiğini bulalım. Bunun için anahtar kapatıldıktan sığaç tamamen dolana kadar herhangi bir t anında, Kirchhoff'un halka kuralını pilin negatif terminalinden başlayıp saat yönünde giderek uygulayalım ;

$$E - V_c - IR = 0$$

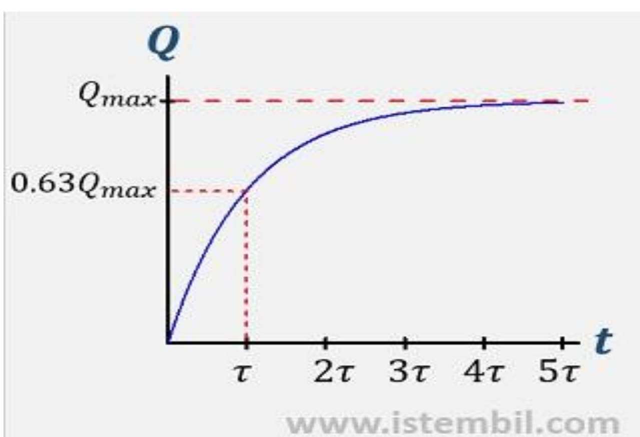
denklemini elde ederiz. Sığa denklemi ($Q = C V_c$) ve akımın tanımı ($I = dQ/dt$) ile bu denklem [1]

$$E - \frac{Q}{C} - \frac{dQ}{dt}R = 0$$

denklemine dönüşecektir. Bu basit difarensiyel denklem kolayca Q için çözülebilir[2]:

$$Q = E C (1 - e^{-t/RC}) = Q_{max}(1 - e^{-t/\tau}) \qquad (6.4)$$

Birimi saniye olan $\tau = RC$ değeri RC devreleri için çok önemlidir zaman sabiti olarak isimlendirilir.



Şekil 6.9 İlk başta yüksüz olan sığacın $t = 0$ anında anahtar kapatılarak doldurulduğu devrede zamanın fonksiyonu olarak Q.

Bu nicelik RC devrelerinde sığacın ne kadar hızlı ya da yavaş dolacağını belirler. **Şekil 6.9**'da sığaç üzerindeki yükün zamanla değişimi gösterilmiştir. Anahtar kapatıldıktan bir zaman sabiti ($t = \tau$) sonra sığaç maksimum yükünün %63'üne ulaşır. İki zaman sabiti sonra ise %86'sına, üç zaman sabiti sonrasında ise %95'ine ulaşır.

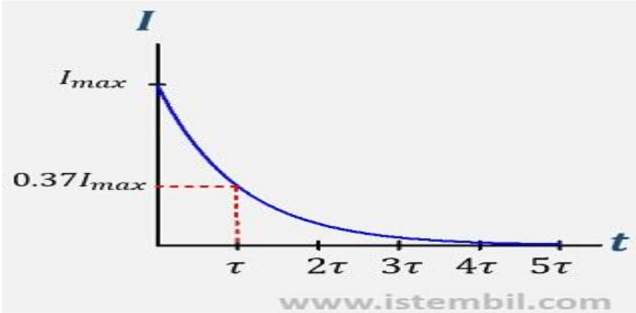
Sığaç üzerindeki voltaj V_c ise

$$V_c = \frac{Q}{C} = E (1 - e^{-t/RC}) \qquad (6.5)$$

denklemi ile elde edilir. Sığaç üzerindeki voltajın zamanla değişim grafiği yükün zamanla değişim grafiği ile aynı formda olacaktır. Son olarak devreden geçen I akımı da zamanın fonksiyonu olarak

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{E}{R} e^{-t/RC} \qquad (6.6)$$

ile verilir.

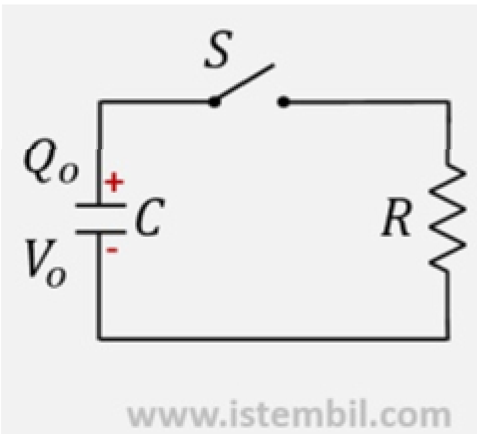


Şekil 6.10'da akımın zamanın fonksiyonu olarak grafiği çizilmiştir. İlk başta maksimum olan akım bir zaman sabiti sonra %63 azalacaktır.

Denk. 6.3, 6.4 ve 6.5 sığacın yüklendiği RC devrelerini betimlerler ve herhangi bir t değerinde akım, yük ve voltaj hesabı için kullanılabilir. Şekiller 6.9 ve 6.10'da ki gibi yük ve potansiyel zamanla artar iken akım zamanla azalacaktır.

Şekil 6.10 İlk başta yüksüz olan sığacın $t = 0$ anında anahtar kapatılarak doldurulduğu devrede zamanın fonksiyonu olarak I.

6.4.2 Sığacın Boşaltılması



Şekil 6.11 Başlangıçta dolu olan (V_o voltajı ve Q_o yüküne sahip) bir sığacın bir dirence bağlanarak boşaltıldığı basit RC devresi.

Peki ilk başta bir pil yardımıyla doldurulmuş Q_o yüküne ve V_o potansiyel farkına sahip bir sığaç **Şekil 6.11**'de gösterilen devreye bağlanır ve anahtar kapatılırsa sığaç üzerindeki yük, potansiyel farkı ve devreden geçen akım zamanla nasıl değişir?

1 $t = 0$ anında anahtar kapatılıp devre tamamlandığında sığacın pozitif yüklü plakası negatif yüklü plakadan daha yüksek potansiyelde olduğundan sığaç bir pil gibi davranacak ve pozitif plakasından negatif plakasına doğru bir akım olacaktır. Sığaç üzerindeki potansiyel direnç üzerindeki potansiyele eşit olacağı için bu andaki akım

$$I_o = \frac{V_o}{R} \quad \text{olacaktır.}$$

2 Tabi sığacın burada pilden çok önemli farkını da söylememşiz lazım. Pil sabit voltaj kaynağı iken, sığaç üzerindeki Q yükü azaldıkça V_c voltajı düşecektir. Bu durumda devreden geçen I akımı da azalacak ve sığaç tamamen boşaldığında **sıfır** olacaktır.

Anahtarın kapatıldığı başlangıç anından itibaren I akımı, sığaç üzerindeki V_c voltajı ve Q yükü azalacaktır. Bu nicelikleri zamanın fonksiyonu olarak elde etmek için yine sığaç tamamen boşalmadan önce herhangi bir t anı için Kirchhoff'un halka kuralını yine saat yönünde sığacın negatif plakasından başlayarak yazalım;

$$V_c - IR = 0$$

Sığacın yüklendiği RC devresinde yaptığımız gibi yine sığaç denklemini ve akımın tanımını kullanırsak

$$\frac{Q}{C} - \left(-\frac{dQ}{dt}\right)R = 0 \implies \frac{dQ}{Q} = -\frac{dt}{RC}$$

denklemini elde ederiz. Dikkatli arkadaşların gözünden kaçmamıştır sanırım. I akımını $-dQ/dt$ şeklinde yazdık. Bunu yapmamızın sebebini kışaca şöyle ifade edebiliriz. Sığacın plakalarındaki yük zaman geçtikçe azalmaktadır yani değişim hızı (dQ/dt)negatiftir. Ancak akım pozitiftir. O yüzden akımı pozitif yapmak için $I = -dQ/dt$ yazdık. Böylelikle yine çözümü çok kolay basit bir difarensiyel denklem elde ettik. Bu denklemi de Q için çözer isek[3];

$$Q = Q_o e^{-t/RC} = V_o C\, e^{-t/\tau} \tag{6.7}$$

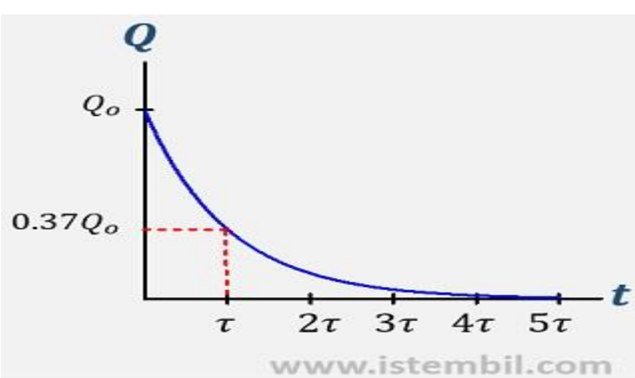
denklemini elde ederiz. Burada yine $\tau = RC$ devrenin zaman sabitidir ve sığacın ne kadar hızlı boşaltılabileceğini gösterir. **Şekil 6.12** boşalan sığaç üzerindeki yükü zamanın fonsiyonu olarak gösteriyor. Bir zaman sabiti sonra yükünün %63'ünü, iki zaman sabiti sonrasında yükünün %86'sını kaybedecektir. Yeterince uzun süre beklendiğinde ise ($t = \infty$) üzerinde hiç yük kalmayacaktır. Sığac üzerindeki potansiyel farkı

$$V_c = \frac{Q}{C} = V_o e^{-t/RC} \tag{6.8}$$

ile verilir. Son olarak devreden geçen akımı da

$$I = -\frac{dQ}{dt} = \frac{V_o}{R} e^{-t/RC} = I_o e^{-t/RC} \tag{6.9}$$

ile hesaplanabilir.



Şekil 6.12 İlk başta Q_o yüküne sahip sığacın, anahtar kapatıldığı andan itibaren, zamanın fonksiyonu olarak yükü Q.

Bu üç denklem sığacın boşaltıldığı RC devrelerinin analizi için kullanılabilir. Sığaç yüklenirken yükü ve üzerindeki potansiyel artar iken akım azalıyordu. Sığaç boşalırken ise her üçü de **Şekil 6.12**'de gösterildiği gibi zamanla azalacaktır.

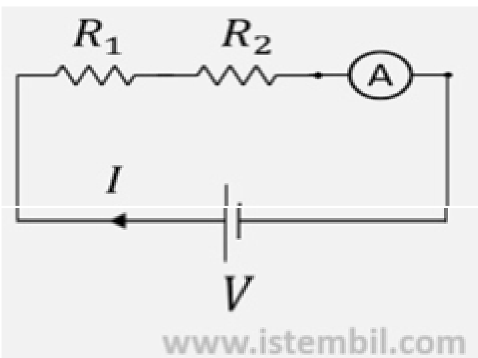
Şekil 6.13 Multimetre[1] .

Bu bölümde kısaca elektrik devrelerinin test ve analizi için olmazsa olmaz ölçüm aletlerinden bahsedeceğiz. Ölçülmek istenen fiziksel nicelik için uygun ölçüm cihazı kullanılmalıdır. **Şekil 6.13**'te hemen hemen bütün fizik ve elektronik laboraturlarında bulabileceğiniz elektronik ölçüm cihazlarından biri olan multimetreyi görebilirsiniz. Kullanım kolaylığı ve farklı fonksiyonlara/işlevlere sahip olması multimetreyi favori bir ölçüm cihazı yapar. Üzerindeki ayarlanabilir düğme sayesinde ister ampermetre ister voltmetre modunda kullanabilirsiniz. Ancak kullanım moduna göre, üzerinde çalışılan devreye bağlantı şekli değişecektir. Aşağıda ampermetre ve voltmetrelerden bahsedeceğiz. Bunlar multimetrenin farklı modları olabileceği gibi yalnızca ampertmetre veya voltmetre işlevi olan cihazlar da olabilirler.

Herhangi bir devre dalından geçen akımı ölçmek istiyor isek bir **ampermetre** kullanabiliriz.

Yapmamız gereken **Şekil 6.14**'te gösterildiği gibi seri bağlamak olacaktır. Devre şemalarında ampermetre ile gösterilir. Ampermetrelerin de tıpkı diğer elektronik aygıtlarda olduğu gibi bir iç direnci olacaktır. Bu iç direncin yapılacak ölçümü nasıl etkileyeceğini görmek için yine **Şekil 6.14**'teki devreyi düşünelim. Bu devrede R_1 , R_2 dirençlerine seri bağlı olarak ampermetrenin bir r iç direnci olduğunu düşünelim. Bu durumda bu üç direnç seri bağlı olduğu için devreden geçen akım;

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2 + r}$$



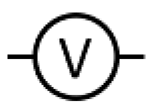
Şekil 6.14 R_2 direncinden geçen akımı ölçmek için bağlanan ampermetre.

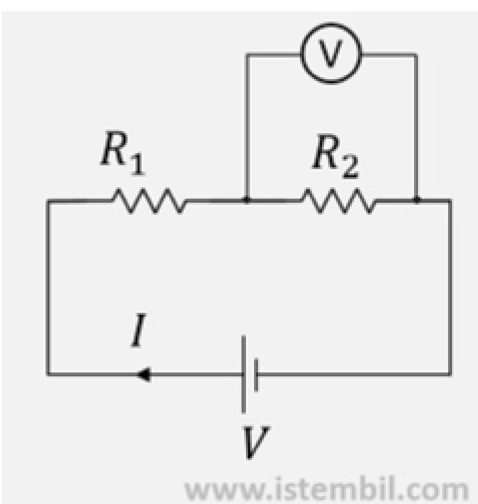
olacaktır. Oysa ampermetreyi bağlamasaydık devreden geçen akım

$$I = \frac{V}{R_1 + R_2}$$

olacaktı ve bu aslında ölçmek istediğimiz akım değeri idi. Gördüğünüz üzere r ne kadar büyük olursa devreye bağlanan ampermetre ölçmek istediğimiz akımı o kadar fazla etkileyecek ölçümümüz hatalı olacaktır. Eğer hatayı azaltmak istiyorsak yapmamız gereken ampermetrenin iç direncini olabildiğince küçük tutmak olacaktır. Ne kadar küçük olursa ölçeceğimiz değer de gerçek değere o kadar yakın olacaktır. Yani **ideal bir ampermetrenin iç direnci sıfır olmalıdır.**

Kimi zaman ise bir devre elemanı üzerindeki potansiyel farkı (voltaj düşmesini) ölçmemiz gerekebilir. Bunun için de bir **voltmetre** kullanabiliriz. Voltmetreleri ölçüm yapacağımız devre elemanına **Şekil 6.15**'te gösterildiği gib paralel bağlamamız gerekir. Voltmetre devre şemalarında





Şekil 6.15 R_2 direnci üzerindeki voltaj düşmesini ölçmek için bağlanan voltmetre.

ile gösterilir. Tıpkı ampermetreler gibi voltmetrelerin de iç direnci vardır ve ölçüm için bağlandıkları devreyi etkilediklerinden yapacakları ölçümlerde bir miktar hata olacaktır. **Ancak ampermetrenin aksine hatasız ölçüm yapacak ideal voltmetrenin iç direnci sonsuz büyüklükte olmalıdır**. Bunu yine **Şekil 6.15**'te gösterilen deveyi düşünerek şu şekilde açıklayabiliriz. Ölçmek istediğimiz voltaj değeri voltmetre bağlanmadan önce R_2 üzerindeki voltaj düşmesidir ki bu da

$$V_2 = I\,R_2 = \frac{V}{R_1 + R_2} R_2$$

değeridir. Ancak r iç direncine sahip bir voltmetreyi R_2 direncine paralel bağlar isek (**paralel-seri bağlı dirençlerde ne yaptığımızı hatırlayın**) ölçeceğimiz değer

$$V_2 = I\,R_2 = \frac{V}{R_1 + \frac{R_2\,r}{R_2 + r}} R_2$$

olacaktır. Yani voltmetremiz tümünün R_2 üzerinden geçmesi gereken akımın bir kısmının kendi üzerinden geçmesine sebep olacak ve ölçmemiz gereken değerden daha küçük bir değer ölçmemize sebep olacaktır. Eğer voltmetremizin üzerinden akım geçmesini istemiyor isek iç direncinin R_2 direncinden kat be kat daha fazla olması gerekir. Ya da yukarıda da dediğimiz gibi sonsuz büyüklükte bir iç direnci olmalıdır. Ancak o zaman yukarıdaki denklem ölçmek istediğimiz değeri bize verecektir.