



Technische  
Universität  
Braunschweig

Technische Universität Braunschweig  
Institut Computational Mathematics

---

# Verbände getwisteter Involutionen in Coxetergruppen

Christian Hoffmeister

10. Juli 2012

## Inhaltsverzeichnis

1	Von zwei Erzeugern erzeugte Zykel in der getwisteten schwachen Ordnung	3
---	--	---

# 1 Zweizykel in der getwisteten schwachen Ordnung

**Definition 1.1** (Getwistete und ungetwistete Operation). Seien  $(W, S)$  ein Coxetersystem,  $w \in W$  und  $s \in S$ . Falls  $w\underline{s} = \theta(s)ws$  ist, so sagen wir, dass  $s$  getwistet auf  $w$  operiert. Andernfalls sagen wir  $s$  operiert ungetwistet auf  $w$ .

**Definition 1.2.** Seien  $(W, S)$  ein Coxetersystem und  $s, t \in S$  zwei verschiedene Erzeuger. Wir definieren:

$$[st]^n := \begin{cases} (st)^{\frac{n}{2}}, & n \text{ gerade} \\ (st)^{\frac{n-1}{2}}s, & n \text{ ungerade} \end{cases}$$

**Definition 1.3** (Zweizykel). Seien  $(W, S)$  ein Coxetersystem und  $s, t \in S$  zwei verschiedene Erzeuger. Dann definieren wir  $\mathcal{C}(w, s, t) := \{w[st]^n : n \in \mathbb{N}\} \cup \{w[ts]^n : n \in \mathbb{N}\}$ . Diese Menge nennen wir den von  $s$  und  $t$  erzeugten Zweizykel bezüglich  $w$ .

**Vermutung 1.4.** Seien  $(W, S)$  ein Coxetersystem und  $s, t \in S$  zwei verschiedene Erzeuger von  $W$ . Dann gilt:

1. Sei  $\text{ord}(st) = m < \infty$ . Falls  $w[st]^n \neq w$  ist für alle  $n < 2m$ , dann gilt  $w(st)^n = w$ .
2. In  $\mathcal{C}(w, s, t)$  existieren keine drei Element mit derselben getwisteten Länge.
3. Falls  $w\underline{st} = w$  ist, dann operiert  $s$  getwisted auf  $w$  und  $t$  operiert getwistet auf  $w\underline{s}$ . Falls  $s$  ungetwistet of  $w$  operiert, dann gilt  $w\underline{st} < w\underline{s}$  oder  $w\underline{t} > w$ .
4. Sei  $w[st]^n = w$ . Dann ist  $n$  gerade und es gilt eine der beiden folgenden Eigenschaften:
  - a) Die letzte Operation von  $w(\underline{st})^{(m)}$  ist genau dann getwisted, wenn die letzte Operation von  $w(\underline{st})^{(n/2+m)}$  getwistet ist.
  - b) Die letzte Operation von  $w(\underline{st})^{(m)}$  ist genau dann getwisted, wenn die letzte Operation von  $w(\underline{st})^{(n-m+1)}$  getwistet ist.

**Anmerkung 1.5.** Vermutung 1.4.2 bedeutet, dass Zweizykel in einem gewissen Sinne konkav sind. Vermutung 1.4.3 bedeutet, dass innerhalb eines Zweizykels ungetwistete Operationen ausschließlich am bzgl. der getwisteten Länge oberen oder unteren Ende auftreten können. Vermutung 1.4.4 bedeutet, dass in einem Zweizykel die getwisteten und ungetwisteten Operationen achsen- oder punktsymmetrisch verteilt sind.