[K-MOOC] 인공지능에 필요한 기초수학 입문(High school)

(Introductory Math for Artificial Intelligence)

이상구 | 성균관대학교

7주차. 극한과 도함수

* 극한, 수렴, 발산: x가 a에 가까이 갈 때 $f(x)$는 b에 가까워지면, "$x \to a$일 때 $f(x)$는 b에 수렴한다"고 하고 $\lim_{x \to a} f(x) = b$로 표기한다. 이때 b를 $f(x)$의 극한(limit)이라고 부른다. 수렴하지 않으면 발산한다고 한다.

* 우극한 $\lim_{x \to a+} f(x)$와 좌극한 $\lim_{x \to a-} f(x)$가 모두 존재하고, 그 값이 같으면 $x=a$에서의 극한값이 존재한다고 한다.

* 연속 : $f(a)$가 정의되고 $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$이면 $f(x)$는 $x=a$에서 연속(continuous)이라고 한다.

* 미분계수, 미분가능 : 함수 f의 정의역 내에 속하는 점 a에 대하여, 극한값

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

이 존재하면 함수 f는 $x=a$에서 미분가능(differentiable)하다고 하고, 이 극한값을 $x=a$에서의 함수 f의 미분계수(differential coefficient)라 하며 $f'(a)$로 나타낸다.

* 점 $(x_0, f(x_0))$에서의 접선의 방정식 : $y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$

* 도함수 : $y = f(x)$가 어떤 구간의 각 점 x에서 미분가능일 때 $f(x)$는 이 구간에서 미분가능이라고 한다. 이 경우 각 점 x에 그 점에서의 미분계수를 대응시킴으로써 정해지는 함수를 $f(x)$의 도함수(derivative)라 하고 다음 기호들로 나타낸다.

$$f'(x),\ y',\ \frac{dy}{dx},\ \frac{d}{dx}f(x),\ Dy$$

* n계 도함수 : $y = f(x)$를 계속하여 n번 미분하면 n계 도함수가 정의되며, n계 도함수(n-th derivative)는 다음 기호들로 나타낸다.

$$y^{(n)},\ f^{(n)}(x),\ \frac{d^n y}{dx^n}$$