

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

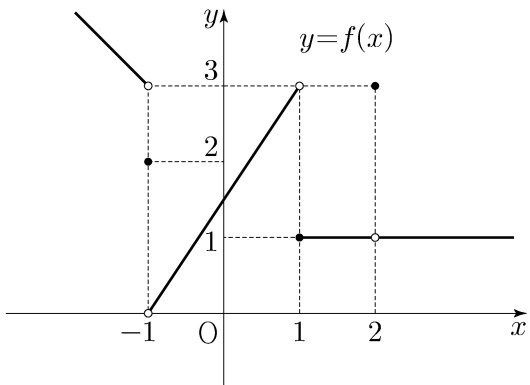
3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 6, \quad a_4 + a_6 = 36$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 7) \\ a_n - 7 & (a_n \geq 7) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 30
- ② 32
- ③ 34
- ④ 36
- ⑤ 38

6. 방정식 $2x^3 - 3x^2 - 12x + k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 20
- ② 23
- ③ 26
- ④ 29
- ⑤ 32

7. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan \theta - \frac{6}{\tan \theta} = 1$ 일 때,

$\sin \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$
- ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$
- ③ 0
- ④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

8. 곡선 $y = x^2 - 5x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를
직선 $x = k$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값은? [3점]

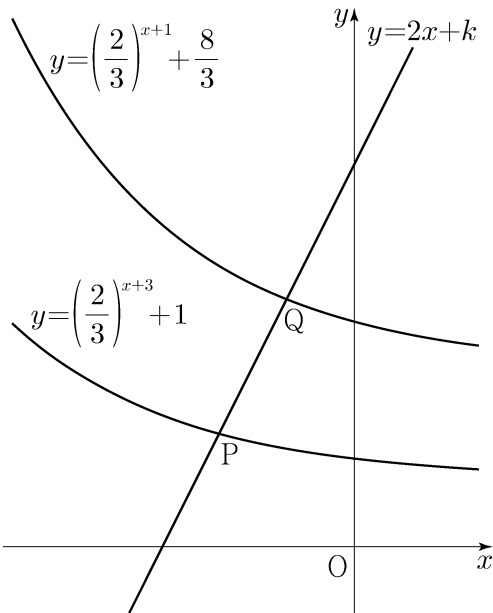
- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

9. 직선 $y = 2x + k$ 가 두 함수

$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1, \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때,
상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



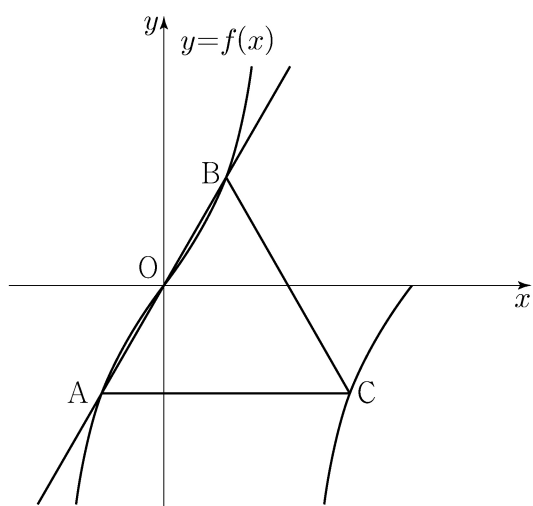
10. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의
접선과 곡선 $y = xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때,
 $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

11. 양수 a 에 대하여 집합 $\left\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\right\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

가 있다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 두 상수 $a, b (1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의
두 점 $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편과
두 점 $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다.
함수 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?
[4점]

① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $x(t)$ 가
두 상수 a, b 에 대하여

$$x(t) = t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $\int_0^1 |v(t)| dt = 2$ 를
만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[4점]

<보 기>

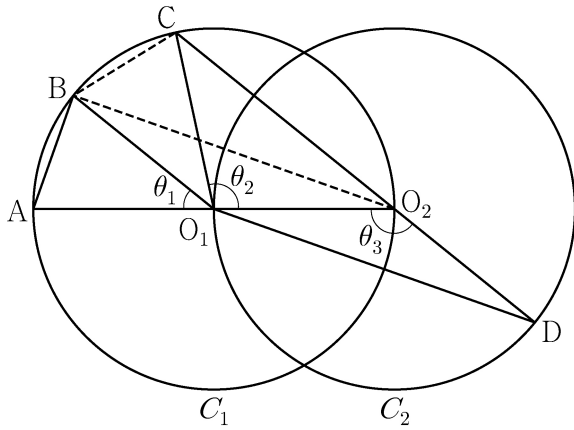
ㄱ. $\int_0^1 v(t) dt = 0$

ㄴ. $|x(t_1)| > 1$ 인 t_1 이 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄷ. $0 \leq t \leq 1$ 인 모든 t 에 대하여 $|x(t)| < 1$ 이면
 $x(t_2) = 0$ 인 t_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C와 원 C_2 위의 점 D가 주어져 있고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때 $\angle BO_1A = \theta_1$, $\angle O_2O_1C = \theta_2$, $\angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB와 선분 CD의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로 $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고
 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.
 이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.

$\overline{AB} = k$ 라 할 때

$\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고,

$\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

삼각형 O_2BC 에서

$\overline{BC} = k$, $\overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k$, $\angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로

코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

$\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{169}{27}$ ② $\frac{56}{9}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{166}{27}$ ⑤ $\frac{55}{9}$

단답형

16. $\log_2 120 - \frac{1}{\log_{15} 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^7 \frac{a_k}{2} = 56, \quad \sum_{k=1}^{10} 2a_k - \sum_{k=1}^8 a_k = 100$$

일 때, a_8 의 값을 구하십시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - (a^2 - 8a)x + 3$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 구하십시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x) = x$ 이다.
(나) 어떤 상수 a, b 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 $f(x+1) - xf(x) = ax + b$ 이다.

$60 \times \int_1^2 f(x) dx$ 의 값을 구하십시오. [4점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1|=2$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_{n+1}|=2|a_n|$ 이다.

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여

방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a-} g(t) \leq 2$ 이다.

(나) $g(f(1))=g(f(4))=2$, $g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 다항식 $(x+2)^7$ 의 전개식에서 x^5 의 계수는? [2점]

- ① 42 ② 56 ③ 70 ④ 84 ⑤ 98

24. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{3}\right)$ 을 따르고 $V(2X) = 40$ 일 때,
 n 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

25. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [3점]

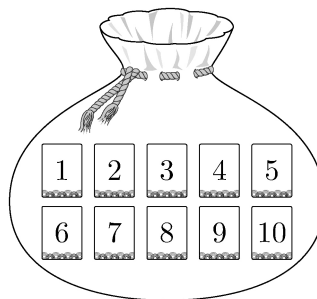
(가) $a+b+c+d+e=12$

(나) $|a^2-b^2|=5$

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

26. 1부터 10까지 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 카드 3장을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 세 자연수 중에서 가장 작은 수가 4 이하이거나 7 이상일 확률은? [3점]

- ① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{13}{15}$ ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{14}{15}$



27. 어느 자동차 회사에서 생산하는 전기 자동차의 1회 충전 주행 거리는 평균이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다고 한다.

이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 100대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_1}$ 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이다.

이 자동차 회사에서 생산한 전기 자동차 400대를 임의추출하여 얻은 1회 충전 주행 거리의 표본평균이 $\overline{x_2}$ 일 때, 모평균 m 에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $c \leq m \leq d$ 이다.

$\overline{x_1} - \overline{x_2} = 1.34$ 이고 $a = c$ 일 때, $b - a$ 의 값은? (단, 주행 거리의 단위는 km이고, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때 $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$ 로 계산한다.) [3점]

① 5.88

② 7.84

③ 9.80

④ 11.76

⑤ 13.72

28. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 X 에서 Y 로의 함수 f 의 개수는? [4점]

(가) 집합 X 의 모든 원소 x 에 대하여 $f(x) \geq \sqrt{x}$ 이다.

(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

① 128

② 138

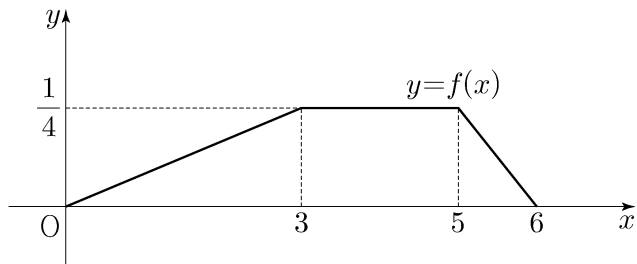
③ 148

④ 158

⑤ 168

단답형

29. 두 연속확률변수 X 와 Y 가 갖는 값의 범위는 $0 \leq X \leq 6$, $0 \leq Y \leq 6$ 이고, X 와 Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x)$, $g(x)$ 이다. 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 의 그래프는 그림과 같다.



$0 \leq x \leq 6$ 인 모든 x 에 대하여

$$f(x) + g(x) = k \quad (k \text{는 상수})$$

를 만족시킬 때, $P(6k \leq Y \leq 15k) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 흰 공과 검은 공이 각각 10개 이상 들어 있는 바구니와 비어 있는 주머니가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져
나온 눈의 수가 5 이상이면
바구니에 있는 흰 공 2개를 주머니에 넣고,
나온 눈의 수가 4 이하이면
바구니에 있는 검은 공 1개를 주머니에 넣는다.

위의 시행을 5번 반복할 때, $n(1 \leq n \leq 5)$ 번째 시행 후 주머니에 들어 있는 흰 공과 검은 공의 개수를 각각 a_n , b_n 이라 하자. $a_5 + b_5 \geq 7$ 일 때, $a_k = b_k$ 인 자연수 $k(1 \leq k \leq 5)$ 가

존재할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.