

제 2 교시

수학 영역 (나형)

1

5지 선다형(1 ~ 21)

1.  $6 \times 2^{-1}$ 의 값은? [2점]

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

2. 두 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합  $A \cap B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]

- ① 3            ② 4            ③ 5            ④ 6            ⑤ 7

3. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 2$ ,  $a_3 = 5$ 일 때,  $a_4$ 의 값은? [2점]

- ① 6            ② 8            ③ 10            ④ 12            ⑤ 14

4.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+3)}{x-1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

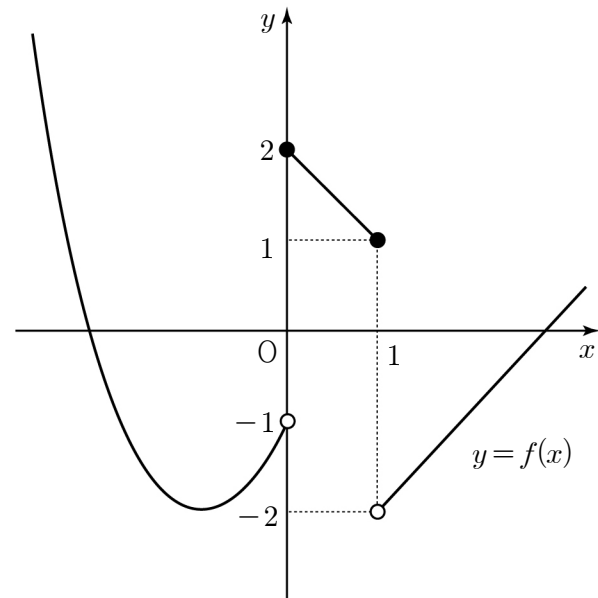
5. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$6n-1 < a_n < 6n+1$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

7. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$f(1) + \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

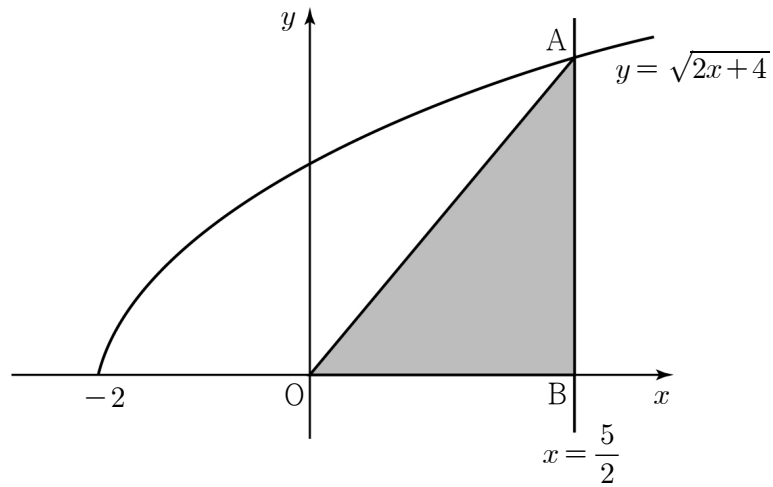
6. 함수  $f(x)=2x-1$ 에 대하여  $f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

8. 그림과 같이 직선  $x = \frac{5}{2}$  와 곡선  $y = \sqrt{2x+4}$  가 만나는 점을 A,

직선  $x = \frac{5}{2}$  와  $x$  축이 만나는 점을 B라 할 때,

삼각형 AOB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ① 3      ②  $\frac{13}{4}$       ③  $\frac{7}{2}$       ④  $\frac{15}{4}$       ⑤ 4

9. 수열  $\{a_n\}$  에 대하여  $\sum_{k=1}^n a_k = 2^{n+1} - 2$  일 때,  $a_5$  의 값은? [3점]

- ① 30      ② 32      ③ 34      ④ 36      ⑤ 38

10. 실수  $x$  에 대한 두 조건

$$p: x^2 - 7x + 10 < 0,$$

$$q: x > a$$

에 대하여  $p$  가  $q$  이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $a$  의 최댓값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

11. 두 상수  $a, b$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+a}-2}{x-1} = b$$

일 때,  $a+4b$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

12. 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & (x \neq 1) \\ 1 & (x = 1) \end{cases}, \quad g(x) = 2x + k$$

에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수  $k$ 의 값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

13. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 2nx + n^2 - 1 = 0$$

의 두 근의 곱을  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

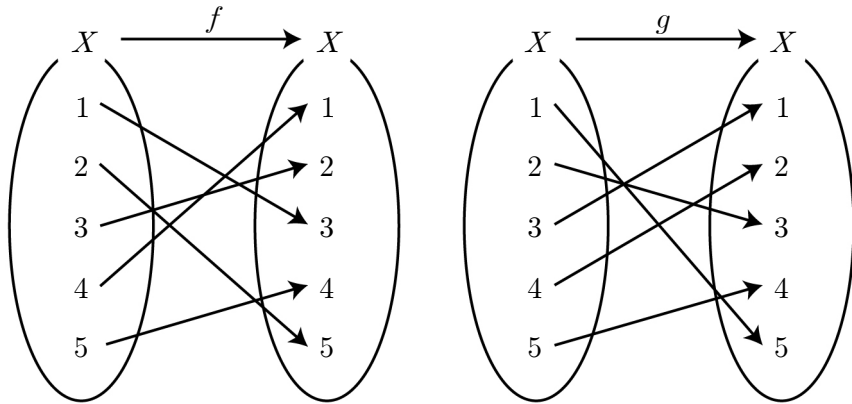
14. 두 정수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} a(x-2)^2 + b & (x < 2) \\ -2x + 10 & (x \geq 2) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 정의된 역함수를 갖는다.  $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

15. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow X$ ,  $g: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



함수  $h: X \rightarrow X$ 가  $f \circ h = g$ 를 만족시킬 때,  $(h \circ f)(3)$ 의 값은?  
[4점]

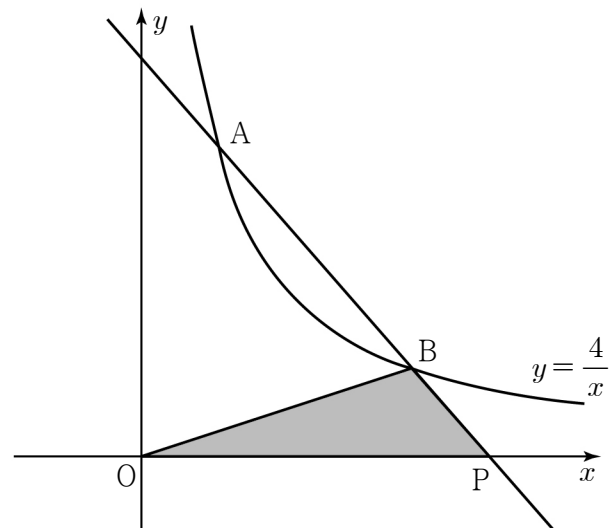
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

16. 그림과 같이 곡선  $y = \frac{4}{x}$  위의 두 점  $A(1, 4)$ ,  $B\left(t, \frac{4}{t}\right)$  ( $t > 1$ )

를 지나는 직선이  $x$ 축과 만나는 점을 P라 하자.

삼각형 OPB의 넓이를  $S(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow \infty} S(t)$ 의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

17. 양수  $m$ 에 대하여 직선  $y=mx+2m+3$ 이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이의 최솟값은? (단, O는 원점이다.) [4점]
- ① 8            ② 9            ③ 10            ④ 11            ⑤ 12

18.  $a_1=1$ ,  $a_2=-1$ ,  $a_3=4$ 인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$n(n-2)a_{n+1}=\sum_{i=1}^n a_i$$

를 만족시킨다. 다음은

$$a_n=\frac{8}{(n-1)(n-2)} \quad (n\geq 3)$$

임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

( i )  $n=3$ 일 때,  $a_3=4=\frac{8}{(3-1)(3-2)}$ 이므로 성립한다.

( ii )  $n=k$  ( $k\geq 3$ )일 때, 성립한다고 가정하면

$$a_k=\frac{8}{(k-1)(k-2)}$$

이다.

$$\begin{aligned} k(k-2)a_{k+1} &= \sum_{i=1}^k a_i = a_k + \sum_{i=1}^{k-1} a_i \\ &= a_k + (k-1)(k-3)a_k \\ &= a_k \times \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{8}{(k-1)(k-2)} \times \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{\boxed{\text{(나)}}}{k-1} \end{aligned}$$

이다. 그러므로

$$a_{k+1}=\frac{1}{k(k-2)} \times \frac{\boxed{\text{(나)}}}{k-1} = \frac{8}{\boxed{\text{(다)}}}$$

이다. 따라서  $n=k+1$ 일 때 성립한다.

( i ), ( ii)에 의하여  $n\geq 3$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n=\frac{8}{(n-1)(n-2)} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k)$ ,  $g(k)$ ,  $h(k)$ 라 할 때,  $\frac{f(13)\times g(14)}{h(12)}$ 의 값은? [4점]

- ① 88            ② 96            ③ 104            ④ 112            ⑤ 120

19. 자연수  $n$ 에 대하여 두 실수  $a$ 와  $b$ 가

$$2^a = 5^b = 10^n$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
[4점]

\_\_\_\_\_ <보 기> \_\_\_\_\_

ㄱ.  $n=1$ 이면  $a-1=\log_2 5$ 이다.

ㄴ.  $n=2$ 이면  $(a-2)(b-2)=4$ 이다.

ㄷ.  $\sum_{n=1}^{20} \frac{(a-n)(b-n)}{n} = 210$ 이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 첫째항이  $-36$ 이고 공차가  $d$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 있다. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수  $d$ 의 값의 합은? [4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n \neq 0$ 이다.

(나)  $\sum_{k=1}^m a_k = 0$ 인  $m$ 이 존재한다.

① 100

② 104

③ 108

④ 112

⑤ 116



21. 구간  $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 를

$$f(x)=\frac{(k+1)x+3k+6}{3(x+1)}$$

이라 할 때, 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수  $k$ 의 값의 합을  $a_n$ 이라 하자.

함수  $f(x)$ 의 치역의 원소 중 정수의 개수는  $4n$ 이다.

$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [4점]

- ① 600      ② 610      ③ 620      ④ 630      ⑤ 640

단답형(22 ~ 30)

22.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+1}{n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $\log_2 3 + \log_2 \frac{4}{3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

24.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+2} - 2^{n+1}}{3^n + 2^n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax - 10}{x - 2} & (x \neq 2) \\ b & (x = 2) \end{cases}$$

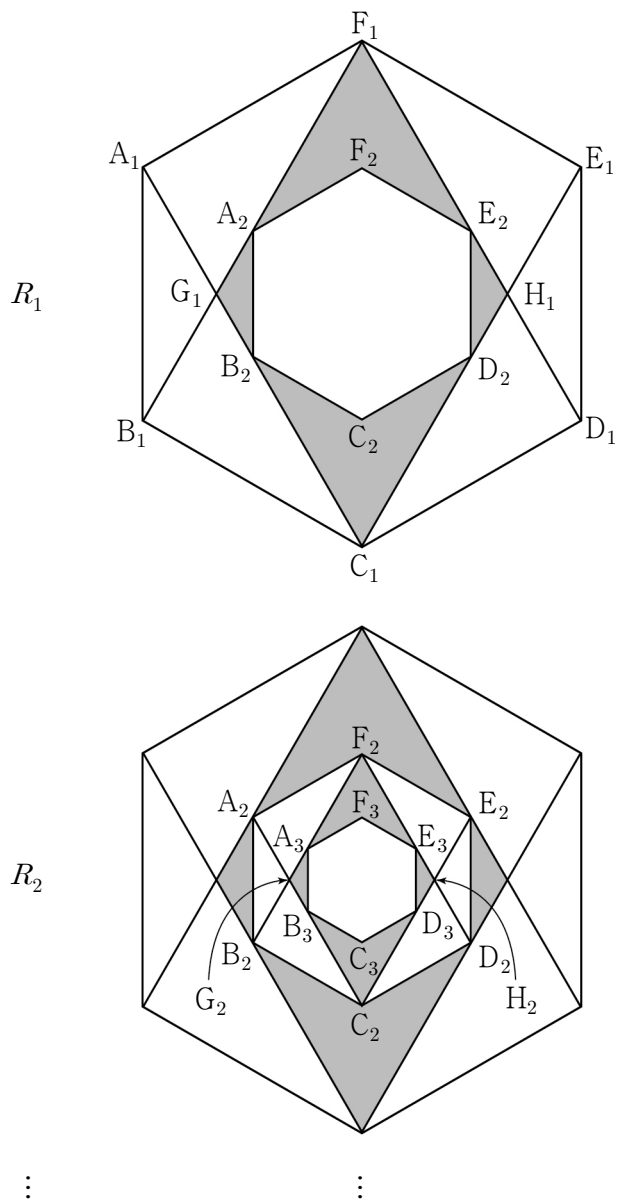
가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4점]

25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - 5)$ 가 수렴할 때,  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n + 1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 어느 학급 전체 학생 30명 중 지역 A를 방문한 학생이 17명, 지역 B를 방문한 학생이 15명이라 하자. 이 학급 학생 중에서 지역 A와 지역 B 중 어느 한 지역만 방문한 학생의 수의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $Mm$ 의 값을 구하시오.  
[4점]

28. 100이하의 자연수  $n$ 에 대하여  $\log_2 \frac{n}{6}$ 이 자연수가 되는 모든  $n$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정육각형  $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$  이 있다. 선분  $A_1C_1$  과 선분  $B_1F_1$  의 교점을  $G_1$ , 선분  $C_1E_1$  과 선분  $D_1F_1$  의 교점을  $H_1$  이라 하고, 선분  $B_1F_1$  과 선분  $A_1C_1$  의 중점을 각각  $A_2$ ,  $B_2$  라 하자. 사각형  $F_1G_1C_1H_1$  의 내부에 선분  $A_2B_2$  를 한 변으로 하는 정육각형을 그리고, 이 정육각형의 나머지 네 꼭짓점을  $C_2$ ,  $D_2$ ,  $E_2$ ,  $F_2$  라 하자. 사각형  $F_1G_1C_1H_1$  의 내부와 정육각형  $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$  의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자. 그림  $R_1$  에서 선분  $A_2C_2$  와 선분  $B_2F_2$  의 교점을  $G_2$ , 선분  $C_2E_2$  와 선분  $D_2F_2$  의 교점을  $H_2$  라 하고, 선분  $B_2F_2$  와 선분  $A_2C_2$  의 중점을 각각  $A_3$ ,  $B_3$  이라 하자. 사각형  $F_2G_2C_2H_2$  의 내부에 선분  $A_3B_3$  을 한 변으로 하는 정육각형을 그리고, 이 정육각형의 나머지 네 꼭짓점을  $C_3$ ,  $D_3$ ,  $E_3$ ,  $F_3$  이라 하자. 사각형  $F_2G_2C_2H_2$  의 내부와 정육각형  $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$  의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$  라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p} \sqrt{3}$  이다.  $p+q$  의 값을 구하시오. (단,  $p$  와  $q$  는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 이차함수  $f(x) = x^2 + \frac{1}{2}x$  에 대하여 함수  $g(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $0 \leq x < \frac{1}{2}$  일 때,  $g(x) = f(x)$  이다.

(나)  $n - \frac{1}{2} \leq x < n + \frac{1}{2}$  일 때,

$g(x) = f(x - n) + \frac{n}{2}$  이다. (단,  $n$  은 자연수이다.)

(다) 모든 실수  $x$  에 대하여  $g(-x) = g(x)$  이다.

실수  $t$  에 대하여 함수  $y = g(x)$  의 그래프와 함수  $y = |x| - t$  의 그래프가 만나는 점의 개수를  $h(t)$  라 하자. 함수  $h(t)$  가  $t = \alpha$  에서 불연속인  $\alpha$  의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$  라 할 때,  $16\alpha_{20}$  의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.