

# 2018학년도 9월 고2 전국연합학력평가

## 정답 및 해설

### 수학 영역

#### 나형 정답

1	②	2	③	3	③	4	①	5	⑤
6	①	7	①	8	④	9	⑤	10	④
11	①	12	②	13	④	14	③	15	③
16	④	17	⑤	18	②	19	⑤	20	②
21	①	22	5	23	16	24	4	25	32
26	28	27	12	28	747	29	512	30	40

#### 해설

##### 1. [출제의도] 지수 계산하기

$$3 \times 9^{\frac{1}{2}} = 3 \times (3^2)^{\frac{1}{2}} = 3 \times 3 = 9$$

##### 2. [출제의도] 집합의 연산 이해하기

$A^C = \{1, 9\}$  이므로  
 $A^C$ 의 모든 원소의 합은  $1+9=10$

##### 3. [출제의도] 함수의 극한값 계산하기

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+2)}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} (x+2) = 6$$

##### 4. [출제의도] 로그 계산하기

$$\log_7 49 + \log_7 \frac{1}{7} = \log_7 \left( 49 \times \frac{1}{7} \right) = \log_7 7 = 1$$

##### 5. [출제의도] 합성함수 이해하기

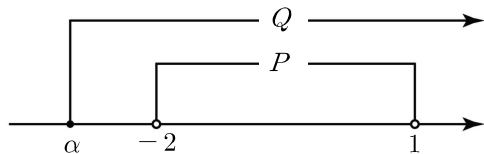
$$(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(3) = 5$$

##### 6. [출제의도] 절대부등식 이해하기

$x > 0$ ,  $\frac{9}{x} > 0$  이므로  $x + \frac{9}{x} \geq 2\sqrt{x \times \frac{9}{x}} = 6$   
 (단, 등호는  $x=3$  일 때 성립한다.)  
 따라서  $x + \frac{9}{x}$ 의 최솟값은 6

##### 7. [출제의도] 충분조건을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

두 조건  $p, q$ 의 진리집합을 각각  $P, Q$ 라 하면  
 $P = \{x | (x+2)(x-1) < 0\}$ ,  $Q = \{x | x \geq \alpha\}$   
 $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건이므로  $P \subset Q$



$\alpha \leq -2$  이므로 정수  $\alpha$ 의 최댓값은  $-2$

##### 8. [출제의도] 함수의 극한 이해하기

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = 3 \text{ 이므로}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x) = 1 + 3 = 4$$

##### 9. [출제의도] 수열의 극한값 계산하기

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + a \times 5^{n+1}}{5^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left( \frac{2}{5} \right)^n + 5a \right\} = 5a$$

$$5a = 3 \text{ 이므로 } a = \frac{3}{5}$$

##### 10. [출제의도] 연속함수의 정의 이해하기

함수  $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로  
 함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 연속이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = f(1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} (2x^2 + ax + 1) = a + 3,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} (-3x + b) = -3 + b,$$

$$f(1) = 7 \text{ 이므로 } a + 3 = -3 + b = 7$$

$$a = 4, b = 10$$

$$\text{따라서 } a + b = 4 + 10 = 14$$

##### 11. [출제의도] 미분계수 이해하기

함수  $f(x) = x^2 + 4x - 2$ 에서  $f(1) = 3$ 이고  
 $f'(x) = 2x + 4$ 이므로  $f'(1) = 6$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - 3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{2h} \times 2$$

$$= 2f'(1) = 2 \times 6 = 12$$

##### 12. [출제의도] 유리함수의 성질 이해하기

함수  $y = \frac{ax+1}{bx+1}$ 의 그래프가

$$\text{점 } (2, 3) \text{을 지나므로 } \frac{2a+1}{2b+1} = 3 \quad \dots \textcircled{1}$$

함수  $y = \frac{ax+1}{bx+1}$ 의 그래프의 한 점근선이  
 직선  $y=2$ 이므로

$$y = \frac{ax+1}{bx+1} = \frac{a\left(x + \frac{1}{b}\right) - \frac{a}{b} + 1}{b\left(x + \frac{1}{b}\right)} = \frac{-\frac{a}{b} + 1}{b\left(x + \frac{1}{b}\right)} + \frac{a}{b}$$

$$\text{에서 } \frac{a}{b} = 2 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에 의하여 } a = 3b + 1, a = 2b$$

$$\text{따라서 } a = -2, b = -1 \text{ 이므로 } a^2 + b^2 = 5$$

##### 13. [출제의도] 급수와 일반항 사이의 관계 이해하기

$\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 5b_n)$ 이 수렴하므로

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - 5b_n) = 0$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5 \text{ 이므로 } \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 2$$

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} b_n(a_n + 2b_n) = 2 \times (5 + 4) = 18$$

##### 14. [출제의도] 등비수열의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$x$ 에 대한 다항식  $x^3 - ax + b$ 를  $x-1$ 로 나눈  
 나머지가 57이므로

나머지 정리에 의하여

$$1 - a + b = 57$$

$$b = a + 56 \quad \dots \textcircled{1}$$

1,  $a, b$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로

$$a^2 = b \quad \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에 의하여

$$a^2 = a + 56$$

$$a^2 - a - 56 = (a+7)(a-8) = 0$$

$$a = -7 \text{ 또는 } 8$$

공비는  $a$ 이고 양수이므로  $a = 8, b = a^2 = 64$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a} = \frac{64}{8} = 8$$

##### 15. [출제의도] 로그의 성질을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$$\log_a a^2 b^3 = \log_a a^2 + \log_a b^3 = 2 + 3\log_a b = 3$$

$$\text{이므로 } \log_a b = \frac{1}{3}$$

$$\text{따라서 } \log_b a = \frac{1}{\log_a b} = 3$$

##### 16. [출제의도] 수열의 합을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

직선  $x=n$ 이

두 곡선  $y = \sqrt{x}, y = -\sqrt{x+1}$ 과 만나는 점은  
 각각  $A_n(n, \sqrt{n}), B_n(n, -\sqrt{n+1})$

$$T_n = \frac{1}{2}n(\sqrt{n} + \sqrt{n+1}) \text{ 이므로}$$

$$\sum_{n=1}^{24} \frac{n}{T_n} = \sum_{n=1}^{24} \frac{2}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$$

$$= 2 \sum_{n=1}^{24} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$$

$$= 2 \times (5 - 1) = 8$$

##### 17. [출제의도] 지수법칙을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$$2^{\frac{4}{a}} = 100 \text{ 에서 } 2^4 = 100^a \text{ 이므로 } 2^4 = 10^{2a}$$

$$25^{\frac{2}{b}} = 10 \text{ 에서 } 25^2 = 10^b \text{ 이므로 } 5^4 = 10^b$$

지수법칙에 의하여

$$10^{2a+b} = 10^{2a} \times 10^b = 2^4 \times 5^4 = 10^4$$

$$\text{따라서 } 2a + b = 4$$

##### 18. [출제의도] 여러 가지 수열의 합을 이용하여 추론하기

$$1 \cdot 2n + 3 \cdot (2n-2) + 5 \cdot (2n-4) + \dots + (2n-1) \cdot 2$$

$$= \sum_{k=1}^n (\boxed{2k-1}) \{2n - (2k-2)\}$$

$$= \sum_{k=1}^n (\boxed{2k-1}) \{2(n+1) - 2k\}$$

$$= 2(n+1) \sum_{k=1}^n (\boxed{2k-1}) - 2 \sum_{k=1}^n (2k^2 - k)$$

$$= 2(n+1) \{n(n+1) - n\}$$

$$- 2 \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{\boxed{3}} - \frac{n(n+1)}{2} \right\}$$

$$= 2(n+1)n^2 - \frac{1}{3}n(n+1)(\boxed{4n-1})$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{3}$$

이다.

$$f(k) = 2k - 1, a = 3, g(n) = 4n - 1$$

$$\text{그러므로 } f(3) \times g(3) = 5 \times 11 = 55$$

##### 19. [출제의도] 함수의 미분가능성 이해하기

$$\neg. f(1) = \frac{1}{2} \leq 1 \text{ 이므로 } g(1) = f(1) = \frac{1}{2}$$

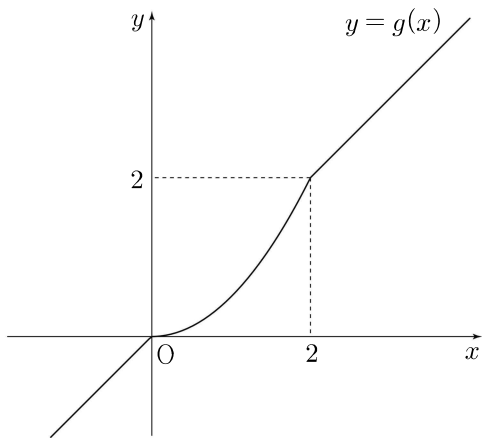
$$\neg. (i) f(x) \leq x \text{ 인 경우 } g(x) = f(x) \leq x$$

$$(ii) f(x) > x \text{ 인 경우 } g(x) = x$$

(i), (ii)에 의하여

$$\text{모든 실수 } x \text{에 대하여 } g(x) \leq x$$

ㄷ. 함수  $y = g(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



함수  $g(x)$ 는  $x < 0$ ,  $0 < x < 2$ ,  $x > 2$ 에서 미분가능하므로  $x = 0$ ,  $x = 2$ 에서의 미분가능성을 조사해보면

(i)  $x = 0$  일 때,

$$\lim_{h \rightarrow 0-} \frac{g(0+h)-g(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{h-0}{h} = 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{g(0+h)-g(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{\frac{1}{2}h^2-0}{h} = 0$$

이므로 함수  $g(x)$ 는  $x = 0$ 에서 미분가능하지 않다.

(ii)  $x = 2$  일 때,

$$\lim_{h \rightarrow 0-} \frac{g(2+h)-g(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{\frac{1}{2}(2+h)^2-2}{h} = 2$$

$$\lim_{h \rightarrow 0+} \frac{g(2+h)-g(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{(2+h)-2}{h} = 1$$

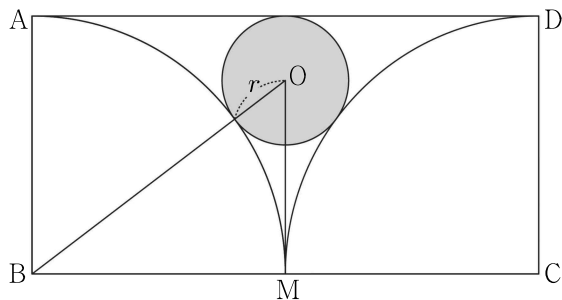
이므로 함수  $g(x)$ 는  $x = 2$ 에서 미분가능하지 않다.

따라서 실수 전체의 집합에서 함수  $g(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

그러므로 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ

## 20. [출제의도] 등비급수를 활용하여 수학 내적 문제 해결하기

다음은 그림  $R_1$ 이다.



두 부채꼴의 호 MA, 호 DM과 선분 AD에 모두 접하는 원의 중심을 O, 반지름의 길이를  $r$ 라 하자.

$$\overline{BO}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{OM}^2 \text{ 이므로}$$

$$(1+r)^2 = 1^2 + (1-r)^2$$

$$r = \frac{1}{4}, S_1 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \pi = \frac{\pi}{16}$$

다음은 그림  $R_{n+1}$ 의 일부이다. ( $n \geq 1$ )

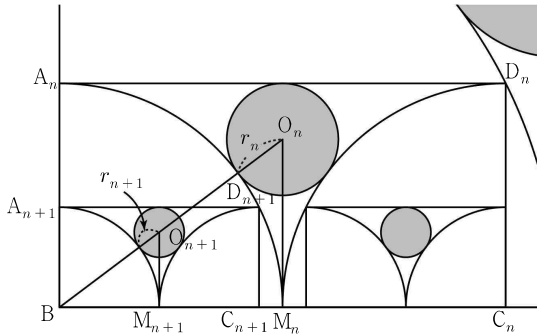


그림  $R_n$ 에서 새로 그려진 각 부채꼴에 내접하는 직사각형 중 한 꼭짓점을 B로 하는 직사각형을  $A_nBC_nD_n$ 이라 하고, 직사각형  $A_nBC_nD_n$  내부의 두 부채꼴의 호와 선분  $A_nD_n$ 에 모두 접하는 원의 중심을  $O_n$ , 반지름의 길이를  $r_n$ , 선분  $BC_n$ 의 중점을  $M_n$ 이라 하자.

$\overline{A_{n+1}B} = l$ 이라 하면

$\overline{A_{n+1}B} : \overline{BC_{n+1}} = 1 : 2$ 이므로

$\overline{BC_{n+1}} = 2l$ ,  $\overline{BD_{n+1}} = \sqrt{5}l$

또한,  $\overline{BD_{n+1}} = \overline{BM_n} = \sqrt{5}l$ 이고

삼각형  $O_{n+1}BM_{n+1}$ 과 삼각형  $O_nBM_n$ 은

닮음이므로  $\overline{BM_{n+1}} : \overline{BM_n} = \overline{BO_{n+1}} : \overline{BO_n}$

$l : \sqrt{5}l = (l+r_{n+1}) : (\sqrt{5}l+r_n)$

$$r_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{5}}r_n$$

그림  $R_n$ 에서 새로 그려진 원 한 개의 넓이를

$$a_n \text{이라 하면 } a_{n+1} = \frac{1}{5}a_n$$

그림  $R_{n+1}$ 에서 새로 그려진 원의 개수는

그림  $R_n$ 에서 새로 그려진 원의 개수의 2배이므로

$S_n$ 은 첫째항이  $\frac{\pi}{16}$ 이고 공비가  $\frac{2}{5}$ 인

등비수열의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합이다.

$$\text{따라서 } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{\frac{\pi}{16}}{1 - \frac{2}{5}} = \frac{5}{48}\pi$$

## 21. [출제의도] 수열의 합을 이용하여 추론하기

등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항을  $a$ , 공차를  $d$ 라 하면

조건 (가)에 의하여

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2n-1} + a_{2n}}{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n} = p \text{ (} p \text{는 상수)}$$

이고,

$$\frac{2n\{2a + (2n-1)d\}}{2} = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2} = p$$

$$4a + 4dn - 2d = 2ap + dnp - dp$$

$$(4d - dp)n + (4a - 2d - 2ap + dp) = 0 \quad \cdots (\star)$$

( $\star$ )이 자연수  $n$ 에 대한 항등식이므로

$$4d - dp = 0, 4a - 2d - 2ap + dp = 0$$

$$d \neq 0 \text{ 이므로 } p = 4, d = 2a$$

$$a_n = a + (n-1) \times 2a = a(2n-1)$$

조건 (나)에서

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)a_n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a} \left( \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n+1} \right) \\ &= \frac{1}{a} \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left( \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k+1} \right) \\ &= \frac{1}{a} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{10} \text{ 이므로 } a = 10, d = 20$$

따라서  $a_n = 20n - 10$ 이므로  $a_{10} = 190$

## 22. [출제의도] 수열의 극한값 계산하기

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 - 3n}{2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10 - \frac{3}{n}}{2 + \frac{1}{n^2}} = 5$$

## 23. [출제의도] 부분집합의 성질 이해하기

집합  $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로  $n(A) = 4$  따라서 집합  $A$ 의 모든 부분집합의 개수는  $2^4 = 16$

## 24. [출제의도] 역함수 이해하기

함수  $f(x) = 3x - 7$ 에서

$f^{-1}(5) = k$ 라 하면

역함수의 성질에 의하여

$$f(k) = 3k - 7 = 5 \text{ 이므로 } k = 4$$

따라서  $f^{-1}(5) = 4$

## 25. [출제의도] 등비수열 이해하기

등비수열  $\{a_n\}$ 의 공비를  $r$  ( $r > 0$ )이라 하면

$$a_3 \times a_4 = a_5 \text{ 에서 } \frac{1}{2}r^2 \times \frac{1}{2}r^3 = \frac{1}{2}r^4$$

$$r = 2 \text{ 이므로 } a_7 = \frac{1}{2} \times 2^6 = 32$$

## 26. [출제의도] 곱의 미분법을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = 12 \text{ 에서 극한값이 존재하고}$$

$x \rightarrow 1$ 일 때, (분모)  $\rightarrow 0$ 이므로 (분자)  $\rightarrow 0$

$\lim_{x \rightarrow 1} \{f(x)-2\} = 0$ 에서  $f(1) = 2$ 이다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1) = 12$$

$$g'(x) = 2xf(x) + (x^2+1)f'(x) \text{ 이므로}$$

$$g'(1) = 2f(1) + 2f'(1) = 2 \times 2 + 2 \times 12 = 4 + 24 = 28$$

## 27. [출제의도] 거듭제곱근의 성질 이해하기

$(\sqrt[5]{2^3 \sqrt[3]{4}})^n = 2^{\frac{5n}{6}}$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수  $n$ 은 6의 배수이다.

$$n = 6 \text{ 일 때, } 2^5 = 32$$

$$n = 12 \text{ 일 때, } (2^5)^2 = 2^{10} = 1024$$

$$n = 18 \text{ 일 때, } (2^5)^3 = 2^{15} = 32768$$

$$\vdots$$

$(\sqrt[5]{2^3 \sqrt[3]{4}})^n = 2^{\frac{5n}{6}}$ 이 네 자리 자연수가 되어야 하므로  $n = 12$

## 28. [출제의도] 등차수열과 등비수열의 성질을 이용하여 추론하기

수열  $\{a_n\}$ 은

$$a_1 = 88 \geq 65$$

$a_n \geq 65$ 인 경우  $a_{n+1} = a_n - 3$ 이므로

$$a_n = -3n + 91 \geq 65 \text{ 에서 } n \leq \frac{26}{3} = 8.666 \cdots$$

$n \geq 9$ 일 때,

$$\begin{cases} a_9 = a_8 - 3 = 67 - 3 = 64 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n \quad (n \geq 9) \end{cases}$$

$$\sum_{n=1}^{15} a_n = \sum_{n=1}^8 a_n + \sum_{n=9}^{15} a_n$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{8 \times (a_1 + a_8)}{2} + \frac{a_9 \times \left(1 - \frac{1}{2^7}\right)}{1 - \frac{1}{2}} \\
 &= \frac{8 \times (88 + 67)}{2} + \frac{64 \times \left(1 - \frac{1}{2^7}\right)}{1 - \frac{1}{2}} \\
 &= 620 + 127 = 747
 \end{aligned}$$

29. [출제의도] 함수의 극한을 이용하여 수학 내적 문제 해결하기

점 C는 선분 AB의 중점이므로  $C\left(\frac{3}{2}t, \frac{\sqrt{2}}{2}t\right)$   
직선 AB의 기울기가  $-\sqrt{2}$ 이므로 점 C를 지나고 직선 AB에 수직인 직선을  $l$ 이라 하면 직선  $l$ 의 방정식은

$$y = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(x - \frac{3}{2}t\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}t$$

점 D는 직선  $l$ 과 직선  $x = 2t$ 의 교점이므로

$$\text{점 D의 좌표는 } D\left(2t, \frac{3\sqrt{2}}{4}t\right)$$

$$\begin{aligned}
 f(t) = \overline{CD} &= \sqrt{\left(2t - \frac{3}{2}t\right)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{4}t - \frac{\sqrt{2}}{2}t\right)^2} \\
 &= \frac{\sqrt{6}}{4}t
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 16}{f(t) - \sqrt{6}} &= \lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 4^2}{\frac{\sqrt{6}}{4}t - \sqrt{6}} \\
 &= \lim_{t \rightarrow 4} \frac{4(t-4)(t+4)}{\sqrt{6}(t-4)} \\
 &= \lim_{t \rightarrow 4} \frac{4(t+4)}{\sqrt{6}} \\
 &= \frac{16\sqrt{6}}{3}
 \end{aligned}$$

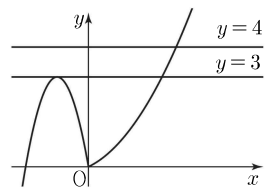
$$k = \frac{16\sqrt{6}}{3} \text{ 이므로 } 3k^2 = 512$$

30. [출제의도] 함수의 연속성을 활용하여 수학 내적 문제 해결하기

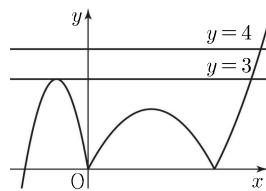
함수  $f(x)$ 는 곡선  $y = ax^2 + bx$ 에 따라 다음과 같이 6가지의 그래프의 개형을 갖는다.

①

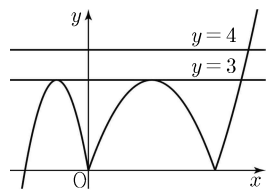
②



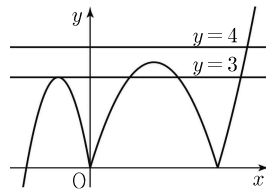
③



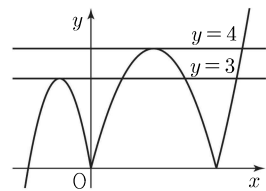
④



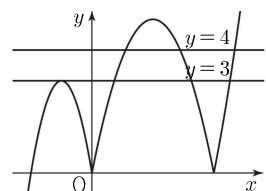
⑤



⑥



⑦



⑧

조건 (가)를 만족시키는 함수  $f(x)$ 의 그래프의 개형은 ⑤가 유일하다.

(i) 곡선  $y = ax^2 + bx$ 의 꼭짓점의  $y$ 좌표는  $-4$ 이므로

$$y = ax^2 + bx = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} \text{ 에서}$$

$$-\frac{b^2}{4a} = -4 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

(ii) 조건 (나)에 의하여

곡선  $y = ax^2 + bx$ 는 점  $\left(\frac{2}{3}, -3\right)$ 을 지나고,

꼭짓점의  $x$ 좌표  $-\frac{b}{2a}$ 는  $\frac{2}{3}$ 보다 크다.

$$4a + 6b = -27 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

$$-\frac{b}{2a} > \frac{2}{3} \quad \dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡에 의하여

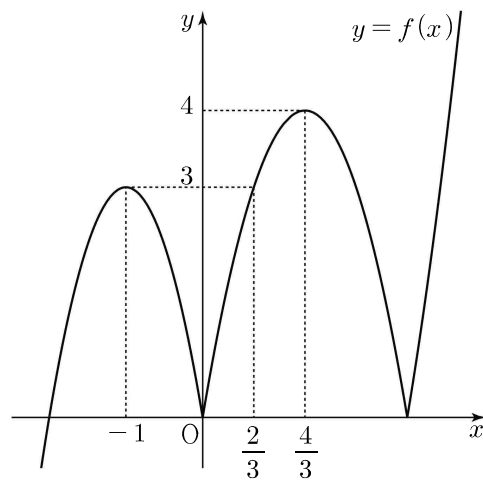
$$b^2 + 24b + 108 = (b+6)(b+18) = 0$$

$$\begin{cases} a = \frac{9}{4} \\ b = -6 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} a = \frac{81}{4} \\ b = -18 \end{cases}$$

㉢에 의하여  $a = \frac{9}{4}$ ,  $b = -6$ 이고  $-\frac{b}{2a} = \frac{4}{3}$

따라서

$$f(x) = \begin{cases} -3x(x+2) & (x < 0) \\ \left|\frac{9}{4}x^2 - 6x\right| & (x \geq 0) \end{cases}$$



$$f(x) = 4 \text{ 인 } x_1 \text{ 은 } \frac{4}{3} \text{ 이므로 } g(4) = \frac{4}{3}$$

$$30 \times g(4) = 30 \times \frac{4}{3} = 40$$