

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

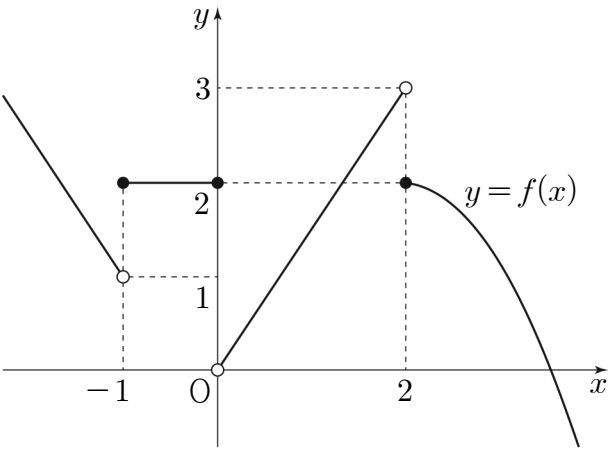
1. $\log_6 4 + \frac{2}{\log_3 6}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 = 3$, $\frac{a_5}{a_3} = 4$ 일 때, a_4 의 값은? [2점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

3. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수 $f(x) = 2x^3 - 6x + a$ 의 극솟값이 2일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 0이 아닌 모든 실수 h 에 대하여 다항함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 1에서 $1+h$ 까지 변할 때의 평균변화율이 h^2+2h+3 일 때, $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

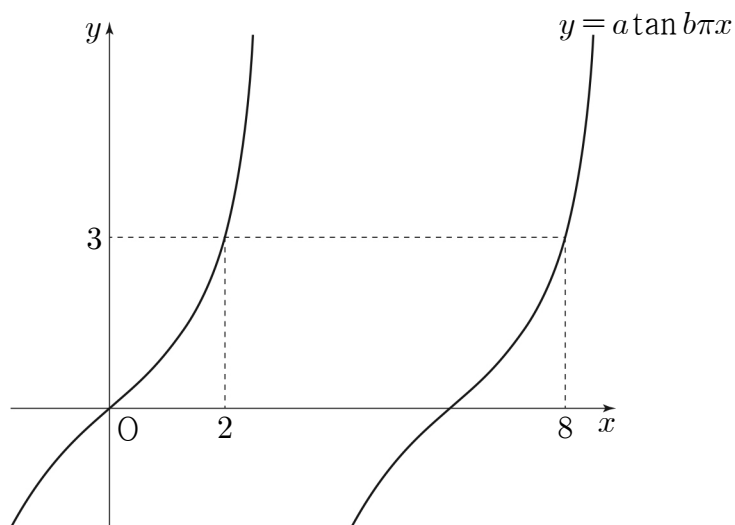
6. 함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-a)+b$ 가 닫힌구간 $[2, 5]$ 에서 최댓값 3, 최솟값 1을 갖는다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0, f(0))$ 에서의 접선의 방정식이 $y=3x-1$ 이다. 함수 $g(x)=(x+2)f(x)$ 에 대하여 $g'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

8. 그림과 같이 함수 $y = a \tan b\pi x$ 의 그래프가
두 점 $(2, 3)$, $(8, 3)$ 을 지날 때, $a^2 \times b$ 의 값은?
(단, a, b 는 양수이다.) [3점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

9. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$ 이고
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

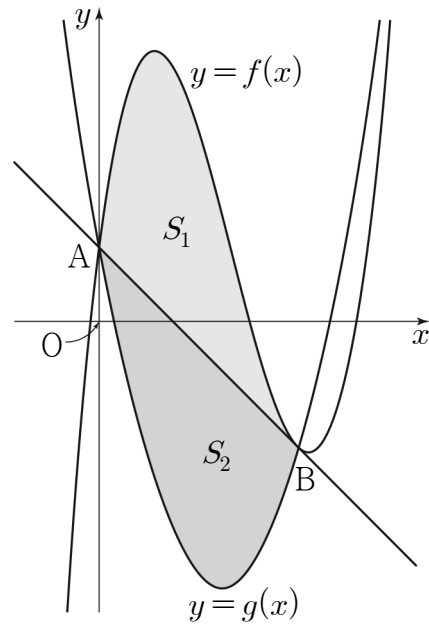
10. 상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = a^x - 1$ 과
곡선 $y = \log_a(x+1)$ 이 원점 O를 포함한 서로 다른 두 점에서
만난다. 이 두 점 중 O가 아닌 점을 P라 하고, 점 P에서 x 축에
내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 OHP의 넓이가 2일 때,
 a 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

11. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\sin^2 x - 3\cos x = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이다. 이 세 실근 중 가장 큰 실근을 α 라 할 때, $k \times \alpha$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

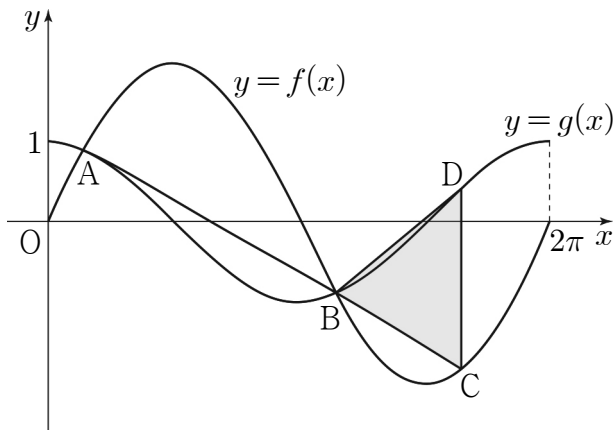
- ① $\frac{7}{2}\pi$ ② 4π ③ $\frac{9}{2}\pi$ ④ 5π ⑤ $\frac{11}{2}\pi$

12. 그림과 같이 삼차함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x + 1$ 의 그래프와 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $y = g(x)$ 의 그래프가 점 A(0, 1), 점 B($k, f(k)$)에서 만나고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 B에서의 접선이 점 A를 지난다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = g(x)$ 와 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $S_1 = S_2$ 일 때, $\int_0^k g(x)dx$ 의 값은? (단, k 는 양수이다.) [4점]



- ① $-\frac{17}{2}$ ② $-\frac{33}{4}$ ③ -8 ④ $-\frac{31}{4}$ ⑤ $-\frac{15}{2}$

13. 그림과 같이 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 두 함수 $f(x)=k\sin x$, $g(x)=\cos x$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 곡선 $y=g(x)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 하자. 선분 AB를 3:1로 외분하는 점을 C라 할 때, 점 C는 곡선 $y=f(x)$ 위에 있다. 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=g(x)$ 와 만나는 점을 D라 할 때, 삼각형 BCD의 넓이는? (단, k 는 양수이고, 점 B의 x 좌표는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



- ① $\frac{\sqrt{15}}{8}\pi$ ② $\frac{9\sqrt{5}}{40}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$
 ④ $\frac{3\sqrt{10}}{16}\pi$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{10}\pi$

14. 양의 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x)=x^3-3t^2x$$

라 할 때, 닫힌구간 $[-2, 1]$ 에서 두 함수 $f(x)$, $|f(x)|$ 의 최댓값을 각각 $M_1(t)$, $M_2(t)$ 라 하자. 함수

$$g(t)=M_1(t)+M_2(t)$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㄱ. $g(2)=32$
 ㄴ. $g(t)=2f(-t)$ 를 만족시키는 t 의 최댓값과 최솟값의 합은 3이다.

$$\text{ㄷ. } \lim_{h \rightarrow 0+} \frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right)-g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0-} \frac{g\left(\frac{1}{2}+h\right)-g\left(\frac{1}{2}\right)}{h} = 5$$

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

a_1 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\log_2 \frac{M}{m}$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{n-2} & (a_n < 1) \\ \log_2 a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_5 + a_6 = 1$

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

단답형

16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $y = 4^x$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 그래프가 점 $\left(\frac{3}{2}, 5\right)$ 를 지날 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

18. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf(x) - 2x^3 + 1}{x^2} = 5, f(0) = 1$$

을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 S_n 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{13} 의 값을 구하시오. [4점]

- (가) S_n 은 $n = 7, n = 8$ 에서 최솟값을 갖는다.
(나) $|S_m| = |S_{2m}| = 162$ 인 자연수 $m(m > 8)$ 이 존재한다.

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t > 0)$ 에서의 위치 $x(t)$ 가

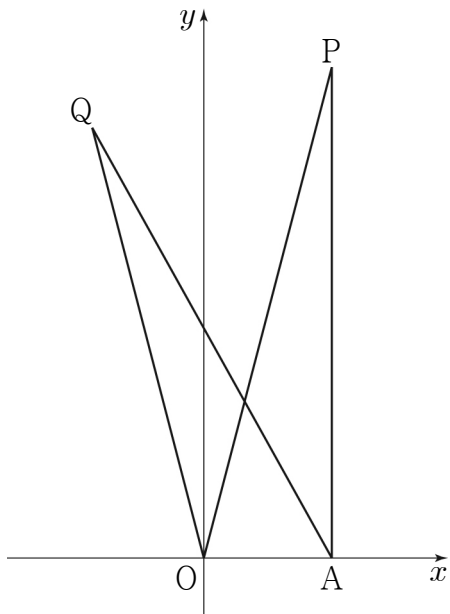
$$x(t) = \frac{3}{2}t^4 - 8t^3 + 15t^2 - 12t$$

이다. 점 P의 운동 방향이 바뀌는 순간 점 P의 가속도를
구하시오. [3점]

21. 좌표평면 위의 두 점 $O(0, 0)$, $A(2, 0)$ 과 y 좌표가 양수인 서로 다른 두 점 P , Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\overline{AP} = \overline{AQ} = 2\sqrt{15}$ 이고 $\overline{OP} > \overline{OQ}$ 이다.
 (나) $\cos(\angle OPA) = \cos(\angle OQA) = \frac{\sqrt{15}}{4}$

사각형 $OAPQ$ 의 넓이가 $\frac{q}{p}\sqrt{15}$ 일 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22. 두 상수 $a, b (b \neq 1)$ 과 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 도함수 $g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
 (나) $|x| < 2$ 일 때, $g(x) = \int_0^x (-t + a)dt$ 이고
 $|x| \geq 2$ 일 때, $|g'(x)| = f(x)$ 이다.
 (다) 함수 $g(x)$ 는 $x = 1$, $x = b$ 에서 극값을 갖는다.

$g(k) = 0$ 을 만족시키는 모든 실수 k 의 값의 합이 $p + q\sqrt{3}$ 일 때, $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

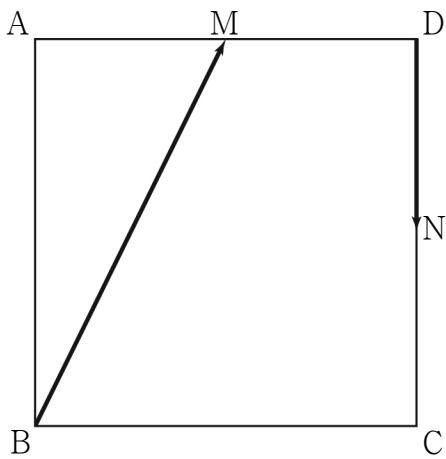
수학 영역(기하)

제 2 교시

1

5지선다형

23. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 ABCD에서 두 선분 AD, CD의 중점을 각각 M, N이라 할 때, $|\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{DN}|$ 의 값은? [2점]

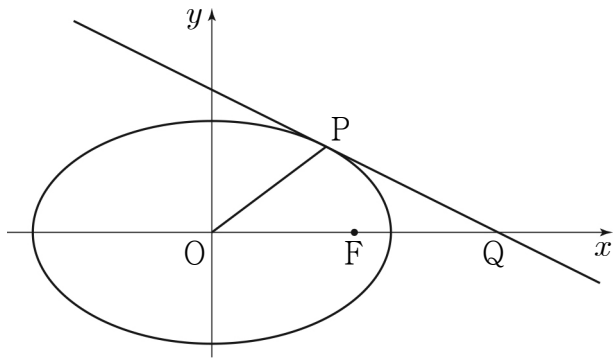


- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{8} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = \sqrt{2}x$ 일 때, 이 쌍곡선의 두 초점 사이의 거리는? (단, a 는 양수이다.) [3점]

- ① $4\sqrt{2}$ ② 6 ③ $2\sqrt{10}$ ④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

25. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{15} = 1$ 의 두 초점 중 x 좌표가 양수인 점을 F라 하고, 타원 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{OF} = \overline{FQ}$ 일 때, 삼각형 POQ의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]



- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

26. 두 초점이 $F(3\sqrt{3}, 0)$, $F'(-3\sqrt{3}, 0)$ 인 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 직선 PF' 이 y 축과 만나는 점을 Q라 하자. 삼각형 PQF가 정삼각형일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? [3점]

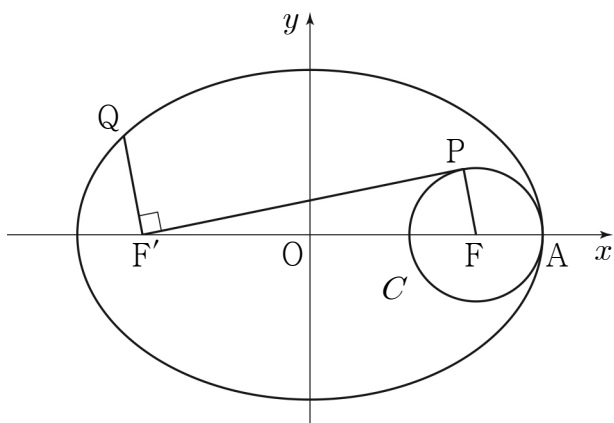
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

27. 그림과 같이 두 점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 x 축과 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점을 A 라 하자. 점 F 를 중심으로 하고 점 A 를 지나는 원을 C 라 할 때, 원 C 위의 점 중 y 좌표가 양수인 점 P 와 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 Q 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 직선 PF' 은 원 C 에 접한다.
 (나) 두 직선 PF' , QF' 은 서로 수직이다.

$\overline{QF'} = \frac{3}{2}\overline{PF}$ 일 때, 이 타원의 장축의 길이는? (단, $\overline{AF} < \overline{FF'}$)

[3점]



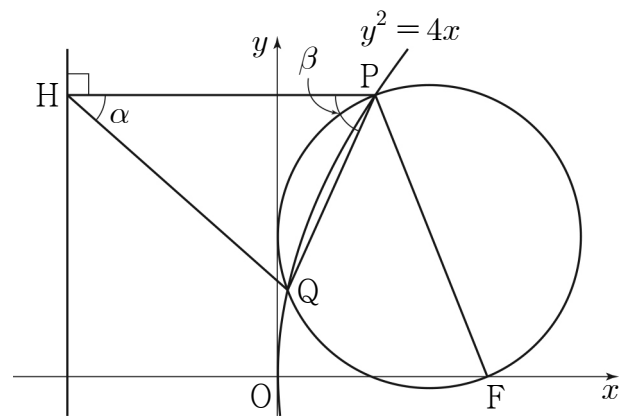
- ① $\frac{25}{2}$ ② 13 ③ $\frac{27}{2}$ ④ 14 ⑤ $\frac{29}{2}$

28. 초점이 F 인 포물선 $C: y^2 = 4x$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 가 있다. 선분 PF 를 지름으로 하는 원을 O 라 할 때, 원 O 는 포물선 C 와 서로 다른 두 점에서 만난다. 원 O 가 포물선 C 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q , 점 P 에서 포물선 C 의 준선에 내린 수선의 발을 H 라 하자.

$\angle QHP = \alpha$, $\angle HPQ = \beta$ 라 할 때, $\frac{\tan \beta}{\tan \alpha} = 3$ 이다.

$\frac{\overline{QH}}{\overline{PQ}}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{6}}{7}$ ② $\frac{3\sqrt{11}}{7}$ ③ $\frac{\sqrt{102}}{7}$
 ④ $\frac{\sqrt{105}}{7}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{3}}{7}$

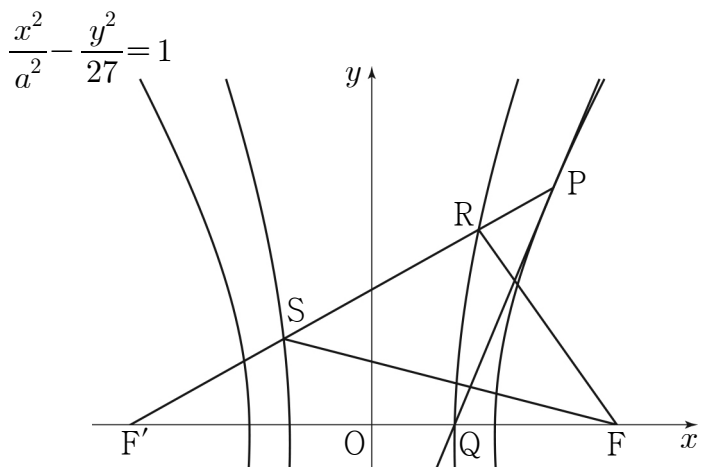


단답형

29. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{27} = 1$ 위의 점 $P\left(\frac{9}{2}, k\right)$ ($k > 0$)에서의 접선이

x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 두 점 F, F' 을 초점으로 하고 점 Q 를 한 꼭짓점으로 하는 쌍곡선이 선분 PF' 과 만나는 두 점을 R, S 라 하자. $\overline{RS} + \overline{SF} = \overline{RF} + 8$ 일 때, $4 \times (a^2 + k^2)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 양수이고, 점 R 의 x 좌표는 점 S 의 x 좌표보다 크다.) [4점]

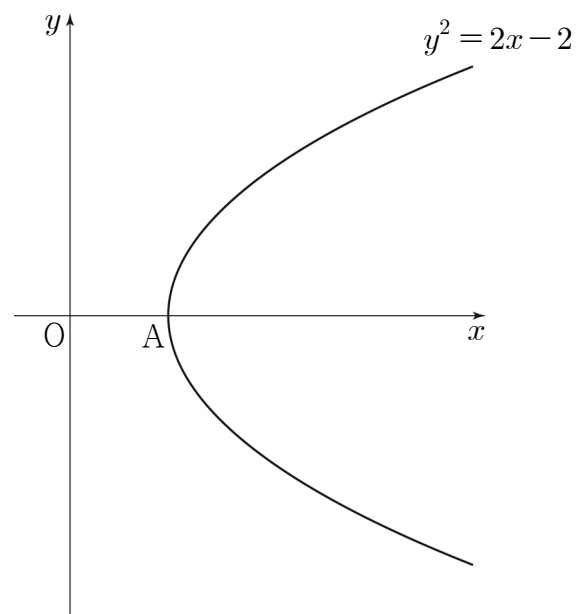


30. 좌표평면에서 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 의 꼭짓점을 A 라 하자. 이 포물선 위를 움직이는 점 P 와 양의 실수 k 에 대하여

$$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \frac{k}{|\overrightarrow{OP}|} \overrightarrow{OP}$$

를 만족시키는 점 X 가 나타내는 도형을 C 라 하자.

도형 C 가 포물선 $y^2 = 2x - 2$ 와 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최솟값을 m 이라 할 때, m^2 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이다.) [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.