

제 2 교시

수학 영역(나형)

5지선다형

1.  $5^0 \times 25^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]
- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

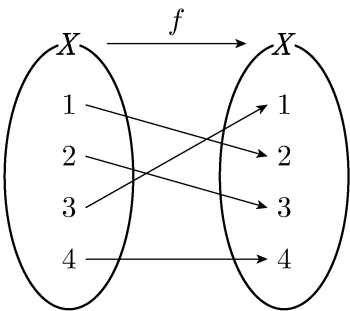
2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 4n + 1}}{2n + 5}$ 의 값은? [2점]
- ①  $\frac{1}{2}$             ② 1            ③  $\frac{3}{2}$             ④ 2            ⑤  $\frac{5}{2}$

3. 두 집합

$A = \{2, a\}, B = \{1, 2, 3, 5, 7\}$

- 에 대하여  $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때, 실수  $a$ 의 값은? [2점]
- ① 1            ② 3            ③ 5            ④ 7            ⑤ 9

4. 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



- $f(1) + f^{-1}(3)$ 의 값은? [3점]
- ① 3            ② 4            ③ 5            ④ 6            ⑤ 7

5. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$$p: |x-4| = 2,$$

$$q: x \geq a$$

$p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최댓값은?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

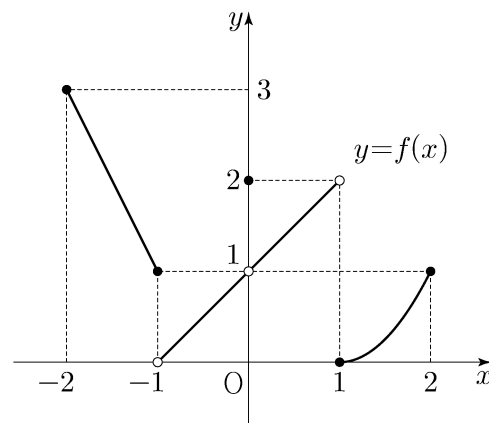
6. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{3}{4}, \quad P(A^C \cap B) = \frac{2}{3}$$

일 때,  $P(A)$ 의 값은? (단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{8}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{5}{24}$       ⑤  $\frac{1}{4}$

7. 닫힌 구간  $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8.  $\log_2 5 = a$ ,  $\log_5 3 = b$  일 때,  $\log_5 12$  를  $a$ ,  $b$  로 옳게 나타낸 것은?  
[3점]

- ①  $\frac{1}{a} + b$
- ②  $\frac{2}{a} + b$
- ③  $\frac{1}{a} + 2b$
- ④  $a + \frac{1}{b}$
- ⑤  $2a + \frac{1}{b}$

9. 수열  $\{a_n\}$  은  $a_1 = 1$  이고, 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_{n+1} + (-1)^n \times a_n = 2^n$$

을 만족시킨다.  $a_5$  의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 3
- ③ 5
- ④ 7
- ⑤ 9

10. 검은 공 3 개, 흰 공 4 개가 들어 있는 주머니가 있다.  
이 주머니에서 임의로 3 개의 공을 동시에 꺼낼 때,  
꺼낸 3 개의 공 중에서 적어도 한 개가 검은 공일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{19}{35}$
- ②  $\frac{22}{35}$
- ③  $\frac{5}{7}$
- ④  $\frac{4}{5}$
- ⑤  $\frac{31}{35}$

4

수학 영역(나 형)

11. 수열  $\{a_n\}$  이  $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 3) = 2$  를 만족시킨다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = r$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^{n+2} - 1}{r^n + 1}$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{7}{4}$
- ② 2
- ③  $\frac{9}{4}$
- ④  $\frac{5}{2}$
- ⑤  $\frac{11}{4}$

12. 두 곡선  $y = \frac{6}{x-5} + 3$ ,  $y = \sqrt{x-k}$  가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

13. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 대한 이차방정식

$$x^2 - nx + 4(n - 4) = 0$$

이 서로 다른 두 실근  $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 갖고, 세 수  $1, \alpha, \beta$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때,  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 5
- ② 8
- ③ 11
- ④ 14
- ⑤ 17

14.  $\left(x^2 - \frac{1}{x}\right)\left(x + \frac{a}{x^2}\right)^4$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가 7일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

6

수학 영역(나형)

15. 두 함수

$$f(x)=\begin{cases}-2x+3 & (x<0) \\ -2x+2 & (x\geq 0)\end{cases},$$



$$g(x)=\begin{cases}2x & (x<a) \\ 2x-1 & (x\geq a)\end{cases}$$

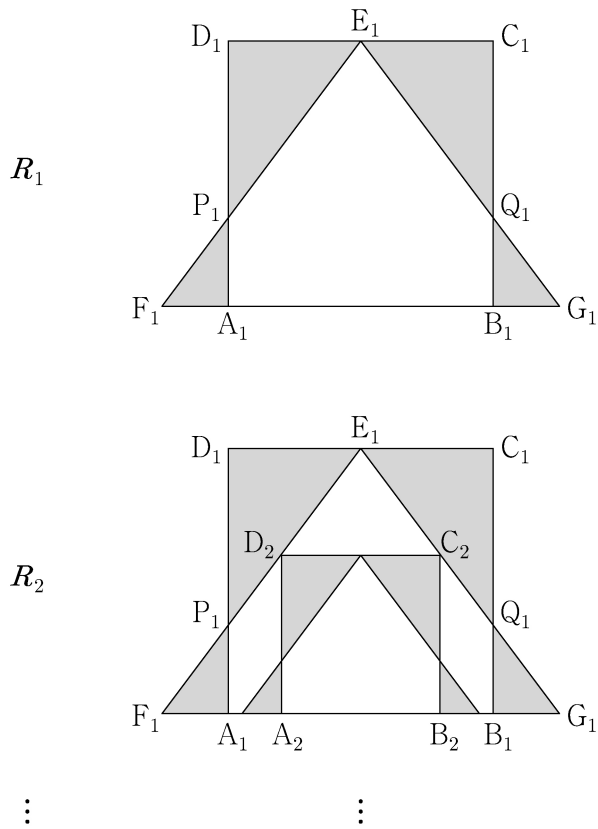
가 있다. 함수  $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

16. 한 개의 주사위를 네 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로  $a, b, c, d$ 라 하자. 네 수  $a, b, c, d$ 의 곱  $a\times b\times c\times d$ 가 12일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{1}{36}$       ②  $\frac{5}{72}$       ③  $\frac{1}{9}$       ④  $\frac{11}{72}$       ⑤  $\frac{7}{36}$

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $C_1D_1$ 의 중점을  $E_1$ 이라 하고, 직선  $A_1B_1$  위에 두 점  $F_1, G_1$ 을  $\overline{E_1F_1} = \overline{E_1G_1}$ ,  $\overline{E_1F_1} : \overline{F_1G_1} = 5 : 6$ 이 되도록 잡고 이등변삼각형  $E_1F_1G_1$ 을 그린다. 선분  $D_1A_1$ 과 선분  $E_1F_1$ 의 교점을  $P_1$ , 선분  $B_1C_1$ 과 선분  $E_1G_1$ 의 교점을  $Q_1$ 이라 할 때, 네 삼각형  $E_1D_1P_1$ ,  $P_1F_1A_1$ ,  $Q_1B_1G_1$ ,  $E_1Q_1C_1$ 로 만들어진  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 선분  $F_1G_1$  위의 두 점  $A_2, B_2$ 와 선분  $G_1E_1$  위의 점  $C_2$ , 선분  $E_1F_1$  위의 점  $D_2$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{61}{6}$     ②  $\frac{125}{12}$     ③  $\frac{32}{3}$     ④  $\frac{131}{12}$     ⑤  $\frac{67}{6}$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 는

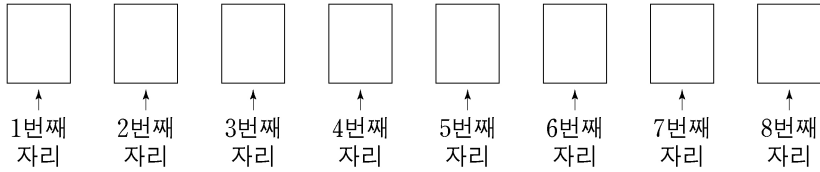
$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다.  $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고  $g(x)$ 의 최솟값이  $\frac{1}{2}$ 보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ.  $g(0) + g'(0) = \frac{1}{2}$   
 ㄴ.  $g(1) < \frac{3}{2}$   
 ㄷ. 함수  $g(x)$ 의 최솟값이 0일 때,  $g(2) = \frac{5}{2}$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 1부터 8까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 8장의 카드가 있다. 이 카드를 모두 한 번씩 사용하여 그림과 같은 8개의 자리에 각각 한 장씩 임의로 놓을 때, 8 이하의 자연수  $k$ 에 대하여  $k$ 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가  $k$  이하인 사건을  $A_k$ 라 하자.



다음은 두 자연수  $m, n$  ( $1 \leq m < n \leq 8$ )에 대하여 두 사건  $A_m$ 과  $A_n$ 이 서로 독립이 되도록 하는  $m, n$ 의 모든 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수를 구하는 과정이다.

$A_k$ 는  $k$ 번째 자리에  $k$  이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고,  $k$ 번째 자리를 제외한 7개의 자리에 나머지 7장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_k) = \boxed{\text{(가)}}$$

이다.

$A_m \cap A_n$  ( $m < n$ )은  $m$ 번째 자리에  $m$  이하의 자연수 중 하나가 적힌 카드가 놓여 있고,  $n$ 번째 자리에  $n$  이하의 자연수 중  $m$ 번째 자리에 놓인 카드에 적힌 수가 아닌 자연수가 적힌 카드가 놓여 있고,  $m$ 번째와  $n$ 번째 자리를 제외한 6개의 자리에 나머지 6장의 카드가 놓여 있는 사건이므로

$$P(A_m \cap A_n) = \boxed{\text{(나)}}$$

이다.

한편, 두 사건  $A_m$ 과  $A_n$ 이 서로 독립이기 위해서는

$$P(A_m \cap A_n) = P(A_m)P(A_n)$$

을 만족시켜야 한다.

따라서 두 사건  $A_m$ 과  $A_n$ 이 서로 독립이 되도록 하는

$m, n$ 의 모든 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수는  $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

위의 (가)에 알맞은 식에  $k=4$ 를 대입한 값을  $p$ , (나)에 알맞은 식에  $m=3, n=5$ 를 대입한 값을  $q$ , (다)에 알맞은 수를  $r$ 라 할 때,  $p \times q \times r$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{8}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{5}{8}$       ④  $\frac{3}{4}$       ⑤  $\frac{7}{8}$

20. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(1)$ 의 최댓값은? [4점]

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - 4x^3 + 3x^2}{x^{n+1} + 1} = 6, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^n} = 4 \text{인 자연수 } n \text{이 존재한다.}$$

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16



21. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad f(x) = \begin{cases} 2 & (0 \leq x < 2) \\ -2x+6 & (2 \leq x < 3) \\ 0 & (3 \leq x \leq 4) \end{cases}$$

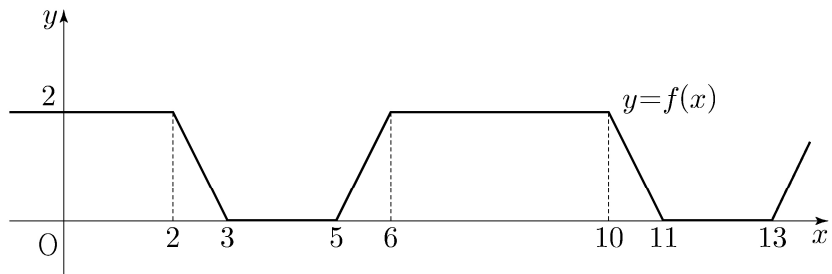
(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  
 $f(-x) = f(x)$ 이고  $f(x) = f(x-8)$ 이다.

실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} + n & (x \neq 0) \\ n & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $(f \circ g)(x)$ 가 상수함수가 되도록 하는 60 이하의 자연수  $n$ 의 개수는? [4점]

- ① 30      ② 32      ③ 34      ④ 36      ⑤ 38



단답형

22.  ${}_9C_7$ 의 값을 구하십시오. [3점]

23. 함수  $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를  $y$ 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 그래프가 점  $(2, a)$ 를 지난다.  $a$ 의 값을 구하십시오. [3점]

24. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = 2, \frac{a_5}{a_3} = 9$$

일 때,  $\sum_{k=1}^4 a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(t > 0)$ 에서의 위치  $x$ 가

$$x = t^3 - 5t^2 + 6t$$

이다.  $t = 3$ 에서 점 P의 가속도를 구하시오. [3점]

26. 자연수 전체의 집합  $U$ 의 두 부분집합

$$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}, B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$$

에 대하여

$$n(X) = 2, X - (A - B) = \emptyset$$

을 만족시키는  $U$ 의 모든 부분집합  $X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

27. 두 함수

$f(x) = x^3 + 3x^2 - k, \ g(x) = 2x^2 + 3x - 10$

에 대하여 부등식

$f(x) \geq 3g(x)$

가 닫힌 구간  $[-1, 4]$ 에서 항상 성립하도록 하는 실수  $k$ 의  
최댓값을 구하십시오. [4점]

28. 첫째항이 2이고 공비가 정수인 등비수열  $\{a_n\}$ 과 자연수  $m$ 이  
다음 조건을 만족시킬 때,  $a_m$ 의 값을 구하십시오. [4점]

(가)  $4 < a_2 + a_3 \leq 12$

(나)  $\sum_{k=1}^m a_k = 122$

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x_1, x_2, x_3$ 의 모든 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$ 의 개수를 구하십시오. [4점]

- (가)  $n = 1, 2$  일 때,  $x_{n+1} - x_n \geq 2$ 이다.
- (나)  $x_3 \leq 10$

30. 최고차항의 계수가 1 이고  $f(2) = 3$  인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \frac{ax-9}{x-1} & (x < 1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $y=g(x)$ 의 그래프와 직선  $y=t$ 가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수  $t$ 의 값의 집합은  $\{t|t=-1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$ 이다.

$(g \circ g)(-1)$ 의 값을 구하십시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.