제 2 교시

수학 영역

5지선다형

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

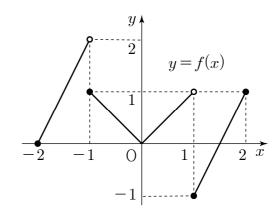
2.
$$\int_0^1 (2x+3)dx$$
의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3

4 5 5

3. 함수 $f(x)=x^2-ax$ 에 대하여 f'(1)=0일 때, 상수 a의 값은? [3점]

4. 닫힌구간 [-2, 2] 에서 정의된 함수 y = f(x)의 그래프가 그림과 같다.



 $\lim_{x \to -1-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x) 의 값은? [3점]$

 $\bigcirc -1$ $\bigcirc 0$ $\bigcirc 1$ $\bigcirc 2$

⑤ 3

1

- **5.** 부등식 $5^{2x-7} \le \left(\frac{1}{5}\right)^{x-2}$ 을 만족시키는 자연수 x의 개수는? [3점]

2 2

- 3
- 4
- ⑤ 5

- 6. $\cos(-\theta) + \sin(\pi + \theta) = \frac{3}{5}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

7. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 10$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

- 를 만족시킨다. $a_9 + a_{12}$ 의 값은? [3점]
- ① 5
- 2 6 3 7
- 4 8
- **⑤** 9

8. 첫째항이 $a\left(a>0\right)$ 이고, 공비가 r인 등비수열 $\left\{a_{n}\right\}$ 의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n 이라 하자.

 $2a = S_2 + S_3$, $r^2 = 64a^2$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- \bigcirc 2
- ② 4 ③ 6
- 4 8
- ⑤ 10

- $\mathbf{9.}$ 2 이상의 두 자연수 a, n에 대하여 $(\sqrt[n]{a})^3$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 n의 최댓값을 f(a)라 하자. f(4)+f(27)의 값은? [4점]
 - ① 13
- 2 14
- 3 15 4 16
- ⑤ 17

10. $0 \le x < 2\pi$ 일 때, 방정식

 $3\cos^2 x + 5\sin x - 1 = 0$

의 모든 해의 합은? [4점]

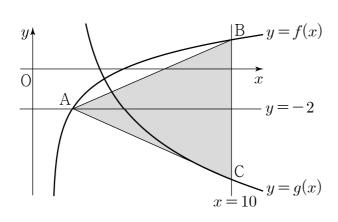
- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

11. a > 1인 실수 a에 대하여 두 함수

$$f(x) = \frac{1}{2} \log_a(x-1) - 2, \ g(x) = \log_{\frac{1}{a}}(x-2) + 1$$

이 있다. 직선 y=-2와 함수 y=f(x)의 그래프가 만나는 점을 A 라 하고, 직선 x=10과 두 함수 y=f(x), y=g(x)의 그래프가 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 삼각형 ACB의 넓이가 28일 때, a^{10} 의 값은? [4점]

- ① 15
- 2 18
- 3 21
- ④ 24
- ⑤ 27



12. 다항함수 f(x)는 $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2-3x-5}=2$ 를 만족시키고, 함수 g(x)는

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-3} & (x \neq 3) \\ 1 & (x = 3) \end{cases}$$

이다. 두 함수 f(x), g(x)에 대하여 함수 f(x)g(x)가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, f(1)의 값은? [4점]

- ① 8
- 2 9
- ③ 10
- 4 11
- ⑤ 12

 $\mathbf{13.}$ 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$(n+1)S_{n+1} = \log_2(n+2) + \sum_{k=1}^n S_k \cdots (*)$$

가 성립할 때, $\sum_{k=1}^{n} ka_k$ 를 구하는 과정이다.

주어진 식 (*)에 의하여

$$nS_n = \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^{n-1} S_k \ (n \ge 2) \ \cdots \ \bigcirc$$

이다. (*)에서 ①을 빼서 정리하면

$$(n+1)S_{n+1}-nS_n$$

$$= \log_2(n+2) - \log_2(n+1) + \sum_{k=1}^n S_k - \sum_{k=1}^{n-1} S_k \quad (n \ge 2)$$

이므로

$$((7)) \times a_{n+1} = \log_2 \frac{n+2}{n+1} \quad (n \ge 2)$$

이다.

 $a_1 = 1 = \log_2 2 \circ \Im$,

 $2S_2 = \log_2 3 + S_1 = \log_2 3 + a_1$ 이므로

모든 자연수 n에 대하여

이다. 따라서

$$\sum_{k=1}^{n} k a_k = \boxed{(\ddagger)}$$

이다.

위의 (r), (r)에 알맞은 식을 각각 f(n), g(n), h(n) 이라 할 때, f(8)-g(8)+h(8) 의 값은? [4점]

- ① 12
- 2 13
- 3 14
- **4** 15
- **⑤** 16

14. 시각 t=0일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \ge 0)$ 에서의 속도 v(t)가

$$v(t) = 3t^2 - 6t$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

一<보 기>-----

- \neg . 시각 t=2에서 점 P의 움직이는 방향이 바뀐다.
- L. 점 P가 출발한 후 움직이는 방향이 바뀔 때 점 P의 위치는 -4이다.
- ㄷ. 점 P 가 시각 t=0 일 때부터 가속도가 12 가 될 때까지 움직인 거리는 8이다.
- ① 7 ② 7, L ③ 7, ⊏

- ④ ∟, ⊏
 ⑤ ¬, ∟, ⊏

15. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 f(x)의 도함수 f'(x)에 대하여 방정식 f'(x)=0의 서로 다른 세 실근 α , 0, $\beta(\alpha < 0 < \beta)$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 함수 f(x)는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 f(x) = 9는 서로 다른 세 실근을 가진다.

(나) $f(\alpha) = -16$

함수 g(x) = |f'(x)| - f'(x)에 대하여 $\int_0^{10} g(x) dx$ 의 값은? [4점]

1 48 250

3 52 4 54

⑤ 56

단답형

16. 두 상수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to -1} \frac{x^2 + 4x + a}{x+1} = b$ 일 때, a+b의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 f(x)에 대하여 $f'(x)=3x^2+6x-4$ 이고 f(1)=5일 때, f(2)의 값을 구하시오. [3점]

18. 함수 $f(x)=x^3+ax$ 에서 x의 값이 1에서 3까지 변할 때의 평균변화율이 f'(a)의 값과 같게 되도록 하는 양수 a에 대하여 $3a^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 다항함수 f(x), g(x)가

$$\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - 4}{x^2 - 4} = 2, \lim_{x \to 2} \frac{g(x) + 1}{x - 2} = 8$$

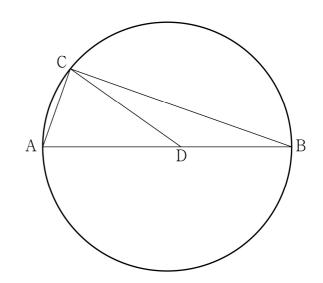
을 만족시킨다. 함수 h(x)=f(x)g(x)에 대하여 h'(2)의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 C 에 대하여

$$\overline{BC} = 12\sqrt{2}$$
, $\cos(\angle CAB) = \frac{1}{3}$

이다. 선분 AB를 5:4로 내분하는 점을 D라 할 때, 삼각형 CAD의 외접원의 넓이는 S이다.

 $\frac{S}{\pi}$ 의 값을 구하시오. [4점]



21. 공차가 d이고 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

 $(7 r) \ a_1 \leq d$

(나) 어떤 자연수 $k\,(k\geq 3)$ 에 대하여 세 항 $a_2,\; a_k,\; a_{3k-1}$ 이 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

 $90 \le a_{16} \le 100$ 일 때, a_{20} 의 값을 구하시오. [4점]

22. 삼차함수 $f(x) = \frac{2\sqrt{3}}{3} x(x-3)(x+3)$ 에 대하여 $x \ge -3$ 에서 정의된 함수 g(x)는

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (-3 \le x < 3) \\ \\ \frac{1}{k+1} f(x-6k) & (6k-3 \le x < 6k+3) \end{cases}$$
 (단, k 는 모든 자연수)

이다. 자연수 n 에 대하여 직선 y=n 과 함수 y=g(x) 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때,

 $\sum_{n=1}^{12} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오

제2교시

수학 영역 (미적분)

5지선다형

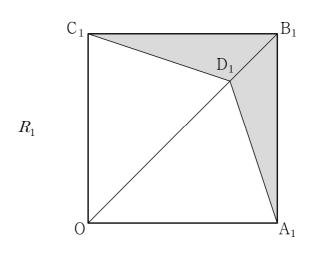
- $23.~0<\theta<\frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta=\frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sec\theta$ 의 값은? [2점]
 - ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{5}}{4}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{5\sqrt{5}}{4}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$
- 24. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} 2\cos 2x \sin^{2} 2x \, dx$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{5}{18}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

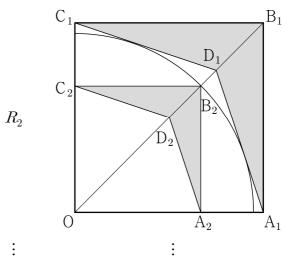
25. 자연수 r에 대하여 $\lim_{n \to \infty} \frac{3^n + r^{n+1}}{3^n + 7 \times r^n} = 1$ 이 성립하도록 하는 모든 r의 값의 합은? [3점]

- ① 7
- 2 8
- 3 9
- **4** 10
- ⑤ 11
- 26. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 OA₁B₁C₁의 대각선 OB₁을 3:1로 내분하는 점을 D₁이라 하고, 네 선분 A₁B₁, B₁C₁, C₁D₁, D₁A₁로 둘러싸인 → 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R₁이라 하자.

그림 R_1 에서 중심이 O이고 두 직선 A_1D_1 , C_1D_1 에 동시에 접하는 원과 선분 OB_1 이 만나는 점을 B_2 라 하자. 선분 OB_2 를 대각선으로 하는 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 를 그리고 정사각형 $OA_2B_2C_2$ 에 그림 R_1 을 얻는 것과 같은 방법으로

 \Box 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \to \infty} S_n$ 의 값은? [3점]





① $\frac{70}{11}$ ② $\frac{75}{11}$ ③ $\frac{80}{11}$ ④ $\frac{80}{9}$ ⑤ $\frac{85}{9}$

27. 곡선 $y = xe^{-2x}$ 의 변곡점을 A 라 하자. 곡선 $y = xe^{-2x}$ 위의 점 A에서의 접선이 x축과 만나는 점을 B라 할 때, 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [3점]

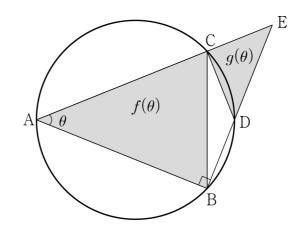
① e^{-2} ② $3e^{-2}$ ③ 1 ④ e^2 ⑤ $3e^2$

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 5인 원에 내접하고,

 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC 가 있다. $\angle BAC = \theta$ 라 하고, 점 B를 지나고 직선 AB에 수직인 직선이 원과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D, 직선 BD와 직선 AC가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ABC 의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 CDE 의 넓이를

 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)

[4점]



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

단답형

29. 함수 $f(x)=x^3-x$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 역함수가 존재하는 삼차함수 $g(x)=ax^3+x^2+bx+1$ 이 있다. 함수 g(x)의 역함수 $g^{-1}(x)$ 에 대하여 함수 h(x)를

$$h(x) = \begin{cases} (f \circ g^{-1})(x) & (x < 0 \text{ } \Xi \succeq x > 1) \\ \frac{1}{\pi} \sin \pi x & (0 \le x \le 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 h(x)가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, g(a+b)의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

30. 두 자연수 a, b에 대하여 이차함수 $f(x)=ax^2+b$ 가 있다. 함수 g(x)를

$$g(x) = \ln f(x) - \frac{1}{10} \{f(x) - 1\}$$

이라 하자. 실수 t 에 대하여 직선 y=|g(t)| 와 함수 y=|g(x)| 의 그래프가 만나는 점의 개수를 h(t) 라 하자. 두 함수 g(x), h(t)가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 g(x)는 x=0에서 극솟값을 갖는다.
- (나) 함수 h(t)가 t=k에서 불연속인 k의 값의 개수는 7이다

$$\int_0^a e^x f(x) \, dx = m e^a - 19$$
일 때, 자연수 m 의 값을 구하시오. [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오..