

제 2 교시

# 수학 영역

5 지 선 다 형

1.  $\sqrt{8} \times 4^{\frac{1}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2      ②  $2\sqrt{2}$       ③ 4      ④  $4\sqrt{2}$       ⑤ 8

2.  $\int_0^2 (2x^3 + 3x^2) dx$ 의 값은? [2점]

- ① 14      ② 16      ③ 18      ④ 20      ⑤ 22

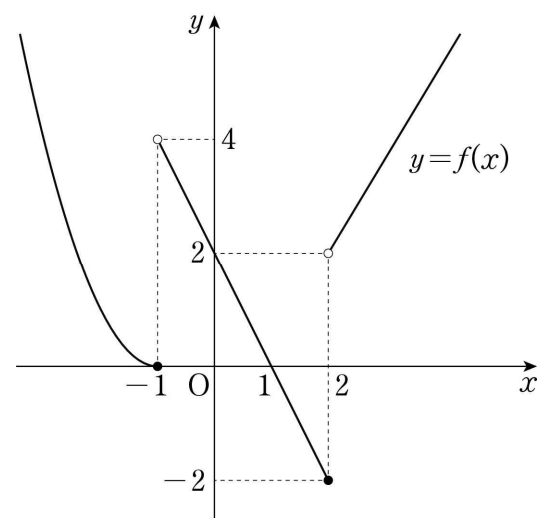
3. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 a_3 = 4, \quad a_3 a_5 = 64$$

일 때,  $a_6$ 의 값은? [3점]

- ① 16      ②  $16\sqrt{2}$       ③ 32      ④  $32\sqrt{2}$       ⑤ 64

4. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -4      ② -2      ③ 0      ④ 2      ⑤ 4

5.  $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$  인  $\theta$  에 대하여  $\sin \theta = 2 \cos (\pi - \theta)$  일 때,  
 $\cos \theta \tan \theta$  의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$       ②  $-\frac{\sqrt{5}}{5}$       ③  $\frac{1}{5}$   
 ④  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

6. 함수  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x + a$  에 대하여 곡선  $y = f(x)$  위의  
 점  $(1, f(1))$  에서의 접선이  $x$  축,  $y$  축과 만나는 점을 각각  
 P, Q 라 하자.  $\overline{PQ} = 6$  일 때, 양수  $a$  의 값은? [3점]

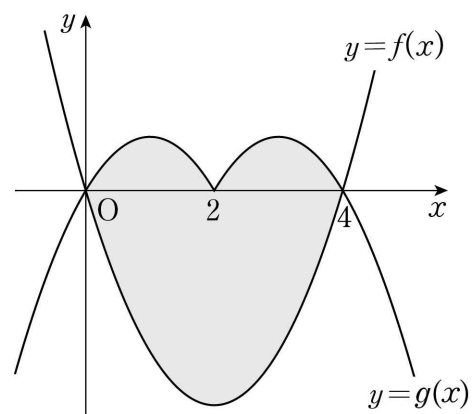
- ①  $2\sqrt{2}$       ②  $\frac{5\sqrt{2}}{2}$       ③  $3\sqrt{2}$       ④  $\frac{7\sqrt{2}}{2}$       ⑤  $4\sqrt{2}$

7. 두 함수

$$f(x) = x^2 - 4x, \quad g(x) = \begin{cases} -x^2 + 2x & (x < 2) \\ -x^2 + 6x - 8 & (x \geq 2) \end{cases}$$

의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{40}{3}$       ② 14      ③  $\frac{44}{3}$       ④  $\frac{46}{3}$       ⑤ 16



8. 첫째항이 20인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = |a_n| - 2$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값은? [3점]

- ① 88      ② 90      ③ 92      ④ 94      ⑤ 96

9. 최고차항의 계수가 1인 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$xf'(x) - 3f(x) = 2x^2 - 8x$$

를 만족시킬 때,  $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 두 곡선

$$y = -\log_2(-x), \quad y = \log_2(x+2a)$$

가 만나는 두 점을 A, B라 하자. 선분 AB의 중점이 직선  $4x+3y+5=0$  위에 있을 때, 선분 AB의 길이는? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{7}{4}$       ③ 2      ④  $\frac{9}{4}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

11. 두 정수  $a, b$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $0 \leq x < 4$ 에서  $f(x) = ax^2 + bx - 24$ 이다.  
 (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+4) = f(x)$ 이다.

$1 < x < 10$ 일 때, 방정식  $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 5이다.  $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① 18      ② 19      ③ 20      ④ 21      ⑤ 22

12. 양수  $a$ 에 대하여 함수

$$f(x) = \left| 4\sin\left(ax - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \right| \quad \left( 0 \leq x < \frac{4\pi}{a} \right)$$

의 그래프가 직선  $y=2$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수는  $n$ 이다. 이  $n$ 개의 점의  $x$ 좌표의 합이 39일 때,  $n \times a$ 의 값은?

[4점]

- ①  $\frac{\pi}{2}$       ②  $\pi$       ③  $\frac{3\pi}{2}$       ④  $2\pi$       ⑤  $\frac{5\pi}{2}$



15. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  
두 자연수  $p, q$ 에 대하여  $S_n = pn^2 - 36n + q$ 일 때,  $S_n$ 이 다음  
조건을 만족시키도록 하는  $p$ 의 최솟값을  $p_1$ 이라 하자.

임의의 두 자연수  $i, j$ 에 대하여  $i \neq j$ 이면  $S_i \neq S_j$ 이다.

$p = p_1$ 일 때,  $|a_k| < a_1$ 을 만족시키는 자연수  $k$ 의 개수가 3이  
되도록 하는 모든  $q$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 372      ② 377      ③ 382      ④ 387      ⑤ 392

단 답 형

16.  $\log_2 96 + \log_{\frac{1}{4}} 9$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x) = x^3 - 3x^2 + ax + 10$ 이  $x = 3$ 에서 극소일 때,  
함수  $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

18.  $\sum_{k=1}^6 (k+1)^2 - \sum_{k=1}^5 (k-1)^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = 4t^3 - 48t$$

이다. 시간  $t = k$  ( $k > 0$ )에서 점 P의 가속도가 0일 때, 시간  $t = 0$ 에서  $t = k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. (단,  $k$ 는 상수이다.) [3점]

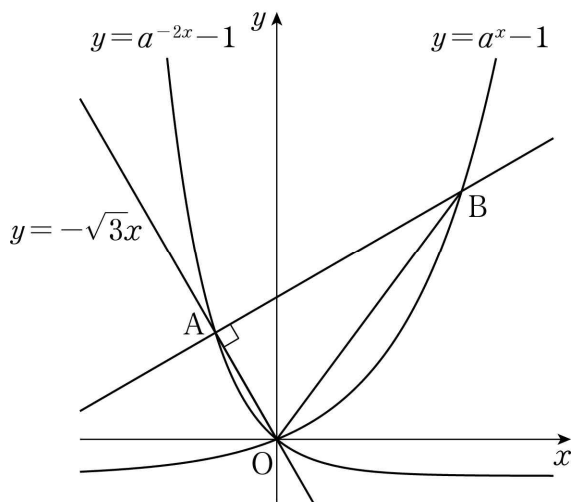
20. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여  $f(5)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

- (가)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)-1|}{x}$ 의 값이 존재한다.
- (나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $xf(x) \geq -4x^2 + x$ 이다.

21. 그림과 같이  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 두 곡선

$$y = a^{-2x} - 1, \quad y = a^x - 1$$

이 있다. 곡선  $y = a^{-2x} - 1$ 과 직선  $y = -\sqrt{3}x$ 가 서로 다른 두 점  $O, A$ 에서 만난다. 점  $A$ 를 지나고 직선  $OA$ 에 수직인 직선이 곡선  $y = a^x - 1$ 과 제1사분면에서 만나는 점을  $B$ 라 하자.  $\overline{OA} : \overline{OB} = \sqrt{3} : \sqrt{19}$ 일 때, 선분  $AB$ 의 길이를 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이다.) [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 와 실수  $t$ 에 대하여 구간  $(-\infty, t]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값을  $m_1$ 이라 하고, 구간  $[t, \infty)$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최솟값을  $m_2$ 라 할 때,

$$g(t) = m_1 - m_2$$

라 하자.  $k > 0$ 인 상수  $k$ 와 함수  $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$g(t) = k$ 를 만족시키는 모든 실수  $t$ 의 값의 집합은  $\{t \mid 0 \leq t \leq 2\}$ 이다.

$g(4) = 0$ 일 때,  $k + g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.



제 2 교시

# 수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. 첫째항이 1 이고 공차가 2 인 등차수열  $\{a_n\}$  에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3n+1}$  의 값은? [2점]

- ①  $\frac{2}{3}$       ② 1      ③  $\frac{4}{3}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤ 2

24. 미분가능한 함수  $f(x)$  에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{\ln(1+3x)} = 2$$

일 때,  $f'(0)$  의 값은? [3점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

25. 매개변수  $t$  ( $0 < t < \pi$ )로 나타내어진 곡선

$$x = \sin t - \cos t, \quad y = 3\cos t + \sin t$$

위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가 3일 때,  $a+b$ 의 값은?  
[3점]

- ① 0                      ②  $-\frac{\sqrt{10}}{10}$                       ③  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$   
④  $-\frac{3\sqrt{10}}{10}$                       ⑤  $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$

26.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{(2n-k)^2}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{3}{2} - 2\ln 2$                       ②  $1 - \ln 2$                       ③  $\frac{3}{2} - \ln 3$   
④  $\ln 2$                       ⑤  $2 - \ln 3$

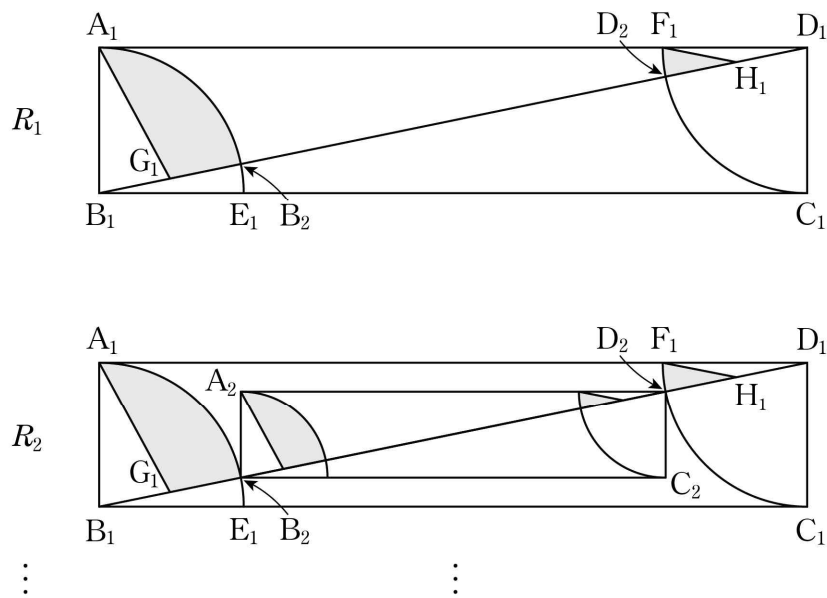
27. 그림과 같이  $\overline{A_1B_1}=1$ ,  $\overline{B_1C_1}=2\sqrt{6}$  인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$  이 있다. 중심이  $B_1$  이고 반지름의 길이가 1 인 원이 선분  $B_1C_1$  과 만나는 점을  $E_1$  이라 하고, 중심이  $D_1$  이고 반지름의 길이가 1 인 원이 선분  $A_1D_1$  과 만나는 점을  $F_1$  이라 하자. 선분  $B_1D_1$  이 호  $A_1E_1$ , 호  $C_1F_1$  과 만나는 점을 각각  $B_2$ ,  $D_2$  라 하고, 두 선분  $B_1B_2$ ,  $D_1D_2$  의 중점을 각각  $G_1$ ,  $H_1$  이라 하자.

두 선분  $A_1G_1$ ,  $G_1B_2$  와 호  $B_2A_1$  로 둘러싸인 부분인  $\cap$  모양의 도형과 두 선분  $D_2H_1$ ,  $H_1F_1$  과 호  $F_1D_2$  로 둘러싸인 부분인  $\cap$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자.

그림  $R_1$  에서 선분  $B_2D_2$  가 대각선이고 모든 변이 선분  $A_1B_1$  또는 선분  $B_1C_1$  에 평행한 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$  를 그린다.

직사각형  $A_2B_2C_2D_2$  에 그림  $R_1$  을 얻은 것과 같은 방법으로  $\cap$  모양의 도형과  $\cap$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$  라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  의 값은? [3점]



①  $\frac{25\pi - 12\sqrt{6} - 5}{64}$

②  $\frac{25\pi - 12\sqrt{6} - 4}{64}$

③  $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 6}{64}$

④  $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 5}{64}$

⑤  $\frac{25\pi - 10\sqrt{6} - 4}{64}$

28. 닫힌구간  $[0, 4\pi]$  에서 연속이고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수  $f(x)$  에 대하여  $\int_0^{4\pi} |f(x)| dx$  의 최솟값은? [4점]

(가)  $0 \leq x \leq \pi$  일 때,  $f(x) = 1 - \cos x$  이다.

(나)  $1 \leq n \leq 3$  인 각각의 자연수  $n$  에 대하여

$$f(n\pi + t) = f(n\pi) + f(t) \quad (0 < t \leq \pi)$$

또는

$$f(n\pi + t) = f(n\pi) - f(t) \quad (0 < t \leq \pi)$$

이다.

(다)  $0 < x < 4\pi$  에서 곡선  $y = f(x)$  의 변곡점의 개수는 6 이다.

①  $4\pi$

②  $6\pi$

③  $8\pi$

④  $10\pi$

⑤  $12\pi$

## 단답형

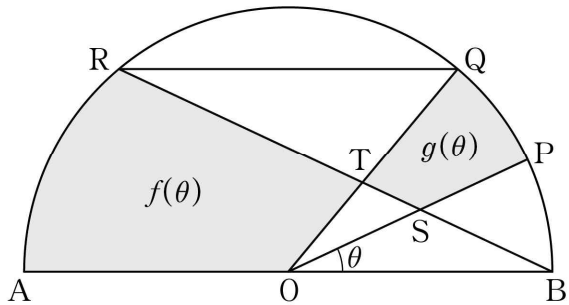
29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 하고 호 AB 위에 두 점 P, Q를

$$\angle BOP = \theta, \angle BOQ = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 점 Q를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 Q가 아닌 점을 R라 하고, 선분 BR가 두 선분 OP, OQ와 만나는 점을 각각 S, T라 하자.

세 선분 AO, OT, TR와 호 RA로 둘러싸인 부분의 넓이를  $f(\theta)$ 라 하고, 세 선분 QT, TS, SP와 호 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{g(\theta)}{f(\theta)} = a$ 일 때,  $80a$ 의 값을

구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \ln \{f(x) + f'(x) + 1\}$$

이 있다. 상수  $a$ 와 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) > 0$ 이고

$$\int_{2a}^{3a+x} g(t) dt = \int_{3a-x}^{2a+2} g(t) dt$$

이다.

(나)  $g(4) = \ln 5$

$$\int_3^5 \{f'(x) + 2a\}g(x) dx = m + n \ln 2 \text{ 일 때, } m+n \text{의 값을}$$

구하시오. (단,  $m, n$ 은 정수이고,  $\ln 2$ 는 무리수이다.) [4점]

## \* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.