

제 2 교시

수학 영역 [가형]

1

5지 선다형(1 ~ 21)

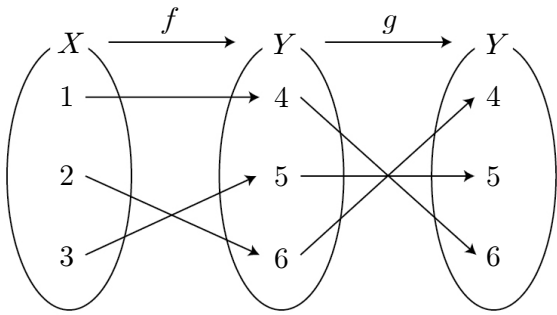
1. $(\sqrt[3]{8})^2$ 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합은? [2점]
- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2}{(n+1)(n+2)}$ 의 값은? [2점]
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 7$, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k + b_k) = 38$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값은? [3점]
- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

5. 그림은 두 함수 $f: X \rightarrow Y$, $g: Y \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다.



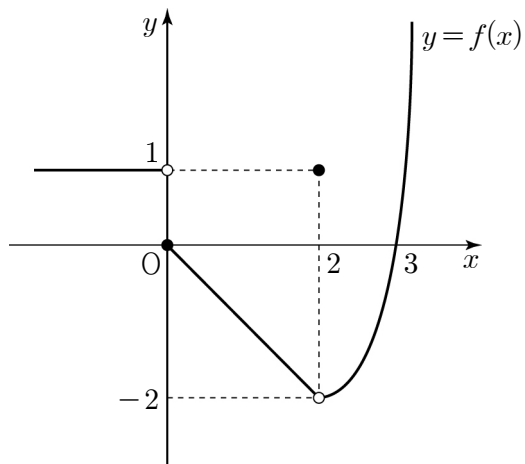
$(f^{-1} \circ g)(4)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $y = \frac{ax}{2x-1}$ ($a \neq 0$)의 그래프의 두 점근선이 만나는 점의 좌표가 $(b, \frac{1}{2})$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

6. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 실수 x 에 대한 두 조건

$p : x^2 - 7x + 10 \leq 0,$

$q : (x+1)(x-a) \leq 0$

에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수 a 의 최솟값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 A 에 대하여

$\{1, 2\} \cap A \neq \emptyset$

을 만족시키는 모든 집합 A 의 개수는? [3점]

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

10. 좌표평면에서 실수 a 에 대하여 곡선 $y = \sqrt{x+a}$ 가 두 점 $(2, 3), (3, 2)$ 를 이은 선분과 만나기 위한 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

11. 어느 학급 전체 학생 30명이 있다. 이 학급의 학생들 중 방과후 수업으로 수학을 신청한 학생이 24명, 영어를 신청한 학생이 15명이라 하자. 이 학급의 학생 중에서 수학과 영어를 모두 신청한 학생의 수의 최댓값과 최솟값의 합은? [3점]

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

12. 함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)}{x-2} = 15$ 를 만족시킬 때,

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2xf(x-2)}{x^2+x-6}$ 의 값은? [3점]

① 12 ② 10 ③ 8 ④ 6 ⑤ 4

13. $k < 0$ 인 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^2 - 2x + k$ ($x \geq 1$)의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 점을 P라 하고, 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.
삼각형 POH의 넓이가 8일 때, k 의 값은? (단, O는 원점이다.)
[3점]

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

14. 다음은 상용로그표의 일부이다.

수	...	7	8	9
...	
5.97760	.7767	.7774
6.07832	.7839	.7846
6.17903	.7910	.7917

이 표를 이용하여 구한 $\log 607 + \log 0.607$ 의 값은? [4점]

① 1.5664 ② 2.0664 ③ 2.5664
④ 3.0664 ⑤ 3.5664

15. 수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^n ka_k = n(n+1)(n+2)$$

를 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 185 ② 195 ③ 205 ④ 215 ⑤ 225

16. 1보다 큰 실수 a 에 대하여 직선 $x=a$ 가 두 함수

$y = \frac{1}{x-1}$, $y = -4x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라

하자. 선분 PQ의 길이의 최솟값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

17. $a_1 = 1, a_2 = -1, a_3 = 4$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$n(n-2)a_{n+1} = \sum_{i=1}^n a_i$$

를 만족시킨다. 다음은

$$a_n = \frac{8}{(n-1)(n-2)} \quad (n \geq 3)$$

임을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n = 3$ 일 때, $a_3 = 4 = \frac{8}{(3-1)(3-2)}$ 이므로 성립한다.

(ii) $n = k \ (k \geq 3)$ 일 때, 성립한다고 가정하면

$$a_k = \frac{8}{(k-1)(k-2)}$$

이다.

$$\begin{aligned} k(k-2)a_{k+1} &= \sum_{i=1}^k a_i = a_k + \sum_{i=1}^{k-1} a_i \\ &= a_k + (k-1)(k-3)a_k \\ &= a_k \times \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{8}{(k-1)(k-2)} \times \boxed{\text{(가)}} \\ &= \frac{\boxed{\text{(나)}}}{k-1} \end{aligned}$$

이다. 그러므로

$$a_{k+1} = \frac{1}{k(k-2)} \times \frac{\boxed{\text{(나)}}}{k-1} = \frac{8}{\boxed{\text{(다)}}}$$

이다. 따라서 $n = k+1$ 일 때 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 $n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \frac{8}{(n-1)(n-2)} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k), h(k)$ 라 할 때, $\frac{f(13) \times g(14)}{h(12)}$ 의 값은? [4점]

- ① 88 ② 96 ③ 104 ④ 112 ⑤ 120

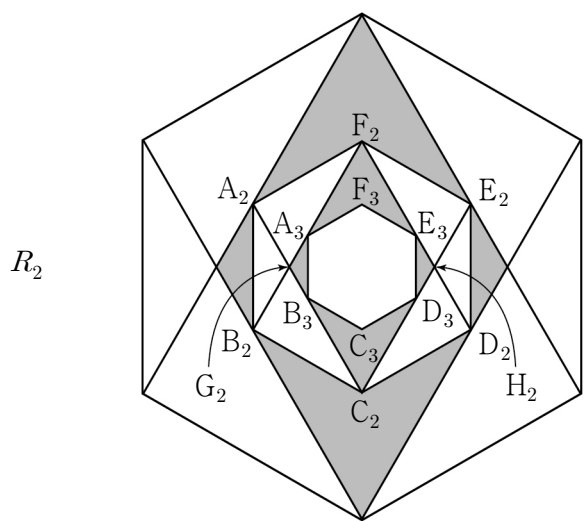
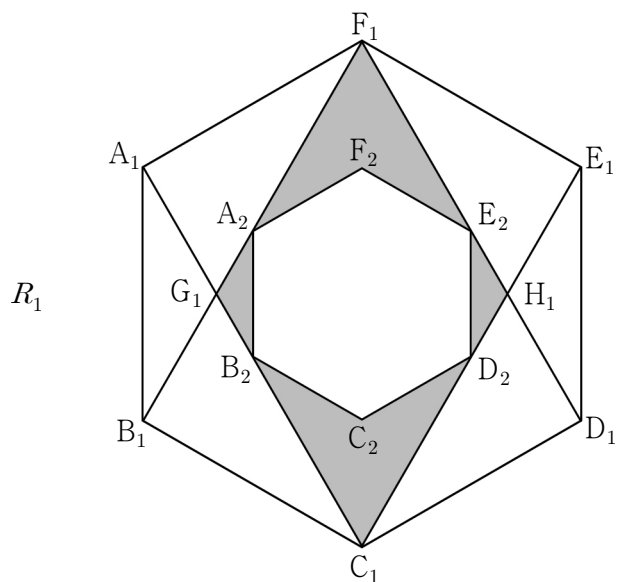
18. 좌표평면에서 자연수 n 에 대하여

직선 $3x - 4y + 4^n = 0$ 과 x 축, y 축에 동시에 접하면서 원의 중심이 직선 $y = x$ 위에 있는 두 원의 반지름의 길이의 합을

a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{4^n + 1}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정육각형 $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ 이 있다. 선분 A_1C_1 과 선분 B_1F_1 의 교점을 G_1 , 선분 C_1E_1 과 선분 D_1F_1 의 교점을 H_1 이라 하고, 선분 B_1F_1 과 선분 A_1C_1 의 중점을 각각 A_2 , B_2 라 하자. 사각형 $F_1G_1C_1H_1$ 의 내부에 선분 A_2B_2 를 한 변으로 하는 정육각형을 그리고, 이 정육각형의 나머지 네 꼭짓점을 C_2 , D_2 , E_2 , F_2 라 하자.
- 사각형 $F_1G_1C_1H_1$ 의 내부와 정육각형 $A_2B_2C_2D_2E_2F_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.
- 그림 R_1 에서 선분 A_2C_2 와 선분 B_2F_2 의 교점을 G_2 , 선분 C_2E_2 와 선분 D_2F_2 의 교점을 H_2 라 하고, 선분 B_2F_2 와 선분 A_2C_2 의 중점을 각각 A_3 , B_3 이라 하자.
- 사각형 $F_2G_2C_2H_2$ 의 내부에 선분 A_3B_3 을 한 변으로 하는 정육각형을 그리고, 이 정육각형의 나머지 네 꼭짓점을 C_3 , D_3 , E_3 , F_3 이라 하자. 사각형 $F_2G_2C_2H_2$ 의 내부와 정육각형 $A_3B_3C_3D_3E_3F_3$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
- 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

- ① $\frac{53}{9}\sqrt{3}$ ② $\frac{56}{9}\sqrt{3}$ ③ $\frac{59}{9}\sqrt{3}$
 ④ $\frac{62}{9}\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{65}{9}\sqrt{3}$

20. 자연수 n 에 대하여 $n+m-1$ 이 소수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 m 을 $f(n)$ 이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

————— <보 기> —————

ㄱ. $f(10)=2$
 ㄴ. $f(n)=5$ 이면 $f(n+4)=1$ 이다.
 ㄷ. 5 이상의 자연수 n 에 대하여
 $f(n)=1$ 이고 $f(n-1)<f(n-2)$ 이면 $f(n-3)=4$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 함수 $f(x)=\frac{x-1}{2x-6}$ 과 3 이상의 자연수 k 에 대하여

$$\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{|f(3-a)|^{n+1}}{2^n+|1-f(3+a)|^n}=k$$

를 만족시키는 모든 실수 a 의 값의 합을 $g(k)$ 라 하자.

$\sum_{k=3}^{17}g(k)$ 의 값은? [4점]

- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{12}{35}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{16}{35}$ ⑤ $-\frac{18}{35}$

단답형(22 ~ 30)

22. $\lim_{x\rightarrow 1}(x^2+3x+1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1=4,\ a_4-a_2=6$$

일 때, a_5 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+2}\right) = 6$ 일 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} (4a_n + 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 를 만족시키고,

$$f(x) = \begin{cases} -x-2 & (-2 \leq x < -1) \\ x & (-1 \leq x < 1) \\ -x+2 & (1 \leq x < 2) \end{cases}$$

- 이다. 방정식 $f(x) = \frac{1}{n}x$ 의 서로 다른 실근의 개수가 11이 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

25. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$a_n = (\text{자연수 } n \text{을 } 3 \text{으로 나누었을 때의 몫}),$$

$$b_n = (-1)^{n-1} \times 5^{a_n}$$

- 일 때, $\sum_{k=1}^9 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x(x-2) & (x\leq 1) \\ x(x-2)+16 & (x>1) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)\{f(x)-a\}$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 상수 a 의 값을 구하시오. [4점]

28. 좌표평면에서 2 이상의 자연수 n 에 대하여

직선 $y=n$ 이 함수 $y=(x+2)^2$ ($x\geq -2$)의 그래프와 만나는 점의 x 좌표를 a_n 이라 하자. a_n 의 n 제곱근 중 실수인 것의

개수를 $F(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{20} F(n)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 자연수 k 에 대하여 집합 A_k 를

$$A_k = \left\{ \frac{b}{a} \mid \log_a b = \frac{k}{2}, a \text{와 } b \text{는 } 2 \text{ 이상 } 100 \text{ 이하의 자연수} \right\}$$

라 할 때, $n(A_3) + n(A_4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 양의 실수 k 와 함수 $f(x) = ax(x-b)$ (a, b 는 자연수)에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < b) \\ kf(x-b) & (x \geq b) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(6) = -8$

(나) 방정식 $|g(x)| = b$ 의 서로 다른 실근의 개수는 5이다.

실수 m 에 대하여 직선 $y = mx - 1$ 이 함수 $y = |g(x)|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 $h(m)$ 이라 하자.

함수 $h(m)$ 에 대하여 $\lim_{m \rightarrow t-} h(m) + \lim_{m \rightarrow t+} h(m) = 6$ 을 만족시키는

모든 실수 t 의 값의 합은 $p + q\sqrt{14}$ 이다.

$12(p+q)$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.