제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(-\sqrt{2})^4 \times 8^{-\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + 9$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 11

2 12

③ 13

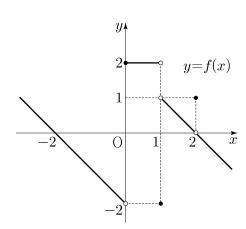
4 14

⑤ 15

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos^2\theta = \frac{4}{9}$ 일 때, $\sin^2\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

 $1 - \frac{4}{9}$ $2 - \frac{1}{3}$ $3 - \frac{2}{9}$ $4 - \frac{1}{9}$ 5 0

4. 함수 y = f(x)의 그래프가 그림과 같다.



 $\lim_{x\to 0^-} f(x) + \lim_{x\to 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

 $\bigcirc -2$

(2) -1

3 0

4 1

 \bigcirc 2

 $\mathbf{5}$. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = \frac{1}{4}$$
, $a_2 + a_3 = \frac{3}{2}$

일 때, $a_6 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 16
 - ② 20
 - 3 24
- 4 28
- ⑤ 32

 $\mathbf{6.}$ 두 양수 a, b에 대하여 함수 f(x)가

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x < -1) \\ x & (-1 \le x < 3) \\ bx-2 & (x \ge 3) \end{cases}$$

이다. 함수 |f(x)|가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, a+b의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3 ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

- 7. 닫힌구간 $[0,\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = -\sin 2x$ 가 x=a에서 최댓값을 갖고 x=b에서 최솟값을 갖는다. 곡선 y = f(x) 위의 두 점 (a, f(a)), (b, f(b))를 지나는 직선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{2}{\pi}$ ③ $\frac{3}{\pi}$ ④ $\frac{4}{\pi}$ ⑤ $\frac{5}{\pi}$

- 8. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 f(x)에 대하여 f(5)의 최솟값은? [3점]
 - (7) f(1) = 3
 - (나) 1 < x < 5인 모든 실수 x에 대하여 $f'(x) \ge 5$ 이다.
 - ① 21
- ② 22
- ③ 23
- **4** 24
- ⑤ 25

9. 두 함수

$$f(x) = x^3 - x + 6$$
, $g(x) = x^2 + a$

가 있다. $x \ge 0$ 인 모든 실수 x에 대하여 부등식

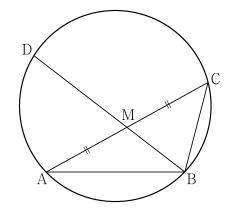
$$f(x) \ge g(x)$$

가 성립할 때, 실수 a의 최댓값은? [4점]

- 1
- ② 2 ③ 3 ④ 4
- **⑤** 5

10. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{AC} > 3$ 이고

 $\cos(\angle BAC) = \frac{7}{8}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{10}}{5}$ ② $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ ③ $\frac{4\sqrt{10}}{5}$
- $4 \frac{9\sqrt{10}}{10}$ $5 \sqrt{10}$

11. 시각 t=0일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \ge 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 2 - t$$
, $v_2(t) = 3t$

이다. 출발한 시각부터 점 P가 원점으로 돌아올 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- 16
- ② 18
- 3 20
- ④ 22
- **⑤** 24
- 12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

$$(7) a_5 \times a_7 < 0$$

$$(\mbox{\downarrow}) \ \sum_{k=1}^{6} \left| a_{k+6} \right| = 6 + \sum_{k=1}^{6} \left| a_{2k} \right| \label{eq:alpha}$$

- ② 11 ③ $\frac{23}{2}$

수학 영역

5

13. 두 곡선 $y=16^x$, $y=2^x$ 과 한 점 $A(64, 2^{64})$ 이 있다.

점 A를 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_1 이라 하고, 점 P_1 을 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_1 이라 하자.

점 Q_1 을 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$ 과 만나는 점을 P_2 라 하고, 점 P_2 를 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 Q_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 두 점을 각각 P_n , Q_n 이라 하고 점 Q_n 의 x 좌표를 x_n 이라 할 때,

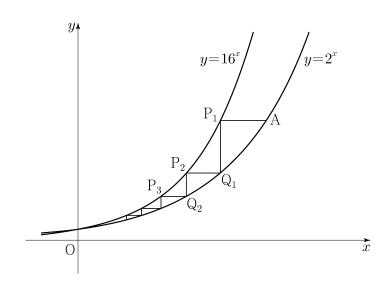
 $x_n < \frac{1}{k}$ 을 만족시키는 n의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k의 개수는? [4점]

① 48

② 51

③ 54 ④ 57

⑤ 60



14. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 f(x)와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 g(x)가

$$g(x) = \begin{cases} -\int_0^x f(t) dt & (x < 0) \\ \int_0^x f(t) dt & (x \ge 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

----<보 기>--

 $\neg . f(0) = 0$

ㄴ. 함수 f(x)는 극댓값을 갖는다.

- . 2 < f(1) < 4 일 때, 방정식 <math>f(x) = x의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① ¬

② □ ③ ¬, ∟

4 7, 5 7, 4, 5

6

수학 영역

 ${f 15.}$ 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

 $a_1 = 0$ 이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \left\{ \begin{array}{ll} a_n + \dfrac{1}{k+1} & \left(a_n \leq 0\right) \\ \\ a_n - \dfrac{1}{k} & \left(a_n > 0\right) \end{array} \right.$$

이다.

 $a_{22} = 0$ 이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

- ① 12
- 2 14
- ③ 16
- **4** 18

⑤ 20

단답형

16. 방정식 $\log_2(x+2) + \log_2(x-2) = 5$ 를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 f(x)에 대하여 $f'(x) = 8x^3 + 6x^2$ 이고 f(0) = -1일 때, f(-2)의 값을 구하시오. [3점]

수학 영역

7

- 18. $\sum_{k=1}^{10} (4k+a) = 250$ 일 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]
- 20. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 f(x)에 대하여 함수 $g(x) = \int_x^{x+1} |f(t)| dt$ 는 x=1과 x=4에서 극소이다. f(0)의 값을 구하시오. [4점]

19. 함수 f(x) = x⁴ + ax² + b 는 x = 1 에서 극소이다.
함수 f(x)의 극댓값이 4일 때, a+b의 값을 구하시오.
(단, a와 b는 상수이다.) [3점]

8

수학 영역

- **21.** 자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$ 의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오. [4점]
- **22.** 두 양수 a, b(b>3)과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 f(x)에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} (x+3)f(x) & (x<0) \\ (x+a)f(x-b) & (x \ge 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, g(4)의 값을 구하시오. [4점]

$$\lim_{x\to -3} \frac{\sqrt{|g(x)|+\{g(t)\}^2}-|g(t)|}{(x+3)^2}$$
의 값이 존재하지 않는

실수 t의 값은 -3과 6뿐이다.

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, **「선택과목(확률과 통계)**」문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

2023학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 문제지

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

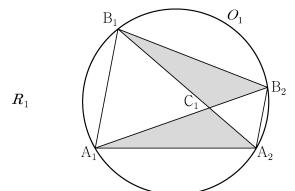
23.
$$\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3n}-\sqrt{n^2+n}}$$
 의 값은? [2점]

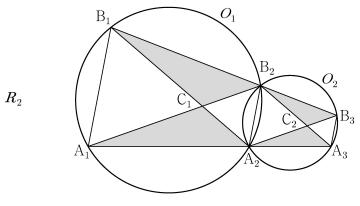
- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3
- **24.** 곡선 $x^2 y \ln x + x = e$ 위의 점 (e, e^2) 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① e+1 ② e+2 ③ e+3 ④ 2e+1 ⑤ 2e+2

- **25.** 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 3$ 의 역함수를 g(x)라 할 때, g'(3)의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$
- **26.** 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 2$, $\overline{B_1A_2} = 3$ 이고 $\angle A_1B_1A_2 = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 $A_1A_2B_1$ 과 이 삼각형의 외접원 O_1 이 있다. 점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 에 평행한 직선이 원 O_1 과 만나는 점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 두 선분 A_1B_2 , B_1A_2 가 만나는 점을 C₁이라 할 때, 두 삼각형 A₁A₂C₁, B₁C₁B₂로 만들어진 \nearrow 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 점 \mathbf{B}_2 를 지나고 직선 $\mathbf{B}_1\mathbf{A}_2$ 에 평행한 직선이 직선 A_1A_2 와 만나는 점을 A_3 이라 할 때, 삼각형 $A_2A_3B_2$ 의 외접원을 O_2 라 하자. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 B_3 , C_2 를 잡아 원 O_2 에 \geq 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.
 - 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [3점]





- ① $\frac{11\sqrt{3}}{9}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{13\sqrt{3}}{9}$

수학 영역(미적분)

27. 첫째항이 4인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 급수

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{3n+7}{n+2} \right)$$

- 이 실수 S에 수렴할 때, S의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

28. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 f(x)에 대하여 함수 g(x)가

$$g(x) = \begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x) \neq 0) \\ 1 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 g(x)의 극솟값은? [4점]

- (가) 함수 g(x)는 $x \neq 1$ 인 모든 실수 x에서 연속이다.
- (나) 함수 g(x)는 x=2에서 극대이고, 함수 |g(x)|는 x=2에서 극소이다.
- (다) 방정식 g(x) = 0의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.
- ① $\ln \frac{13}{27}$ ② $\ln \frac{16}{27}$ ③ $\ln \frac{19}{27}$ ④ $\ln \frac{22}{27}$ ⑤ $\ln \frac{25}{27}$

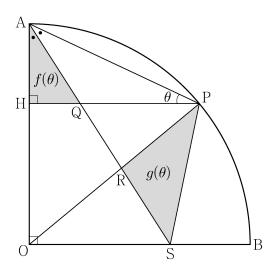
4

수학 영역(미적분)

단답형

29. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린수선의 발을 H라 하고, \angle OAP를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. \angle APH = θ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자.

 $\lim_{\theta \to 0+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$ 일 때, 100k의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)



30. 양수 a에 대하여 함수 f(x)는

$$f(x) = \frac{x^2 - ax}{e^x}$$

이다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x) = f'(t)(x-t) + f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 g(t)라 하자.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

 $g(5)+\lim_{t o 5}g(t)=5$ 일 때, $\lim_{t o k-}g(t)\neq\lim_{t o k+}g(t)$ 를 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 이다. p+q의 값을 구하시오.

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.