

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1.  $2^5 \times 2^{-3}$ 의 값은? [2 점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

2. 두 집합

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{2, 3, 4, 5, 6\}$

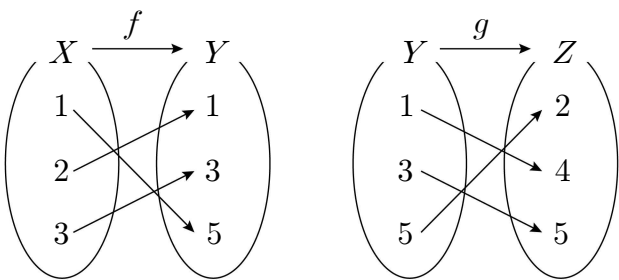
에 대하여  $n(A \cap B)$ 의 값은? [2 점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 공비가 2인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 6$ 일 때,  $a_4$ 의 값은?  
[2 점]

- ① 16      ② 18      ③ 20      ④ 22      ⑤ 24

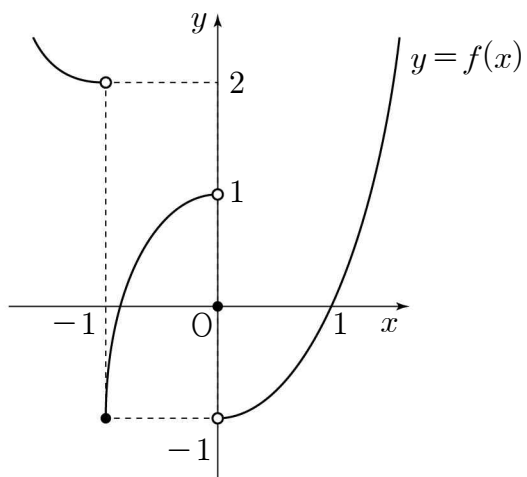
4. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(1)$ 의 값은? [3 점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 함수  $y=f(x)$  의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0+} f(x)$  의 값은? [3 점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

6. 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여  $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 + 5n$  을 만족시킬 때,  $a_6$  의 값은? [3 점]

- ① 8      ② 12      ③ 16      ④ 20      ⑤ 24

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax & (x < 2) \\ 4x + b & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $ab$  의 값은?  
(단,  $a$  와  $b$  는 상수이다.) [3 점]

- ① 24      ② 26      ③ 28      ④ 30      ⑤ 32

8. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 정의역이  $\{x \mid 2 \leq x \leq a\}$ 인  
함수  $y = \frac{3}{x-1} - 2$ 의 치역이  $\{y \mid -1 \leq y \leq b\}$ 일 때,  
 $a+b$ 의 값은? (단,  $a > 2, b > -1$ ) [3 점]
- ① 5            ② 6            ③ 7            ④ 8            ⑤ 9

9.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 - 9} = 3$ 일 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단,  $a$ 와  $b$ 는 상수이다.) [3 점]
- ① -33    ② -30    ③ -27    ④ -24    ⑤ -21

10. 함수  $f(x) = x(x+1)(x-2)$ 에서  $x$ 의 값이  $-2$ 에서  $0$ 까지  
변할 때의 평균변화율과  $x$ 의 값이  $0$ 에서  $a$ 까지 변할 때의  
평균변화율이 서로 같을 때, 양수  $a$ 의 값은? [3 점]
- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

11. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_n}{n} + 1 \right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n + 3n^2}{n^2 + 1}$ 의 값은? [3 점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

12. 두 함수

$$f(x) = 4x - 5, \quad g(x) = 3x + 1$$

에 대하여  $(f \circ g^{-1})(k) = 7$ 을 만족시키는 실수  $k$ 의 값은? [3 점]

- ① 4      ② 7      ③ 10      ④ 13      ⑤ 16

13. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x+1)-f(1)=x^3+13x^2+26x$$

를 만족시킬 때,  $f'(1)$ 의 값은? [3 점]

- ① 26      ② 30      ③ 34      ④ 38      ⑤ 42

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t)=12-3t^2$$

이다.  $t=0$ 부터  $t=4$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [4 점]

- ① 44      ② 48      ③ 52      ④ 56      ⑤ 60

15. 등차수열  $\{a_n\}$  이

$$\sum_{k=1}^{15} a_k = 165, \quad \sum_{k=1}^{21} (-1)^k a_k = -20$$

을 만족시킬 때,  $a_{21}$ 의 값은? [4 점]

- ① 45      ② 50      ③ 55      ④ 60      ⑤ 65

16. 함수  $f(x)=a(x-1)^2+1$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{ \sqrt{f(-x)} - \sqrt{f(x)} \} = 6$$

일 때, 양수  $a$ 의 값은? [4 점]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

17. 첫째항이 3 이고 공비가  $r(r > 1)$  인 등비수열  $\{a_n\}$  에 대하여 수열  $\{b_n\}$  의 각 항이

$$\begin{aligned} b_1 &= \log_{a_1} a_2 \\ b_2 &= (\log_{a_1} a_2) \times (\log_{a_2} a_3) \\ b_3 &= (\log_{a_1} a_2) \times (\log_{a_2} a_3) \times (\log_{a_3} a_4) \\ &\vdots \\ b_n &= (\log_{a_1} a_2) \times (\log_{a_2} a_3) \times (\log_{a_3} a_4) \times \cdots \times (\log_{a_n} a_{n+1}) \\ &\vdots \end{aligned}$$

일 때,  $\sum_{k=1}^{10} b_k = 120$  이다.  $\log_3 r$  의 값은? [4 점]

- ①  $\frac{1}{2}$
- ② 1
- ③  $\frac{3}{2}$
- ④ 2
- ⑤  $\frac{5}{2}$

18. 다음은

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4}{(1 + 2 + 3 + \cdots + n)(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2)}$$

의 값을 구하는 과정의 일부이다.

$$S_n = \frac{1^4 + 2^4 + 3^4 + \cdots + n^4}{(1 + 2 + 3 + \cdots + n)(1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2)}$$

이라 하면

$$\begin{aligned} S_n &= \frac{\boxed{\text{(가)}} \times \sum_{k=1}^n k^4}{n^2(n+1)^2(2n+1)} \\ &= \boxed{\text{(가)}} \times \frac{\boxed{\text{(나)}}}{(n+1)^2(2n+1)} \times \sum_{k=1}^n \frac{k^4}{n^5} \end{aligned}$$

이다. 따라서

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 6 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \left\{ \left( \frac{k}{n} \right)^4 \frac{1}{n} \right\}$$

이므로 정적분의 정의에 의하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 6 \int_0^1 f(x) dx = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 수를 각각  $p$ ,  $q$ 라 하고 (나)에 알맞은 식을  $g(n)$ 이라 할 때,  $g(2) + \frac{p}{q}$ 의 값은? [4 점]

- ① 18
- ② 21
- ③ 24
- ④ 27
- ⑤ 30

19. 2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 좌표평면 위의 두 원

$$C_1 : x^2 + y^2 = (n-1)^2,$$

$$C_2 : (x-n)^2 + y^2 = n^2$$

이 만나는 서로 다른 두 점을 각각  $P_n, Q_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{P_n Q_n}}{n}$ 의 값은? [4 점]

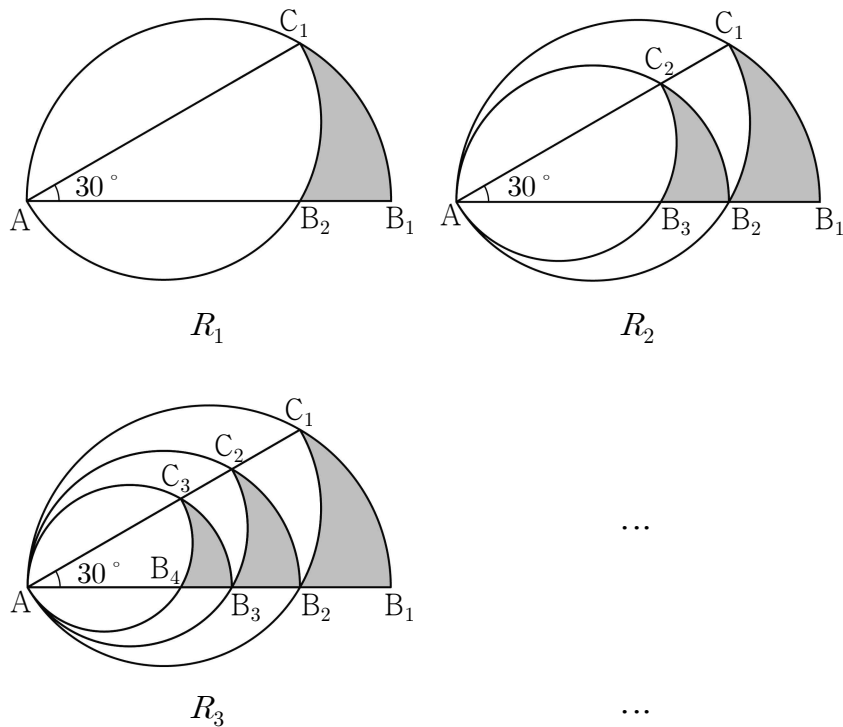
- ①  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ③ 1    ④  $\sqrt{2}$     ⑤  $\sqrt{3}$

20. 그림과 같이 길이가 8인 선분  $AB_1$ 을 지름으로 하는 반원을 그리고 호  $B_1A$  위에  $\angle B_1AC_1 = 30^\circ$ 가 되도록 점  $C_1$ 을 잡는다. 선분  $AC_1$ 을 지름으로 하는 반원이 선분  $AB_1$ 과 만나는 점 중 점  $A$ 가 아닌 점을  $B_2$ 라 할 때, 선분  $B_2B_1$ , 호  $B_1C_1$ 과 호  $C_1B_2$ 로 둘러싸인 도형의 내부를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $AB_2$ 를 지름으로 하는 반원을 그리고 호  $B_2A$  위에  $\angle B_2AC_2 = 30^\circ$ 가 되도록 점  $C_2$ 를 잡는다. 선분  $AC_2$ 를 지름으로 하는 반원이 선분  $AB_2$ 와 만나는 점 중 점  $A$ 가 아닌 점을  $B_3$ 이라 할 때, 선분  $B_3B_2$ , 호  $B_2C_2$ 와 호  $C_2B_3$ 으로 둘러싸인 도형의 내부를 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림을  $R_n$ 이라 할 때, 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{q}{p}(2\pi + 3\sqrt{3})$ 일 때,  $p+q$ 의 값은? (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4 점]



- ① 31    ② 33    ③ 35    ④ 37    ⑤ 39



21. 양수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x)=\int_{3t}^x(s^2-4ts+3t^2)ds$$

라 할 때, 닫힌 구간  $[0, 2]$ 에서 함수  $f(x)$ 의 최댓값을  $g(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?  
[4 점]

<보 기>

ㄱ.  $f'(x)=(x-t)(x-3t)$

ㄴ.  $t>2$ 일 때,  $g(t)=\frac{2}{3}(3t-2)^2$ 이다.

ㄷ.  $t>0$ 에서 정의된 함수  $g(t)$ 는  $t=\frac{1}{2}$ 에서만 미분가능하지 않다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단 답 형

22.  $\log_5 50+\log_5 \frac{1}{2}$ 의 값을 구하시오. [3 점]

23. 자연수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A=\{1, 2a\}, B=\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$$

에 대하여  $A\subset B$ 를 만족시키는 모든 자연수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [3 점]

24. 함수  $f(x)$  가

$$f(x) = \int (3x^2 + 2) dx$$

이고  $f(0) = 1$  일 때,  $f(2)$  의 값을 구하시오. [3 점]

26.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 - ax + b$  를  $x - 1$  로 나눈 나머지가 57 이다. 세 수  $1, a, b$  가 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룰 때,  $a + b$  의 값을 구하시오. (단,  $a$  와  $b$  는 상수이다.)

[4 점]

25. 실수  $x$  에 대한 두 조건

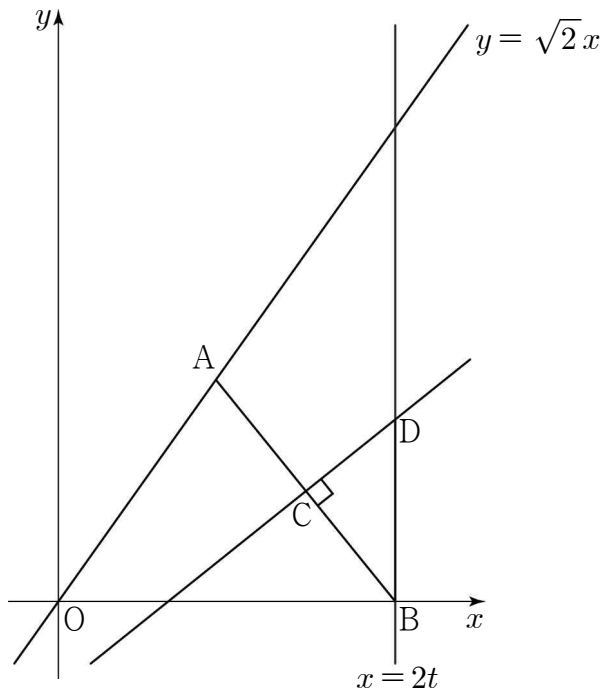
$$p : x^2 - 4x + 3 \leq 0,$$

$$q : x \leq a$$

에 대하여  $p$  가  $q$  이기 위한 충분조건이 되도록 하는 실수  $a$  의 최솟값을 구하시오. [3 점]

27. 직선  $y = \sqrt{2}x$  위의 점  $A(t, \sqrt{2}t)$  ( $t > 0$ ) 과  $x$  축 위의 점  $B(2t, 0)$  이 있다. 선분  $AB$  의 중점을  $C$  라 하고, 점  $C$  를 지나고 선분  $AB$  에 수직인 직선이 직선  $x = 2t$  와 만나는 점을  $D$  라 하자. 선분  $CD$  의 길이를  $f(t)$  라 할 때,

$$\lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 16}{f(t) - \sqrt{6}} = a \text{ 이다. } 3a^2 \text{ 의 값을 구하시오. [4 점]}$$



28. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

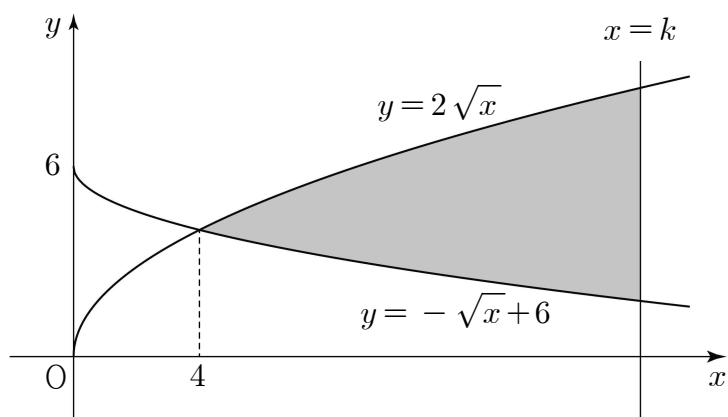
(가) 모든 정수  $m$  에 대하여

$$\int_m^{m+2} f(x) dx = 4 \text{ 이다.}$$

(나)  $0 \leq x \leq 2$  에서  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$  이다.

$$4 \int_1^{10} f(x) dx \text{ 의 값을 구하시오. [4 점]}$$

29. 좌표평면에서 두 곡선  $y=2\sqrt{x}$ ,  $y=-\sqrt{x}+6$  과 직선  $x=k$ 로 둘러싸인 영역의 내부 또는 그 경계에 포함되고  $x$ 좌표와  $y$ 좌표가 모두 정수인 점의 개수가 59가 되도록 하는 자연수  $k$ 의 값을 구하시오. (단,  $k > 4$ ) [4점]



30. 최고차항의 계수의 부호가 서로 다른 두 삼차다항식  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가

$$|f(x)| = \begin{cases} g(x) - 4x - 26 & (x \leq a) \\ g(x) + 2x^3 - 14x^2 + 12x + 6 & (x > a) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, 방정식  $f(x) + a(x-k)^2 = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 자연수  $k$ 의 값의 합을 구하시오. (단,  $a$ 는 상수이다.) [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.