

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(27 \times \sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-5}-1}{x-3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + 7x - 4$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 1$, $a_5 = 2(a_3)^2$ 일 때, a_6 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

2

수학 영역

5. 부등식 $\log_2 x \leq 4 - \log_2(x-6)$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 19 ③ 23 ④ 27 ⑤ 31

7. $f(3)=2$, $f'(3)=1$ 인 다행함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-g(x)}{x-3}=1$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $(2\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta + 2\cos\theta)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

수학 영역

3

8. 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 $-\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = b_1, \quad \sum_{n=1}^8 a_n + \sum_{n=1}^8 b_n = 160$$

일 때, $a_3 + b_3$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가
- $$v(t) = 3(t-2)(t-a) \quad (a > 2 \text{인 상수})$$

이다. 점 P의 시각 $t=0$ 에서의 위치는 0이고, $t > 0$ 에서 점 P의 위치가 0이 되는 순간은 한 번뿐이다.

$v(8)$ 의 값은? [4점]

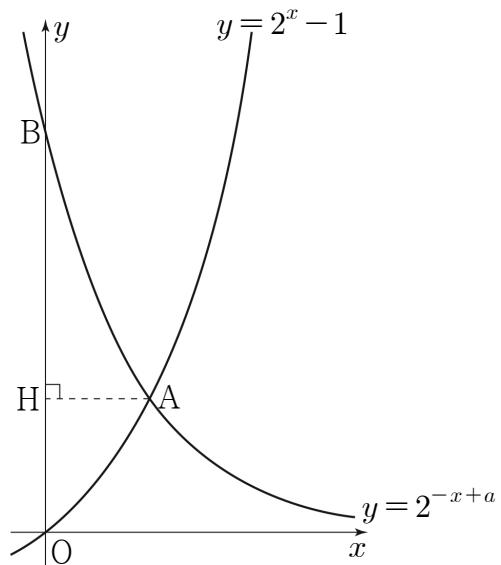
- ① 27 ② 36 ③ 45 ④ 54 ⑤ 63

9. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{-x+a}$, $y = 2^x - 1$ 이 만나는 점을 A,

곡선 $y = 2^{-x+a}$ 이 y 축과 만나는 점을 B라 하자.

점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{OB} = 3 \times \overline{OH}$ 이다.

상수 a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 2 ② $\log_2 5$ ③ $\log_2 6$ ④ $\log_2 7$ ⑤ 3

4

수학 영역

11. 자연수 k 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 서로 다른 실근의 개수가 8이다.

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \leq n \leq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여
 $a_n + a_{n+4} = 15$ 이다.

(나) $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n = n$ 이다.

$\sum_{n=1}^4 a_n = 6$ 일 때, a_5 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

수학 영역

5

13. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t)dt = 3$$

을 만족시킬 때, $\int_1^2 (4x+1)f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

14. 정수 k 와 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x-1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x \leq 3) \\ -x+4 & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x-k)|$ 라 할 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

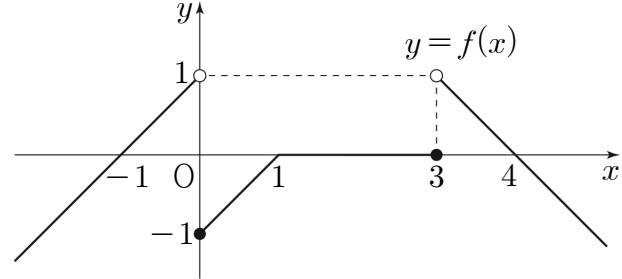
〈보기〉

ㄱ. $k = -3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = g(0)$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)+g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 정수 k 가 존재한다.

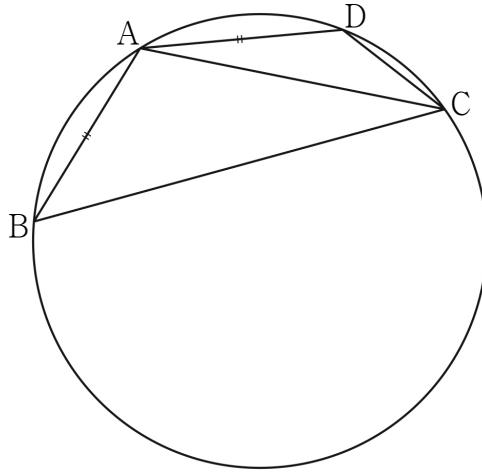
ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은 -5 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



15. 그림과 같이 반지름의 길이가 R ($5 < R < 5\sqrt{5}$)인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{AC} = 10$ 이다.
- 사각형 ABCD의 넓이는 40이다.



다음은 선분 BD의 길이와 R 의 비를 구하는 과정이다.

$$\overline{AB} = \overline{AD} = k \text{라 할 때}$$

두 삼각형 ABC, ACD에서 각각 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle ACB) = \frac{1}{20} \left(\overline{BC} + \frac{\boxed{(가)}}{\overline{BC}} \right),$$

$$\cos(\angle DCA) = \frac{1}{20} \left(\overline{CD} + \frac{\boxed{(가)}}{\overline{CD}} \right)$$

이다.

이때 두 호 AB, AD에 대한 원주각의 크기가 같으므로 $\cos(\angle ACB) = \cos(\angle DCA)$ 이다.

사각형 ABCD의 넓이는

두 삼각형 ABD, BCD의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2}k^2 \sin(\angle BAD) + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{CD} \times \sin(\pi - \angle BAD) = 40$$

에서 $\sin(\angle BAD) = \boxed{(나)}$ 이다.

따라서 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$\overline{BD} : R = \boxed{(다)} : 1 \text{이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $\frac{f(10p)}{q}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{2}$ ② 15 ③ $\frac{35}{2}$ ④ 20 ⑤ $\frac{45}{2}$

단답형

16. $\log_2 9 \times \log_3 16$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 곡선 $y = -x^2 + 4x - 4$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $12S$ 의 값을 구하시오. [3점]

수학 영역

7

18. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$F(x) = (x+2)f(x) - x^3 + 12x$$

를 만족시킨다. $F(0)=30$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^4 - 4x^3 + 16x + a \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다.

양수 t 에 대하여 좌표평면 위의 네 점 $(t, 0), (0, 2t),$

$(-t, 0), (0, -2t)$ 를 꼭짓점으로 하는 마름모가

곡선 $y = f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는

$t = \alpha, t = 8$ 에서 불연속이다. $\alpha^2 \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단, α 는 $0 < \alpha < 8$ 인 상수이다.) [4점]

21. 공차가 자연수 d 이고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 d 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq 0$ 이다.

(나) $a_{2m} = -a_m$ 이고 $\sum_{k=m}^{2m} |a_k| = 128$ 인 자연수 m 이 존재한다.

22. 양수 a 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f'(t+a) \times f'(t-a)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 과 $x = \frac{13}{2}$ 에서만 극값을 갖는다.

$f(0) = -\frac{1}{2}$ 일 때, $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지선다형

23. 함수 $f(x) = (x+a)e^x$ 에 대하여 $f'(2) = 8e^2$ 일 때,
상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\sec \theta = \frac{\sqrt{10}}{3}$ 일 때, $\sin^2 \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{20}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{3}{10}$

2

수학 영역(미적분)

25. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(2x^2 + 3x) - \ln 3x}{x}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

26. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+1} - 1}{\left(\frac{x}{2}\right)^{2n} + 1}$$

에 대하여 $f(k) = k$ 를 만족시키는 모든 실수 k 의 합은?

[3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

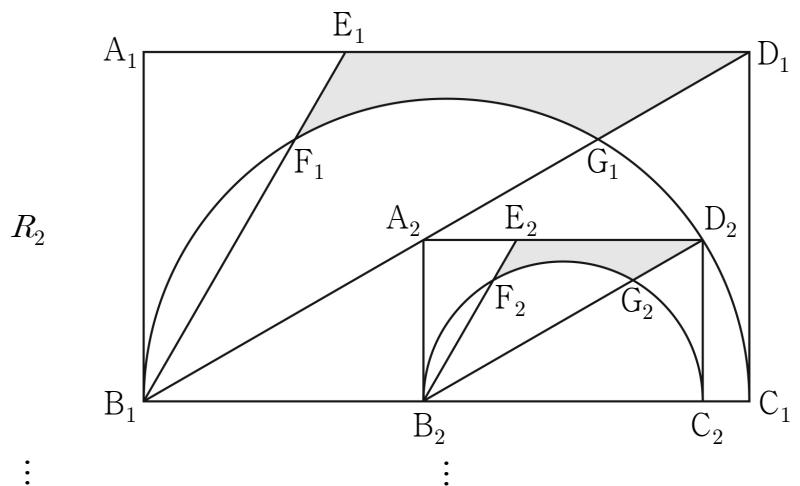
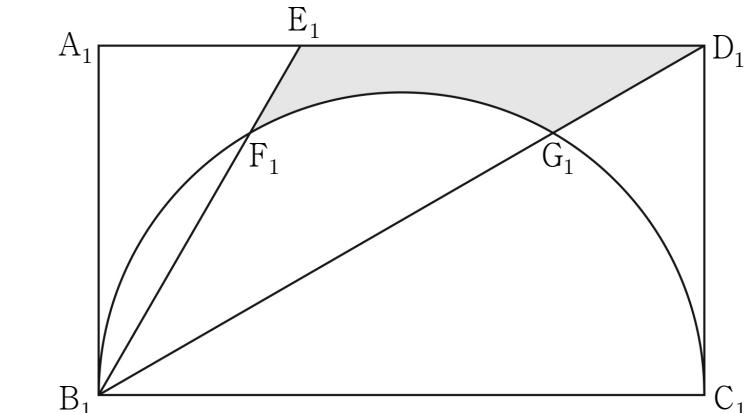
수학 영역(미적분)

3

27. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 - 2nx - 2n$ 이 직선 $y = x + 1$ 과 만나는 두 점을 각각 P_n, Q_n 이라 하자. 선분 P_nQ_n 을 대각선으로 하는 정사각형의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{7}{30}$

28. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1} = 2$, $\overline{B_1C_1} = 2\sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분 A_1D_1 을 1:2로 내분하는 점을 E_1 이라 하고 선분 B_1C_1 을 지름으로 하는 반원의 호 B_1C_1 이 두 선분 B_1E_1 , B_1D_1 과 만나는 점 중 점 B_1 이 아닌 점을 각각 F_1, G_1 이라 하자. 세 선분 F_1E_1, E_1D_1, D_1G_1 과 호 F_1G_1 로 둘러싸인 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에 선분 B_1G_1 위의 점 A_2 , 호 G_1C_1 위의 점 D_2 와 선분 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2 를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 1 : \sqrt{3}$ 인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{169}{864}(8\sqrt{3} - 3\pi)$ ② $\frac{169}{798}(8\sqrt{3} - 3\pi)$
 ③ $\frac{169}{720}(8\sqrt{3} - 3\pi)$ ④ $\frac{169}{864}(16\sqrt{3} - 3\pi)$
 ⑤ $\frac{169}{798}(16\sqrt{3} - 3\pi)$

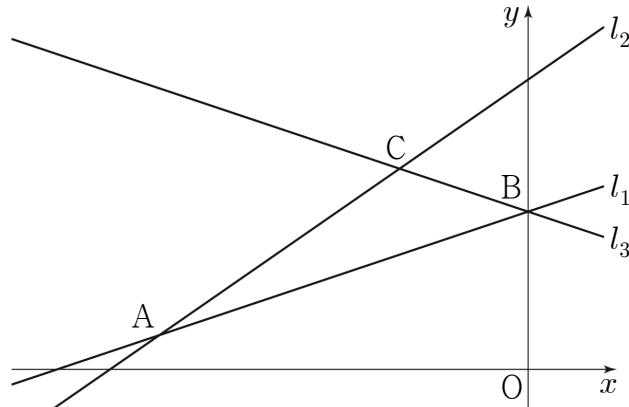
단답형

29. 그림과 같이 좌표평면 위의 제2사분면에 있는 점 A를 지나고 기울기가 각각 m_1, m_2 ($0 < m_1 < m_2 < 1$)인 두 직선을 l_1, l_2 라고 하고, 직선 l_1 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선을 l_3 이라 하자. 직선 l_3 이 두 직선 l_1, l_2 와 만나는 점을 각각 B, C라 하면 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overline{AB} = 12, \overline{AC} = 9$

(나) 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이는 $\frac{15}{2}$ 이다.

$78 \times m_1 \times m_2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 함수 $f(x) = a \cos x + x \sin x + b$ 와

$-\pi < \alpha < 0 < \beta < \pi$ 인 두 실수 α, β 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$

(나) $\frac{\tan \beta - \tan \alpha}{\beta - \alpha} + \frac{1}{\beta} = 0$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x^2} = c$ 일 때, $f\left(\frac{\beta - \alpha}{3}\right) + c = p + q\pi$ 이다.

두 유리수 p, q 에 대하여 $120 \times (p+q)$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b, c 는 상수이고, $a < 1$ 이다.) [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.