

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{8} \times \frac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = 2x^3 - x^2 + 6$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$a_5 = 4, a_7 = 4a_6 - 16$

을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

4. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$\int_1^x f(t) dt = x^3 - ax + 1$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

5. $\cos(\pi+\theta)=\frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi+\theta)>0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

6. 함수

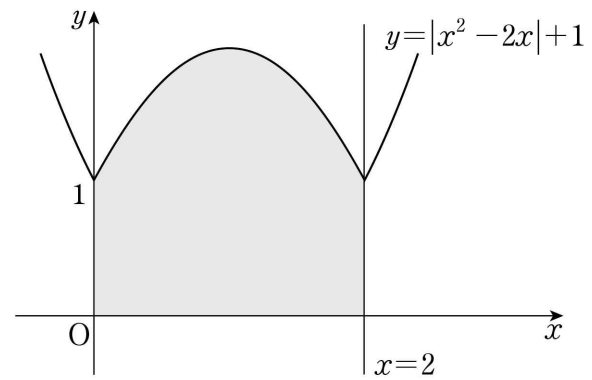
$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+1 & (x<2) \\ -x+1 & (x\geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 함수 $y=|x^2-2x|+1$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4



8. 두 점 $A(m, m+3)$, $B(m+3, m-3)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 곡선 $y=\log_4(x+8)+m-3$ 위에 있을 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

9. 함수 $f(x)=|x^3-3x^2+p|$ 는 $x=a$ 와 $x=b$ 에서 극대이다. $f(a)=f(b)$ 일 때, 실수 p 의 값은?
(단, a, b 는 $a\neq b$ 인 상수이다.) [4점]

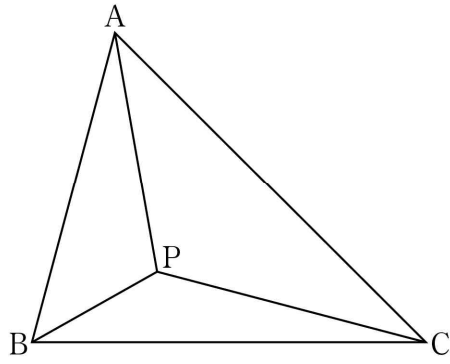
- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

(가) $|a_4|+|a_6|=8$
(나) $\sum_{k=1}^9 a_k=27$

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

11. 그림과 같이 $\angle BAC = 60^\circ$, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle PBC = 30^\circ$, $\angle PCB = 15^\circ$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]

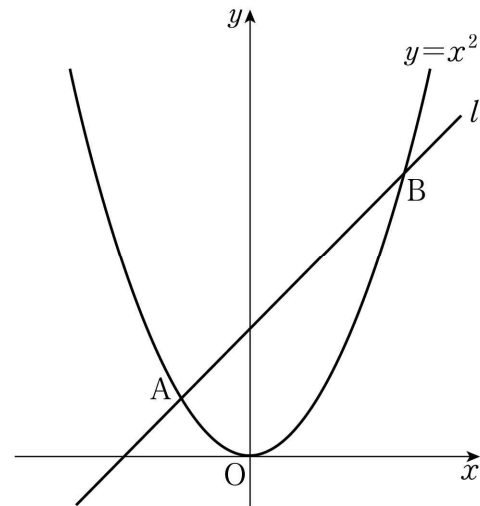


- ① $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

12. 곡선 $y = x^2$ 과 기울기가 1인 직선 l 이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 양의 실수 t 에 대하여 선분 AB의 길이가 $2t$ 가 되도록 하는 직선 l 의 y 절편을 $g(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{g(t)}{t^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1



13. 두 함수

$f(x)=x^2+ax+b, \ g(x)=\sin x$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이고, $0\leq a\leq 2$ 이다.) [4점]

(가) $\{g(a\pi)\}^2=1$
(나) $0\leq x\leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $f(g(x))=0$ 의
모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$ 이다.

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

14. 세 양수 a, b, k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$f(x)=\begin{cases} ax & (x < k) \\ -x^2+4bx-3b^2 & (x \geq k) \end{cases}$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

———— < 보 기 > ————

ㄱ. $a=1$ 이면 $f'(k)=1$ 이다.
ㄴ. $k=3$ 이면 $a=-6+4\sqrt{3}$ 이다.
ㄷ. $f(k)=f'(k)$ 이면 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 x 축으로
둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} + a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1} + a_n) & (a_{n+1} + a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1 = 1$ 일 때, $a_6 = 34$ 가 되도록 하는 모든 a_2 의 값의 합은? [4점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

단 답 형

16. $\log_2 96 - \frac{1}{\log_6 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 직선 $y = 4x + 5$ 가 곡선 $y = 2x^4 - 4x + k$ 에 접할 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

18. n 이 자연수일 때, x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - 5nx + 4n^2 = 0$$

의 두 근을 α_n, β_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^7 (1 - \alpha_n)(1 - \beta_n)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 15t + k, \quad v_2(t) = -3t^2 + 9t$$

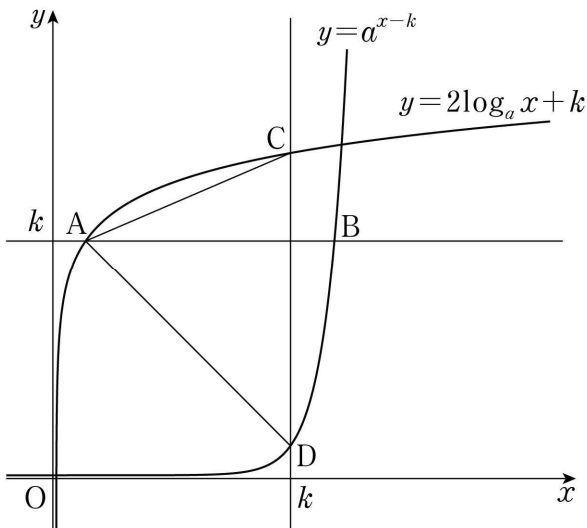
이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=1$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 양의 실수 p 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0)=0$
(나) $g(x)=\begin{cases} f(x-p)-f(-p) & (x < 0) \\ f(x+p)-f(p) & (x \geq 0) \end{cases}$

$\int_0^p g(x)dx=20$ 일 때, $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k 에 대하여 직선 $y=k$ 가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$ 과 만나는 점을 각각 A, B라고 하고, 직선 $x=k$ 가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB} \times \overline{CD} = 85$ 이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$ 의 값을 구하시오. [4점]



22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 있다.

실수 t 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=|f(x)-t|$ 라 할 때,

$\lim_{x \rightarrow k} \frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$ 의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k 의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

함수 $h(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t \rightarrow 4+} h(t) = 5$

(나) 함수 $h(t)$ 는 $t=-60$ 과 $t=4$ 에서만 불연속이다.

$f(2)=4$ 이고 $f'(2)>0$ 일 때, $f(4)+h(4)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$3^n - 2^n < a_n < 3^n + 2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{3^{n+1} + 2^n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{2n} - 6n}{a_n + 5} = 4$$

일 때, $a_2 - a_1$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 1)a_n = 3, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (4n^2 + 1)(a_n + b_n) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (2n^2 + 1)(a_n + 2b_n)$ 의 값은? [3점]

- ① -3 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -5

27. $a_1=3$, $a_2=-4$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_k} = \frac{6}{n+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① -54 ② $-\frac{75}{2}$ ③ -24 ④ $-\frac{27}{2}$ ⑤ -6

28. $a>0$, $a\neq 1$ 인 실수 a 와 자연수 n 에 대하여 직선 $y=n$ 이 y 축과 만나는 점을 A_n , 직선 $y=n$ 이 곡선 $y=\log_a(x-1)$ 과 만나는 점을 B_n 이라 하자. 사각형 $A_n B_n B_{n+1} A_{n+1}$ 의 넓이를 S_n 이라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{B_n B_{n+1}}}{S_n} = \frac{3}{2a+2}$$

을 만족시키는 모든 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

단 답 형

29. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 부등식 $x^2 - 4nx - n < 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 a_n 이라 하자. 두 상수 p, q 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{na_n} - pn) = q$$

일 때, $100pq$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n+1} - x}{x^{2n} + 1}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$2k - 2 \leq |x| < 2k$ 일 때,

$$g(x) = (2k - 1) \times f\left(\frac{x}{2k - 1}\right)$$

이다. (단, k 는 자연수이다.)

$0 < t < 10$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 가 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 t 의 값의 합을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.