

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(27 \times \sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-5}-1}{x-3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + 7x - 4$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 = 1$, $a_5 = 2(a_3)^2$ 일 때, a_6 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

2

수학 영역

5. 부등식 $\log_2 x \leq 4 - \log_2(x-6)$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 19 ③ 23 ④ 27 ⑤ 31

7. $f(3)=2$, $f'(3)=1$ 인 다행함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-g(x)}{x-3}=1$$

을 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $(2\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta + 2\cos\theta)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

수학 영역

3

8. 공비가 $\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 $-\sqrt{3}$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = b_1, \quad \sum_{n=1}^8 a_n + \sum_{n=1}^8 b_n = 160$$

일 때, $a_3 + b_3$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가
- $$v(t) = 3(t-2)(t-a) \quad (a > 2 \text{인 상수})$$

이다. 점 P의 시각 $t=0$ 에서의 위치는 0이고, $t > 0$ 에서 점 P의 위치가 0이 되는 순간은 한 번뿐이다.

$v(8)$ 의 값은? [4점]

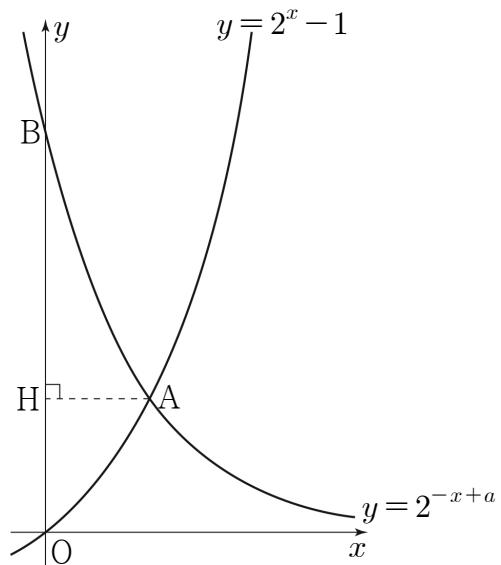
- ① 27 ② 36 ③ 45 ④ 54 ⑤ 63

9. 그림과 같이 두 곡선 $y = 2^{-x+a}$, $y = 2^x - 1$ 이 만나는 점을 A,

곡선 $y = 2^{-x+a}$ 이 y 축과 만나는 점을 B라 하자.

점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{OB} = 3 \times \overline{OH}$ 이다.

상수 a 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 2 ② $\log_2 5$ ③ $\log_2 6$ ④ $\log_2 7$ ⑤ 3

4

수학 영역

11. 자연수 k 에 대하여 $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식

$\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 서로 다른 실근의 개수가 8이다.

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \leq n \leq 4$ 인 모든 자연수 n 에 대하여
 $a_n + a_{n+4} = 15$ 이다.

(나) $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+1} - a_n = n$ 이다.

$\sum_{n=1}^4 a_n = 6$ 일 때, a_5 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

수학 영역

5

13. 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t)dt = 3$$

을 만족시킬 때, $\int_1^2 (4x+1)f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

14. 정수 k 와 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x-1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x \leq 3) \\ -x+4 & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x) = |f(x-k)|$ 라 할 때,
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

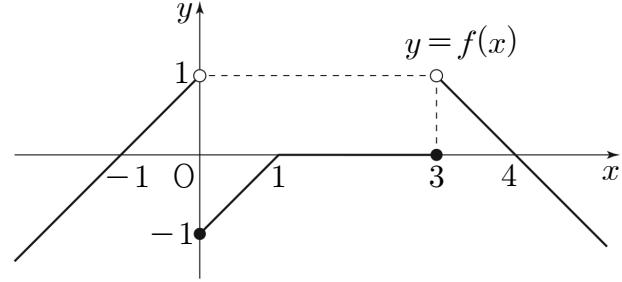
〈보기〉

ㄱ. $k = -3$ 일 때, $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = g(0)$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)+g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 정수 k 가 존재한다.

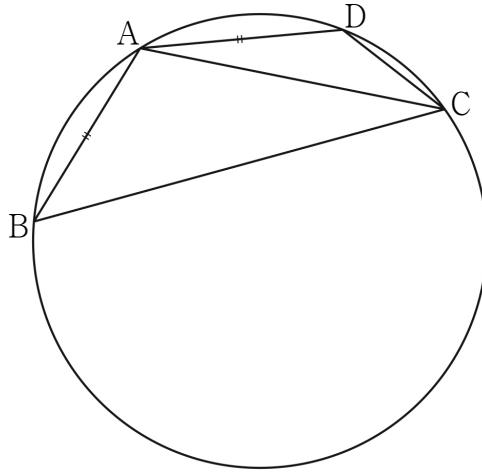
ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 가 $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은 -5 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



15. 그림과 같이 반지름의 길이가 R ($5 < R < 5\sqrt{5}$)인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고 $\overline{AC} = 10$ 이다.
- 사각형 ABCD의 넓이는 40이다.



다음은 선분 BD의 길이와 R 의 비를 구하는 과정이다.

$$\overline{AB} = \overline{AD} = k \text{라 할 때}$$

두 삼각형 ABC, ACD에서 각각 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle ACB) = \frac{1}{20} \left(\overline{BC} + \frac{\boxed{(가)}}{\overline{BC}} \right),$$

$$\cos(\angle DCA) = \frac{1}{20} \left(\overline{CD} + \frac{\boxed{(가)}}{\overline{CD}} \right)$$

이다.

이때 두 호 AB, AD에 대한 원주각의 크기가 같으므로 $\cos(\angle ACB) = \cos(\angle DCA)$ 이다.

사각형 ABCD의 넓이는

두 삼각형 ABD, BCD의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2}k^2 \sin(\angle BAD) + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{CD} \times \sin(\pi - \angle BAD) = 40$$

에서 $\sin(\angle BAD) = \boxed{(나)}$ 이다.

따라서 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$\overline{BD} : R = \boxed{(다)} : 1 \text{이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 할 때, $\frac{f(10p)}{q}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{25}{2}$ ② 15 ③ $\frac{35}{2}$ ④ 20 ⑤ $\frac{45}{2}$

단답형

16. $\log_2 9 \times \log_3 16$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 곡선 $y = -x^2 + 4x - 4$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S 라 할 때, $12S$ 의 값을 구하시오. [3점]

수학 영역

7

18. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분 $F(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$F(x) = (x+2)f(x) - x^3 + 12x$$

를 만족시킨다. $F(0)=30$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다.

양수 t 에 대하여 좌표평면 위의 네 점 $(t, 0), (0, 2t),$

$(-t, 0), (0, -2t)$ 를 꼭짓점으로 하는 마름모가

곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는

$t=\alpha, t=8$ 에서 불연속이다. $\alpha^2 \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단, α 는 $0 < \alpha < 8$ 인 상수이다.) [4점]

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^4 - 4x^3 + 16x + a \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]

21. 공차가 자연수 d 이고 모든 항이 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 d 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_n \neq 0$ 이다.

(나) $a_{2m} = -a_m$ 이고 $\sum_{k=m}^{2m} |a_k| = 128$ 인 자연수 m 이 존재한다.

22. 양수 a 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f'(t+a) \times f'(t-a)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 는 $x = \frac{1}{2}$ 과 $x = \frac{13}{2}$ 에서만 극값을 갖는다.

$f(0) = -\frac{1}{2}$ 일 때, $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

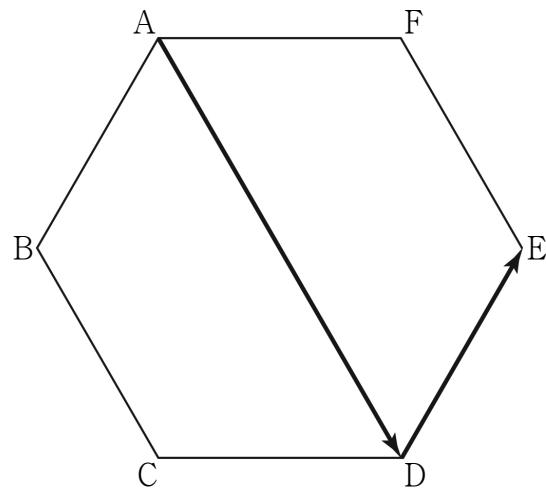
수학 영역(기하)

제 2 교시

1

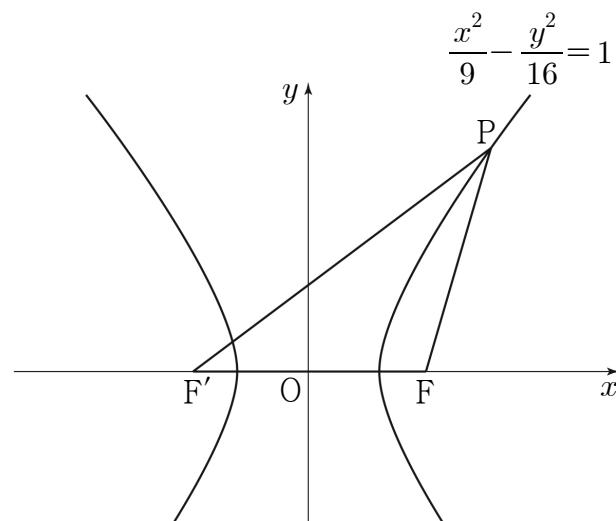
5지선다형

23. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정육각형 ABCDEF에서 $|\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{DE}|$ 의 값은? [2점]



- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ 3 ⑤ $2\sqrt{3}$

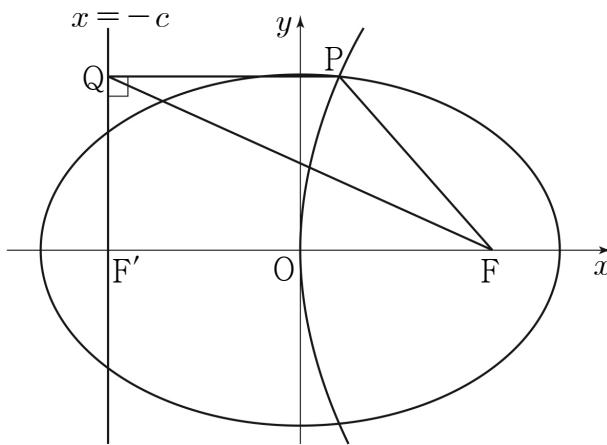
24. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 $\overline{FP} = \overline{FF'}$ 일 때, 삼각형 PF'F의 둘레의 길이는? [3점]



- ① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

수학 영역(기하)

25. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 타원과 꼭짓점이 원점 O 이고 점 F 를 초점으로 하는 포물선이 있다. 타원과 포물선이 만나는 점 중 제1사분면 위의 점을 P 라고 하고, 점 P 에서 직선 $x = -c$ 에 내린 수선의 발을 Q 라 하자. $\overline{FP} = 8$ 이고 삼각형 FPQ 의 넓이가 24일 때, 타원의 장축의 길이는? [3점]



- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

26. y 축 위의 점 A 에서 타원 $C: \frac{x^2}{8} + y^2 = 1$ 에 그은 두 접선을 l_1, l_2 라고 하고, 두 직선 l_1, l_2 가 타원 C 와 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 두 직선 l_1, l_2 가 서로 수직일 때, 선분 PQ 의 길이는? (단, 점 A 의 y 좌표는 1보다 크다.) [3점]

- ① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

수학 영역(기하)

3

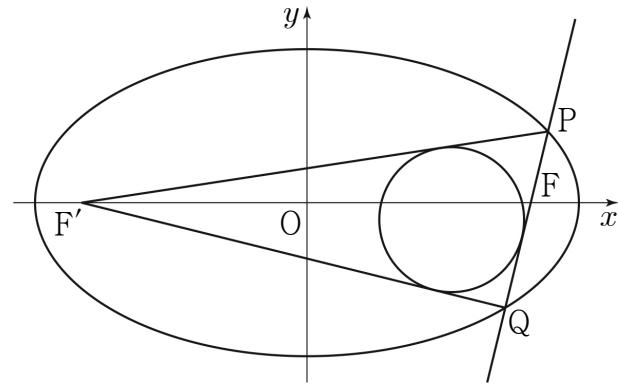
27. 쌍곡선 $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$ 의 꼭짓점 중 x 좌표가 양수인 점을 A라

하자. 이 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP}| = k$ 를 만족시키는 점 P의 개수가 3일 때, 상수 k의 값은?
(단, O는 원점이다.) [3점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ 을 초점으로 하는 타원이 있다. 타원 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 직선 PF가 타원과 만나는 점 중 점 P가 아닌 점을 Q라 하자. $\overline{OQ} = \overline{OF}, \overline{FQ} : \overline{F'Q} = 1 : 4$ 이고 삼각형 PF'Q의 내접원의 반지름의 길이가 2일 때, 양수 c의 값은? (단, O는 원점이다.)

[4점]



- ① $\frac{17}{3}$ ② $\frac{7\sqrt{17}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{17}}{2}$
④ $\frac{51}{8}$ ⑤ $\frac{8\sqrt{17}}{5}$

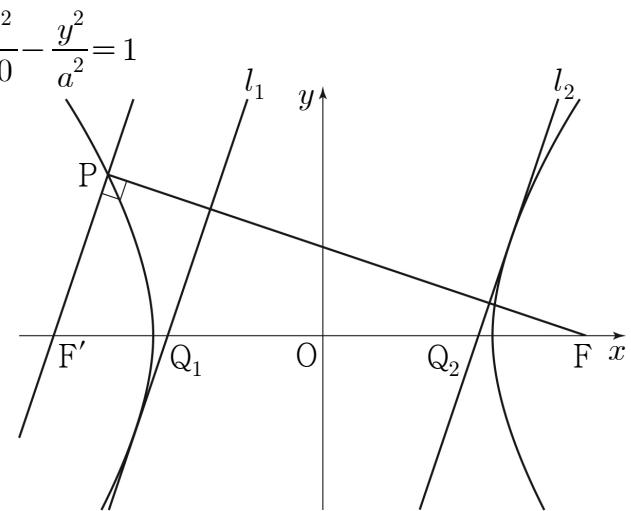
단답형

29. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 4px$ ($p > 0$)에 대하여 이 포물선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에서의 접선이 직선 $x = -p$ 와 만나는 점을 Q라 하고, 점 Q를 지나고 직선 $x = -p$ 에 수직인 직선이 포물선과 만나는 점을 R라 하자.

$\angle PRQ = \frac{\pi}{2}$ 일 때, 사각형 PQRF의 둘레의 길이가 140°

되도록 하는 상수 p 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 쌍곡선 $\frac{x^2}{10} - \frac{y^2}{a^2} = 1$ 이 있다. 쌍곡선 위의 점 중 제2사분면에 있는 점 P에 대하여 삼각형 $F'FP$ 는 넓이가 15이고 $\angle F'PF = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형이다. 직선 PF' 과 평행하고 쌍곡선에 접하는 두 직선을 각각 l_1, l_2 라 하자. 두 직선 l_1, l_2 가 x 축과 만나는 점을 각각 Q_1, Q_2 라 할 때, $\overline{Q_1Q_2} = \frac{q}{p} \sqrt{3}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이고, a 는 양수이다.) [4점]



※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.