

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $2^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}-1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 3x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2h) - f(0)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

3. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 2인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 $a_2 = b_2, a_4 = b_4$ 를 만족시킬 때, $a_1 + b_1$ 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

4. 두 자연수 m, n 에 대하여 함수 $f(x) = x(x-m)(x-n)$ 이 $f(1)f(3) < 0, f(3)f(5) < 0$ 을 만족시킬 때, $f(6)$ 의 값은? [3점]

① 30 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 54

5. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

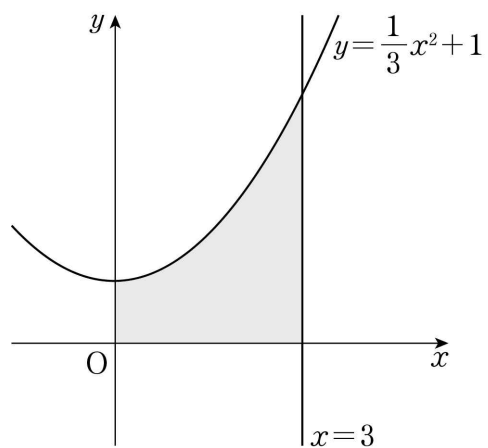
$$\frac{1}{1-\cos\theta} + \frac{1}{1+\cos\theta} = 18$$

일 때, $\sin\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

6. 곡선 $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$ 과 x 축, y 축 및 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인
부분의 넓이는? [3점]

- ① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$



7. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라
할 때,

$$S_7 - S_4 = 0, S_6 = 30$$

이다. a_2 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

8. 두 함수

$f(x) = -x^4 - x^3 + 2x^2, \quad g(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + a$

가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$f(x) \leq g(x)$

가 성립할 때, 실수 a 의 최솟값은? [3점]

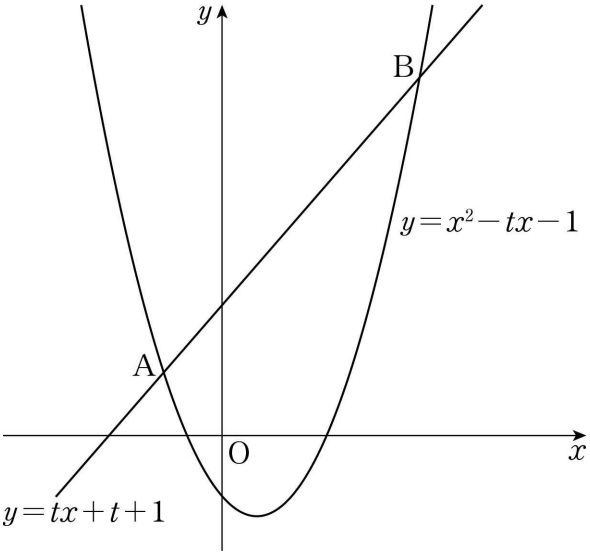
- ① 8 ② $\frac{26}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$ ④ 10 ⑤ $\frac{32}{3}$

9. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 $n^2 - 16n + 48$ 의 n 제곱근 중
실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

10. 실수 $t(t > 0)$ 에 대하여 직선 $y = tx + t + 1$ 과
곡선 $y = x^2 - tx - 1$ 이 만나는 두 점을 A, B라 할 때,
 $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AB}}{t^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

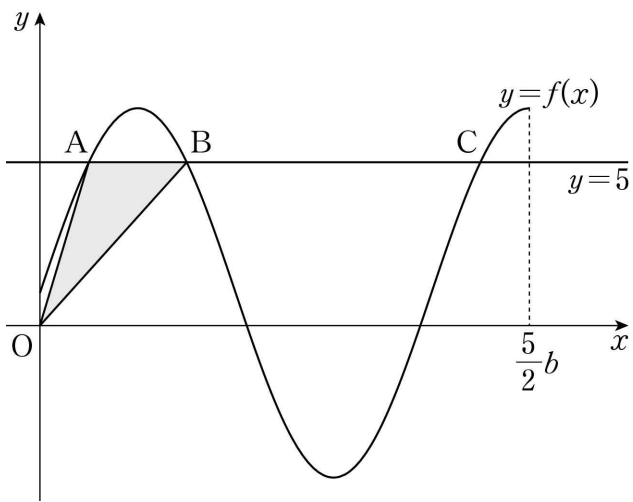


11. 그림과 같이 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin \frac{\pi x}{b} + 1 \left(0 \leq x \leq \frac{5}{2}b \right)$$

의 그래프와 직선 $y=5$ 가 만나는 점을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 A, B, C라 하자.

$\overline{BC} = \overline{AB} + 6$ 이고 삼각형 AOB의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a > 4$, $b > 0$ 이고, O는 원점이다.) [4점]



- ① 68 ② 70 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

12. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = |x^3 - 12x + k|$$

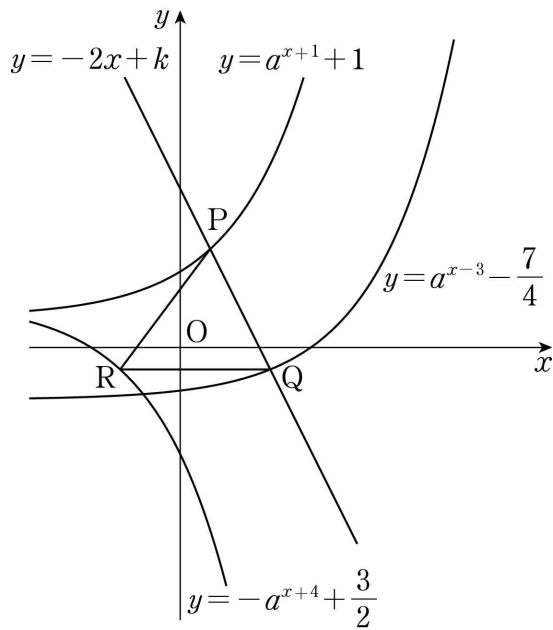
라 하자. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=a$ ($a \geq 0$)이 만나는 서로 다른 점의 개수가 홀수가 되도록 하는 실수 a 의 값이 오직 하나일 때, k 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

13. 그림과 같이 두 상수 $a(a > 1)$, k 에 대하여 두 함수

$$y = a^{x+1} + 1, \quad y = a^{x-3} - \frac{7}{4}$$

의 그래프와 직선 $y = -2x + k$ 가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.
점 Q를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = -a^{x+4} + \frac{3}{2}$ 의
그래프와 점 R에서 만나고 $\overline{PR} = \overline{QR} = 5$ 일 때, $a + k$ 의 값은?
[4점]



- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(2) = 0$ 인 이차함수 $f(x)$ 가
모든 자연수 n 에 대하여

$$\int_4^n f(x) dx \geq 0$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른
것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $f(2) < 0$

ㄴ. $\int_4^3 f(x) dx > \int_4^2 f(x) dx$

ㄷ. $6 \leq \int_4^6 f(x) dx \leq 14$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n + 2n & (a_n \text{이 } 4 \text{의 배수인 경우}) \\ a_n + 2n & (a_n \text{이 } 4 \text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_3 > a_5$

$50 < a_4 + a_5 < 60$ 이 되도록 하는 a_1 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 224 ② 228 ③ 232 ④ 236 ⑤ 240

단 답 형

16. 방정식

$$\log_2(x-2) = 1 + \log_4(x+6)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x+2)f(x)$$

라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(3, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 4일 때, $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10}(a_k-b_k+2)=50, \quad \sum_{k=1}^{10}(a_k-2b_k)=-10$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10}(a_k+b_k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=12t-12, \quad v_2(t)=3t^2+2t-12$$

이다. 시각 $t=k(k>0)$ 에서 두 점 P, Q의 위치가 같을 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=k$ 까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오.

[3점]

20. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

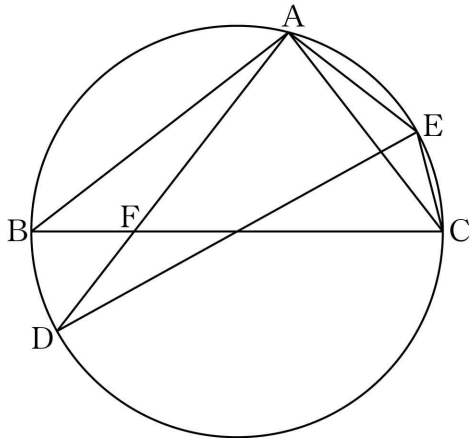
$$2x^2f(x)=3\int_0^x(x-t)\{f(x)+f(t)\}dt$$

를 만족시킨다. $f'(2)=4$ 일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 선분 BC를 지름으로 하는 원에 두 삼각형 ABC와 ADE가 모두 내접한다. 두 선분 AD와 BC가 점 F에서 만나고

$$\overline{BC} = \overline{DE} = 4, \overline{BF} = \overline{CE}, \sin(\angle CAE) = \frac{1}{4}$$

이다. $\overline{AF} = k$ 일 때, k^2 의 값을 구하시오. [4점]



22. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} x^3 - 8x^2 + 16x & (0 < x \leq 4) \\ f(x) & (x > 4) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 가 구간 $(0, \infty)$ 에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(10) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) $g\left(\frac{21}{2}\right) = 0$

(나) 점 $(-2, 0)$ 에서 곡선 $y = g(x)$ 에 그은, 기울기가 0이 아닌 접선이 오직 하나 존재한다.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

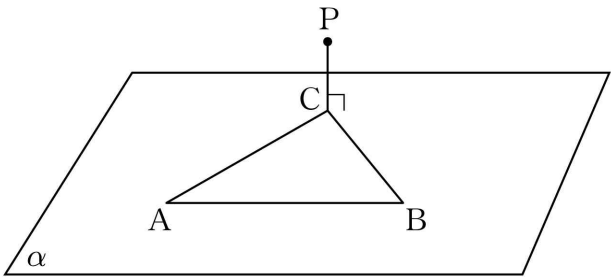
23. 좌표공간의 두 점 $A(a, 0, 1)$, $B(2, -3, 0)$ 에 대하여 선분 AB 를 3:2로 외분하는 점이 yz 평면 위에 있을 때, a 의 값은?
[2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

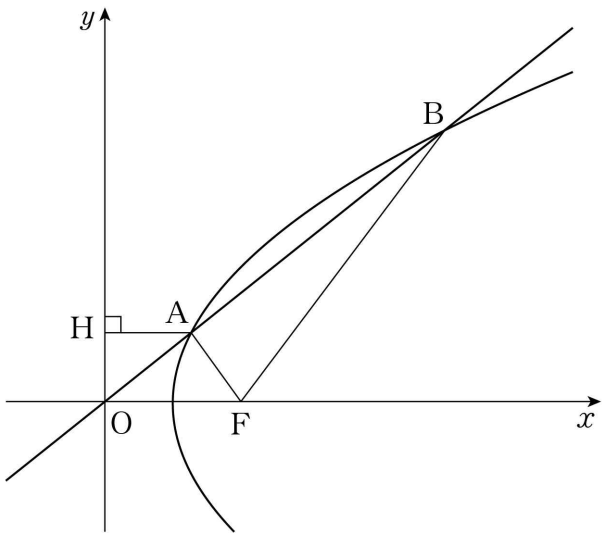
24. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{27} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = 3x$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? (단, a 는 양수이다.) [3점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ 6

25. 평면 α 위에 $\overline{AB}=6$ 이고 넓이가 12인 삼각형 ABC가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발이 점 C와 일치한다. $\overline{PC}=2$ 일 때, 점 P와 직선 AB 사이의 거리는? [3점]
- ① $3\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{22}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{26}$



26. 그림과 같이 초점이 F(2, 0)이고 x 축을 축으로 하는 포물선이 원점 O를 지나는 직선과 제1사분면 위의 두 점 A, B에서 만난다. 점 A에서 y 축에 내린 수선의 발을 H라 하자.
- $\overline{AF} = \overline{AH}$, $\overline{AF} : \overline{BF} = 1 : 4$
- 일 때, 선분 AF의 길이는? [3점]



- ① $\frac{13}{12}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{17}{12}$

27. 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 벡터 \overrightarrow{AD} , \overrightarrow{BC} 는 서로 평행하다.

(나) $t\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AD}$ 를 만족시키는 실수 t 가 존재한다.

삼각형 ABD의 넓이가 12일 때, 사각형 ABCD의 넓이는?

[3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

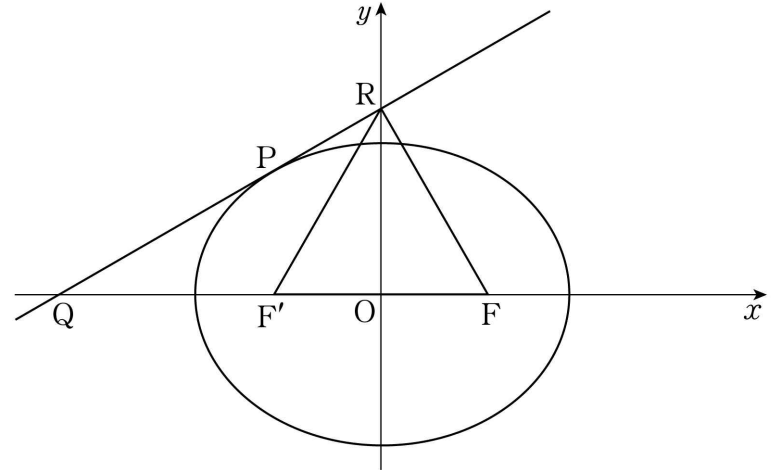
28. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{18} = 1$ 이 있다. 타원 위의 점 중 제2사분면에 있는 점

P에서의 접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 Q, R이라 하자.

삼각형 RF'F가 정삼각형이고 점 F'은 선분 QF의 중점일 때,

c^2 의 값은? (단, a 는 양수이다.) [4점]



- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

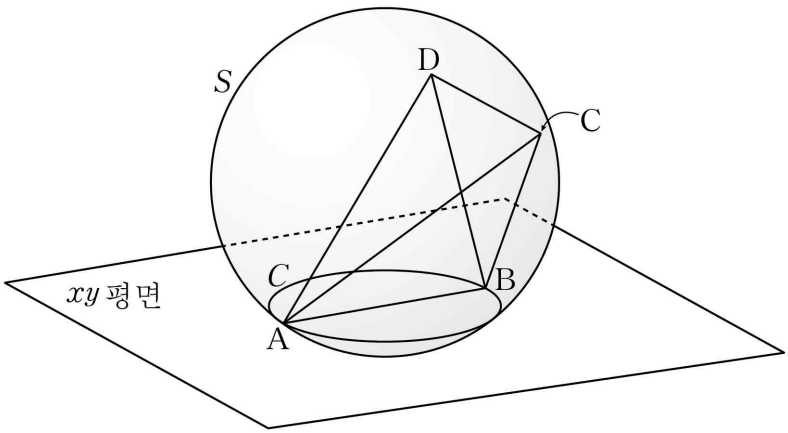
단 답 형

29. 좌표평면 위의 점 $A(5, 0)$ 에 대하여 제1사분면 위의 점 P 가
 $|\overrightarrow{OP}|=2, \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AP}=0$
을 만족시키고, 제1사분면 위의 점 Q 가
 $|\overrightarrow{AQ}|=1, \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{AQ}=0$
을 만족시킬 때, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{PQ}$ 의 값을 구하시오.
(단, O 는 원점이다.) [4점]

30. 좌표공간에 구 $S: x^2+y^2+(z-\sqrt{5})^2=9$ 가 xy 평면과 만나서
생기는 원을 C 라 하자. 구 S 위의 네 점 A, B, C, D 가 다음
조건을 만족시킨다.

- (가) 선분 AB 는 원 C 의 지름이다.
(나) 직선 AB 는 평면 BCD 에 수직이다.
(다) $\overline{BC}=\overline{BD}=\sqrt{15}$

삼각형 ABC 의 평면 ABD 위로의 정사영의 넓이를 k 라 할 때,
 k^2 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.