

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $(3\sqrt{3})^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ 에 대하여 $f'(-1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

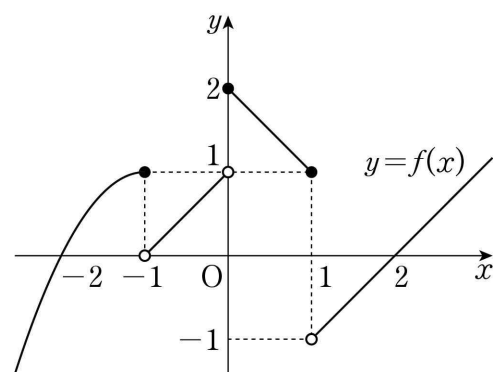
3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_4 = 6, \quad 2a_7 = a_{19}$$

일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

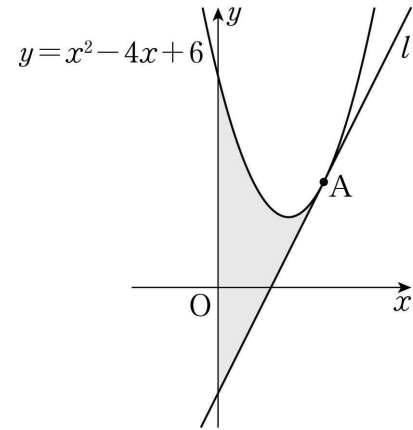
5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos\theta \tan\theta = \frac{1}{2}$ 일 때, $\cos\theta + \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5\sqrt{3}}{6}$ ② $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ③ $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
 ④ $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $-\frac{\sqrt{3}}{6}$

6. 함수 $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$ 에서 x 의 값이 a 에서 $a+1$ 까지 변할 때의 평균변화율이 7이다. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+2h) - f(a)}{h}$ 의 값은?
 (단, a 는 상수이다.) [3점]

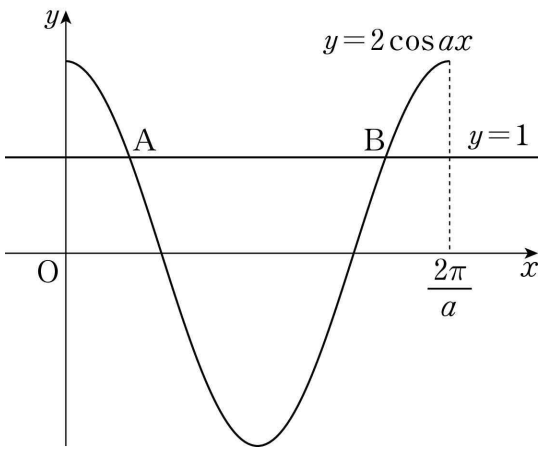
- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

7. 그림과 같이 곡선 $y = x^2 - 4x + 6$ 위의 점 $A(3, 3)$ 에서의 접선을 l 이라 할 때, 곡선 $y = x^2 - 4x + 6$ 과 직선 l 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{26}{3}$ ② 9 ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{29}{3}$ ⑤ 10

8. 그림과 같이 양의 상수 a 에 대하여 곡선 $y=2\cos ax\left(0\leq x\leq \frac{2\pi}{a}\right)$ 와 직선 $y=1$ 이 만나는 두 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB}=\frac{8}{3}$ 일 때, a 의 값은? [3점]



- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{5\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{7\pi}{12}$ ⑤ $\frac{2\pi}{3}$

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가 $v(t)=3t^2+at$ 이다. 시각 $t=0$ 에서의 점 P의 위치와 시각 $t=6$ 에서의 점 P의 위치가 서로 같을 때, 점 P가 시각 $t=0$ 에서 $t=6$ 까지 움직인 거리는? (단, a 는 상수이다.) [4점]

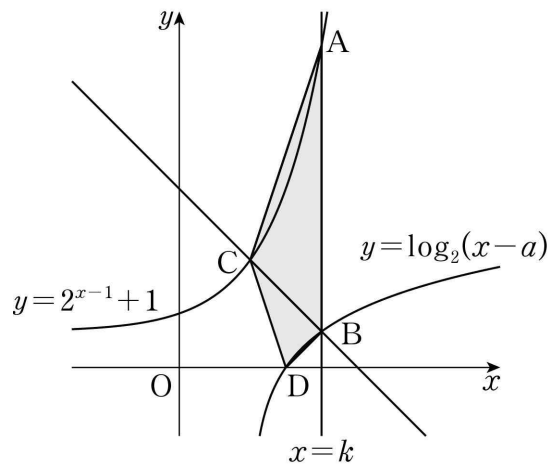
① 64 ② 66 ③ 68 ④ 70 ⑤ 72

10. 두 함수 $f(x)=x^2+2x+k$, $g(x)=2x^3-9x^2+12x-2$ 에 대하여 함수 $(g\circ f)(x)$ 의 최솟값이 2가 되도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

① 1 ② $\frac{9}{8}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{11}{8}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

11. 그림과 같이 두 상수 a, k 에 대하여 직선 $x=k$ 가 두 곡선 $y=2^{x-1}+1$, $y=\log_2(x-a)$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y=2^{x-1}+1$ 과 만나는 점을 C라 하자.

$\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=2\sqrt{2}$ 일 때, 곡선 $y=\log_2(x-a)$ 가 x 축과 만나는 점 D에 대하여 사각형 ACDB의 넓이는? (단, $0 < a < k$) [4점]



- ① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

12. $a > 2$ 인 상수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & (x \leq 2) \\ -x^2 + ax & (x > 2) \end{cases}$$

라 하자. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $h(1)+h(3)$ 의 값은? [4점]

(가) $x \neq 1$, $x \neq a$ 일 때, $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ 이다.

(나) $h(1) = h(a)$

- ① $-\frac{15}{6}$ ② $-\frac{7}{3}$ ③ $-\frac{13}{6}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{11}{6}$

13. 첫째항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$|S_3|=|S_6|=|S_{11}|-3$

을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항의 합은? [4점]

- ① $\frac{31}{5}$ ② $\frac{33}{5}$ ③ 7 ④ $\frac{37}{5}$ ⑤ $\frac{39}{5}$

14. 두 함수

$f(x)=x^3-kx+6, \quad g(x)=2x^2-2$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

< 보 기 >

ㄱ. $k=0$ 일 때, 방정식 $f(x)+g(x)=0$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.

ㄴ. 방정식 $f(x)-g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 k 의 값은 4뿐이다.

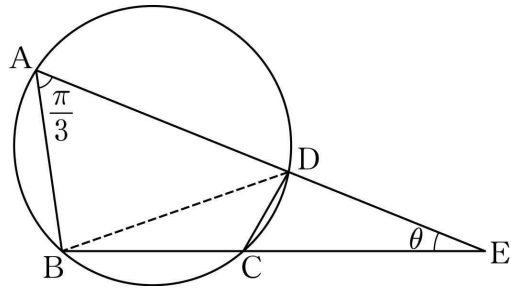
ㄷ. 방정식 $|f(x)|=g(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 5가 되도록 하는 실수 k 가 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AB} = \overline{BC} = 2, \quad \overline{AD} = 3, \quad \angle BAD = \frac{\pi}{3}$$

이다. 두 직선 AD, BC의 교점을 E라 하자.



다음은 $\angle AEB = \theta$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값을 구하는 과정이다.

삼각형 ABD와 삼각형 BCD에서 코사인법칙을 이용하면

$$\overline{CD} = \boxed{\text{(가)}}$$

이다. 삼각형 EAB와 삼각형 ECD에서

$$\angle AEB \text{는 공통, } \angle EAB = \angle ECD$$

이므로 삼각형 EAB와 삼각형 ECD는 닮음이다.

이를 이용하면

$$\overline{ED} = \boxed{\text{(나)}}$$

이다. 삼각형 ECD에서 사인법칙을 이용하면

$$\sin \theta = \boxed{\text{(다)}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 라 할 때, $(p+q) \times r$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{4\sqrt{3}}{7}$ ③ $\frac{9\sqrt{3}}{14}$ ④ $\frac{5\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{11\sqrt{3}}{14}$

단 답 형

16. $\frac{\log_5 72}{\log_5 2} - 4 \log_2 \frac{\sqrt{6}}{2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\int_{-3}^2 (2x^3 + 6|x|) dx - \int_{-3}^{-2} (2x^3 - 6x) dx$ 의 값을 구하시오.

[3점]

18. 부등식 $\sum_{k=1}^5 2^{k-1} < \sum_{k=1}^n (2k-1) < \sum_{k=1}^5 (2 \times 3^{k-1})$ 을 만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [3점]

19. 모든 실수 x 에 대하여 부등식

$$3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + k \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 은 $1 < a_1 < 2$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n & (a_n < 0) \\ a_n - 2 & (a_n \geq 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_7 = -1$ 일 때, $40 \times a_1$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 상수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 좌표평면의 점 $A(a, b)$ 가 오직 하나 존재한다.

- (가) 점 A 는 곡선 $y = \log_2(x+2) + k$ 위의 점이다.
 (나) 점 A 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점은 곡선 $y = 4^{x+k} + 2$ 위에 있다.

$a \times b$ 의 값을 구하시오. (단, $a \neq b$) [4점]

22. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1이고 상수항이 0인 삼차함수 $g(x)$ 가 있다. 양의 상수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수 x 에 대하여 $x|g(x)| = \int_{2a}^x (a-t)f(t)dt$ 이다.
 (나) 방정식 $g(f(x)) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$\int_{-2a}^{2a} f(x)dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n-1}}{(-2)^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\lim_{n \rightarrow \infty} (3a_n - 5n) = 2$ 를 만족시킬 때,
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)a_n}{4n^2}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2+n} - \sqrt{an^2-an}) = \frac{5}{4}$ 를 만족시키는 모든 양수

a 의 값의 합은? [3점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

26. 첫째항이 1인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = 3, \quad \sum_{k=1}^n \frac{1}{b_k} = n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n^2 < 4na_n + n - 4n^2$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 3n}{2n + 4}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

28. 자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

- (가) A_1 은 원점이다.

(나) n 이 홀수이면 A_{n+1} 은 점 A_n 을 x 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 점이다.

(다) n 이 짝수이면 A_{n+1} 은 점 A_n 을 y 축의 방향으로 $a+1$ 만큼 평행이동한 점이다.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{A_1 A_{2n}}}{n} = \frac{\sqrt{34}}{2}$ 일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

단답형

29. 실수 t 에 대하여 직선 $y=tx-2$ 가 함수

$$f(x)=\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{2x^{2n+1}-1}{x^{2n}+1}$$

의 그래프와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t=a$ 에서 불연속인 모든 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a_1, a_2, \dots, a_m (m 은 자연수)라 할 때, $m \times a_m$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 그림과 같이 자연수 n 에 대하여 곡선

$$T_n: y = \frac{\sqrt{3}}{n+1}x^2 \quad (x \geq 0)$$

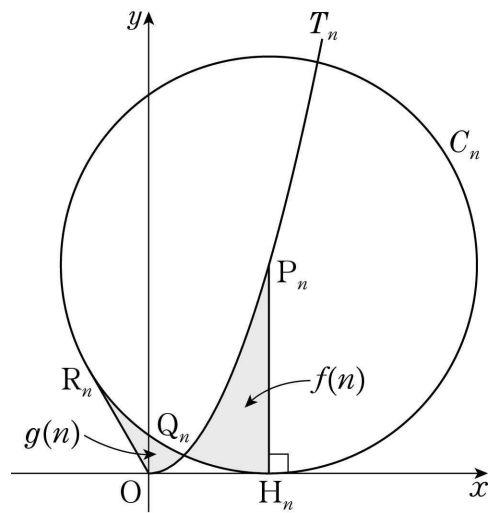
위에 있고 원점 O 와의 거리가 $2n+2$ 인 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H_n 이라 하자.

중심이 P_n 이고 점 H_n 을 지나는 원을 C_n 이라 할 때, 곡선 T_n 과 원 C_n 의 교점 중 원점에 가까운 점을 Q_n , 원점에서 원 C_n 에 그은 두 접선의 접점 중 H_n 이 아닌 점을 R_n 이라 하자.

점 R_n 을 포함하지 않는 호 Q_nH_n 과 선분 P_nH_n , 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(n)$, 점 H_n 을 포함하지 않는 호 R_nQ_n 과 선분 OR_n , 곡선 T_n 으로 둘러싸인 부분의 넓이를

$g(n)$ 이라 할 때, $\lim_{n\rightarrow\infty}\frac{f(n)-g(n)}{n^2}=\frac{\pi}{2}+k$ 이다. $60k^2$ 의 값을

구하시오. (단, k 는 상수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.