2024학년도 3월 고3 전국연합학력평가 문제지

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{54} \times 2^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 6 ③ 8
- **4** 10
- **⑤** 12

2. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{2h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7
- **⑤** 9

 $3. \cos \theta > 0$ 이고 $\sin \theta + \cos \theta \tan \theta = -1$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 3) \\ \sqrt{x+1} - a & (x \ge 3) \end{cases}$$

이 x=3에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

- $\bigcirc -2$ $\bigcirc -1$ $\bigcirc 0$ $\bigcirc 1$ $\bigcirc 2$

5. 다항함수 f(x)가

 $f'(x) = x(3x+2), \quad f(1) = 6$

을 만족시킬 때, f(0)의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2
- ③ 3
- 4
- **⑤** 5

 $m{6.}$ 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_4}{S_2} = 5$$
, $a_5 = 48$

일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 39 ② 36
- ③ 33
- **4** 30
- **⑤** 27

- 7. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 2x^2 5x + 1$ 이 닫힌구간 [a, b]에서 감소할 때, b-a의 최댓값은? (단, a, b는 a < b인 실수이다.)
- ① 6
- ② 7
- 3 8
- **4** 9
- ⑤ 10

[3점]

8. 두 다항함수 f(x), g(x)에 대하여

 $(x+1)f(x) + (1-x)g(x) = x^3 + 9x + 1, \quad f(0) = 4$

일 때, f'(0)+g'(0)의 값은? [3점]

- 1
 - 2 2
- ③ 3
- 4

⑤ 5

- 9. 좌표평면 위의 두 점 (0,0), $(\log_2 9, k)$ 를 지나는 직선이 직선 $(\log_4 3)x + (\log_9 8)y - 2 = 0$ 에 수직일 때, 3^k 의 값은? (단, k는 상수이다.) [4점]
 - ① 16
- ② 32
- 3 64
- **4** 128
- ⑤ 256

10. 시각 t=0일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \ge 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 6t - 2$$
, $v_2(t) = -2t + 6$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q가 다시 만날 때까지 점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 7 ② 8
- 3 9
- **4** 10
- ⑤ 11

 $\emph{11.}$ 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_6 = -2$$
, $\sum_{k=1}^{8} |a_k| = \sum_{k=1}^{8} a_k + 42$

일 때, $\sum_{k=1}^{8} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 44
- 3 48
 - 4) 52
- **⑤** 56
- 12. 실수 a에 대하여 함수 f(x)는

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 3x + a & (x < 0) \\ 3x + a & (x \ge 0) \end{cases}$$

이다. 함수

$$g(x) = \int_{-4}^{x} f(t) dt$$

가 x=2에서 극솟값을 가질 때, 함수 g(x)의 극댓값은? [4점]

- ① 18
- ② 20
- ③ 22
- **4** 24

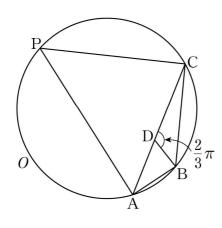
13. 그림과 같이

$$2\overline{AB} = \overline{BC}$$
, $\cos(\angle ABC) = -\frac{5}{8}$

인 삼각형 ABC의 외접원을 O라 하자. 원 O 위의 점 P에 대하여 삼각형 PAC의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 할 때, $\overline{\mathrm{QA}} = 6\sqrt{10}$ 이다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여

 $\angle \text{CDB} = \frac{2}{3}\pi$ 일 때, 삼각형 CDB의 외접원의 반지름의 길이는?

[4점]



① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ $3\sqrt{6}$ $4 5\sqrt{3}$ (5) $4\sqrt{6}$ 14. 두 정수 a, b에 대하여 함수 f(x)는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2ax + \frac{a^2}{4} + b^2 & (x \le 0) \\ x^3 - 3x^2 + 5 & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 함수 y = f(x)의 그래프와 직선 y = t가 만나는 점의 개수를 g(t)라 하자. 함수 g(t)가 t=k에서 불연속인 실수 k의 개수가 2가 되도록 하는 두 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는? [4점]

4 6

- ① 3
- 2 4 3 5
- **⑤** 7

 $\emph{15.}$ 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \left\{ \begin{array}{ll} a_n & (a_n > n) \\ \\ 3n - 2 - a_n & (a_n \leq n) \end{array} \right.$$

을 만족시킬 때, $a_5=5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱은?

① 20

② 30

⑤ 60

단 답 형

16. 방정식 $4^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-9}$ 을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17.
$$\int_0^2 (3x^2 - 2x + 3) dx - \int_2^0 (2x + 1) dx$$
의 값을 구하시오. [3점]

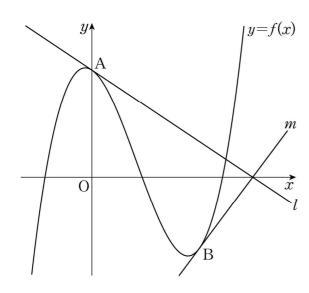
18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^{9} a_k = 137, \ \sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^{9} 2a_k = 101$$

일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 a에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + ax + 2$ 이다.

곡선 y=f(x) 위의 두 점 A(0,2), B(2,f(2))에서의 접선을 각각 l, m이라 하자. 두 직선 l, m이 만나는 점이 x축 위에 있을 때, $60 \times |f(2)|$ 의 값을 구하시오. [3점]



20. 두 함수 $f(x) = 2x^2 + 2x - 1$, $g(x) = \cos \frac{\pi}{3}x$ 에 대하여

 $0 \le x < 12$ 에서 방정식

$$f(g(x)) = g(x)$$

를 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합을 구하시오. [4점]

 $21. \ a>2$ 인 실수 a에 대하여 기울기가 -1인 직선이 두 곡선 $y=a^x+2, \quad y=\log_a x+2$

와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB를 지름으로 하는 원의 중심의 y좌표가 $\frac{19}{2}$ 이고 넓이가 $\frac{121}{2}\pi$ 일 때, a^2 의 값을 구하시오. [4점] 22. 함수 $f(x) = |x^3 - 3x + 8|$ 과 실수 t에 대하여 단힌구간 [t, t + 2] 에서의 f(x)의 최댓값을 g(t)라 하자. 서로 다른 두 실수 α , β 에 대하여 함수 g(t)는 $t = \alpha$ 와 $t = \beta$ 에서만 미분가능하지 않다. $\alpha\beta = m + n\sqrt{6}$ 일 때, m + n의 값을 구하시오. (단, m, n은 정수이다.) [4점]

- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 타원 $\frac{x^2}{17} + \frac{y^2}{8} = 1$ 의 두 초점 사이의 거리는? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

24. 초점이 F인 포물선 $y^2 = 20x$ 위의 점 P에 대하여 $\overline{PF} = 15$ 일 때, 점 P의 *x* 좌표는? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12

- ⑤ 13

25. 두 초점이 x축 위에 있고, 두 초점 사이의 거리가 30인 쌍곡선의 한 점근선의 방정식이 $y=\frac{3}{4}x$ 일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는? [3점]

- ① 16
- ② 18
- 3 20
- 4 22
- **⑤** 24

26. 두 실수 a, b에 대하여 포물선

 $C: (y-a+1)^2 = (a+b)x+1$ (단, $a+b \neq 0$)

이 있다. 포물선 C가 원점을 지나고 초점과 준선 사이의 거리가 2일 때, a-b의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. *M*−*m*의 값은? [3점]

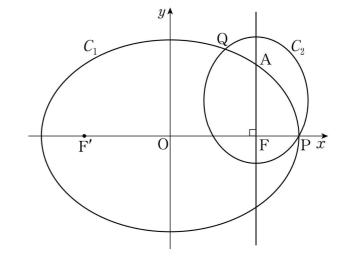
- ① 6 ② 8
- ③ 10 ④ 12
- **⑤** 14

27. 두 초점이 F, F'인 쌍곡선 $\frac{x^2}{7} - \frac{y^2}{9} = -1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 각 FPF'의 이등분선이 점 (0,1)을 지날 때, $\overline{FP}+\overline{F'P}$ 의 값은? [3점]

- ① 24 ② 28
- ③ 32 ④ 36
- **⑤** 40
- 28 두 초점이 F(c, 0), F'(-c, 0)(c>0)이고 장축의 길이가 18인 타원을 C_1 이라 하자. 점 F를 지나고 x축에 수직인 직선이 타원 C_1 과 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하고, 두 초점이 F, A 이고 점 P(9,0)을 지나는 타원을 C_2 라 하자. 두 타원 C_1 과 C_2 가 만나는 점 중 점 P가 아닌 점을 Q라 하자.

 $\cos(\angle FF'A) = \frac{12}{13}$ 일 때, $\overline{F'Q} - \overline{AQ}$ 의 값은? [4점]

- ① $14 \sqrt{34}$ ② $20 2\sqrt{34}$
- ③ $15 \sqrt{34}$
- $\textcircled{4} \ 21 2\sqrt{34}$ $\textcircled{5} \ 16 \sqrt{34}$



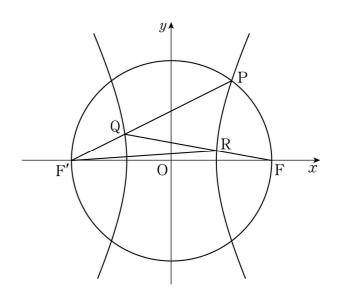
단 답 형

29. 포물선 $x^2 = ay(a > 0)$ 이 두 포물선

$$C_1: y^2 = 8x$$
, $C_2: y^2 = -x$

와 만나는 점 중 원점이 아닌 점을 각각 P, Q라 하고, 두 포물선 C_1 , C_2 의 초점을 각각 F_1 , F_2 라 하자. 직선 PQ의 기울기가 $2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{F_1P}+\overline{F_2Q}=\frac{q}{p}$ 이다. p+q의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 그림과 같이 두 점 F(c, 0), F'(-c, 0)(c>0)을 초점으로 하고 주축의 길이가 6인 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선이 선분 FF'을 지름으로 하는 원과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. 선분 F'P가 쌍곡선과 만나는 점 중 점 P가 아닌 점을 Q라 하고, 선분 FQ가 쌍곡선과 만나는 점 중 점 Q가 아닌 점을 R이라 하자. 점 Q가 선분 F'P를 1:2로 내분할 때, 삼각형 QF'R의 넓이를 S라 하자. S20S의 값을 구하시오. [4점]



- * 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.