

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $(\sqrt{3^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

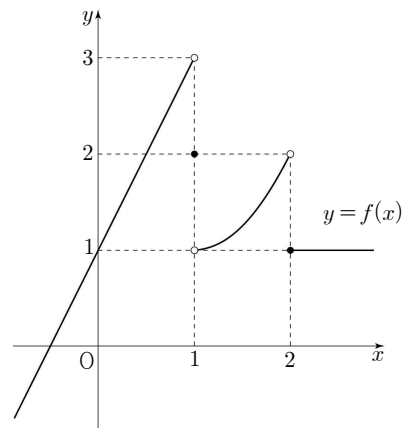
2. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_2$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. 닫힌구간 $[0, 4]$ 에서 함수 $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 1$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x)=2x+4$ 이고 $f(-1)+f(1)=0$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

7. 함수 $f(x)=x^3-3x$ 에서 x 의 값이 1에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(k, f(k))$ 에서의 접선의 기울기가 서로 같을 때, 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

6. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)=\sin\left(ax+\frac{\pi}{6}\right)$ 의 주기가 4π 일 때, $f(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ⑤ 1

8. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+3x+a}{x-2} & (x < 2) \\ -x^2+b & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 $x=2$ 에서 연속일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4f(x)+g(x)}{3f(x)-g(x)}$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t)=4t-10$$

이다. 점 P의 시각 $t=1$ 에서의 위치와 점 P의 시각 $t=k(k > 1)$ 에서의 위치가 서로 같을 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

11. $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\cos^2 x - \sin(\pi + x) - 2 = 0$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ① π ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{5}{2}\pi$ ⑤ 3π

12. 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + a$ 의 최댓값이 12일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

13. 두 양수 $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를
 $f(x) = (x-a)(x-b)$ 라 하자.

$$\int_0^a f(x)dx = \frac{11}{6}, \int_0^b f(x)dx = -\frac{8}{3}$$

일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

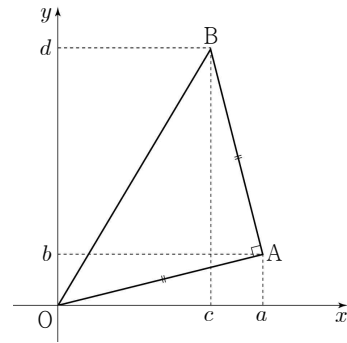
- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

14. 4 이상의 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 n 이하의 네 자연수 a, b, c, d 가 있다.

- $a > b$
- 좌표평면 위의 두 점 $A(a, b), B(c, d)$ 와 원점 O 에 대하여 삼각형 OAB 는 $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이다.

다음은 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 T_n 이라

할 때, $\sum_{n=4}^{20} T_n$ 의 값을 구하는 과정이다.



점 $A(a, b)$ 에 대하여

점 $B(c, d)$ 가 $\overline{OA} \perp \overline{AB}$, $\overline{OA} = \overline{AB}$ 를 만족시키려면
 $c = a - b$, $d = a + b$ 이어야 한다.

이때, $a > b$ 이고 d 가 n 이하의 자연수이므로 $b < \frac{n}{2}$ 이다.

$\frac{n}{2}$ 미만의 자연수 k 에 대하여

$b = k$ 일 때, $a + b \leq n$ 을 만족시키는 자연수 a 의 개수는
 $n - 2k$ 이다.

2 이상의 자연수 m 에 대하여

(i) $n = 2m$ 인 경우

b 가 될 수 있는 자연수는 1부터 (가) 까지이므로

$$T_{2m} = \sum_{k=1}^{(가)} (2m - 2k) = (나)$$

(ii) $n = 2m + 1$ 인 경우

$$T_{2m+1} = (다)$$

(i), (ii)에 의해 $\sum_{n=4}^{20} T_n = 614$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m), g(m), h(m)$
 이라 할 때, $f(5) + g(6) + h(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 71 ② 74 ③ 77 ④ 80 ⑤ 83

15. 그림과 같이 1보다 큰 실수 k 에 대하여 두 곡선

$y = \log_2 |kx|$ 와 $y = \log_2(x+4)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을

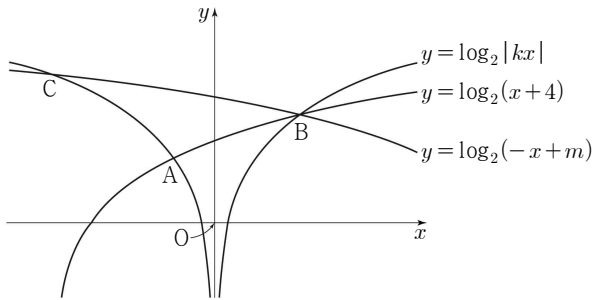
A, B라 하고, 점 B를 지나는 곡선 $y = \log_2(-x+m)$ 이

곡선 $y = \log_2 |kx|$ 와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C라 하자.

세 점 A, B, C의 x 좌표를 각각 x_1, x_2, x_3 이라 할 때,

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단, $x_1 < x_2$ 이고, m 은 실수이다.) [4점]



< 보 기 >

ㄱ. $x_2 = -2x_1$ 이면 $k = 3$ 이다.

ㄴ. $x_2^2 = x_1x_3$

ㄷ. 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기의 합이 0일 때,
 $m + k^2 = 19$ 이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여 $f'(1) = 4$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

17. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$ 일 때,
 $30(\sin \theta + \cos \theta)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 2x)f(x)$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 가 $x = 3$ 에서 극솟값 2를 가질 때, $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 1 : 2 : \sqrt{2}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 28π 일 때, 선분 CA의 길이를 구하시오. [4점]

19. 첫째항이 $\frac{1}{4}$ 이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5}$$

일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

21. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 0) \\ a_n + 5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_{15} < 0$ 이 되도록 하는 a_1 의 최솟값을 구하시오.

[4점]

22. 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 를

$$f(x) = 3x + a, \quad g(x) = \int_2^x (t + a)f(t)dt$$

라 하자. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$h(-1)$ 의 최솟값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) 곡선 $y = h(x)$ 위의 어떤 점에서의 접선이 x 축이다.

(나) 곡선 $y = |h(x)|$ 가 x 축에 평행한 직선과 만나는 서로 다른 점의 개수의 최댓값은 4이다.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{3^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

24. 함수 $f(x) = \log_3 6x$ 에 대하여 $f'(9)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{9 \ln 3}$ ② $\frac{1}{6 \ln 3}$ ③ $\frac{2}{9 \ln 3}$
 ④ $\frac{5}{18 \ln 3}$ ⑤ $\frac{1}{3 \ln 3}$

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - 2 \right) = 5$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3na_n}{n^2 + 4}$ 의 값은? [3점]

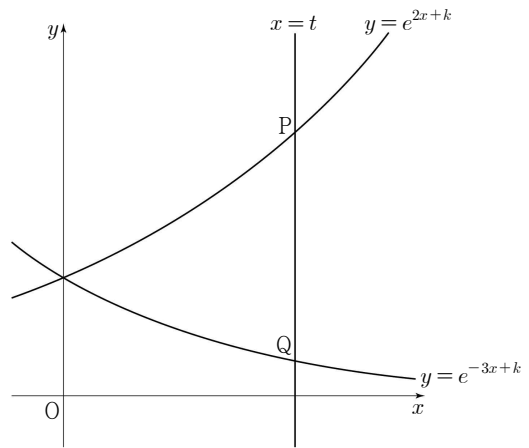
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

26. 좌표평면에서 양의 실수 t 에 대하여 직선 $x=t$ 가

두 곡선 $y=e^{2x+k}$, $y=e^{-3x+k}$ 과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, $\overline{PQ}=t$ 를 만족시키는 실수 k 의 값을 $f(t)$ 라 하자.

함수 $f(t)$ 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow 0^+} e^{f(t)}$ 의 값은? [3점]

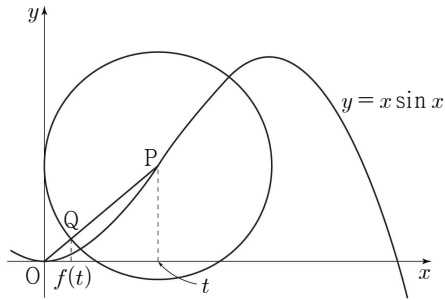
- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



27. 그림과 같이 곡선 $y = x \sin x$ 위의

점 $P(t, t \sin t)$ ($0 < t < \pi$)를 중심으로 하고 y 축에 접하는 원이 선분 OP 와 만나는 점을 Q 라 하자. 점 Q 의 x 좌표를

$f(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{f(t)}{t^3}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]



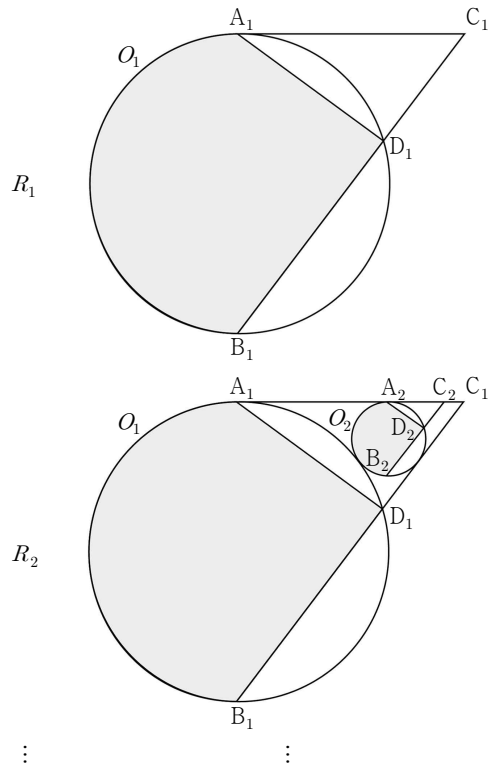
- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 1

28. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 원 O_1 이

있다. 원 O_1 의 외부에 $\angle B_1A_1C_1 = \frac{\pi}{2}$, $\overline{A_1B_1} : \overline{A_1C_1} = 4 : 3$ 이 되도록 점 C_1 을 잡고 두 선분 A_1C_1 , B_1C_1 을 그린다. 원 O_1 과 선분 B_1C_1 의 교점 중 B_1 이 아닌 점을 D_1 이라 하고, 점 D_1 을 포함하지 않는 호 A_1B_1 과 두 선분 A_1D_1 , B_1D_1 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 호 A_1D_1 과 두 선분 A_1C_1 , C_1D_1 에 동시에 접하는 원 O_2 를 그리고 선분 A_1C_1 과 원 O_2 의 교점을 A_2 , 점 A_2 를 지나고 직선 A_1B_1 과 평행한 직선이 원 O_2 와 만나는 점 중 A_2 가 아닌 점을 B_2 라 하자. 그림 R_1 에서 얻은 것과 같은 방법으로 두 점 C_2 , D_2 를 잡고, 점 D_2 를 포함하지 않는 호 A_2B_2 와 두 선분 A_2D_2 , B_2D_2 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

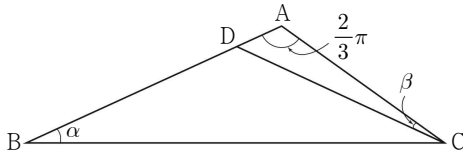
이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $\frac{32}{15}\pi + \frac{256}{125}$ ② $\frac{9}{4}\pi + \frac{54}{25}$ ③ $\frac{32}{15}\pi + \frac{512}{125}$
 ④ $\frac{9}{4}\pi + \frac{108}{25}$ ⑤ $\frac{8}{3}\pi + \frac{128}{25}$

단답형

29. 그림과 같이 $\angle BAC = \frac{2}{3}\pi$ 이고 $\overline{AB} > \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 선분 AB 위의 점 D에 대하여 $\angle CBD = \alpha$, $\angle ACD = \beta$ 라 하자. $\cos^2 \alpha = \frac{7 + \sqrt{21}}{14}$ 일 때, $54\sqrt{3} \times \tan \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n} + bx^{2n-1} + x}{x^{2n} + 2} \quad (a, b \text{는 양의 상수})$$

라 하자. 자연수 m 에 대하여 방정식 $f(x) = 2(x-1) + m$ 의 실근의 개수를 c_m 이라 할 때, $c_k = 5$ 인 자연수 k 가 존재한다.

$k + \sum_{m=1}^{\infty} (c_m - 1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.