

제 2 교시

수학 영역

1

5지 선다형(1 ~ 21)

1.  $(3+i)-2i$ 의 값은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [2점]  
①  $1-i$       ②  $2-i$       ③  $3-i$       ④  $4-i$       ⑤  $5-i$

2.  $(2x+3y)(4x-y)$ 의 전개식에서  $xy$ 의 계수는? [2점]  
① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

3. 이차부등식  $x^2-6x+5\leq 0$ 의 해가  $\alpha\leq x\leq\beta$ 일 때,  $\beta-\alpha$ 의 값은? [2점]  
① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 등식  $x^3-x^2+x+3=(x-1)(x^2+1)+a$ 가  $x$ 에 대한 항등식일 때, 상수  $a$ 의 값은? [3점]  
① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

5. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식  $2x^3+3x+4$ 를 일차식  $x-a$ 로 나누었을 때, 나머지를 구하는 과정을 나타낸 것이다.

|     |   |   |   |     |
|-----|---|---|---|-----|
| $a$ | 2 | 0 | 3 | 4   |
|     |   | 2 |   |     |
|     | 2 |   |   | $b$ |

위 과정에 들어갈 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

6.  $x$ 에 대한 다항식  $x(x+2)+a$ 가 이차식  $(x+b)^2$ 으로 인수분해될 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

7.  $x$ 에 대한 부등식

$$|x-a|<2$$

를 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합이 33일 때, 자연수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

8.  $x$ 에 대한 삼차방정식

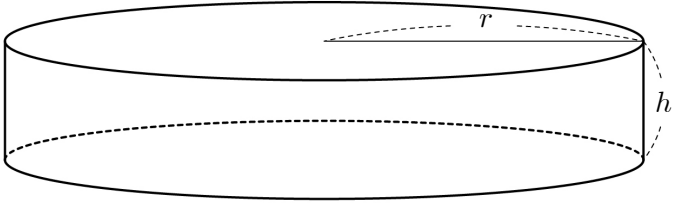
$$ax^3+x^2+x-3=0$$

의 한 근이 1일 때, 나머지 두 근의 곱은? (단,  $a$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 이차함수  $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프와  $x$ 축이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 자연수  $k$ 의 최댓값은? [3점]
- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

10. 밑면의 반지름의 길이가  $r$ , 높이가  $h$ 인 원기둥 모양의 용기에 대하여
- $r + 2h = 8, \quad r^2 - 2h^2 = 8$
- 일 때, 이 용기의 부피는? (단, 용기의 두께는 무시한다.) [3점]
- ①  $16\pi$       ②  $20\pi$       ③  $24\pi$       ④  $28\pi$       ⑤  $32\pi$



11.  $x, y$ 에 대한 두 연립방정식

$$\begin{cases} 3x+y=a \\ 2x+2y=1 \end{cases}, \begin{cases} x^2-y^2=-1 \\ x-y=b \end{cases}$$

의 해가 일치할 때, 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 다항식  $2x^3+x^2+x-1$ 을 일차식  $x-a$ 로 나누었을 때의 몫은  $Q(x)$ , 나머지는 3이다.  $Q(a)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

[3점]

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

13. 5 이하의 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 복소수  $z$ 를  $z=a+bi$  라 할 때,  $\frac{z}{\bar{z}}$ 의 실수부분이 0이 되게 하는 모든 복소수  $z$ 의 개수는? (단,  $i=\sqrt{-1}$  이고,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수이다.) [3점]

① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

14. 삼차방정식  $x^3+2x^2-3x+4=0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 할 때,  $(3+\alpha)(3+\beta)(3+\gamma)$ 의 값은? [4점]

① -5            ② -4            ③ -3            ④ -2            ⑤ -1

15.  $2018^3 - 27$ 을  $2018 \times 2021 + 9$ 로 나눈 몫은? [4점]

- ① 2015      ② 2025      ③ 2035      ④ 2045      ⑤ 2055

16. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 복소수  $z = a + 2bi$ 가  $z^2 + (\bar{z})^2 = 0$ 을 만족시킬 때,  $6a + 12b^2 + 11$ 의 최솟값은?

(단,  $i = \sqrt{-1}$ 이고,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켤레복소수이다.) [4점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

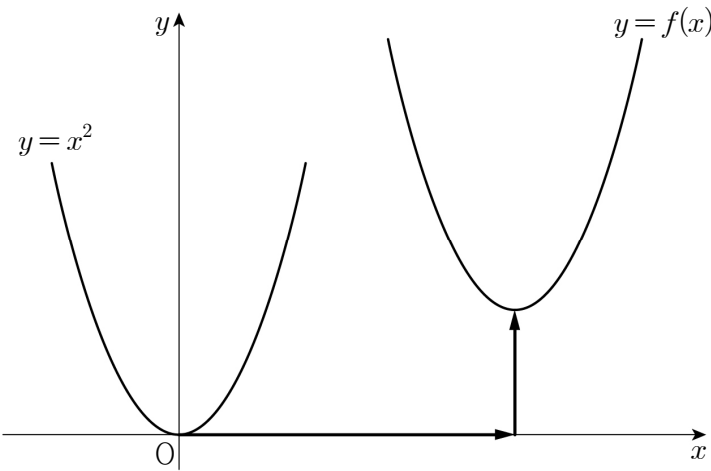
17. 실린더에 담긴 액체의 높이를  $h(\text{m})$ , 액체의 밀도를  $\rho(\text{kg/m}^3)$ , 액체의 무게에 의한 밑면에서의 압력을  $P(\text{N/m}^2)$ 라 할 때, 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$P = \rho gh$  (단,  $g$ 는 중력가속도이다.)

실린더  $A$ 에 담긴 액체의 높이는 실린더  $B$ 에 담긴 액체의 높이의 15배이고, 실린더  $A$ 에 담긴 액체의 밀도는 실린더  $B$ 에 담긴 액체의 밀도의  $\frac{3}{5}$ 배이다. 실린더  $A$ 에 담긴 액체의 무게에 의한 밑면에서의 압력과 실린더  $B$ 에 담긴 액체의 무게에 의한 밑면에서의 압력을 각각  $P_A, P_B$ 라 할 때,  $\frac{P_A}{P_B}$ 의 값은? [4점]

- ① 3            ② 5            ③ 7            ④ 9            ⑤ 11

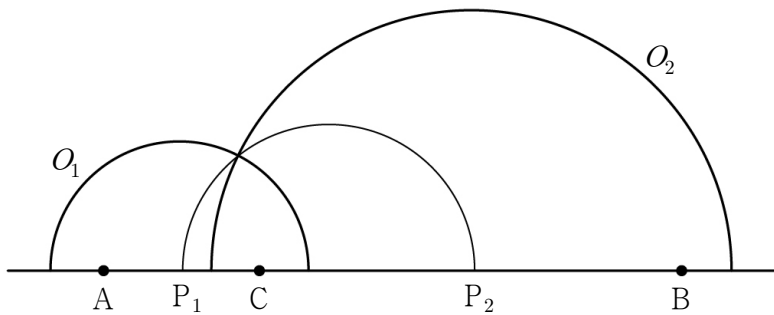
18. 자연수  $n$ 에 대하여 그림과 같이 함수  $y = x^2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $n$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 함수를  $y = f(x)$ 라 하자. 함수  $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]



- <보 기> —————
- ㄱ. 함수  $f(x)$ 의 최솟값은 3이다.
  - ㄴ.  $n=3$ 일 때, 방정식  $f(x)=10$ 의 서로 다른 두 실근의 합은 6이다.
  - ㄷ. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프는 직선  $y=x-\frac{3n-4}{2}$ 와 만나지 않는다.

- ① ㄱ                            ② ㄷ                            ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 그림과 같이 직선 위에  $\overline{AB}=6$ 인 두 점 A, B가 있다. 선분 AB 위의 점 C에 대하여 선분 AC의 중점을  $P_1$ , 선분 CB의 중점을  $P_2$ 라 하고  $\overline{P_1C}=a$ ,  $\overline{CP_2}=b$ 라 하자. 점  $P_1$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가  $a+\frac{1}{2}$ 인 반원  $O_1$ , 점  $P_2$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $b+\frac{1}{2}$ 인 반원  $O_2$ 를 각각 그린 후, 선분  $P_1P_2$ 를 지름으로 하는 반원을 그린다. 두 반원  $O_1$ 과  $O_2$ 의 교점이 호  $P_1P_2$  위에 있을 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a < b$ ) [4점]



- ①  $\frac{5}{4}$       ②  $\frac{7}{4}$       ③  $\frac{9}{4}$       ④  $\frac{11}{4}$       ⑤  $\frac{13}{4}$

20. 다음은  $x$ 에 대한 삼차방정식

$$2x^3 - 5x^2 + (k+3)x - k = 0$$

의 서로 다른 세 실근이 직각삼각형의 세 변의 길이일 때, 상수  $k$ 의 값을 구하는 과정의 일부이다.

삼차방정식  $2x^3 - 5x^2 + (k+3)x - k = 0$ 에서

$$(x-1)(\boxed{\text{가}} + k) = 0$$

이므로 삼차방정식  $2x^3 - 5x^2 + (k+3)x - k = 0$ 의 서로 다른 세 실근은 1과 이차방정식  $\boxed{\text{가}} + k = 0$ 의 두 근이다. 이차방정식  $\boxed{\text{가}} + k = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$  ( $\alpha > \beta$ )라 하자. 1,  $\alpha, \beta$ 가 직각삼각형의 세 변의 길이가 되는 경우는 다음과 같이 2가지로 나눌 수 있다.

(i) 빗변의 길이가 1인 경우

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \text{ 이므로 } (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 1 \text{ 이다.}$$

그러므로  $k = \boxed{\text{나}}$  이다.

그런데  $\boxed{\text{가}} + k = 0$ 에서 판별식  $D < 0$ 이므로  $\alpha, \beta$ 는 실수가 아니다. 따라서 1,  $\alpha, \beta$ 는 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없다.

(ii) 빗변의 길이가  $\alpha$ 인 경우

$$1 + \beta^2 = \alpha^2 \text{ 이므로 } (\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = 1 \text{ 이다.}$$

그러므로  $k = \boxed{\text{다}}$  이다. 이때 1,  $\alpha, \beta$ 는 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있다.

따라서 (i)과 (ii)에 의하여  $k = \boxed{\text{다}}$  이다.

위의 (가)에 알맞은 식을  $f(x)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $f(3) \times \frac{q}{p}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{13}{2}$       ②  $\frac{15}{2}$       ③  $\frac{17}{2}$       ④  $\frac{19}{2}$       ⑤  $\frac{21}{2}$



21. 모든 실수  $x$ 에 대하여 두 이차다항식  $P(x)$ ,  $Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $P(x)+Q(x)=4$

(나)  $\{P(x)\}^3+\{Q(x)\}^3=12x^4+24x^3+12x^2+16$

$P(x)$ 의 최고차항의 계수가 음수일 때,  $P(2)+Q(3)$ 의 값은?

[4점]

① 6            ② 7            ③ 8            ④ 9            ⑤ 10

단답형(22 ~ 30)

22.  $x+y=6$ ,  $xy=2$ 일 때,  $x^2y+xy^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2+ax+b=0$ 의 두 근이 3, 4일 때, 두 상수  $a$ ,  $b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 연립부등식

$$\begin{cases} x-1 \geq 2 \\ x^2-6x \leq -8 \end{cases}$$

의 해가  $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.  $\alpha + \beta$ 의 값을 구하시오. [3점]

26.  $x$ 에 대한 다항식  $x^4 + ax + b$ 가  $(x-2)^2$ 으로 나누어떨어질 때, 몫을  $Q(x)$ 라 하자. 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b+Q(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

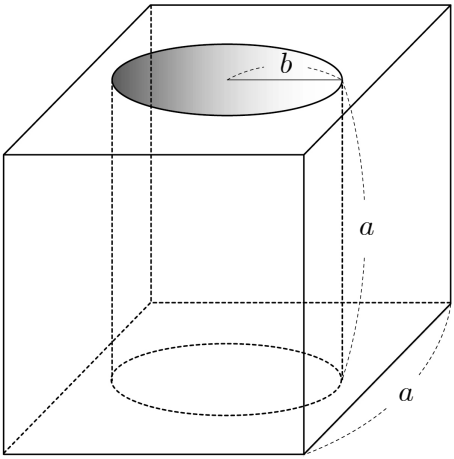
25. 이차방정식  $2x^2 + 6x - 9 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $2(2\alpha^2 + \beta^2) + 6(2\alpha + \beta)$ 의 값을 구하시오. [3점]

27. 이차함수  $f(x)=x^2+ax-(b-7)^2$  이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $x=-1$ 에서 최솟값을 가진다.  
(나) 이차함수  $y=f(x)$ 의 그래프와 직선  $y=cx$ 가  
한 점에서만 만난다.

세 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값을 구하시오. [4점]

28. 한 모서리의 길이가  $a$ 인 정육면체 모양의 입체도형이 있다.  
이 입체도형에서 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가  $b$ 이고  
높이가  $a$ 인 원기둥 모양의 구멍을 뚫었다. 남아 있는 입체도형의  
겉넓이가  $216+16\pi$ 일 때, 두 유리수  $a, b$ 에 대하여  $15(a-b)$ 의  
값을 구하시오. (단,  $a>2b$ ) [4점]



29. 최고차항의 계수가 음수인 이차다항식  $P(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$\{P(x)+x\}^2=(x-a)(x+a)(x^2+5)+9$$

를 만족시킨다.  $\{P(a)\}^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a>0$ ) [4점]

30. 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 일차식  $x-a$ 를 인수로 가지는 다항식  $P(x)=x^4-290x^2+b$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

계수와 상수항이 모두 정수인 서로 다른 세 개의 다항식의 곱으로 인수분해된다.

모든 다항식  $P(x)$ 의 개수를  $p$ 라 하고,  $b$ 의 최댓값을  $q$ 라 할 때,

$\frac{q}{(p-1)^2}$ 의 값을 구하시오. [4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.