

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\log_8 16$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_4 = 100$ 일 때, a_1 의 값은? [2점]

- ① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

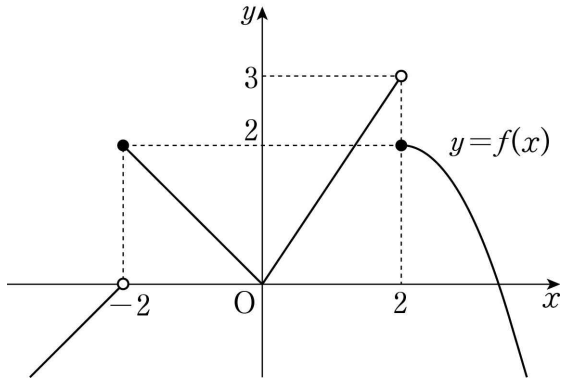
3. $0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin 4x = \frac{1}{2}$ 의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. $\int_2^{-2} (x^3 + 3x^2) dx$ 의 값은? [3점]

- ① -16 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 16

5. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -2+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

6. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x-3} & (x < 3) \\ \frac{2x+1}{x-2} & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

7. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

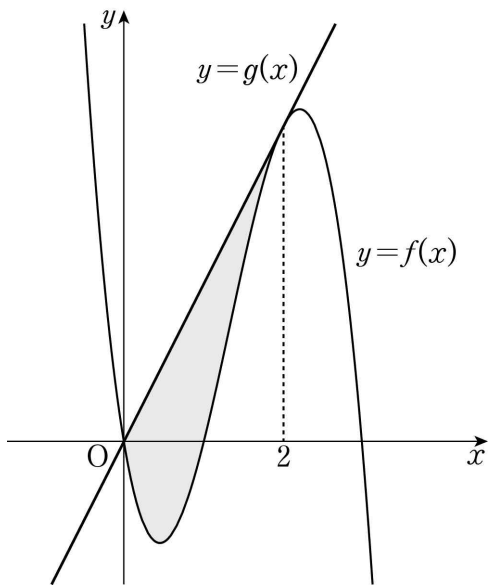
$$a_n = \begin{cases} \frac{(n+1)^2}{2} & (n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{n^2}{2} + n + 1 & (n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [3점]

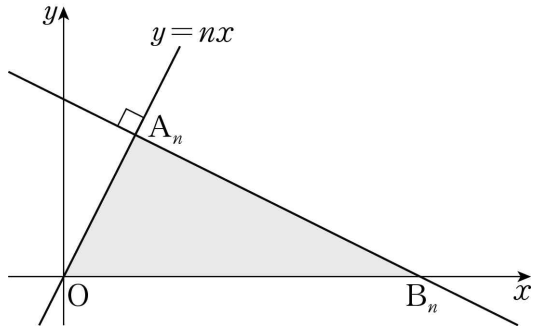
- ① 235 ② 240 ③ 245 ④ 250 ⑤ 255

8. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 - 9x$ 와 직선 $y = k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [3점]
- ① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

9. 최고차항의 계수가 -3 인 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$ 에서의 접선 $y = g(x)$ 가 곡선 $y = f(x)$ 와 원점에서 만난다. 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]
- ① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



10. 자연수 n 에 대하여 점 $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 직선 $y = nx$ 에 수직인 직선이 x 축과 만나는 점을 B_n 이라 하자.



다음은 삼각형 A_nOB_n 의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{n^3}$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)

점 $A_n(n, n^2)$ 을 지나고 직선 $y = nx$ 에 수직인 직선의 방정식은

$y = \boxed{\text{(가)}} \times x + n^2 + 1$

이므로 두 점 A_n, B_n 의 좌표를 이용하여 S_n 을 구하면

$S_n = \boxed{\text{(나)}}$

따라서

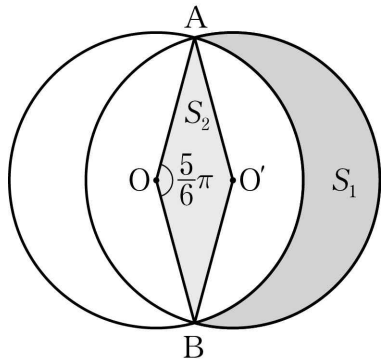
$\sum_{n=1}^8 \frac{S_n}{n^3} = \boxed{\text{(다)}}$

이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n), g(n)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(1) + g(2) + r$ 의 값은? [4점]

① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

11. 그림과 같이 두 점 O, O' 을 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 두 원 O, O' 이 한 평면 위에 있다. 두 원 O, O' 이 만나는 점을 각각 A, B 라 할 때, $\angle AOB = \frac{5}{6}\pi$ 이다.



원 O 의 외부와 원 O' 의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1 , 마름모 $AOBO'$ 의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 - S_2$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{4}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{17}{12}\pi$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{19}{12}\pi$

12. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x - 1} = 5$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + g(x) - 2f(1)}{x - 1} = 7$$

두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - a}{x - 1} = b \times g(1)$ 일 때, ab 의

값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^x & (x<3) \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a}-\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}+8 & (x\geq 3) \end{cases}$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 중에서 y 좌표가 정수인 점의 개수가 23일 때, 정수 a 의 값은? [4점]

① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 $g(x)=f(x)+|f'(x)|$ 라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

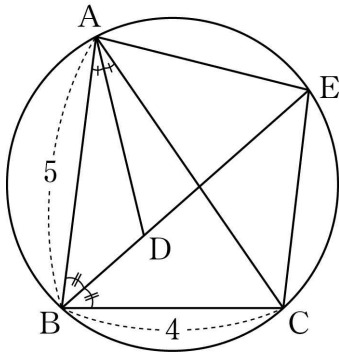
- (가) $f(0)=g(0)=0$
(나) 방정식 $f(x)=0$ 은 양의 실근을 갖는다.
(다) 방정식 $|f(x)|=4$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(3)$ 의 값은? [4점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\cos(\angle ABC) = \frac{1}{8}$ 인 삼각형

ABC가 있다. $\angle ABC$ 의 이등분선과 $\angle CAB$ 의 이등분선이
만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이
만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로
고른 것은? [4점]



— < 보 기 > —

- ㉠. $\overline{AC}=6$
 ㉡. $\overline{EA}=\overline{EC}$
 ㉢. $\overline{ED}=\frac{31}{8}$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

단답형

16. 두 함수 $f(x)=2x^2+5x+3$, $g(x)=x^3+2$ 에 대하여 함수
 $f(x)g(x)$ 의 $x=0$ 에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

17. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식

$$3x^2 - 2(\log_2 n)x + \log_2 n > 0$$

이 성립하도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하시오. [3점]

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $F(x)$ 의 도함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=\begin{cases} -2x & (x<0) \\ k(2x-x^2) & (x\geq 0) \end{cases}$$

이다. $F(2)-F(-3)=21$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

19. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 $a_1=2$, $a_2=4$ 이고 2 이상의 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1}S_n=a_nS_{n+1}$$

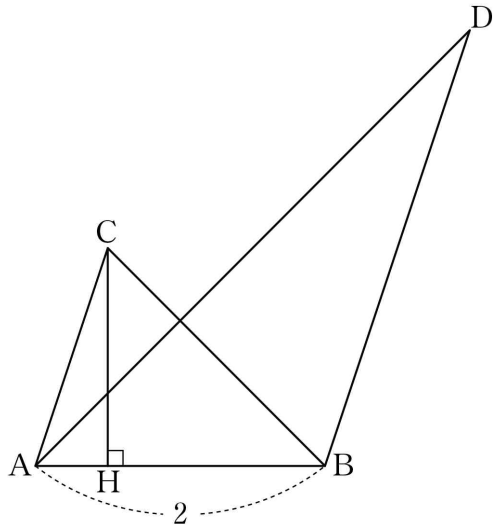
이 성립할 때, S_5 의 값을 구하시오. [3점]

20. 실수 m 에 대하여 직선 $y=mx$ 와 함수

$$f(x)=2x+3+|x-1|$$

의 그래프의 교점의 개수를 $g(m)$ 이라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$, $\overline{AC}:\overline{BD}=1:2$ 인 두 삼각형 ABC , ABD 가 있다. 점 C 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발 H 는 선분 AB 를 $1:3$ 으로 내분한다.



두 삼각형 ABC , ABD 의 외접원의 반지름의 길이를 각각 r , R 라 할 때, $4(R^2 - r^2) \times \sin^2(\angle CAB) = 51$ 이다. \overline{AC}^2 의 값을 구하시오. (단, $\angle CAB < \frac{\pi}{2}$) [4점]

22. 양수 a 와 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x) = \int_0^x (t^2 - 4) \{|f(t)| - a\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극값을 갖지 않는다.
(나) $g(2) = 5$

$g(0) - g(-4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^3 - 1}{(n+2)(2n^2+3)}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이

$$a_n = \left(\frac{x^2 - 4x}{5} \right)^n$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수는? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = a_1 a_n$$

을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3a_{n+3} - 5}{2a_n + 1} = 12$ 일 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2n^2 - 3 < a_n < 2n^2 + 4$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을

S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n^3}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

27. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(k-1)!} = \frac{3}{(n+2)!}$$

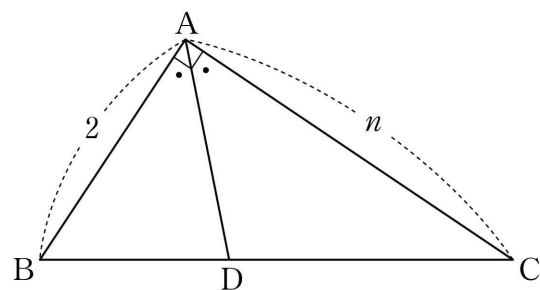
을 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + n^2 a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

28. 자연수 n 에 대하여 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AB} = 2$, $\overline{CA} = n$ 인 삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. 선분 CD의 길이를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (n - a_n)$ 의 값은?

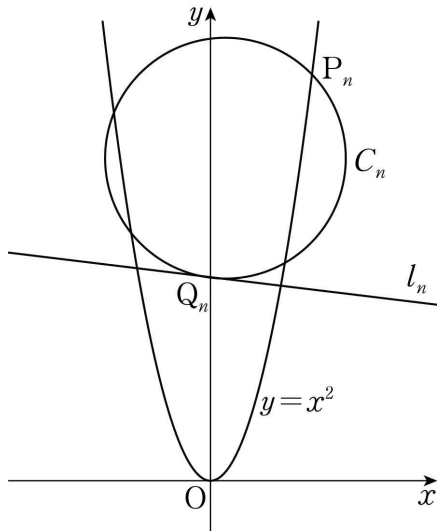
[4점]

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4



단답형

29. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $P_n(2n, 4n^2)$ 에서의 접선과 수직이고 점 $Q_n(0, 2n^2)$ 을 지나는 직선을 l_n 이라 하자. 점 P_n 을 지나고 점 Q_n 에서 직선 l_n 과 접하는 원을 C_n 이라 할 때, 원점을 지나고 원 C_n 의 넓이를 이등분하는 직선의 기울기를 a_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 자연수 n 에 대하여 삼차함수 $f(x) = x(x-n)(x-3n^2)$ 이 극대가 되는 x 를 a_n 이라 하자. x 에 대한 방정식 $f(x) = f(a_n)$ 의 근 중에서 a_n 이 아닌 근을 b_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n b_n}{n^3} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.