

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{16} \times 2^{-\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

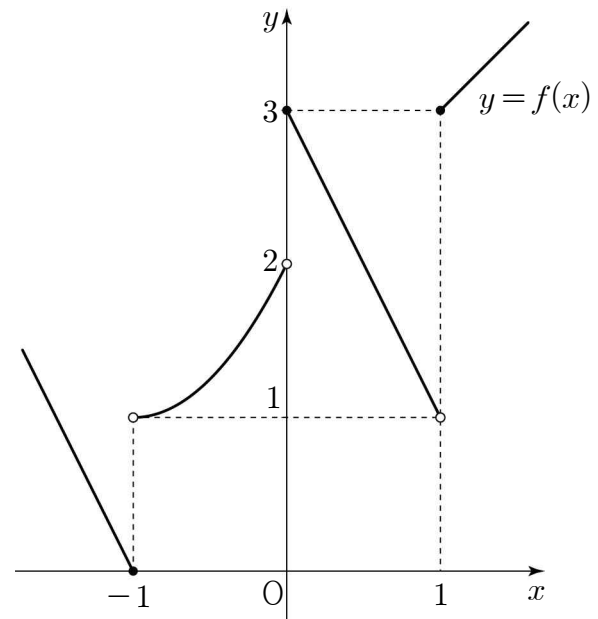
2. 함수 $f(x) = 2x^2 + 5x - 2$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ 의 값은?
[2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan \theta = -2$ 일 때,
 $\sin(\pi + \theta)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $-\frac{\sqrt{5}}{5}$
④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) - f(1) = x^3 + 4x^2 - 5x$$

를 만족시킬 때, $\int_1^2 f'(x)dx$ 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

6. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3 + a_4}{a_1 + a_2} = 4, \quad a_2 a_4 = 1$$

일 때, $a_6 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

7. 함수 $f(x) = x^3 - 3x + 2a$ 의 극솟값이 $a + 3$ 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

8. 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf'(x)=6x^3-x+f(0)+1$$

을 만족시킬 때, $f(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

9. 좌표평면 위에 서로 다른 세 점

$A(0, -\log_2 9)$, $B(2a, \log_2 7)$, $C(-\log_2 9, a)$ 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 가 있다. 삼각형 ABC 의 무게중심의 좌표가 $(b, \log_8 7)$ 일 때, 2^{a+3b} 의 값은? [4점]

- ① 63 ② 72 ③ 81 ④ 90 ⑤ 99

10. 양수 a 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의
시각 t ($t \geq 0$) 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t)=3t(a-t)$$

이다. 시각 $t=0$ 에서 점 P 의 위치는 16 이고,
시각 $t=2a$ 에서 점 P 의 위치는 0 이다.
시각 $t=0$ 에서 $t=5$ 까지 점 P 가 움직인 거리는? [4점]

- ① 54 ② 58 ③ 62 ④ 66 ⑤ 70

11. 공차가 d ($0 < d < 1$) 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) a_5 는 자연수이다.

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_8 = \frac{68}{3}$ 이다.

a_{16} 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{3}$ ② $\frac{77}{12}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{79}{12}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

12. 두 상수 a, b 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq x < 4$ 일 때, $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x) + 16$ 이다.

$\int_4^7 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

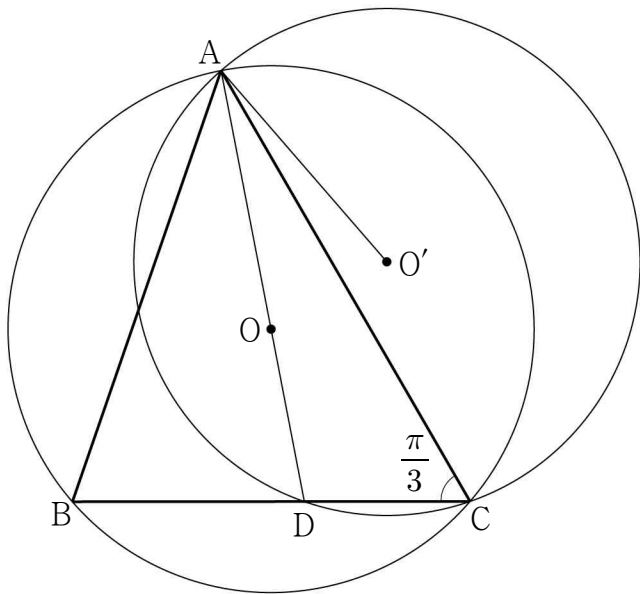
- ① $\frac{255}{4}$ ② $\frac{261}{4}$ ③ $\frac{267}{4}$ ④ $\frac{273}{4}$ ⑤ $\frac{279}{4}$

13. 그림과 같이

$\overline{BC} = \frac{36\sqrt{7}}{7}, \sin(\angle BAC) = \frac{2\sqrt{7}}{7}, \angle ACB = \frac{\pi}{3}$

인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O, 직선 AO가 변 BC와 만나는 점을 D라 하자. 삼각형 ADC의 외접원의 중심을 O'이라 할 때, $\overline{AO'} = 5\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{OO'}^2$ 의 값은? (단, $0 < \angle BAC < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① 21 ② $\frac{91}{4}$ ③ $\frac{49}{2}$ ④ $\frac{105}{4}$ ⑤ 28

14. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -2(x+1)^2 + 4 & (x \leq 0) \\ a(x-5) & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 에 대하여 $f(k) = g(k)$ 를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 k의 값이 -2, 0, 2일 때, $g(2a)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 18 ③ 22 ④ 26 ⑤ 30

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (\frac{1}{2}a_n \text{ 이 자연수인 경우}) \\ (a_n - 1)^2 & (\frac{1}{2}a_n \text{ 이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_7 = 1$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[4점]

- ① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

단답형

16. 방정식 $\log_5(x+9) = \log_5 4 + \log_5(x-6)$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x-3)(x^2+x-2)$ 에 대하여 $f'(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

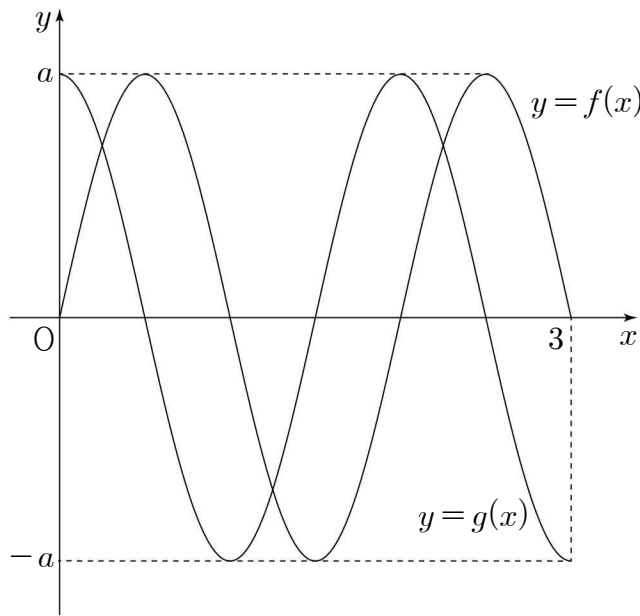
$$\sum_{k=1}^{15}(3a_k+2)=45, \quad 2\sum_{k=1}^{15}a_k=42+\sum_{k=1}^{14}a_k$$

일 때, a_{15} 의 값을 구하시오. [3점]

19. 양수 a 에 대하여 $0 \leq x \leq 3$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x)=a\sin \pi x, \quad g(x)=a\cos \pi x$$

가 있다. 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 만나는 서로 다른 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 2일 때, a^2 의 값을 구하시오. [3점]



20. 두 함수 $f(x)=x^3-12x$, $g(x)=a(x-2)+2$ ($a \neq 0$)에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 실수 a 의 값의 범위는 $m < a < M$ 이다.

함수 $y=h(x)$ 의 그래프와 직선 $y=k$ 가 서로 다른 네 점에서 만나도록 하는 실수 k 가 존재한다.

$10 \times (M-m)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. $m \leq -10$ 인 상수 m 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} |5\log_2(4-x) + m| & (x \leq 0) \\ 5\log_2 x + m & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 실수 t ($t > 0$)에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x) = t$ 의 모든 실근의 합을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(m)$ 의 값을 구하시오. [4점]

$t \geq a$ 인 모든 실수 t 에 대하여 $g(t) = g(a)$ 가 되도록 하는 양수 a 의 최솟값은 2이다.

22. 두 자연수 a, b ($a < b < 8$)에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} |x+3| - 1 & (x < a) \\ x - 10 & (a \leq x < b) \\ |x-9| - 1 & (x \geq b) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 와 양수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)f(x+k)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
(나) $f(k) < 0$

$f(a) \times f(b) \times f(k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선 다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^{2x} - 1}{e^{3x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{\ln 5}{3}$ ② $\frac{1}{\ln 5}$ ③ $\frac{2}{3} \ln 5$ ④ $\frac{2}{\ln 5}$ ⑤ $\ln 5$

24. 매개변수 t ($t > 0$) 으로 나타내어진 함수

$x = 3t - \frac{1}{t}, \quad y = te^{t-1}$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \{a_n \times (\sqrt{n^2 + 4} - n)\} = 6$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n + 6n^2}{na_n + 5}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

26. 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = 1$ 이고 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인

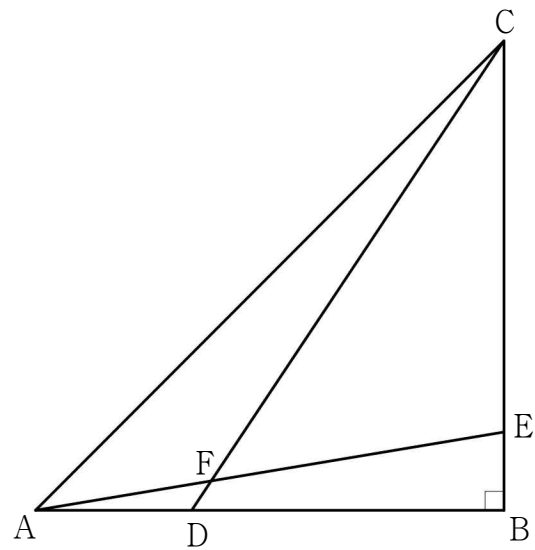
삼각형 ABC 가 있다. 선분 AB 위의 점 D와 선분 BC 위의 점 E가

$$\overline{AD} = 2\overline{BE} \quad (0 < \overline{AD} < 1)$$

을 만족시킬 때, 두 선분 AE, CD가 만나는 점을 F라 하자.

$\tan(\angle CFE) = \frac{16}{15}$ 일 때, $\tan(\angle CDB)$ 의 값은?

(단, $\frac{\pi}{4} < \angle CDB < \frac{\pi}{2}$) [3점]

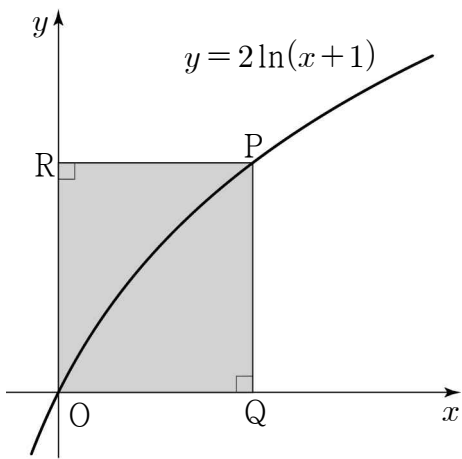


- ① $\frac{9}{7}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

27. 양수 t 에 대하여 곡선 $y=2\ln(x+1)$ 위의 점 $P(t, 2\ln(t+1))$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 직사각형 $OQPR$ 의 넓이를 $f(t)$ 라 하자.

$\int_1^3 f(t)dt$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [3점]

- ① $-2+12\ln 2$ ② $-1+12\ln 2$ ③ $-2+16\ln 2$
④ $-1+16\ln 2$ ⑤ $-2+20\ln 2$



28. 최고차항의 계수가 1이고 역함수가 존재하는 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. 실수 $k(k>0)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x)=\begin{cases} \frac{g(x)-k}{x-k} & (x\neq k) \\ \frac{1}{3} & (x=k) \end{cases}$$

이다. 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(0)$ 의 값이 최대일 때, k 의 값을 α 라 하자.

- (가) $h(0)=1$
(나) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$k=\alpha$ 일 때, $\alpha\times h(9)\times g'(9)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{84}$ ② $\frac{1}{42}$ ③ $\frac{1}{28}$ ④ $\frac{1}{21}$ ⑤ $\frac{5}{84}$

단답형

29. 첫째항이 1 이고 공비가 0 이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} (20a_{2n} + 21|a_{3n-1}|) = 0$$

이다. 첫째항이 0 이 아닌 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3|a_n| + b_n}{a_n}$ 이 수렴할 때, $b_1 \times \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

30. 상수 a ($0 < a < 1$) 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \int_0^x \ln(e^{|t|} - a) dt$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 와 상수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x = \ln \frac{3}{2}$ 에서 극값을 갖는다.

$$(나) f\left(-\ln \frac{3}{2}\right) = \frac{f(k)}{6}$$

$\int_0^k \frac{|f'(x)|}{f(x) - f(-k)} dx = p$ 일 때, $100 \times a \times e^p$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.