

# 수학 영역

## 제 2 교시

1

### 5지선다형

1.  $(\sqrt{3^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

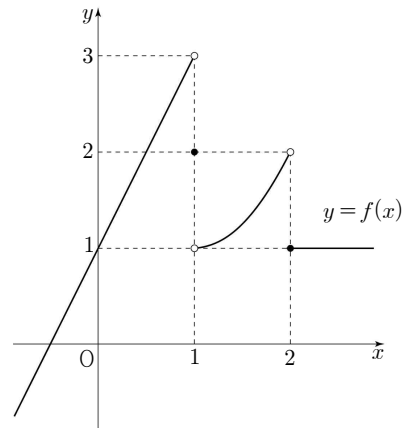
2. 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_5 - a_2$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

3. 닫힌구간  $[0, 4]$ 에서 함수  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 1$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x)=2x+4$ 이고  $f(-1)+f(1)=0$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

7. 함수  $f(x)=x^3-3x$ 에서  $x$ 의 값이 1에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(k, f(k))$ 에서의 접선의 기울기가 서로 같을 때, 양수  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{3}$       ② 2      ③  $\sqrt{5}$       ④  $\sqrt{6}$       ⑤  $\sqrt{7}$

6. 양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)=\sin\left(ax+\frac{\pi}{6}\right)$ 의 주기가  $4\pi$ 일 때,  $f(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ⑤ 1

8. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \frac{x^2+3x+a}{x-2} & (x < 2) \\ -x^2+b & (x \geq 2) \end{cases}$$

가  $x=2$ 에서 연속일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4f(x)+g(x)}{3f(x)-g(x)}$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t)=4t-10$$

이다. 점 P의 시각  $t=1$ 에서의 위치와 점 P의 시각  $t=k(k > 1)$ 에서의 위치가 서로 같을 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

11.  $0 < x < 2\pi$ 일 때, 방정식  $2\cos^2 x - \sin(\pi + x) - 2 = 0$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ①  $\pi$       ②  $\frac{3}{2}\pi$       ③  $2\pi$       ④  $\frac{5}{2}\pi$       ⑤  $3\pi$

12. 닫힌구간  $[0, 3]$ 에서 함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + a$ 의 최댓값이 12일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

13. 두 양수  $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를  
 $f(x) = (x-a)(x-b)$ 라 하자.

$$\int_0^a f(x)dx = \frac{11}{6}, \int_0^b f(x)dx = -\frac{8}{3}$$

일 때, 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

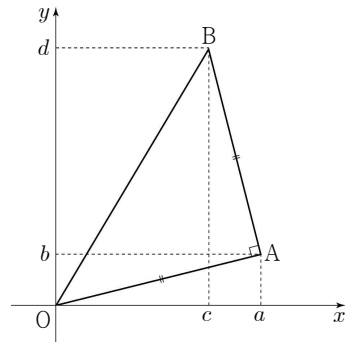
- ① 4      ②  $\frac{9}{2}$       ③ 5      ④  $\frac{11}{2}$       ⑤ 6

14. 4 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $n$  이하의 네 자연수  $a, b, c, d$ 가 있다.

- $a > b$
- 좌표평면 위의 두 점  $A(a, b), B(c, d)$ 와 원점  $O$ 에 대하여 삼각형  $OAB$ 는  $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이다.

다음은  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를  $T_n$ 이라

할 때,  $\sum_{n=4}^{20} T_n$ 의 값을 구하는 과정이다.



점  $A(a, b)$ 에 대하여

점  $B(c, d)$ 가  $\overline{OA} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{OA} = \overline{AB}$ 를 만족시키려면  
 $c = a - b, d = a + b$ 이어야 한다.

이때,  $a > b$ 이고  $d$ 가  $n$  이하의 자연수이므로  $b < \frac{n}{2}$ 이다.

$\frac{n}{2}$  미만의 자연수  $k$ 에 대하여

$b = k$ 일 때,  $a + b \leq n$ 을 만족시키는 자연수  $a$ 의 개수는  
 $n - 2k$ 이다.

2 이상의 자연수  $m$ 에 대하여

(i)  $n = 2m$ 인 경우

$b$ 가 될 수 있는 자연수는 1부터 (가) 까지이므로

$$T_{2m} = \sum_{k=1}^{(가)} (2m - 2k) = (나)$$

(ii)  $n = 2m + 1$ 인 경우

$$T_{2m+1} = (다)$$

(i), (ii)에 의해  $\sum_{n=4}^{20} T_n = 614$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(m), g(m), h(m)$   
 이라 할 때,  $f(5) + g(6) + h(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 71      ② 74      ③ 77      ④ 80      ⑤ 83

15. 그림과 같이 1보다 큰 실수  $k$ 에 대하여 두 곡선

$y = \log_2 |kx|$ 와  $y = \log_2(x+4)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을

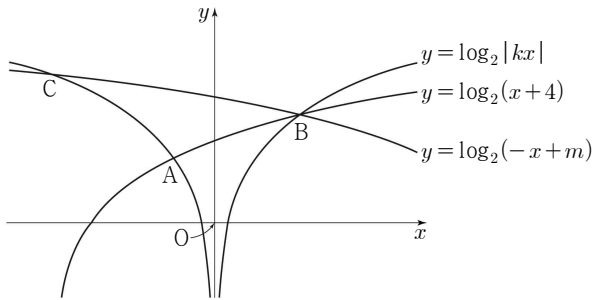
A, B라 하고, 점 B를 지나는 곡선  $y = \log_2(-x+m)$ 이

곡선  $y = \log_2 |kx|$ 와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C라 하자.

세 점 A, B, C의  $x$ 좌표를 각각  $x_1, x_2, x_3$ 이라 할 때,

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단,  $x_1 < x_2$ 이고,  $m$ 은 실수이다.) [4점]



< 보 기 >

ㄱ.  $x_2 = -2x_1$ 이면  $k = 3$ 이다.

ㄴ.  $x_2^2 = x_1x_3$

ㄷ. 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기의 합이 0일 때,  
 $m + k^2 = 19$ 이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

단답형

16. 함수  $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여  $f'(1) = 4$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

17.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$ 일 때,  
 $30(\sin \theta + \cos \theta)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 2x)f(x)$$

라 하자. 함수  $f(x)$ 가  $x = 3$ 에서 극솟값 2를 가질 때,  $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20.  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 1 : 2 : \sqrt{2}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 넓이가  $28\pi$ 일 때, 선분 CA의 길이를 구하시오. [4점]

19. 첫째항이  $\frac{1}{4}$ 이고 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5}$$

일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

21. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 0) \\ a_n + 5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_{15} < 0$ 이 되도록 하는  $a_1$ 의 최솟값을 구하시오.

[4점]

22. 실수  $a$ 에 대하여 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 를

$$f(x) = 3x + a, \quad g(x) = \int_2^x (t + a)f(t)dt$$

라 하자. 함수  $h(x) = f(x)g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$h(-1)$ 의 최솟값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

(가) 곡선  $y = h(x)$  위의 어떤 점에서의 접선이  $x$ 축이다.

(나) 곡선  $y = |h(x)|$ 가  $x$ 축에 평행한 직선과 만나는 서로 다른 점의 개수의 최댓값은 4이다.



## 수학 영역(기하)

## 제 2 교시

9

## 5지선다형

23. 영벡터가 아닌 두 벡터  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ 가 서로 평행하지 않을 때,  
 $(2\vec{a}-m\vec{b})-(n\vec{a}-4\vec{b})=\vec{a}-\vec{b}$ 를 만족시키는 두 상수  $m$ ,  $n$ 의  
 합  $m+n$ 의 값은? [2점]

① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

24. 쌍곡선  $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{7}=1$  위의 점  $(4, 7)$ 에서의 접선의  $x$ 절편은?

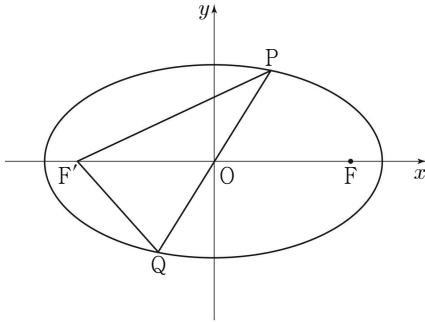
[3점]

①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{8}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

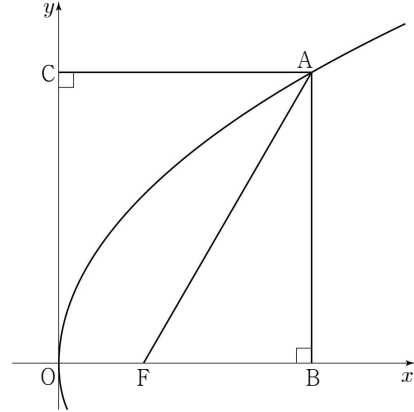
25. 좌표평면 위에 두 초점이  $F, F'$ 인 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다.

타원 위의 두 점  $P, Q$ 에 대하여 직선  $PQ$ 가 원점  $O$ 를 지나고 삼각형  $PF'Q$ 의 둘레의 길이가 20일 때, 선분  $OP$ 의 길이는?  
(단, 점  $P$ 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

- ①  $\frac{11}{3}$     ② 4    ③  $\frac{13}{3}$     ④  $\frac{14}{3}$     ⑤ 5

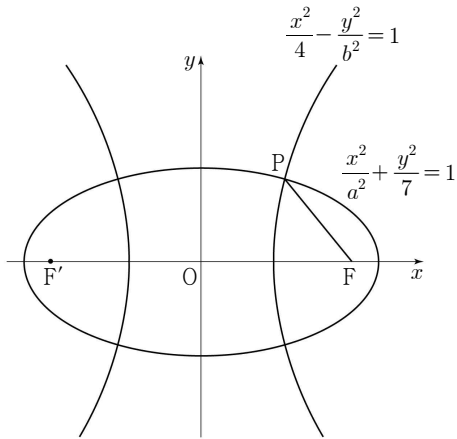


26. 그림과 같이 꼭짓점이 원점  $O$ 이고 초점이  $F(p, 0)$  ( $p > 0$ )인 포물선이 있다. 포물선 위의 점  $A$ 에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $B, C$ 라 하자.  $\overline{FA} = 8$ 이고 사각형  $OFAC$ 의 넓이와 삼각형  $FBA$ 의 넓이의 비가  $2:1$ 일 때, 삼각형  $ACF$ 의 넓이는?  
(단, 점  $A$ 는 제1사분면 위의 점이고, 점  $A$ 의  $x$ 좌표는  $p$ 보다 크다.) [3점]



- ①  $\frac{27}{2}$     ②  $9\sqrt{3}$     ③ 18    ④  $12\sqrt{3}$     ⑤ 24

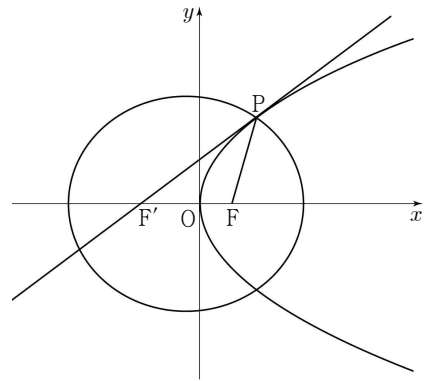
27. 그림과 같이 두 점  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )을 초점으로 하는 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{7} = 1$ 과 두 점  $F, F'$ 을 초점으로 하는 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 제1사분면에서 만나는 점을  $P$ 라 하자.  $\overline{PF} = 3$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]



- ① 31      ② 33      ③ 35      ④ 37      ⑤ 39

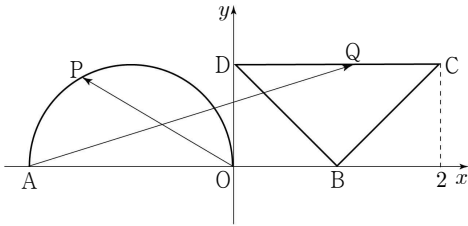
28. 좌표평면에서 두 점  $F\left(\frac{9}{4}, 0\right)$ ,  $F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )을 초점으로 하는 타원과 포물선  $y^2 = 9x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을  $P$ 라 하자.  $\overline{PF} = \frac{25}{4}$ 이고 포물선  $y^2 = 9x$  위의 점  $P$ 에서의 접선이 점  $F'$ 을 지날 때, 타원의 단축의 길이는? [4점]

- ① 13      ②  $\frac{27}{2}$       ③ 14      ④  $\frac{29}{2}$       ⑤ 15



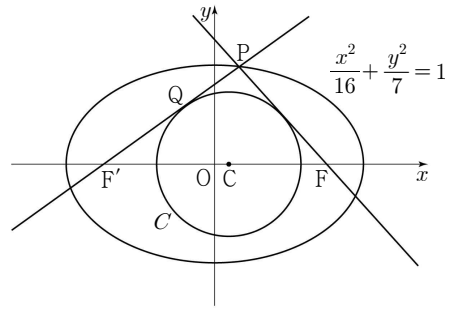
## 단답형

29. 좌표평면 위에 네 점  $A(-2, 0)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(2, 1)$ ,  $D(0, 1)$ 이 있다. 반원의 호  $(x+1)^2 + y^2 = 1$  ( $0 \leq y \leq 1$ ) 위를 움직이는 점  $P$ 와 삼각형  $BCD$  위를 움직이는 점  $Q$ 에 대하여  $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M^2 + m^2 = p + 2\sqrt{q}$ 일 때,  $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점]



30. 그림과 같이 두 초점이  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )인

타원  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$  위의 점  $P$ 에 대하여 직선  $FP$ 과 직선  $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 선분  $F'F$  위에 있는 원  $C$ 가 있다. 원  $C$ 의 중심을  $C$ , 직선  $F'P$ 가 원  $C$ 와 만나는 점을  $Q$ 라 할 때,  $2\overline{PQ} = \overline{PF}$ 이다.  $24 \times \overline{CP}$ 의 값을 구하시오. (단, 점  $P$ 는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]



## ※ 확인 사항

답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.