

제 2 교시

수학 영역 (나형)

5 지 선 다 형

1.  $3 \times 9^{\frac{1}{2}}$  의 값은? [2점]

- ① 6            ② 9            ③ 12            ④ 15            ⑤ 18

2. 전체집합  $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  의  
부분집합  $A = \{3, 5, 7\}$  에 대하여 집합  $A^C$ 의 모든 원소의 합은?  
( 단,  $A^C$ 은  $A$ 의 여집합이다. ) [2점]

- ① 6            ② 8            ③ 10            ④ 12            ⑤ 14

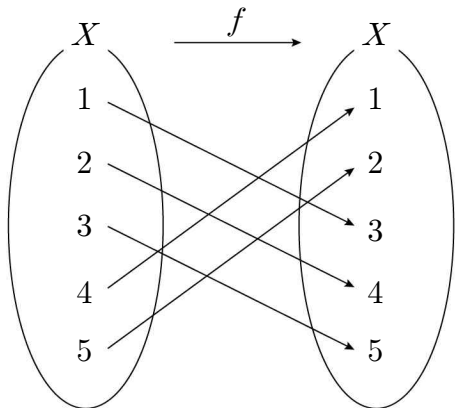
3.  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+2)}{x-4}$  의 값은? [2점]

- ① 2            ② 4            ③ 6            ④ 8            ⑤ 10

4.  $\log_7 49 + \log_7 \frac{1}{7}$  의 값은? [3점]

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

5. 그림은 함수  $f: X \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(f \circ f)(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

6. 양수  $x$ 에 대하여  $x + \frac{9}{x}$ 의 최솟값은? [3점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

7. 실수  $x$ 에 대한 두 조건

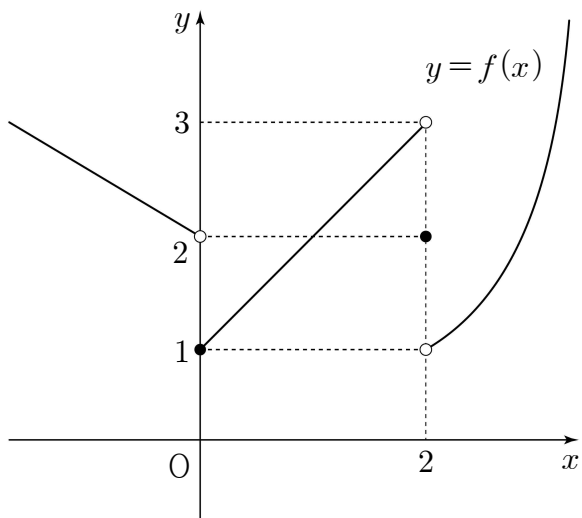
$$p: (x+2)(x-1) < 0,$$

$$q: x \geq \alpha$$

에 대하여  $p$ 가  $q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 정수  $\alpha$ 의 최댓값은? [3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

8. 함수  $y = f(x)$  의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$  의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + a \times 5^{n+1}}{5^n} = 3$  을 만족시키는 상수  $a$  의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{7}{15}$       ④  $\frac{8}{15}$       ⑤  $\frac{3}{5}$

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + 1 & (x < 1) \\ 7 & (x = 1) \\ -3x + b & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때,  $a + b$  의 값은?  
(단,  $a$  와  $b$  는 상수이다.) [3점]

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

11. 함수  $f(x)=x^2+4x-2$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h)-3}{h}$$

의 값은? [3점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

12. 함수  $y = \frac{ax+1}{bx+1}$  의 그래프가 점  $(2, 3)$ 을 지나고

직선  $y=2$ 를 한 점근선으로 가질 때,  $a^2+b^2$ 의 값은?

(단,  $a$ 와  $b$ 는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

- ① 2      ② 5      ③ 8      ④ 11      ⑤ 14

13. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$  이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 5, \sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 5b_n) = 11$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n(a_n + 2b_n)$  의 값은? [3점]

- ① 12      ② 14      ③ 16      ④ 18      ⑤ 20

14.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 - ax + b$  를  $x - 1$  로 나눈 나머지가 57 이다. 세 수  $1, a, b$  가 이 순서대로 공비가 양수인 등비수열을 이룰 때,  $\frac{b}{a}$  의 값은? ( 단,  $a$  와  $b$  는 상수이다. ) [4점]

- ① 2      ② 4      ③ 8      ④ 16      ⑤ 32

15. 1보다 큰 두 실수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_a a^2 b^3 = 3$$

이 성립할 때,  $\log_b a$ 의 값은? [4점]

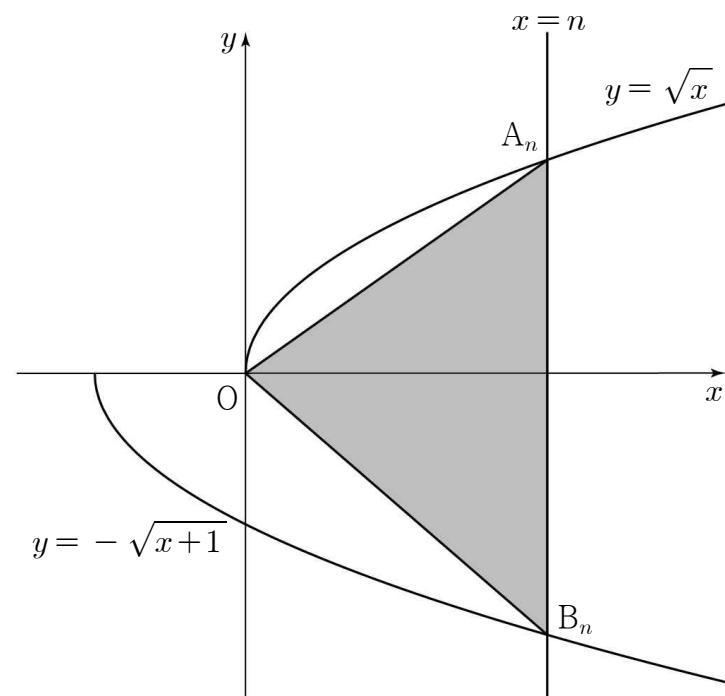
- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

16. 자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=n$ 이

두 곡선  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = -\sqrt{x+1}$ 과 만나는 점을 각각  $A_n$ ,  $B_n$ 이라 하자. 삼각형  $A_nOB_n$ 의 넓이를  $T_n$ 이라

할 때,  $\sum_{n=1}^{24} \frac{n}{T_n}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{13}{2}$       ② 7      ③  $\frac{15}{2}$       ④ 8      ⑤  $\frac{17}{2}$



17. 두 실수  $a, b$ 에 대하여

$2^{\frac{4}{a}} = 100, 25^{\frac{2}{b}} = 10$

이 성립할 때,  $2a + b$ 의 값은? [4점]

- ① 3            ②  $\frac{13}{4}$             ③  $\frac{7}{2}$             ④  $\frac{15}{4}$             ⑤ 4

18. 다음은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$1 \cdot 2n + 3 \cdot (2n - 2) + 5 \cdot (2n - 4) + \cdots + (2n - 1) \cdot 2$   
 $= \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{3}$

이 성립함을 보이는 과정이다.

$1 \cdot 2n + 3 \cdot (2n - 2) + 5 \cdot (2n - 4) + \cdots + (2n - 1) \cdot 2$

$= \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{가}}) \{2n - (2k - 2)\}$

$= \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{가}}) \{2(n + 1) - 2k\}$

$= 2(n + 1) \sum_{k=1}^n (\boxed{\text{가}}) - 2 \sum_{k=1}^n (2k^2 - k)$

$= 2(n + 1) \{n(n + 1) - n\}$

$\qquad \qquad \qquad - 2 \left\{ \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{\boxed{\text{나}}} - \frac{n(n + 1)}{2} \right\}$

$= 2(n + 1)n^2 - \frac{1}{3}n(n + 1)(\boxed{\text{다}})$

$= \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{3}$

이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(k), g(n)$ 이라 하고,  
(나)에 알맞은 수를  $a$ 라 할 때,  $f(a) \times g(a)$ 의 값은? [4점]

- ① 50            ② 55            ③ 60            ④ 65            ⑤ 70

19. 함수  $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \leq x) \\ x & (f(x) > x) \end{cases}$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[4점]

<보 기>

ㄱ.  $g(1) = \frac{1}{2}$

ㄴ. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) \leq x$ 이다.

ㄷ. 실수 전체의 집합에서 함수  $g(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

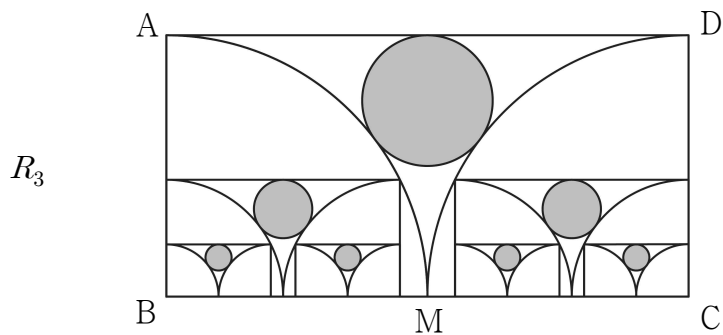
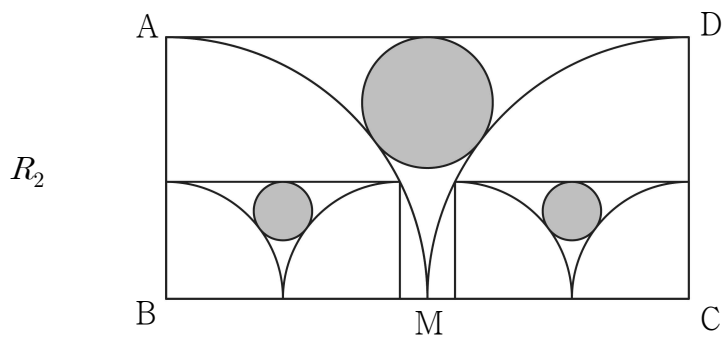
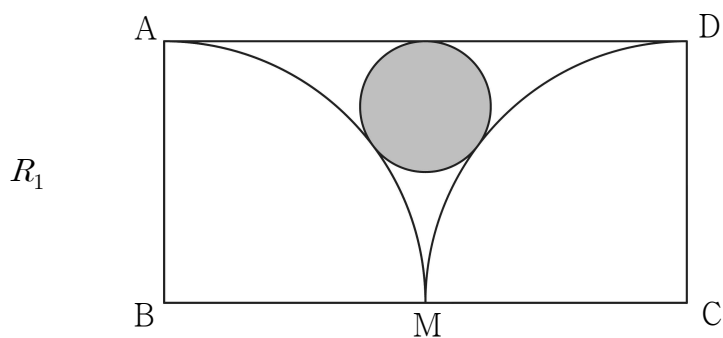
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 그림과 같이  $\overline{AB}=1$ ,  $\overline{BC}=2$ 인 직사각형 ABCD에서 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 중심이 B, 반지름의 길이가  $\overline{BM}$ 이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 BMA를 그리고, 중심이 C, 반지름의 길이가  $\overline{CM}$ 이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 CDM을 그린다. 두 부채꼴의 호 MA, 호 DM과 선분 AD에 모두 접하는 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 새로 그려진 각 부채꼴의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 직사각형을 긴 변이 선분 BC 위에 놓이면서 각 부채꼴에 내접하도록 각각 그리고, 각 직사각형에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 원의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림을  $R_n$ 이라 할 때, 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 하자.

이 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮

⋮

- ①  $\frac{1}{12}\pi$     ②  $\frac{5}{48}\pi$     ③  $\frac{1}{8}\pi$     ④  $\frac{7}{48}\pi$     ⑤  $\frac{1}{6}\pi$



21. 공차가 양수인 등차수열  $\{a_n\}$  이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수  $n$  에 대하여  
$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{2n-1} + a_{2n}}{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}$$
 은 일정한 값을 가진다.  
(나) 
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{(2n+1)a_n} = \frac{1}{10}$$

$a_{10}$  의 값은? [4점]

- ① 190      ② 192      ③ 194      ④ 196      ⑤ 198

단 답 형

22.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n^2 - 3n}{2n^2 + 1}$  의 값을 구하시오. [3점]

23. 집합  $A = \{x \mid x \text{ 는 } 6 \text{ 의 양의 약수} \}$  의 모든 부분집합의 개수를 구하시오. [3점]

24. 함수  $f(x) = 3x - 7$  에 대하여  $f^{-1}(5)$  의 값을 구하시오.

[3점]

26. 다항함수  $f(x)$  가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} = 12$$

를 만족시킨다.  $g(x) = (x^2 + 1)f(x)$  라 할 때,  $g'(1)$  의 값을 구하시오. [4점]

25. 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_3 \times a_4 = a_5$$

를 만족시킬 때,  $a_7$  의 값을 구하시오. [3점]

27.  $(\sqrt{2\sqrt[3]{4}})^n$  이 네 자리 자연수가 되도록 하는 자연수  $n$  의 값을 구하시오. [4점]

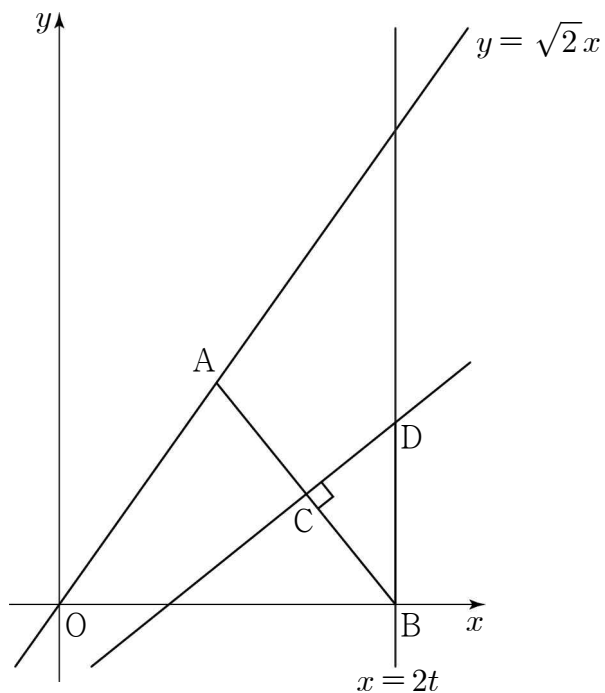
28. 수열  $\{a_n\}$  이  $a_1 = 88$  이고, 모든 자연수  $n$  에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (a_n \geq 65) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n < 65) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $\sum_{n=1}^{15} a_n$  의 값을 구하시오. [4점]

29. 직선  $y = \sqrt{2}x$  위의 점  $A(t, \sqrt{2}t)$  ( $t > 0$ ) 과  $x$ 축 위의 점  $B(2t, 0)$  이 있다. 선분  $AB$ 의 중점을  $C$ 라 하고, 점  $C$ 를 지나고 선분  $AB$ 에 수직인 직선이 직선  $x = 2t$ 와 만나는 점을  $D$ 라 하자. 선분  $CD$ 의 길이를  $f(t)$ 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 4} \frac{t^2 - 16}{f(t) - \sqrt{6}} = k$  이다.  $3k^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 양수  $a$ 와 실수  $b$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} -3x(x+2) & (x < 0) \\ |ax^2 + bx| & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수  $t$ 에 대하여  $f(x) = t$ 인 모든  $x$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_m$  ( $m$ 은 자연수)라 할 때, 함수  $g(t)$ 를  $g(t) = x_1$ 이라 하자. 함수  $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수  $g(t)$ 는  $t = 3, t = 4$ 에서만 불연속이다.

(나)  $\lim_{t \rightarrow 3+} g(t) = \frac{2}{3}$

$30 \times g(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.