

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1. $4^{1-\sqrt{3}} \times 2^{1+2\sqrt{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - x)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 - a_3 = 8$ 일 때, a_2 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - 4}{h} = 6$ 일 때, $f(1) + f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

5. $\sin(-\theta) + \cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = \frac{8}{5}$ 이고 $\cos\theta < 0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{5}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

6. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + 3a$ 가 $x = -2$ 에서 극대일 때,
함수 $f(x)$ 의 극솟값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 다항함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 증가하고

$$f'(x) = \{3x - f(1)\}(x - 1)$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \cos bx$ 의 주기가 6π 이고
단한구간 $[\pi, 4\pi]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1일 때,
 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ 2 ④ $\frac{13}{6}$ ⑤ $\frac{7}{3}$

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = 1 - 4 \times S_n$$

이고 $a_4 = 4$ 일 때, $a_1 \times a_6$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

10. 실수 m 에 대하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의
시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도를 각각

$$v_1(t) = 3t^2 + 1, \quad v_2(t) = mt - 4$$

라 하자. 시각 $t = 0$ 에서 $t = 2$ 까지 두 점 P, Q가 움직인 거리가
같도록 하는 모든 m 의 값의 합은? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 공차가 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 과 자연수 $m(m \geq 3)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1 - b_1| = 5$

(나) $a_m = b_m$, $a_{m+1} < b_{m+1}$

$\sum_{k=1}^m a_k = 9$ 일 때, $\sum_{k=1}^m b_k$ 의 값은? [4점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

12. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여

곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 가 원점 O에서 접하고

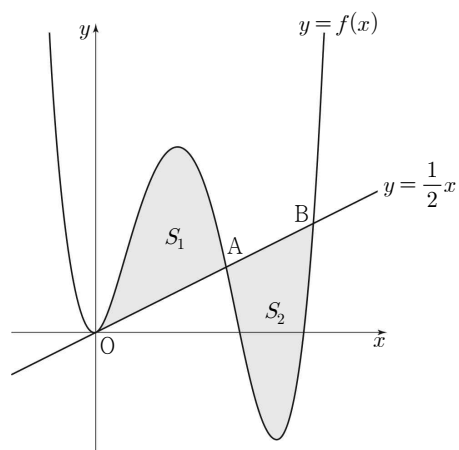
x 좌표가 양수인 두 점 A, B($\overline{OA} < \overline{OB}$)에서 만난다.

곡선 $y = f(x)$ 와 선분 OA로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1 ,

곡선 $y = f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2 라 하자.

$\overline{AB} = \sqrt{5}$ 이고 $S_1 = S_2$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$



13. 두 상수 $a, b (b > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+3} + b & (x \leq a) \\ 2^{-x+5} + 3b & (x > a) \end{cases}$$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 최댓값이 $4b + 8$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $k > b$) [4점]

$b < t < k$ 인 모든 실수 t 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 개수는 1이다.

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선의 y 절편을 $g(t)$ 라 하자. 두 함수 $f(x), g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$|f(k)| + |g(k)| = 0$ 을 만족시키는 실수 k 의 개수는 2이다.

$4f(1) + 2g(1) = -1$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 46 ② 49 ③ 52 ④ 55 ⑤ 58

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{3} & (a_n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \\ \frac{a_n^2 + 5}{3} & (a_n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_4 + a_5 = 5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[4점]

- ① 63 ② 66 ③ 69 ④ 72 ⑤ 75

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3) = 1 - \log_2(x-4)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = (x-1)(x^3 + x^2 + 5)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 최고차항의 계수가 3인 이차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t)dt = 2x^3 + \int_0^{-x} f(t)dt$$

를 만족시킨다. $f(1)=5$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = \left(-\frac{1}{2}x + 3\right)g(x) - x^3 + 2x^2$$

을 만족시킨다. 상수 $k(k \neq 0)$ 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x-1)}{f(x)-g(x)} \times \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\{f(x)\}^2}{g(x)} = k$$

일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]

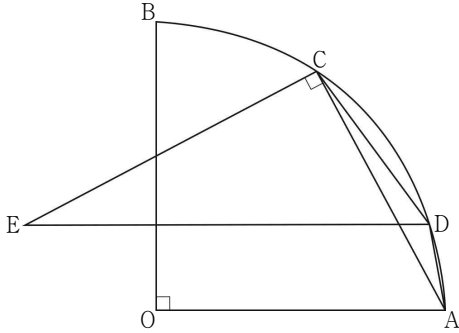
19. 집합 $U = \{x \mid -5 \leq x \leq 5, x \text{는 정수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 X 에 대하여 두 집합 A, B 를

$$A = \{a \mid a \text{는 } x \text{의 실수인 네제곱근}, x \in X\},$$

$$B = \{b \mid b \text{는 } x \text{의 실수인 세제곱근}, x \in X\}$$

라 하자. $n(A)=9, n(B)=7$ 이 되도록 하는 집합 X 의 모든 원소의 합의 최댓값을 구하시오. [3점]

21. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 6이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위에 점 C를 $\overline{AC} = 4\sqrt{2}$ 가 되도록 잡는다. 호 AC 위의 한 점 D에 대하여 점 D를 지나고 선분 OA에 평행한 직선과 점 C를 지나고 선분 AC에 수직인 직선이 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 CED의 외접원의 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{AD} = p + q\sqrt{7}$ 을 만족시키는 두 유리수 p, q 에 대하여 $9 \times |p \times q|$ 의 값을 구하시오. (단, 점 D는 점 A도 아니고 점 C도 아니다.) [4점]



22. 최고차항의 계수가 4이고 서로 다른 세 극값을 갖는 사차함수 $f(x)$ 와 두 함수 $g(x)$,

$$h(x) = \begin{cases} 4x+2 & (x < a) \\ -2x-3 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 있다. 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$|g(x)| = f(x), \quad \lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{g(x+t) - g(x)}{t} = |f'(x)|$$

이다.

(나) 함수 $g(x)h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

$g(0) = \frac{40}{3}$ 일 때, $g(1) \times h(3)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

[4점]

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(기하)

제 2 교시

9

5지선다형

23. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{36} = 1$ 의 한 점근선이 $y = 2x$ 일 때, 양수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 방향이 같은 두 벡터 \vec{a}, \vec{b} 에 대하여
 $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{a} - 2\vec{b}| = 6$ 일 때, 벡터 \vec{b} 의 크기는? [3점]

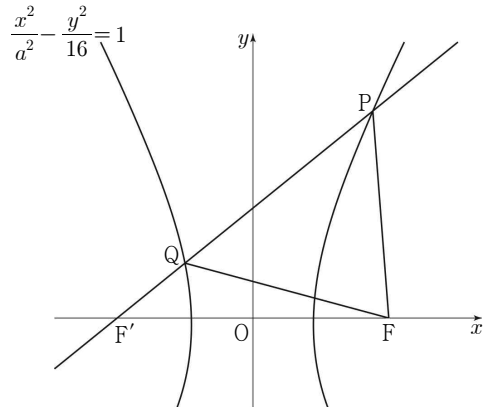
- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

25. 한 초점이 $F(c, 0) (c > 0)$ 인 타원 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 $P(x_1, y_1)$ 에서의 접선의 기울기와 직선 PF 의 기울기의 곱이 1일 때, $x_1^2 + y_1^2$ 의 값은? (단, $x_1 \neq c$) [3점]

- ① $\frac{11}{9}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{13}{9}$ ④ $\frac{14}{9}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

26. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 인

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 중 제1사분면에 있는 점을 P 라 하고, 이 쌍곡선과 직선 PF' 이 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. $\overline{PF} = \overline{QF}$ 이고 $\overline{PQ} = 8$ 일 때, 선분 FF' 의 길이는? (단, $a > 0$) [3점]



- ① 8 ② $4\sqrt{5}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{7}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

27. 점 F를 초점으로 하는 포물선 $y^2 = 4x$ 가 있다.

다음 조건을 만족시키는 포물선 $y^2 = 4x$ 위의 서로 다른 세 점 P, Q, R에 대하여 $\overline{PF} + \overline{QF} + \overline{RF}$ 의 값은? [3점]

점 P와 직선 $y = x - 2$ 사이의 거리를 k 라 할 때,
이 직선으로부터의 거리가 k 가 되도록 하는 포물선 $y^2 = 4x$
위의 점 중 P가 아닌 점은 Q, R뿐이다.

- ① 17 ② $\frac{35}{2}$ ③ 18 ④ $\frac{37}{2}$ ⑤ 19

28. 서로 평행한 두 직선 l_1, l_2 가 있다.

직선 l_1 위의 점 A에 대하여 점 A와 직선 l_2 사이의 거리는 d 이다.

직선 l_2 위의 점 B에 대하여 $|\overline{AB}| = 5$ 이고, 직선 l_1 위의 점 C,

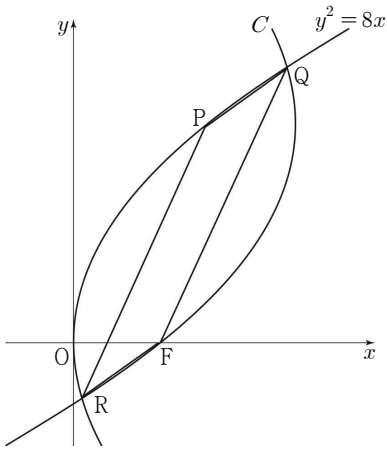
직선 l_2 위의 점 D에 대하여 $|\overline{4AB} - \overline{CD}|$ 의 최솟값은 12이다.

$|\overline{4AB} - \overline{CD}|$ 의 값이 최소일 때의 벡터 \overline{CD} 의 크기를 k 라 할 때,
 $d \times k$ 의 값은? (단, d 는 $d \leq 5$ 인 상수이다.) [4점]

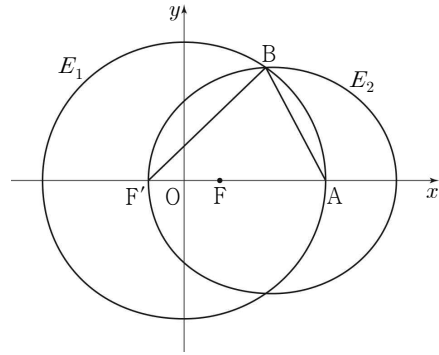
- ① $16\sqrt{7}$ ② $32\sqrt{2}$ ③ 48
④ $16\sqrt{10}$ ⑤ $16\sqrt{11}$

단답형

29. 그림과 같이 초점이 F인 포물선 $y^2 = 8x$ 와 이 포물선 위의 제1사분면에 있는 점 P가 있다. 점 P를 초점으로 하고 준선이 $x = k$ 인 포물선 중 점 F를 지나는 포물선을 C라 하자. 포물선 $y^2 = 8x$ 와 포물선 C가 만나는 두 점을 Q, R이라 할 때, 사각형 PRFQ의 둘레의 길이는 18이다. 삼각형 OFP의 넓이를 S라 할 때, S^2 의 값을 구하시오.
(단, k 는 점 P의 x 좌표보다 크고, O는 원점이다.) [4점]



30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 타원 E_1 이 있다. 타원 E_1 의 꼭짓점 중 x 좌표가 양수인 점을 A라 하고, 두 점 A, F를 초점으로 하고 점 F' 을 지나는 타원을 E_2 라 하자. 두 타원 E_1 , E_2 의 교점 중 y 좌표가 양수인 점 B에 대하여 $\overline{BF'} - \overline{BA} = \frac{1}{5} \overline{AF'}$ 이 성립한다. 타원 E_2 의 단축의 길이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, $30 \times c^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.