

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

2. 함수 $f(x) = x^3 + 3x^2 + x - 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

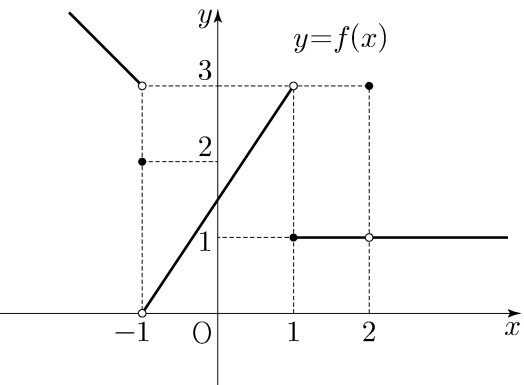
3. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_2 = 6, \quad a_4 + a_6 = 36$

일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2a_n & (a_n < 7) \\ a_n - 7 & (a_n \geq 7) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

6. 방정식 $2x^3 - 3x^2 - 12x + k = 0$ 이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수는? [3점]

- ① 20 ② 23 ③ 26 ④ 29 ⑤ 32

7. $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\tan \theta - \frac{6}{\tan \theta} = 1$ 일 때,

$\sin \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$

8. 곡선 $y = x^2 - 5x$ 와 직선 $y = x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를
직선 $x = k$ 가 이등분할 때, 상수 k 의 값은? [3점]

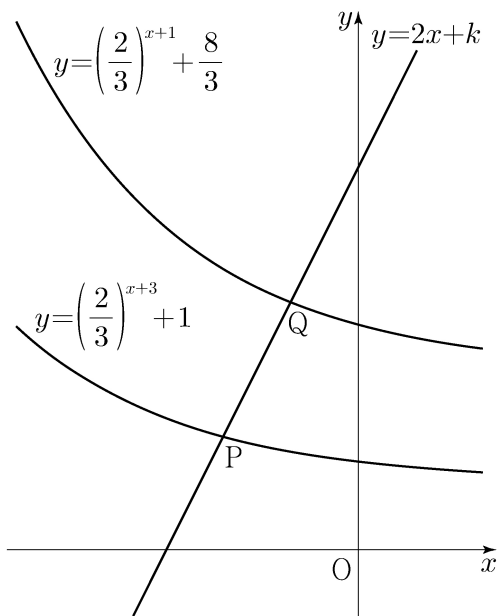
- ① 3 ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ 4

9. 직선 $y = 2x + k$ 가 두 함수

$y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+3} + 1, \quad y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x+1} + \frac{8}{3}$

의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{PQ} = \sqrt{5}$ 일 때,
상수 k 의 값은? [4점]

- ① $\frac{31}{6}$ ② $\frac{16}{3}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$



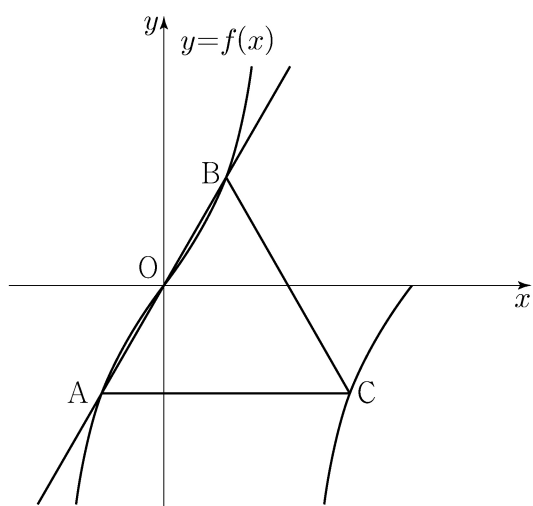
10. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 0)$ 에서의
접선과 곡선 $y = xf(x)$ 위의 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 일치할 때,
 $f'(2)$ 의 값은? [4점]

- ① -18 ② -17 ③ -16 ④ -15 ⑤ -14

11. 양수 a 에 대하여 집합 $\left\{x \mid -\frac{a}{2} < x \leq a, x \neq \frac{a}{2}\right\}$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \tan \frac{\pi x}{a}$$

가 있다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$ ③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

12. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{f(x)\}^3 - \{f(x)\}^2 - x^2 f(x) + x^2 = 0$$

을 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1이고 최솟값이 0일 때, $f\left(-\frac{4}{3}\right) + f(0) + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

13. 두 상수 $a, b (1 < a < b)$ 에 대하여 좌표평면 위의
두 점 $(a, \log_2 a), (b, \log_2 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편과
두 점 $(a, \log_4 a), (b, \log_4 b)$ 를 지나는 직선의 y 절편이 같다.
함수 $f(x) = a^{bx} + b^{ax}$ 에 대하여 $f(1) = 40$ 일 때, $f(2)$ 의 값은?
[4점]

① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 위치 $x(t)$ 가
두 상수 a, b 에 대하여

$$x(t) = t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시각 t 에서의 속도 $v(t)$ 가 $\int_0^1 |v(t)| dt = 2$ 를
만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
[4점]

<보 기>

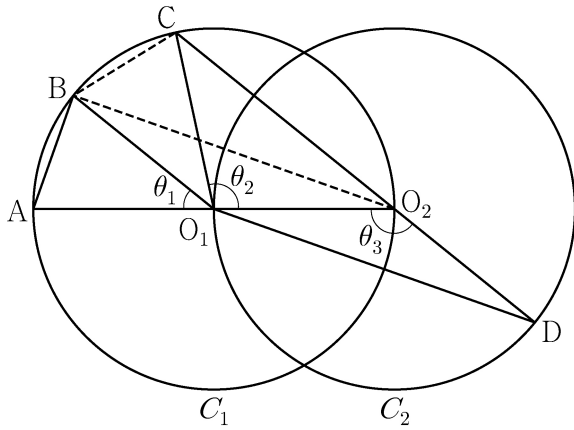
ㄱ. $\int_0^1 v(t) dt = 0$

ㄴ. $|x(t_1)| > 1$ 인 t_1 이 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

ㄷ. $0 \leq t \leq 1$ 인 모든 t 에 대하여 $|x(t)| < 1$ 이면
 $x(t_2) = 0$ 인 t_2 가 열린구간 $(0, 1)$ 에 존재한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 두 점 O_1, O_2 를 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\overline{O_1O_2}$ 인 두 원 C_1, C_2 가 있다. 그림과 같이 원 C_1 위의 서로 다른 세 점 A, B, C와 원 C_2 위의 점 D가 주어져 있고, 세 점 A, O_1, O_2 와 세 점 C, O_2, D 가 각각 한 직선 위에 있다. 이때 $\angle BO_1A = \theta_1$, $\angle O_2O_1C = \theta_2$, $\angle O_1O_2D = \theta_3$ 이라 하자.



다음은 $\overline{AB} : \overline{O_1D} = 1 : 2\sqrt{2}$ 이고 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 일 때, 선분 AB와 선분 CD의 길이의 비를 구하는 과정이다.

$\angle CO_2O_1 + \angle O_1O_2D = \pi$ 이므로 $\theta_3 = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_2}{2}$ 이고
 $\theta_3 = \theta_1 + \theta_2$ 에서 $2\theta_1 + \theta_2 = \pi$ 이므로 $\angle CO_1B = \theta_1$ 이다.
 이때 $\angle O_2O_1B = \theta_1 + \theta_2 = \theta_3$ 이므로 삼각형 O_1O_2B 와 삼각형 O_2O_1D 는 합동이다.

$\overline{AB} = k$ 라 할 때

$\overline{BO_2} = \overline{O_1D} = 2\sqrt{2}k$ 이므로 $\overline{AO_2} = \boxed{\text{(가)}}$ 이고,

$\angle BO_2A = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로 $\cos \frac{\theta_1}{2} = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.

삼각형 O_2BC 에서

$\overline{BC} = k$, $\overline{BO_2} = 2\sqrt{2}k$, $\angle CO_2B = \frac{\theta_1}{2}$ 이므로

코사인법칙에 의하여 $\overline{O_2C} = \boxed{\text{(다)}}$ 이다.

$\overline{CD} = \overline{O_2D} + \overline{O_2C} = \overline{O_1O_2} + \overline{O_2C}$ 이므로

$\overline{AB} : \overline{CD} = k : \left(\frac{\boxed{\text{(가)}}}{2} + \boxed{\text{(다)}} \right)$ 이다.

위의 (가), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$ 라 하고, (나)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) \times g(p)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{169}{27}$ ② $\frac{56}{9}$ ③ $\frac{167}{27}$ ④ $\frac{166}{27}$ ⑤ $\frac{55}{9}$

단답형

16. $\log_2 120 - \frac{1}{\log_{15} 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^7 \frac{a_k}{2} = 56, \quad \sum_{k=1}^{10} 2a_k - \sum_{k=1}^8 a_k = 100$$

일 때, a_8 의 값을 구하십시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 - (a^2 - 8a)x + 3$ 이 실수 전체의 집합에서 증가하도록 하는 실수 a 의 최댓값을 구하십시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 닫힌구간 $[0, 1]$ 에서 $f(x) = x$ 이다.
(나) 어떤 상수 a, b 에 대하여 구간 $[0, \infty)$ 에서 $f(x+1) - xf(x) = ax + b$ 이다.

$60 \times \int_1^2 f(x) dx$ 의 값을 구하십시오. [4점]

21. 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $|a_1|=2$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여 $|a_{n+1}|=2|a_n|$ 이다.

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1+a_3+a_5+a_7+a_9$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여

방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \rightarrow a+} g(t) + \lim_{t \rightarrow a-} g(t) \leq 2$ 이다.

(나) $g(f(1))=g(f(4))=2$, $g(f(0))=1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 좌표공간의 점 $A(2, 1, 3)$ 을 xy 평면에 대하여 대칭이동한 점을 P 라 하고, 점 A 를 yz 평면에 대하여 대칭이동한 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이는? [2점]

- ① $5\sqrt{2}$
- ② $2\sqrt{13}$
- ③ $3\sqrt{6}$
- ④ $2\sqrt{14}$
- ⑤ $2\sqrt{15}$

24. 한 초점의 좌표가 $(3\sqrt{2}, 0)$ 인 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{6} = 1$ 의 주축의 길이는? (단, a 는 양수이다.) [3점]

- ① $3\sqrt{3}$
- ② $\frac{7\sqrt{3}}{2}$
- ③ $4\sqrt{3}$
- ④ $\frac{9\sqrt{3}}{2}$
- ⑤ $5\sqrt{3}$

25. 좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x+1}{2} = y-3, \quad x-2 = \frac{y-5}{3}$$

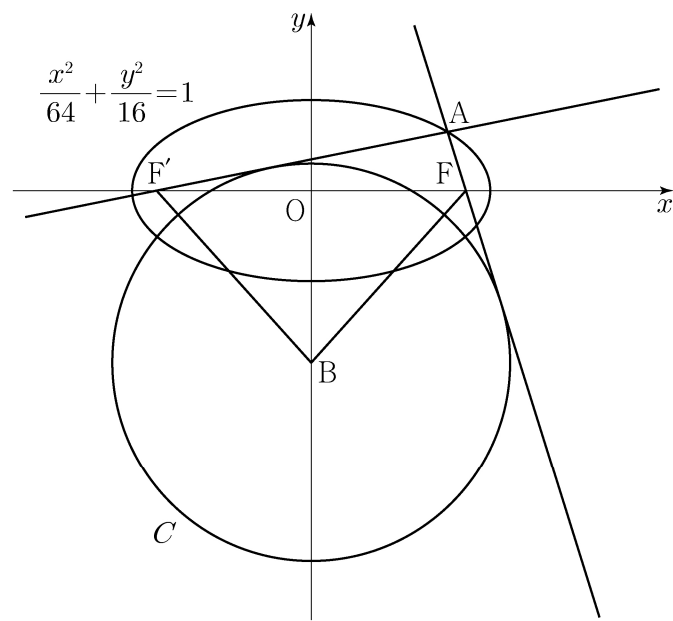
가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{\sqrt{6}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

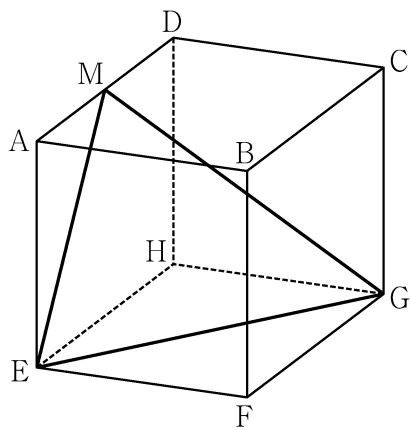
26. 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$ 위의 점 중

제1사분면에 있는 점 A 가 있다. 두 직선 AF, AF' 에 동시에 접하고 중심이 y 축 위에 있는 원 중 중심의 y 좌표가 음수인 것을 C 라 하자. 원 C 의 중심을 B 라 할 때 사각형 $AFBF'$ 의 넓이가 72이다. 원 C 의 반지름의 길이는? [3점]

- ① $\frac{17}{2}$ ② 9 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$



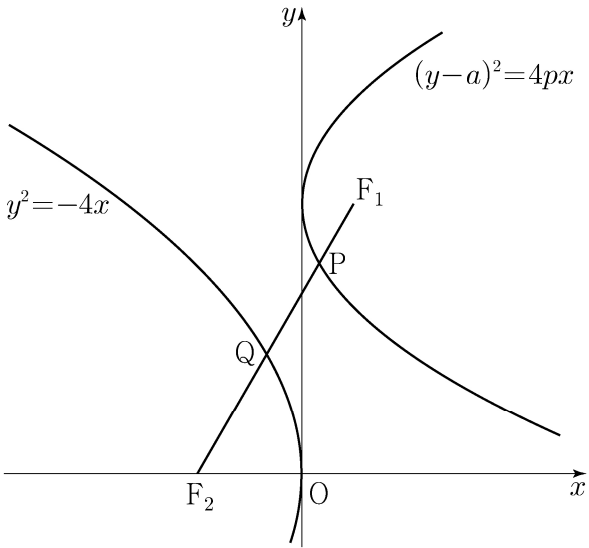
27. 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4인 정육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. 선분 AD 의 중점을 M 이라 할 때, 삼각형 MEG 의 넓이는? [3점]



- ① $\frac{21}{2}$ ② 11 ③ $\frac{23}{2}$ ④ 12 ⑤ $\frac{25}{2}$

28. 두 양수 a, p 에 대하여 포물선 $(y-a)^2 = 4px$ 의 초점을 F_1 이라 하고, 포물선 $y^2 = -4x$ 의 초점을 F_2 라 하자. 선분 F_1F_2 가 두 포물선과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{F_1F_2} = 3, \overline{PQ} = 1$ 이다. $a^2 + p^2$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② $\frac{25}{4}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{27}{4}$ ⑤ 7



단답형

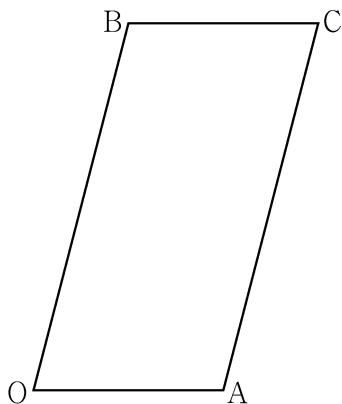
29. 좌표평면에서 $\overline{OA} = \sqrt{2}$, $\overline{OB} = 2\sqrt{2}$ 이고

$\cos(\angle AOB) = \frac{1}{4}$ 인 평행사변형 OACB에 대하여 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad \overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB} \quad (0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 1)$$

$$(나) \quad \overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BC} = 2$$

점 O를 중심으로 하고 점 A를 지나는 원 위를 움직이는 점 X에 대하여 $|3\overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OX}|$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M , m 이라 하자. $M \times m = a\sqrt{6} + b$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 유리수이다.) [4점]



30. 좌표공간에 중심이 $C(2, \sqrt{5}, 5)$ 이고 점 $P(0, 0, 1)$ 을 지나는 구

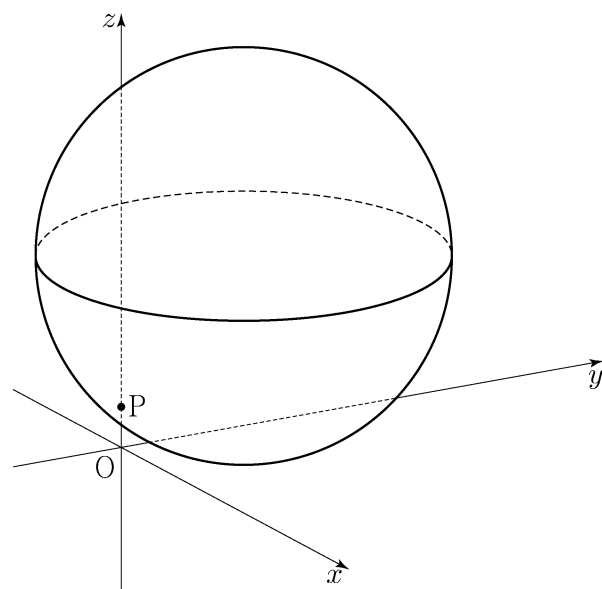
$$S: (x-2)^2 + (y-\sqrt{5})^2 + (z-5)^2 = 25$$

가 있다. 구 S 가 평면 OPC와 만나서 생기는 원 위를 움직이는 점 Q, 구 S 위를 움직이는 점 R에 대하여 두 점 Q, R의 xy 평면 위로의 정사영을 각각 Q_1 , R_1 이라 하자.

삼각형 OQ_1R_1 의 넓이가 최대가 되도록 하는 두 점 Q, R에 대하여 삼각형 OQ_1R_1 의 평면 PQR 위로의 정사영의 넓이는

$\frac{q}{p}\sqrt{6}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고 세 점 O, Q_1 , R_1 은 한 직선 위에 있지 않으며, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.