

2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

1.  $(27 \times \sqrt{8})^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 9      ② 12      ③ 15      ④ 18      ⑤ 21

3.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x-5}-1}{x-3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

2. 함수  $f(x) = x^3 + 7x - 4$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

4. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 = 1$ ,  $a_5 = 2(a_3)^2$ 일 때,  $a_6$ 의 값은?

[3점]

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

## 2

## 수학 영역

5. 부등식  $\log_2 x \leq 4 - \log_2(x-6)$ 을 만족시키는 모든 정수  $x$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 15      ② 19      ③ 23      ④ 27      ⑤ 31

7.  $f(3)=2$ ,  $f'(3)=1$ 인 다행함수  $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 1인 이차함수  $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-g(x)}{x-3}=1$$

을 만족시킬 때,  $g(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

6.  $\sin\theta + \cos\theta = \frac{1}{2}$  일 때,  $(2\sin\theta + \cos\theta)(\sin\theta + 2\cos\theta)$ 의 값은?

[3점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{3}{8}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{5}{8}$

# 수학 영역

3

8. 공비가  $\sqrt{3}$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 과 공비가  $-\sqrt{3}$ 인 등비수열  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_1 = b_1, \quad \sum_{n=1}^8 a_n + \sum_{n=1}^8 b_n = 160$$

일 때,  $a_3 + b_3$ 의 값은? [3점]

- ① 9      ② 12      ③ 15      ④ 18      ⑤ 21

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가
- $$v(t) = 3(t-2)(t-a) \quad (a > 2 \text{인 상수})$$

이다. 점 P의 시각  $t=0$ 에서의 위치는 0이고,  $t > 0$ 에서 점 P의 위치가 0이 되는 순간은 한 번뿐이다.

$v(8)$ 의 값은? [4점]

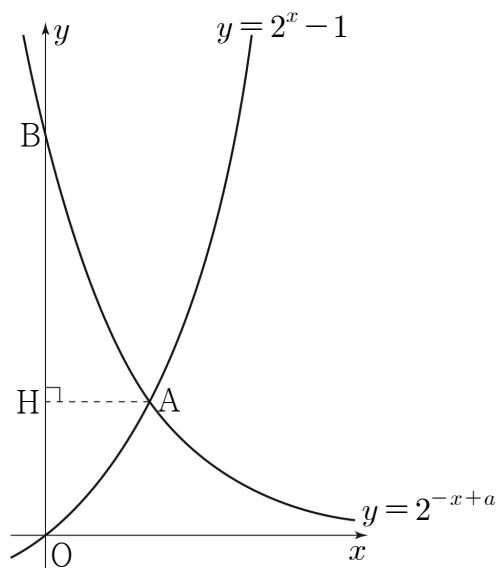
- ① 27      ② 36      ③ 45      ④ 54      ⑤ 63

9. 그림과 같이 두 곡선  $y = 2^{-x+a}$ ,  $y = 2^x - 1$ 이 만나는 점을 A,

곡선  $y = 2^{-x+a}$ 이  $y$ 축과 만나는 점을 B라 하자.

점 A에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때,  $\overline{OB} = 3 \times \overline{OH}$ 이다.

상수  $a$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]



- ① 2      ②  $\log_2 5$       ③  $\log_2 6$       ④  $\log_2 7$       ⑤ 3

## 4

## 수학 영역

11. 자연수  $k$ 에 대하여  $0 \leq x < 2\pi$ 일 때,  $x$ 에 대한 방정식

$\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 서로 다른 실근의 개수가 8이다.

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때,  $x$ 에 대한 방정식  $\sin kx = \frac{1}{3}$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ①  $5\pi$       ②  $6\pi$       ③  $7\pi$       ④  $8\pi$       ⑤  $9\pi$

12. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $1 \leq n \leq 4$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  
 $a_n + a_{n+4} = 15$ 이다.

(나)  $n \geq 5$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} - a_n = n$ 이다.

$\sum_{n=1}^4 a_n = 6$ 일 때,  $a_5$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

# 수학 영역

5

13. 다항함수  $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_1^x (x-t)f(t)dt = 3$$

을 만족시킬 때,  $\int_1^2 (4x+1)f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

14. 정수  $k$ 와 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ x-1 & (0 \leq x < 1) \\ 0 & (1 \leq x \leq 3) \\ -x+4 & (x > 3) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $g(x)$ 를  $g(x) = |f(x-k)|$  라 할 때,  
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

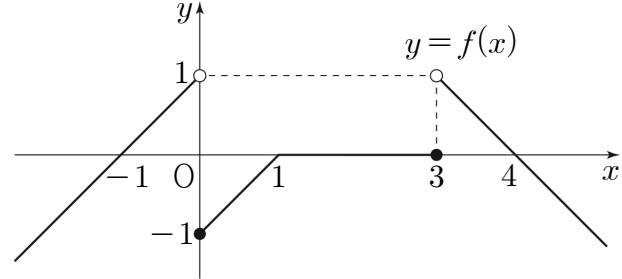
〈보기〉

ㄱ.  $k = -3$  일 때,  $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = g(0)$  이다.

ㄴ. 함수  $f(x)+g(x)$  가  $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 정수  $k$ 가 존재한다.

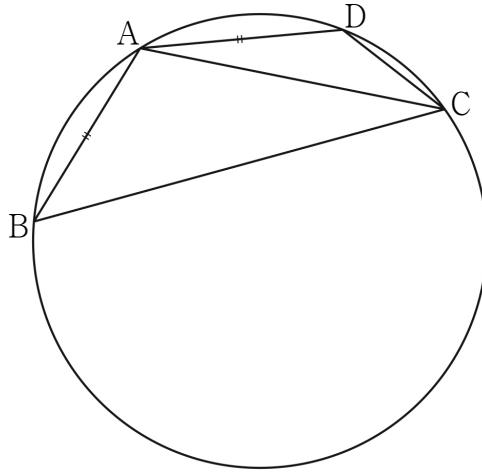
ㄷ. 함수  $f(x)g(x)$  가  $x=0$ 에서 미분가능하도록 하는 모든 정수  $k$ 의 값의 합은  $-5$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ  
④ ㄱ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



15. 그림과 같이 반지름의 길이가  $R$  ( $5 < R < 5\sqrt{5}$ )인 원에 내접하는 사각형 ABCD가 다음 조건을 만족시킨다.

- $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이고  $\overline{AC} = 10$ 이다.
- 사각형 ABCD의 넓이는 40이다.



다음은 선분 BD의 길이와  $R$ 의 비를 구하는 과정이다.

$$\overline{AB} = \overline{AD} = k \text{라 할 때}$$

두 삼각형 ABC, ACD에서 각각 코사인법칙에 의하여

$$\cos(\angle ACB) = \frac{1}{20} \left( \overline{BC} + \frac{\boxed{(가)}}{\overline{BC}} \right),$$

$$\cos(\angle DCA) = \frac{1}{20} \left( \overline{CD} + \frac{\boxed{(가)}}{\overline{CD}} \right)$$

이다.

이때 두 호 AB, AD에 대한 원주각의 크기가 같으므로  $\cos(\angle ACB) = \cos(\angle DCA)$ 이다.

사각형 ABCD의 넓이는

두 삼각형 ABD, BCD의 넓이의 합과 같으므로

$$\frac{1}{2}k^2 \sin(\angle BAD) + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{CD} \times \sin(\pi - \angle BAD) = 40$$

에서  $\sin(\angle BAD) = \boxed{(나)}$ 이다.

따라서 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$\overline{BD} : R = \boxed{(다)} : 1 \text{이다.}$$

위의 (가)에 알맞은 식을  $f(k)$ 라 하고, (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $\frac{f(10p)}{q}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{25}{2}$       ② 15      ③  $\frac{35}{2}$       ④ 20      ⑤  $\frac{45}{2}$

**단답형**

16.  $\log_2 9 \times \log_3 16$ 의 값을 구하시오. [3점]

17. 곡선  $y = -x^2 + 4x - 4$ 와  $x$ 축 및  $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S$ 라 할 때,  $12S$ 의 값을 구하시오. [3점]

# 수학 영역

7

18. 다항함수  $f(x)$ 의 한 부정적분  $F(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$F(x) = (x+2)f(x) - x^3 + 12x$$

를 만족시킨다.  $F(0)=30$  일 때,  $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가

모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(-x) = -f(x)$ 를 만족시킨다.

양수  $t$ 에 대하여 좌표평면 위의 네 점  $(t, 0), (0, 2t),$

$(-t, 0), (0, -2t)$ 를 꼭짓점으로 하는 마름모가

곡선  $y=f(x)$ 와 만나는 점의 개수를  $g(t)$ 라 할 때, 함수  $g(t)$ 는

$t=\alpha, t=8$ 에서 불연속이다.  $\alpha^2 \times f(4)$ 의 값을 구하시오.

(단,  $\alpha$ 는  $0 < \alpha < 8$ 인 상수이다.) [4점]

19. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식

$$x^4 - 4x^3 + 16x + a \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값을 구하시오. [3점]

21. 공차가 자연수  $d$ 이고 모든 항이 정수인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든  $d$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n \neq 0$ 이다.

(나)  $a_{2m} = -a_m$ 이고  $\sum_{k=m}^{2m} |a_k| = 128$ 인 자연수  $m$ 이 존재한다.

22. 양수  $a$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x \{f'(t+a) \times f'(t-a)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $g(x)$ 는  $x = \frac{1}{2}$ 과  $x = \frac{13}{2}$ 에서만 극값을 갖는다.

$f(0) = -\frac{1}{2}$  일 때,  $a \times f(1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

#### ※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

## 2022학년도 4월 고3 전국연합학력평가 문제지

## 수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23.  ${}_nH_2 = {}_9C_2$ 일 때, 자연수  $n$ 의 값은? [2점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

24. 3 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 다항식  $(x+2)^n$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수와  $x^3$ 의 계수가 같을 때,  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

## 2

## 수학 영역(확률과 통계)

25. 두 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  
다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는? [3점]

집합  $X$ 의 모든 원소  $x$ 에 대하여  $x \times f(x) \leq 10$ 이다.

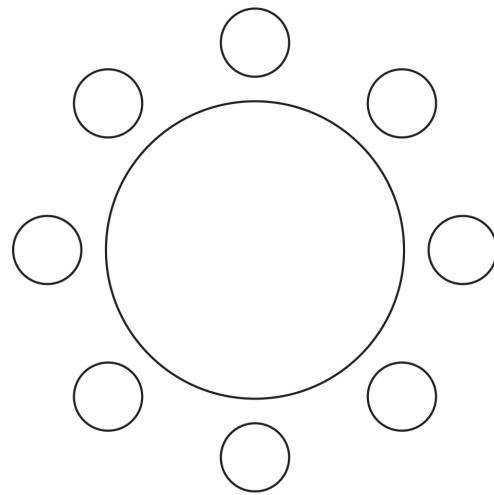
- ① 102    ② 105    ③ 108    ④ 111    ⑤ 114

26. 학생 A를 포함한 4명의 1학년 학생과 학생 B를 포함한 4명의 2학년 학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고  
원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.)

[3점]

- (가) 1학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.  
(나) A와 B는 이웃한다.

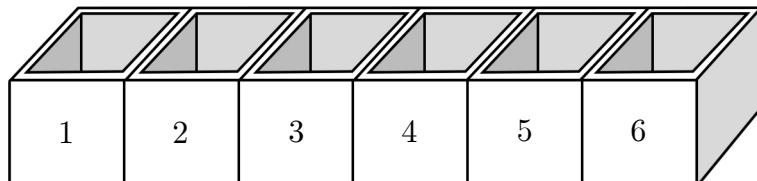
- ① 48    ② 54    ③ 60    ④ 66    ⑤ 72



# 수학 영역(확률과 통계)

3

27. 그림과 같이 A, B, C, D, D의 문자가 각각 하나씩 적힌 6개의 공과 1, 2, 3, 4, 5, 6의 숫자가 각각 하나씩 적힌 6개의 빈 상자가 있다.



각 상자에 한 개의 공만 들어가도록 6개의 공을 나누어 넣을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적힌 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

- (가) 숫자 1이 적힌 상자에 넣는 공은 문자 A 또는 문자 B가 적힌 공이다.  
(나) 문자 B가 적힌 공을 넣는 상자에 적힌 수 중 적어도 하나는 문자 C가 적힌 공을 넣는 상자에 적힌 수보다 작다.

- ① 80      ② 85      ③ 90      ④ 95      ⑤ 100

28. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $a, b, c, d, e$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수는? [4점]

- (가)  $a+b+c+d+e=10$   
(나)  $|a-b+c-d+e| \leq 2$

- ① 359      ② 363      ③ 367      ④ 371      ⑤ 375

## 수학 영역(확률과 통계)

### 단답형

29. 숫자 0, 1, 2 중에서 중복을 허락하여 5개를 선택한 후 일렬로 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들려고 한다. 숫자 0과 1을 각각 1개 이상씩 선택하여 만들 수 있는 모든 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

30. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5)$ 는 짝수이다.  
 (나) 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

#### ※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.