

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{54} \times 2^{\frac{5}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

2. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{2h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

3. $\cos \theta > 0$ 이고 $\sin \theta + \cos \theta \tan \theta = -1$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ 1 ⑤ $\sqrt{3}$

4. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2x+a & (x < 3) \\ \sqrt{x+1}-a & (x \geq 3) \end{cases}$ 이 $x=3$ 에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = x(3x+2), \quad f(1) = 6$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 함수 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 1$ 이 닫힌구간 $[a, b]$ 에서

감소할 때, $b-a$ 의 최댓값은? (단, a, b 는 $a < b$ 인 실수이다.)

[3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

6. 공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_4}{S_2} = 5, \quad a_5 = 48$$

일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 39 ② 36 ③ 33 ④ 30 ⑤ 27

8. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여

$$(x+1)f(x)+(1-x)g(x)=x^3+9x+1, \quad f(0)=4$$

일 때, $f'(0)+g'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 좌표평면 위의 두 점 $(0, 0)$, $(\log_2 9, k)$ 를 지나는 직선이
직선 $(\log_4 3)x+(\log_9 8)y-2=0$ 에 수직일 때, 3^k 의 값은?
(단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

10. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를
움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-6t-2, \quad v_2(t)=-2t+6$$

이다. 출발한 시각부터 두 점 P, Q가 다시 만날 때까지
점 Q가 움직인 거리는? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

11. 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_6 = -2, \quad \sum_{k=1}^8 |a_k| = \sum_{k=1}^8 a_k + 42$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

12. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 3x + a & (x < 0) \\ 3x + a & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 함수

$$g(x) = \int_{-4}^x f(t) dt$$

가 $x=2$ 에서 극솟값을 가질 때, 함수 $g(x)$ 의 극댓값은? [4점]

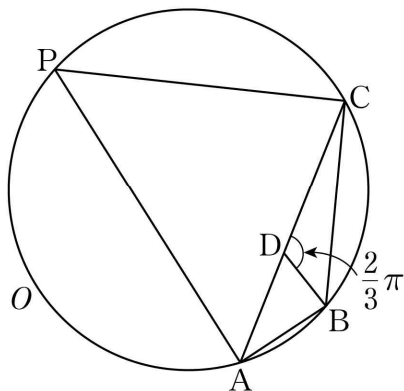
- ① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

13. 그림과 같이

$2\overline{AB}=\overline{BC}, \quad \cos(\angle ABC)=-\frac{5}{8}$

인 삼각형 ABC의 외접원을 O라 하자. 원 O 위의 점 P에 대하여 삼각형 PAC의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 Q라 할 때, $\overline{QA}=6\sqrt{10}$ 이다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여 $\angle CDB=\frac{2}{3}\pi$ 일 때, 삼각형 CDB의 외접원의 반지름의 길이는?

[4점]



- ① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

14. 두 정수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2ax+\frac{a^2}{4}+b^2 & (x\leq 0) \\ x^3-3x^2+5 & (x>0) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $t=k$ 에서 불연속인 실수 k의 개수가 2가 되도록 하는 두 정수 a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n & (a_n > n) \\ 3n - 2 - a_n & (a_n \leq n) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_5 = 5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱은?

[4점]

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

단 답 형

16. 방정식 $4^x = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-9}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오.

[3점]

17. $\int_0^2 (3x^2 - 2x + 3) dx - \int_2^0 (2x + 1) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k + \sum_{k=1}^9 a_k = 137, \quad \sum_{k=1}^{10} a_k - \sum_{k=1}^9 2a_k = 101$$

일 때, a_{10} 의 값을 구하시오. [3점]

20. 두 함수 $f(x) = 2x^2 + 2x - 1$, $g(x) = \cos \frac{\pi}{3}x$ 에 대하여

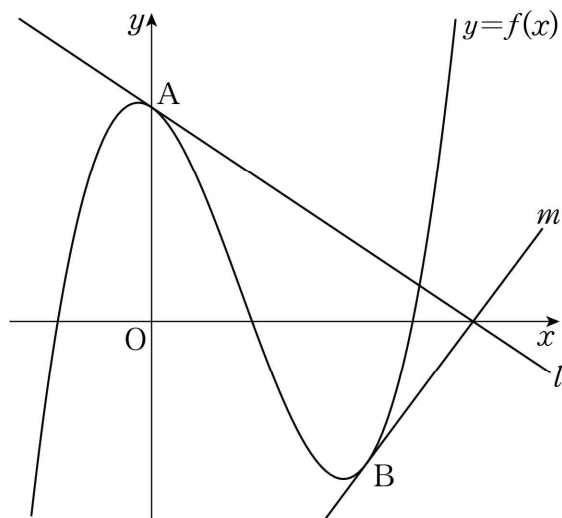
$0 \leq x < 12$ 에서 방정식

$$f(g(x)) = g(x)$$

를 만족시키는 모든 실수 x 의 값의 합을 구하시오. [4점]

19. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + ax + 2$ 이다.

곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $A(0, 2)$, $B(2, f(2))$ 에서의 접선을 각각 l , m 이라 하자. 두 직선 l , m 이 만나는 점이 x 축 위에 있을 때, $60 \times |f(2)|$ 의 값을 구하시오. [3점]



21. $a > 2$ 인 실수 a 에 대하여 기울기가 -1 인 직선이 두 곡선

$$y = a^x + 2, \quad y = \log_a x + 2$$

와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 선분 AB를 지름으로 하는
원의 중심의 y 좌표가 $\frac{19}{2}$ 이고 넓이가 $\frac{121}{2}\pi$ 일 때, a^2 의 값을
구하시오. [4점]

22. 함수 $f(x) = |x^3 - 3x + 8|$ 과 실수 t 에 대하여

닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서의 $f(x)$ 의 최댓값을 $g(t)$ 라 하자. 서로
다른 두 실수 α, β 에 대하여 함수 $g(t)$ 는 $t = \alpha$ 와 $t = \beta$ 에서만
미분가능하지 않다. $\alpha\beta = m + n\sqrt{6}$ 일 때, $m+n$ 의 값을
구하시오. (단, m, n 은 정수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 3^{n-1}}{2^n - 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{1}{6}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

24. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} na_n = 1, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{n} = 3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 a_n + b_n}{1 + 2b_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

25. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$2n+3 < a_n < 2n+4$$

를 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n+1)^2+6n^2}{na_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} - a_n = a_1 + 2$$

를 만족시킨다. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n+n}{a_n-n+1} = 3$ 일 때, a_{10} 의 값은?

(단, $a_1 > 0$) [3점]

- ① 35 ② 36 ③ 37 ④ 38 ⑤ 39

27. $a_1=3$, $a_2=6$ 인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 모든 항이 양수인 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n a_k(b_k)^2 = n^3 - n + 3$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n b_{2n}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ 6

28. 자연수 n 에 대하여 직선 $y=2nx$ 가 곡선 $y=x^2+n^2-1$ 과 만나는 두 점을 각각 A_n , B_n 이라 하자. 원 $(x-2)^2+y^2=1$ 위의 점 P에 대하여 삼각형 A_nB_nP 의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P를 P_n 이라 할 때, 삼각형 $A_nB_nP_n$ 의 넓이를 S_n 이라 하자. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n}$ 의 값은? [4점]

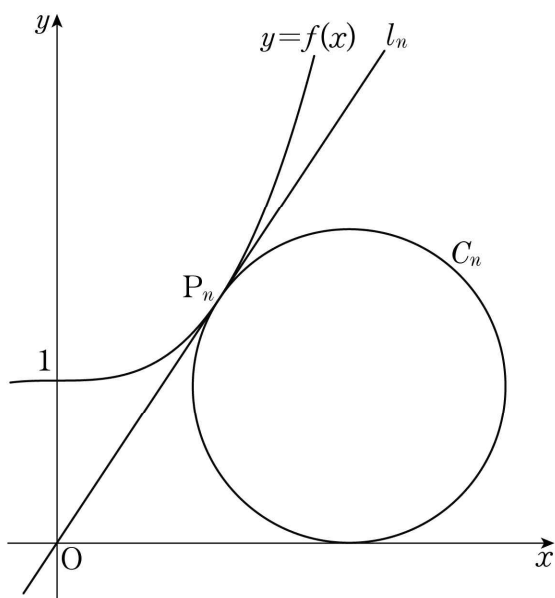
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

단답형

29. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \frac{4}{n^3}x^3 + 1$$

이라 하자. 원점에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선을 l_n , 접선 l_n 의 접점을 P_n 이라 하자. x 축과 직선 l_n 에 동시에 접하고 점 P_n 을 지나는 원 중 중심의 x 좌표가 양수인 것을 C_n 이라 하자. 원 C_n 의 반지름의 길이를 r_n 이라 할 때, $40 \times \lim_{n \rightarrow \infty} n^2(4r_n - 3)$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 자연수 m 에 대하여 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(x) \left(\frac{x}{m} \right)^n + x}{\left(\frac{x}{m} \right)^n + 1}$$

라 하자. 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 구간 $(0, \infty)$ 에서 미분가능하고,
 $g'(m+1) \leq 0$ 이다.
 (나) $g(k)g(k+1) = 0$ 을 만족시키는 자연수 k 의 개수는 3이다.
 (다) $g(l) \geq g(l+1)$ 을 만족시키는 자연수 l 의 개수는 3이다.

$g(12)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.