

# Neural Network Basic Assignment

이름: 최태순

1. Sigmoid Function을  $z$ 에 대해 미분하세요.

(풀이)  $\frac{d}{dz} \sigma(z) = \frac{d}{dz} \left( \frac{1}{1+e^{-z}} \right)$   $\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$

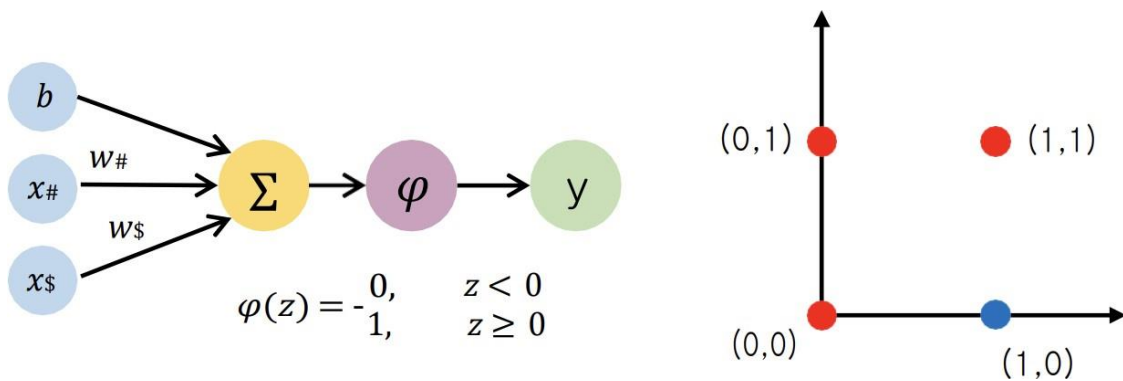
$$= \frac{0 - (-e^{-z})}{(1+e^{-z})^2} \quad (\because \frac{g}{h} \text{ 미분} \Rightarrow \frac{g' \cdot h - g \cdot h'}{h^2} \text{ 이므로})$$

$$= \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2}$$

$$= \frac{1}{1+e^{-z}} \times \frac{e^{-z}}{1+e^{-z}}$$

$$= \sigma(z) \times \{1 - \sigma(z)\} \quad \therefore \sigma(z) \{1 - \sigma(z)\}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 ● (=1), ● (=0)을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. ●, ●을 분류하는 임의의  $b, w$ 를 선정하고 분류해보세요.

$b = 0.5, w_1 = 1.5, w_2 = 1.0$ 로 선정  $\varphi(w_1 x_1 + w_2 x_2 + b) = y$

$x_1$	$x_2$	$S$	$y$
0	0	$(1.5 \times 0) + (1.0 \times 0) + 0.5 = 0.5$	1
0	1	$(1.5 \times 0) + (1.0 \times 1) + 0.5 = 1.5$	1
1	0	$(1.5 \times 1) + (1.0 \times 0) + 0.5 = 2.0$	1
1	1	$(1.5 \times 1) + (1.0 \times 1) + 0.5 = 3.0$	1

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고  $b, w$ 를 1회 업데이트 해주세요.

학습률  $\eta$  : 0.05로 선정

가중치 업데이트:  $w_i \leftarrow w_i + \eta(y - 0)x_i$

(1,0)에 대한 가중치 업데이트:  $b \leftarrow b + 0.05(0-1) \times 1 = 0.5 - 0.05 = 0.45$

$w_1 \leftarrow w_1 + 0.05(0-1) \times 1 = 1.5 - 0.05 = 1.45$

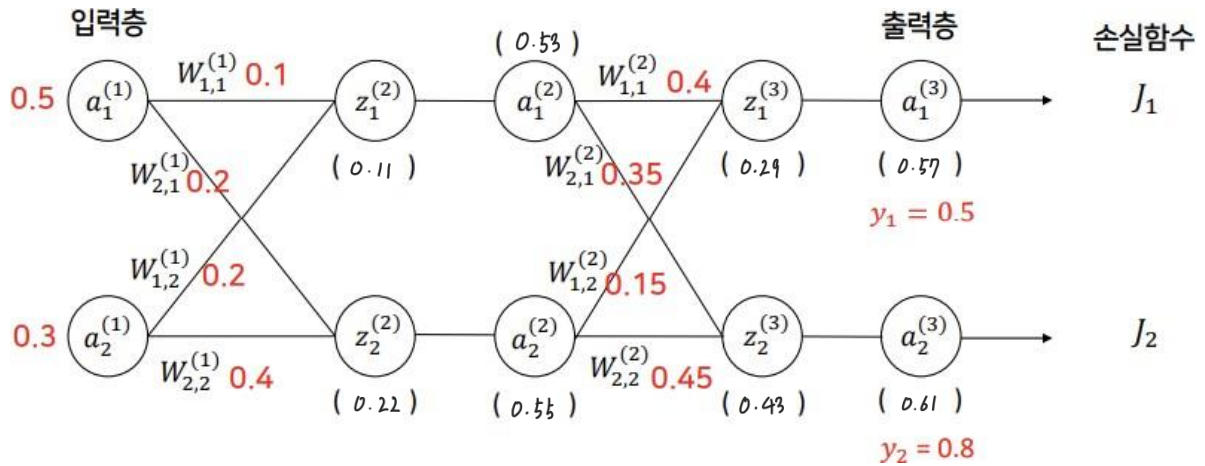
$w_2 \leftarrow w_2 + 0.05(0-1) \times 0 = 1.0 + 0 = 1.0$

$x_1$	$x_2$	0	$y$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	1	1

업데이트 후 분류 :

$x_1$	$x_2$	$S$	$y$
0	0	0.45	1
0	1	1.45	1
1	0	1.4	1
1	1	2.4	1

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



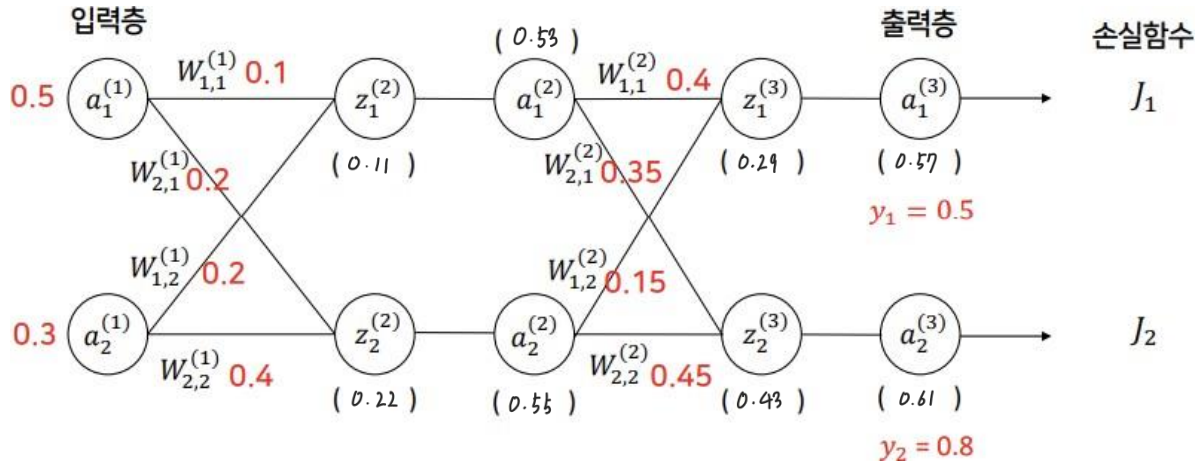
- 3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{z}_1^{(2)} = (0.5 \times 0.1) + (0.3 \times 0.2) = 0.11 \\ a_1^{(2)} = \sigma(0.11) = \frac{1}{1 + e^{-0.11}} \approx 0.53 \\ \bar{z}_2^{(2)} = (0.5 \times 0.2) + (0.3 \times 0.4) = 0.22 \\ a_2^{(2)} = \sigma(0.22) = \frac{1}{1 + e^{-0.22}} \approx 0.55 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{z}_1^{(3)} = (0.53 \times 0.4) + (0.55 \times 0.15) \approx 0.29 \\ a_1^{(3)} = \sigma(0.29) = \frac{1}{1 + e^{-0.29}} \approx 0.57 \\ \bar{z}_2^{(3)} = (0.53 \times 0.35) + (0.55 \times 0.45) \approx 0.43 \\ a_2^{(3)} = \sigma(0.43) = \frac{1}{1 + e^{-0.43}} \approx 0.61 \end{array} \right.$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수  $J_1$ 과  $J_2$ 의 값을 구해주세요. ( $J_1$ 과  $J_2$ 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$1. J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$2. J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



- 3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때  $w_{2,2}^{(2)}$ 과  $w_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요. 단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인  $w_{2,1}^{(1)}$ 과  $w_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

①  $w_{2,1}^{(1)}$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial a_2^{(2)}} \times \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}}$$

$$= (\delta_1^{(3)} w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} w_{2,2}^{(2)}) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)}) \times a_1^{(1)}$$

$$= \delta_2^{(2)} a_1^{(1)} \quad (\because \delta_2^{(2)} = (\delta_1^{(3)} w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} w_{2,2}^{(2)}) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)}))$$

$$\cdot \delta_1^{(3)} = \frac{\partial J_1}{\partial a_1^{(3)}} = (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)} (1 - a_1^{(3)}) = (0.57 - 0.5) \times 0.57 (1 - 0.57) \approx 0.017$$

$$\cdot \delta_2^{(3)} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} = (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) = (0.61 - 0.8) \times 0.61 (1 - 0.61) \approx -0.045$$

$$\therefore \delta_2^{(2)} = (\delta_1^{(3)} w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} w_{2,2}^{(2)}) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)})$$

$$= (0.017 \times 0.15 - 0.045 \times 0.45) \times 0.55 (1 - 0.55)$$

$$\approx -0.004$$

$$\Rightarrow \frac{\partial J_{\text{total}}^{(1)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \delta_2^{(2)} a_1^{(1)} = -0.004 \times 0.5 = -0.002$$

$$\text{따라서 } w_{2,1}^{(1)} = w_{2,1}^{(1)} - \eta \frac{\partial J_{\text{total}}^{(1)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = 0.2 - 0.1 \times (-0.002) = 0.2002$$

②  $w_{2,2}^{(2)}$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(3)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}}$$

$$= (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)} (1 - a_2^{(3)}) \times a_2^{(2)}$$

$$= (0.61 - 0.8) \times 0.61 (1 - 0.61) \times 0.55$$

$$\approx -0.025$$

$$\text{따라서 } w_{2,2}^{(2)} = w_{2,2}^{(2)} - \eta \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = 0.45 - 0.1 \times (-0.025) = 0.4525$$