

Data Structure

자료구조



트리



한국기술교육대학교
온라인평생교육원

학습내용

- 트리의 개념
- 이진 트리의 정의와 성질
- 이진 트리의 표현 방법

학습목표

- 트리의 개념을 설명할 수 있다.
- 이진 트리의 정의와 성질들을 설명할 수 있다.
- 이진 트리의 2가지 방법을 표현할 수 있다.

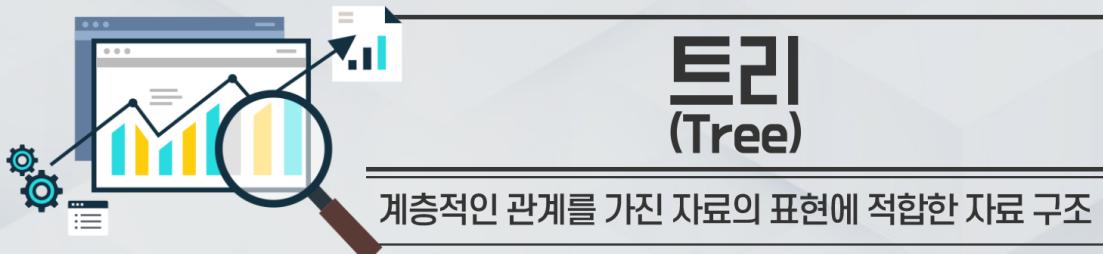
트리의 개념



트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?



비선형 자료구조

- 조직도
- 풀더 구조
- 탐색 트리
- 힙 트리
- 결정 트리

선형 자료구조

- 리스트
- 스택
- 큐
- 덱

트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

◎ 트리의 예

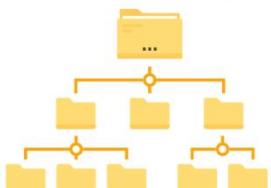
회사의 조직도



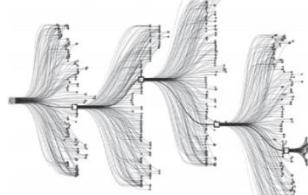
트리 구조



컴퓨터의 풀더 구조



인공지능 결정 트리



트리의 개념

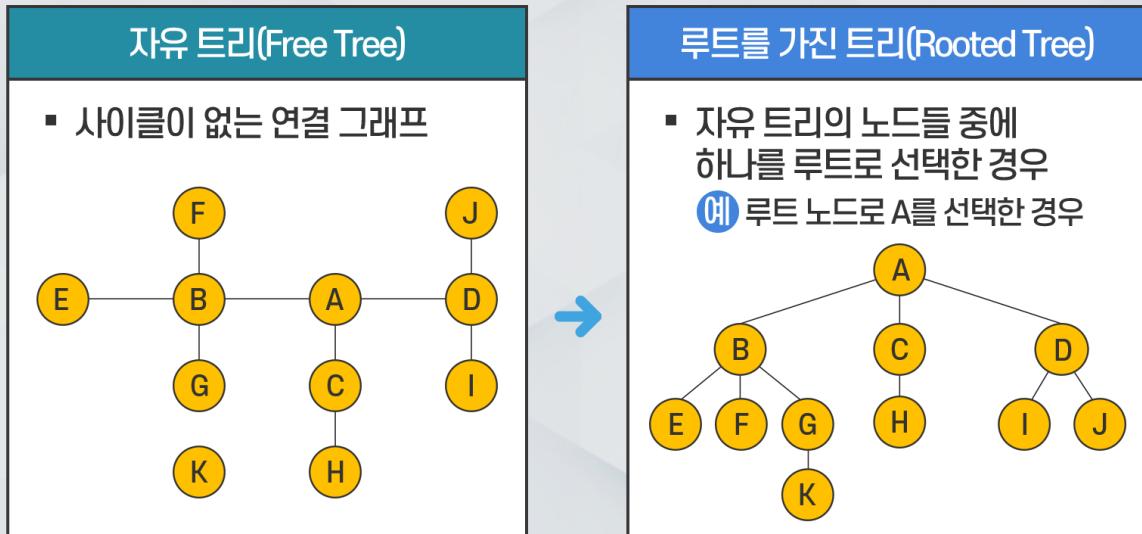


트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

- 자유 트리와 루트를 가진 트리

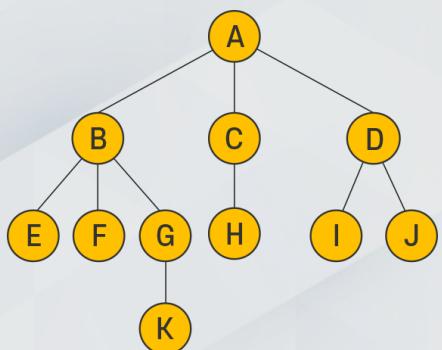


트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

- 트리(Rooted Tree)의 용어



노드	트리에서 하나의 원
노드의 차수(Degree)	자식의 수
트리의 차수(Degree)	모든 노드의 차수 중에서 가장 큰 값
레벨(Level)	각 층에 번호를 매기는 것
트리의 높이(Height)	트리의 최대 레벨
포레스트(Forest)	트리의 집합
경로, 단순 경로	길, 간선이 중복되지 않는 길



트리의 개념

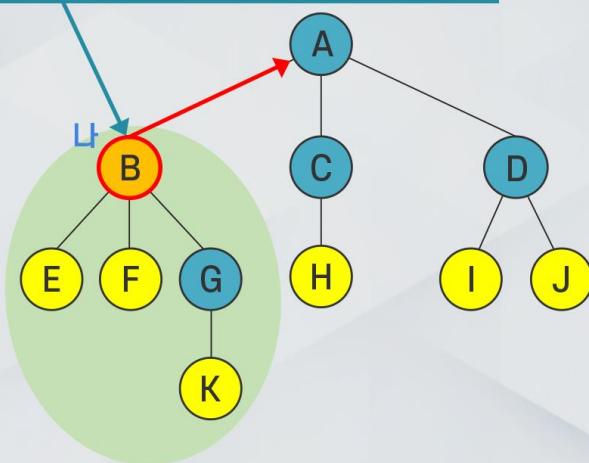
트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

● 트리의 용어 예

트리의 모든 노드는 자신의 서브 트리의 루트 노드



- 루트 노드 : A
- B의 부모 노드 : A
- B의 자식 노드 : E, F, G
- B의 자손 노드 : E, F, G, K
- K의 조상 노드 : G, B, A
- B의 형제 노드 : C, D
- B의 차수 : 3
- 단말 노드 : E, F, K, H, I, J
- 비단말 노드 : A, B, C, D, G
- 트리의 높이 : 4
- 트리의 차수 : 3

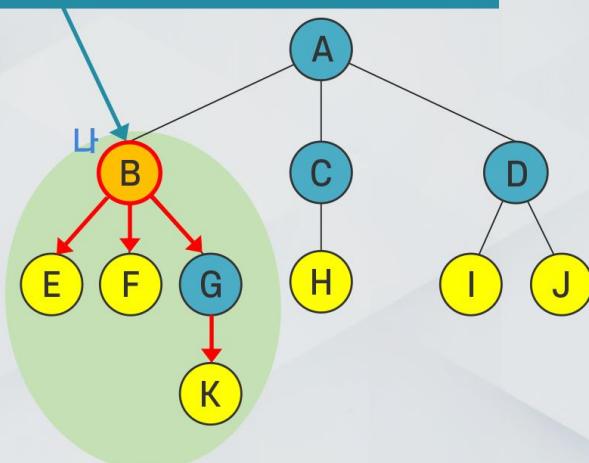
트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

● 트리의 용어 예

트리의 모든 노드는 자신의 서브 트리의 루트 노드



- 루트 노드 : A
- B의 부모 노드 : A
- B의 자식 노드 : E, F, G
- B의 자손 노드 : E, F, G, K
- K의 조상 노드 : G, B, A
- B의 형제 노드 : C, D
- B의 차수 : 3
- 단말 노드 : E, F, K, H, I, J
- 비단말 노드 : A, B, C, D, G
- 트리의 높이 : 4
- 트리의 차수 : 3



트리의 개념

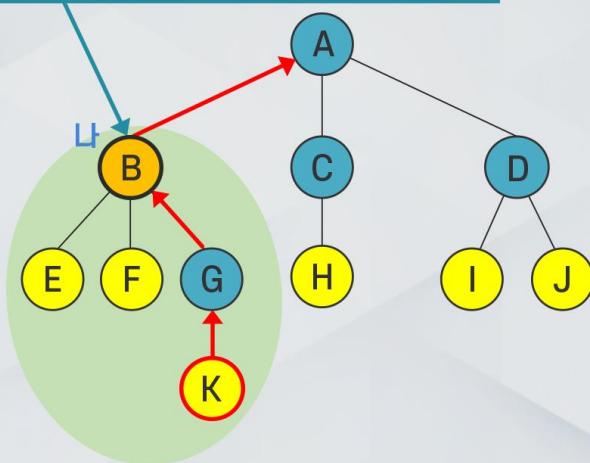
트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

● 트리의 용어 예

트리의 모든 노드는 자신의 서브 트리의 루트 노드



- 루트 노드 : A
- B의 부모 노드 : A
- B의 자식 노드 : E, F, G
- B의 자손 노드 : E, F, G, K
- K의 조상 노드 : G, B, A
- B의 형제 노드 : C, D
- B의 차수 : 3
- 단말 노드 : E, F, K, H, I, J
- 비단말 노드 : A, B, C, D, G
- 트리의 높이 : 4
- 트리의 차수 : 3

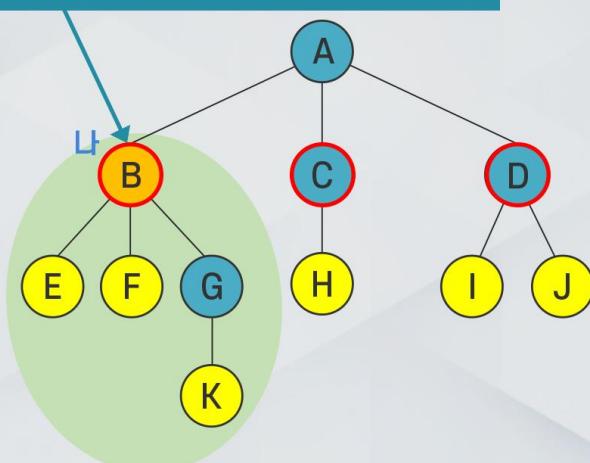
트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

● 트리의 용어 예

트리의 모든 노드는 자신의 서브 트리의 루트 노드



- 루트 노드 : A
- B의 부모 노드 : A
- B의 자식 노드 : E, F, G
- B의 자손 노드 : E, F, G, K
- K의 조상 노드 : G, B, A
- B의 형제 노드 : C, D
- B의 차수 : 3
- 단말 노드 : E, F, K, H, I, J
- 비단말 노드 : A, B, C, D, G
- 트리의 높이 : 4
- 트리의 차수 : 3



트리의 개념

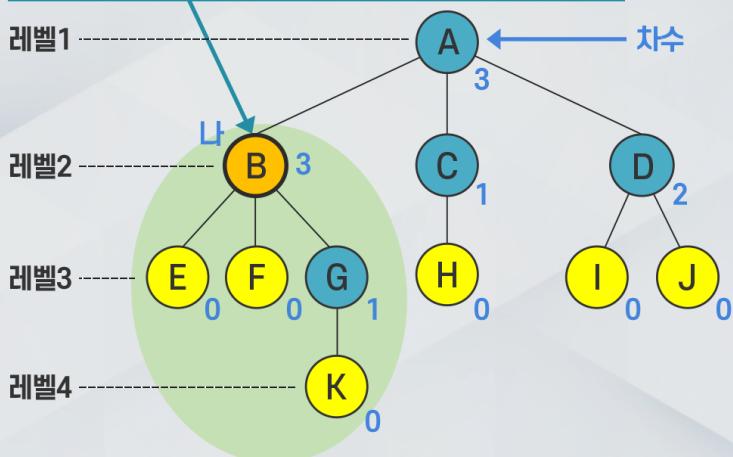
트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

● 트리의 용어 예

트리의 모든 노드는 자신의 서브 트리의 루트 노드



- 루트 노드 : A
- B의 부모 노드 : A
- B의 자식 노드 : E, F, G
- B의 자손 노드 : E, F, G, K
- K의 조상 노드 : G, B, A
- B의 형제 노드 : C, D
- B의 차수 : 3
- 단말 노드 : E, F, K, H, I, J
- 비단말 노드 : A, B, C, D, G
- 트리의 높이 : 4
- 트리의 차수 : 3

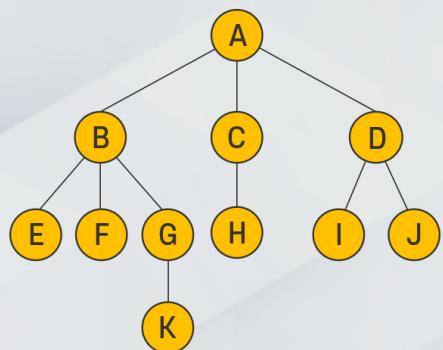
단말노드	비단말 노드
-자식이 없음 -차수가 0	-자식이 있음 -차수가 0이 아님

트리

트리의 개념

1 트리(Tree)란?

● 트리의 성질



노드의 개수가 n 이면 간선의 수는 반드시 $n-1$ 개

- A를 제외하고 모든 노드는 부모로 가는 간선이 하나씩 있음

트리의 두 노드 사이에는 단 하나의 단순 경로가 존재

- 단순경로: 같은 노드나 간선을 중복해서 가지 않는 경로
- 예 E에서 K로(E→B→G→K), B에서 I로(A→D→I)

트리의 개념



트리

트리의 개념

2 일반 트리의 표현 방법

● 일반 트리

일반 트리

- 트리의 노드들이 임의의 개수의 자식을 가질 수 있는 트리
- 차수의 제한이 없음
- 표현 방법이 복잡
- 이진 트리가 흔히 사용

트리

트리의 개념

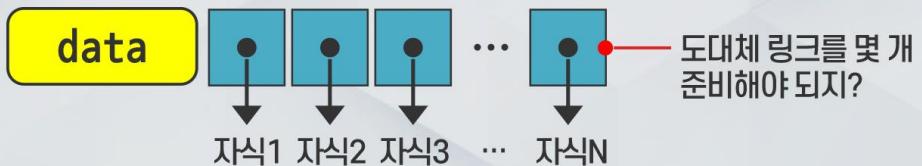
2 일반 트리의 표현 방법

● 일반 트리의 표현 1

노드마다 다른 개수의 링크를 갖는 방법

- 1 링크의 개수는 몇 개?
- 2 각 노드마다 링크를 위한 리스트가 필요

- 배열 구조?
- 연결된 구조?



트리의 개념



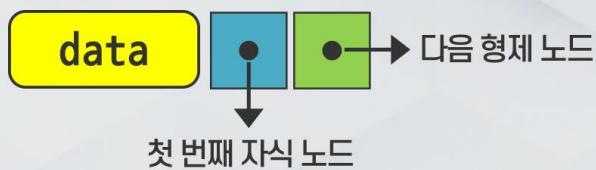
트리

트리의 개념

2 일반 트리의 표현 방법

● 일반 트리의 표현 2

노드의 링크 수를 일정하게 유지하는 방법



- 데이터 영역과 함께 2개의 링크필드를 갖게 함

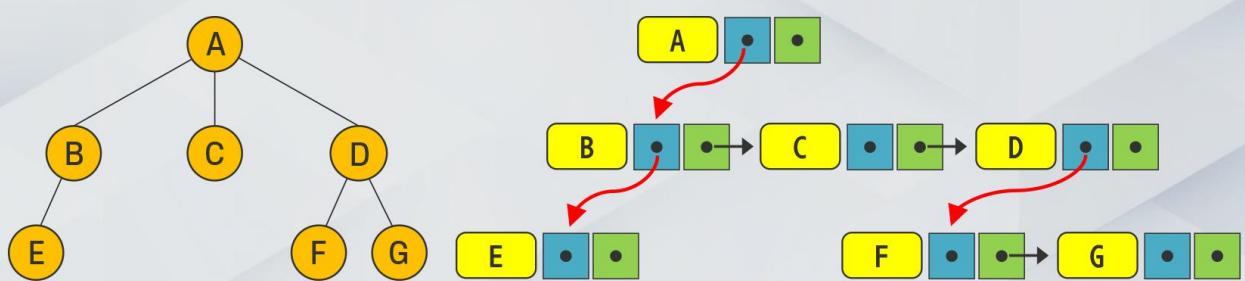
트리

트리의 개념

2 일반 트리의 표현 방법

● 일반 트리의 표현 2

노드의 링크 수를 일정하게 유지하는 방법



- 표현이 너무 복잡

단순한 형태의 트리

이진 트리



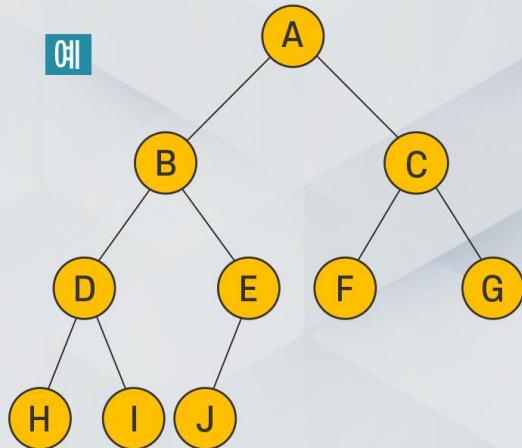
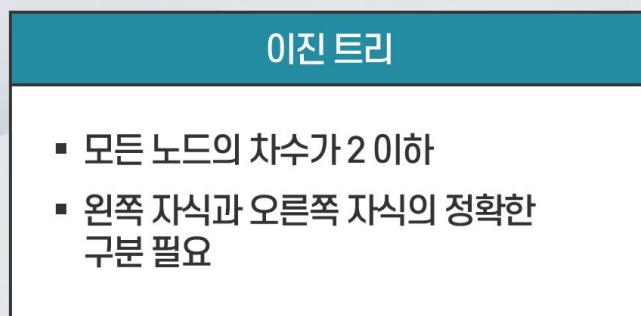
이진 트리의 정의와 성질

트리

이진 트리의 정의와 성질

1 이진 트리의 개념

● 이진 트리의 정의

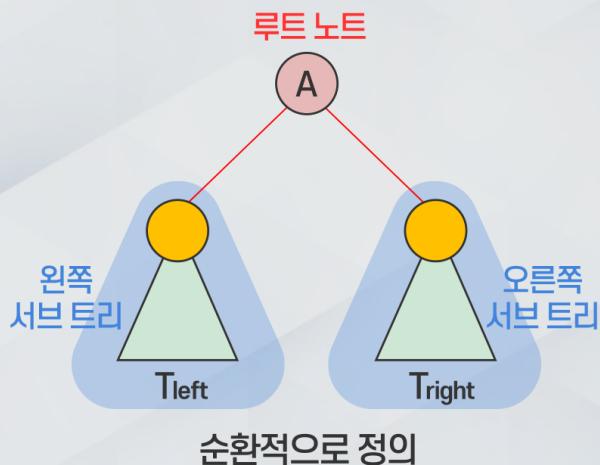


트리

이진 트리의 정의와 성질

1 이진 트리의 개념

● 이진 트리의 정의



공집합이거나

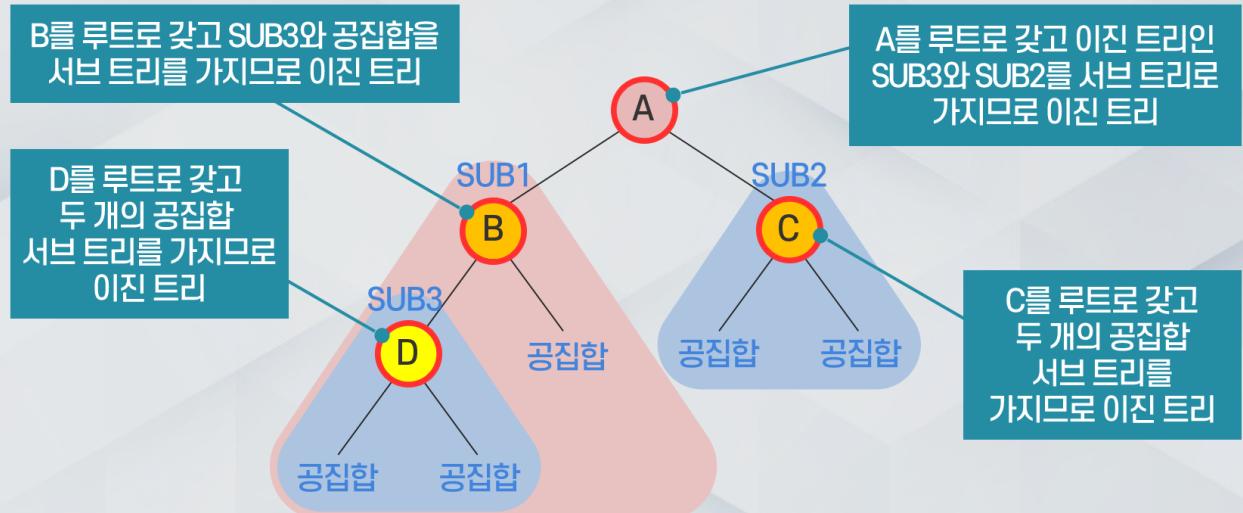
루트와 서브 트리, 오른쪽 서브 트리로
구성된 노드들의 집합이진 트리의 서브 트리들은 모두
이진 트리이어야 함



이진 트리의 정의와 성질

1 이진 트리의 개념

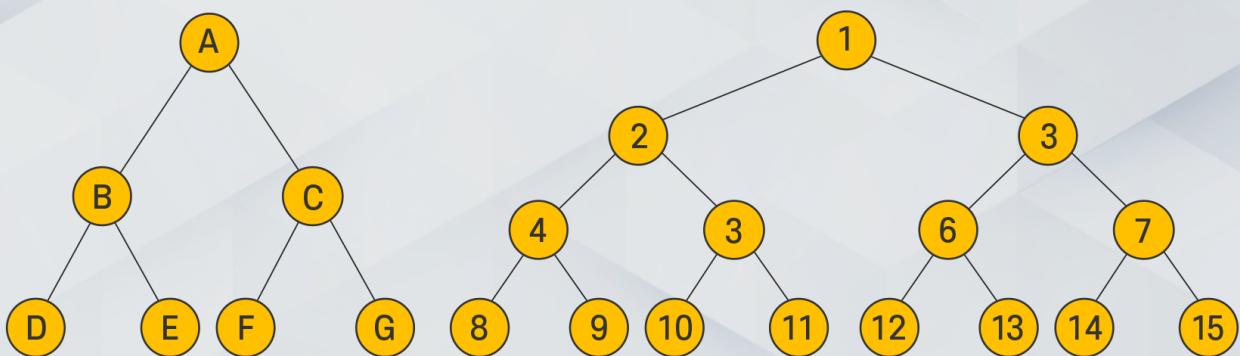
● 이진 트리의 검증



2 이진 트리의 종류

포화 이진 트리(Full Binary Tree)

- 트리의 각 레벨에 노드가 꽉 차 있는 이진 트리
- 높이가 h 이면 $2^h - 1$ 개의 노드를 가짐



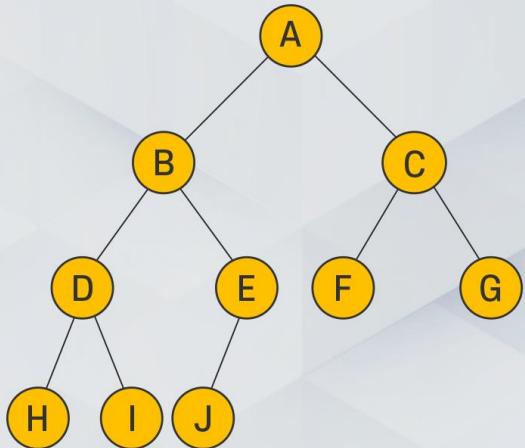


이진 트리의 정의와 성질

2 이진 트리의 종류

완전 이진 트리(Complete Binary Tree)

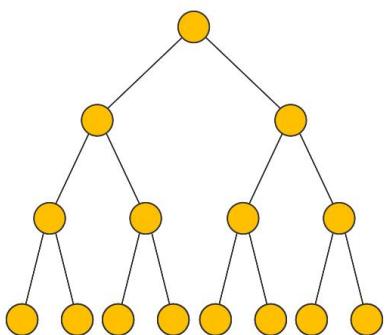
- 높이가 h 일 때 레벨 1부터 $h-1$ 까지는 노드가 모두 채워짐
- 마지막 레벨 h 에서는 노드가 순서대로 채워짐
- 힙(Heap)이 대표적인 예



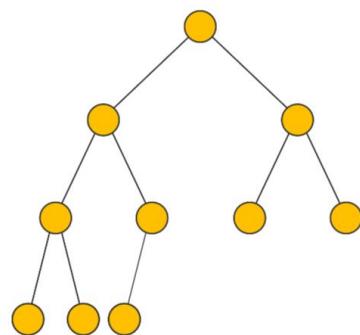
2 이진 트리의 종류

● 이진 트리의 예

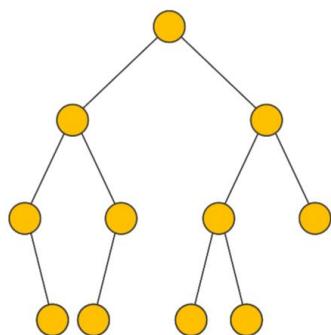
포화 이진 트리



완전 이진 트리



기타 이진 트리



이진 트리의 정의와 성질



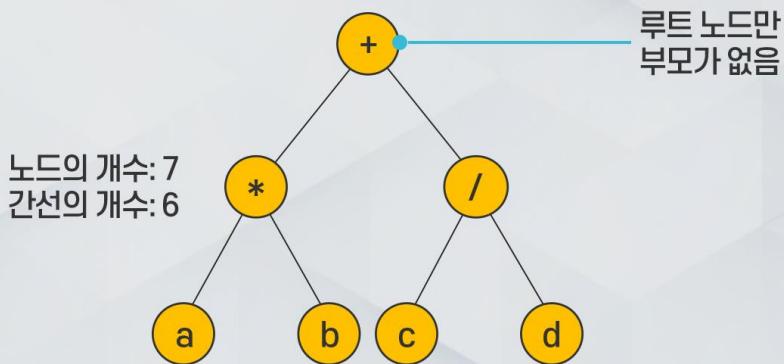
트리

이진 트리의 정의와 성질

3 이진 트리의 특징

● 이진 트리의 성질

노드의 개수가 n개이면 간선의 개수는 n-1

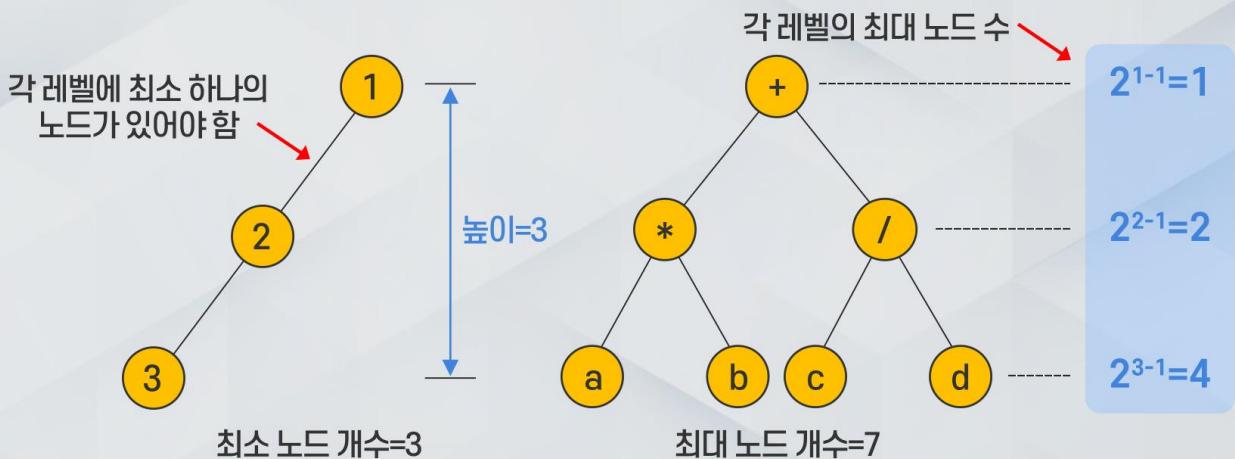


트리

이진 트리의 정의와 성질

3 이진 트리의 특징

● 이진 트리의 성질

높이가 h이면 $h \sim 2^h - 1$ 개의 노드를 가짐



이진 트리의 정의와 성질

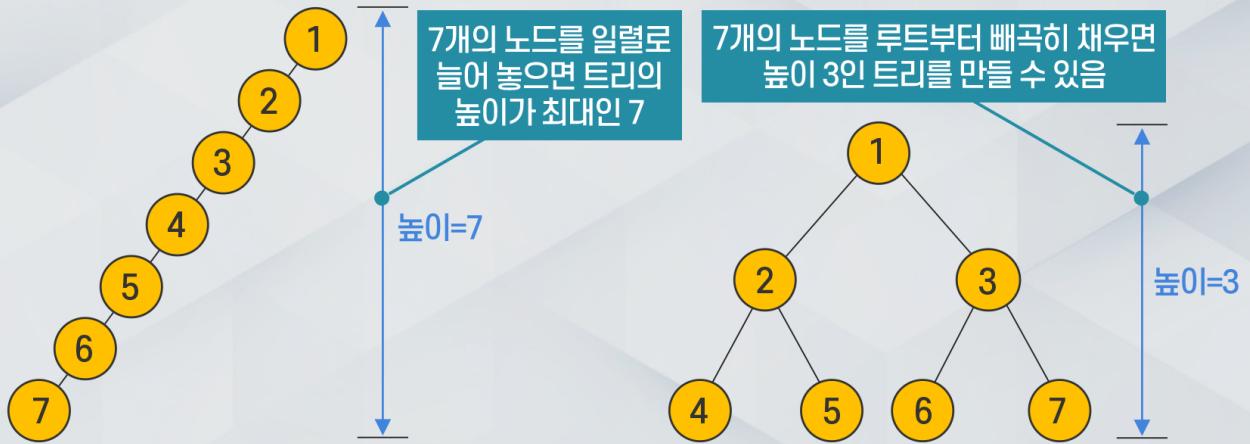
트리

이진 트리의 정의와 성질

3 이진 트리의 특징

○ 이진 트리의 성질

n개 노드의 이진 트리 높이 $[\log_2(n+1)] \sim n$





이진 트리의 표현 방법

트리

이진 트리의 표현 방법

1 이진 트리 표현 방법

배열 구조(배열 표현법)

- 트리의 노드를 배열에 저장

- 노드의 위치와 배열의 인덱스 매칭은?
- 부모/자식 노드의 탐색은?

연결된 구조(링크 표현법)

- 노드는 데이터와 두 개의 링크를 가짐

- 부모/자식 노드의 탐색은? → 링크 사용

트리

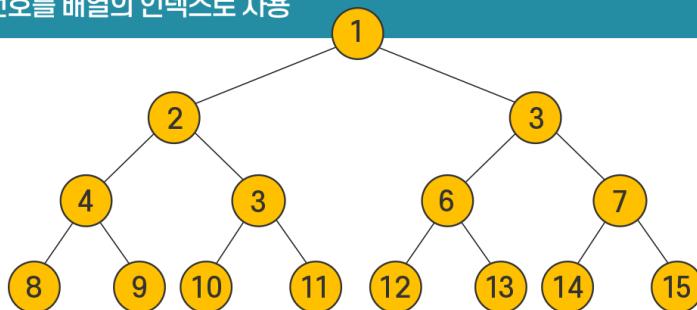
이진 트리의 표현 방법

2 배열 표현법

배열 구조(배열 표현법)

- 노드를 배열에 저장

- 트리가 일단 포화 이진 트리라고 가정
- 노드에 순서대로 번호를 붙임
- 번호를 배열의 인덱스로 사용



이진 트리의 표현 방법



트리

이진 트리의 표현 방법

2 배열 표현법

● 배열 표현법의 예

트리의 높이가 h인 경우

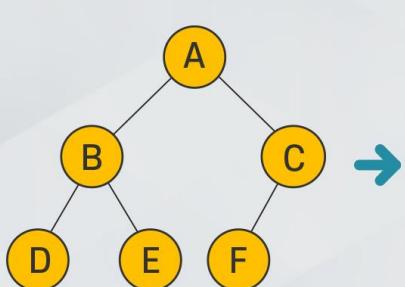
- 높이가 h인 포화 이진 트리의 노드의 수는 $2^h - 1$ 개
- 배열을 준비 → $2^h - 1$ 개
- 각 노드의 인덱스 → 포화 이진 트리에서의 번호
- 루트 노드를 인덱스 1로 사용
 - 편의상 인덱스 0은 사용하지 않음
- 노드가 없는 배열은 비어있음
 - 경사 트리에서 많은 빈칸 발생

트리

이진 트리의 표현 방법

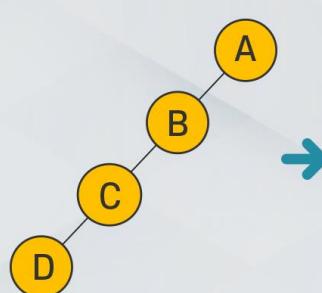
2 배열 표현법

● 배열 표현법의 예



완전 이진 트리의 배열 표현

0
1
2
3
4
5
6
7
8



경사 이진 트리의 배열 표현

0
1
2
3
4
5
6
7
8

빈칸이
많이
발생할
수
있음

```
tree1 = [None, 'A', 'B', 'C', 'D', 'E', 'F']
tree2 = [None, 'A', 'B', None, 'C', None, None, 'D']
```

이진 트리의 표현 방법



2 배열 표현법

배열 표현법

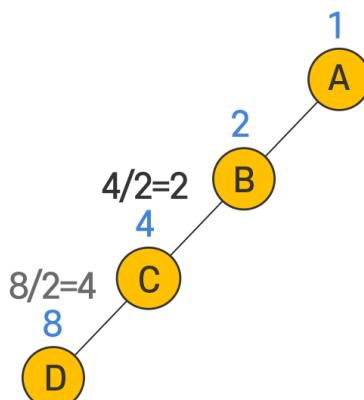
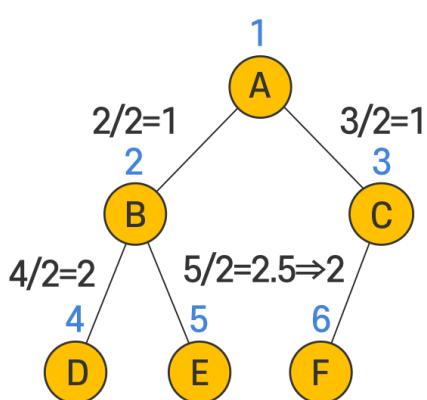
- 부모 노드와 자식 노드의 인덱스 계산
 - 노드 i 의 부모 노드 인덱스 = $i/2$
 - 노드 i 의 왼쪽 자식 노드 인덱스 = $2i$
 - 노드 i 의 오른쪽 자식 노드 인덱스 = $2i+1$

파이썬에서는 나눗셈 연산자가 /와 //로 구분
정수 나눗셈을 위해서는 //를 사용



2 배열 표현법

● 배열 표현법의 예





이진 트리의 표현 방법

트리

이진 트리의 표현 방법

2 배열 표현법

배열 표현법

- 부모 노드와 자식 노드의 인덱스 계산

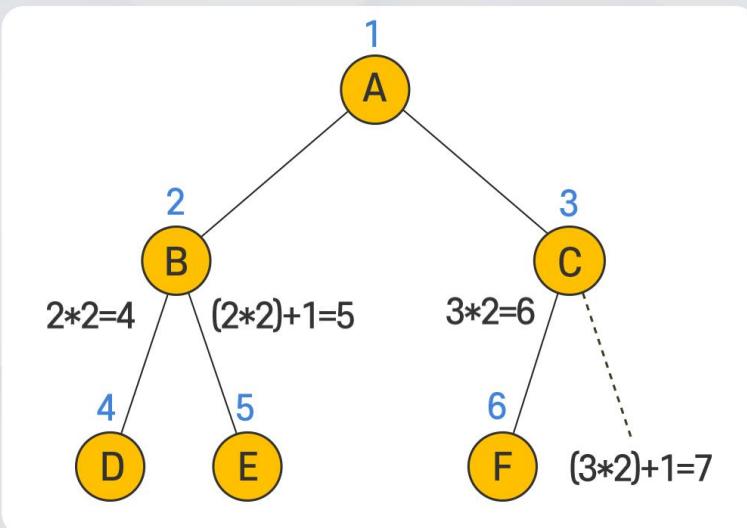
- 노드 i 의 부모 노드 인덱스 = $i/2$
 예) 나의 인덱스=2일때, $\rightarrow 2/2 \rightarrow 1 \rightarrow$ 부모 노드=1
 나의 인덱스=3일때, $\rightarrow 3/2 \rightarrow 1.5 \rightarrow$ 부모 노드=1
- 노드 i 의 왼쪽 자식 노드 인덱스 = $2i$
- 노드 i 의 오른쪽 자식 노드 인덱스 = $2i+1$

트리

이진 트리의 표현 방법

2 배열 표현법

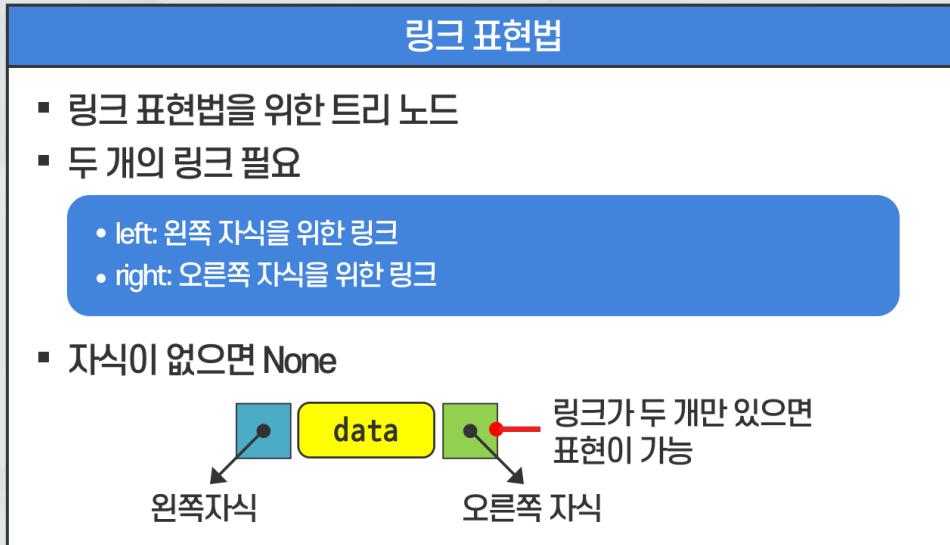
● 배열 표현법의 예





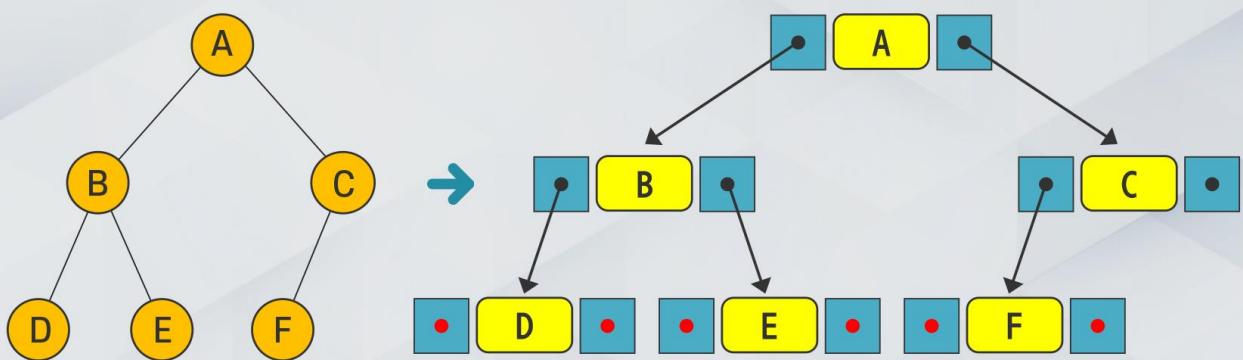
이진 트리의 표현 방법

3 링크 표현법



3 링크 표현법

● 완전 이진 트리의 링크 표현 예



이진 트리의 표현 방법

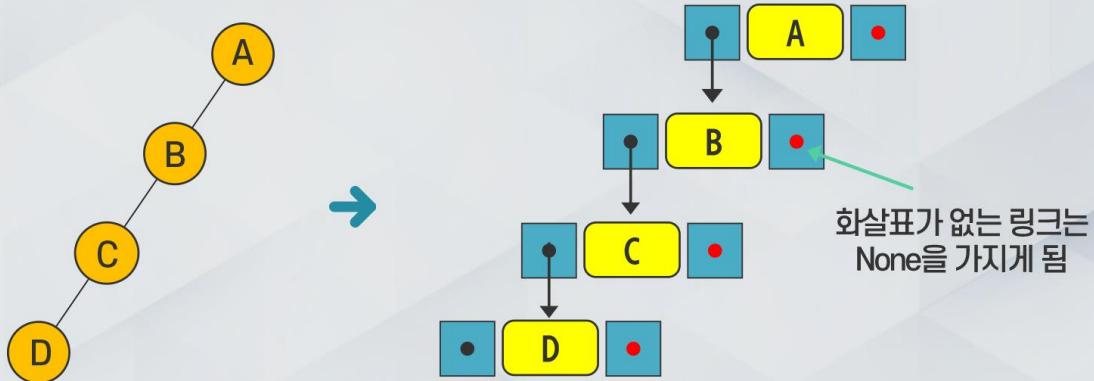


트리

이진 트리의 표현 방법

3 링크 표현법

◎ 경사 이진 트리의 링크 표현 예



트리

이진 트리의 표현 방법

3 링크 표현법

◎ 노드 클래스



```
class TNode:
    def __init__(self, elem, left, right):
        self.data = elem
        self.left = left
        self.right = right
```



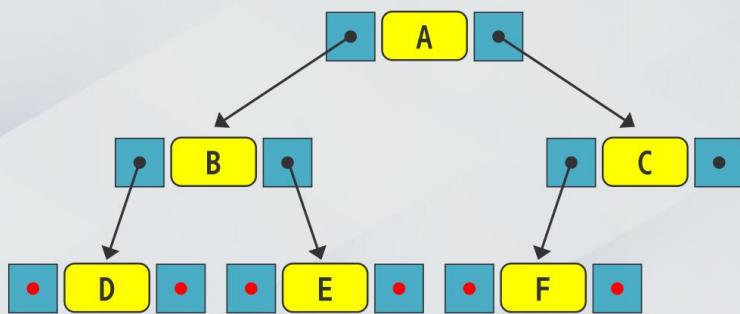
이진 트리의 표현 방법

트리

이진 트리의 표현 방법

3 링크 표현법

● 링크 표현 예



```

d = TNode('D', None, None)
e = TNode('E', None, None)
f = TNode('F', None, None)
b = TNode('B', d, e)
c = TNode('C', f, None)
tree1 = TNode('A', b, c)
  
```

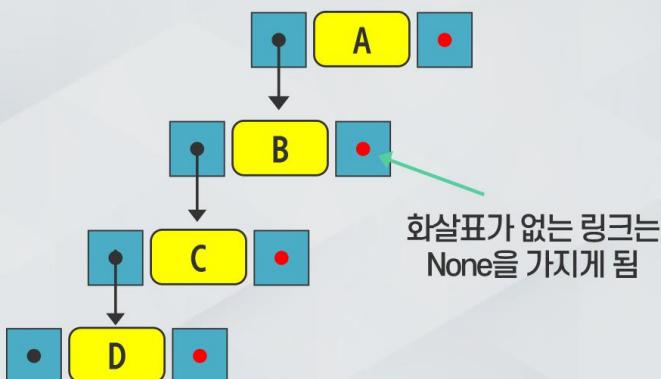
완전 이진 트리의 링크 표현법으로
표현한 코드

트리

이진 트리의 표현 방법

3 링크 표현법

● 링크 표현 예



```

d = TNode('D', None, None)
c = TNode('C', d, None)
b = TNode('B', c, None)
tree1 = TNode('A', b, None)
  
```

경사 이진 트리의 링크 표현법으로
표현한 코드