

Uniwersytet Jagielloński w Krakowie  
Wydział Fizyki, Astronomii i Informatyki Stosowanej

kierunek Informatyka stosowana  
specjalizacja ogólna



**Wykorzystanie grafowej reprezentacji zasad  
harmonii funkcyjnej na przykładzie programu do  
nauki podstaw tworzenia kompozycji muzycznych**

Piotr Cholewczuk  
numer albumu: 1015749

*Praca wykonana pod kierunkiem  
dr Grażyny Ślusarczyk*

# Spis treści

1. Wstęp.....	4
1.1. Muzyka.....	5
1.2. Teoria Muzyki.....	5
1.2.1. Nutowa notacja muzyczna.....	5
1.2.2. Harmonia funkcyjna.....	7
2. Reprezentacja teorii muzyki.....	10
2.1. Reprezentacja utworu.....	12
2.1.1. Dźwięk.....	12
2.1.2. Funkcja harmoniczna.....	14
2.1.3. Grafowa reprezentacja akordu.....	15
2.1.4. Grafowa reprezentacja utworu.....	17
2.2. Graf dopuszczalnych następstw funkcji harmoniczných.....	21
2.2.1. Wierzchołek reprezentujący funkcje toniki.....	23
2.2.2. Wierzchołki reprezentujące funkcje typu subdominanty.....	24
2.2.3. Wierzchołki reprezentujące funkcje typu dominanty.....	25
2.2.4. Wierzchołki reprezentujące funkcję typu toniki szóstego stopnia.....	26
3. Analiza harmoniczna.....	28
3.1. Algorytm analizy harmonicznej.....	29
3.2. Wnioskowanie o poprawności akordu.....	30
3.2.1. Faktura czterogłosowa.....	31
3.2.2. Zakaz krzyżowania się głosów.....	32
3.2.3. Skale głosów.....	33
3.3. Wnioskowanie o poprawności przypisania funkcji.....	35
3.3.1. Przypisanie funkcji.....	36
3.3.2. Prawidłowe przypisanie funkcji.....	37
3.4. Wnioskowanie o poprawności połączeń akordów.....	38
3.4.1. Zakaz równoległych oktaw.....	39
3.4.2. Zakaz równoległych kwint.....	41
3.5. Wnioskowanie o poprawności wystąpień funkcji.....	42
3.5.1. Akord przejściowy.....	43
3.5.2. Zakończenie na tonice.....	44
3.6. Wnioskowanie o poprawności następstw funkcji.....	45

3.6.1. Powtórzenie nuty w melodii.....	46
3.6.2. Odniesienia odśrodkowe przechodzą w dośrodkowe.....	48
4. Program do nauki kompozycji.....	51
4.1. Diagram przypadków użycia.....	51
4.2. Wymagania projektowe.....	52
4.3. Budowa aplikacji.....	52
4.3.1. Interfejs użytkownika.....	53
4.3.2. Moduły.....	53
4.3.3. Wykorzystane zewnętrzne biblioteki.....	54
4.3.4. Wymagania.....	55
4.4. Dokumentacja użytkowa.....	55
4.4.1. Uruchomienie i menu aplikacji.....	55
4.4.2. Komponowanie w edytorze graficznym.....	55
4.4.3. Wymagania.....	55
5. Podsumowanie.....	56
6. Słownik terminów muzycznych.....	58
7. Bibliografia.....	63

# 1. Wstęp

Celem pracy jest stworzenie metody zautomatyzowanej analizy harmonicznej komponowanego utworu muzycznego w oparciu o reprezentację podstawowych zasad harmonii funkcyjnej w postaci grafu. Reprezentacja grafowa pozwala na przedstawienie reguł dotyczących kompozycji muzycznej w formie prostej struktury ułatwiającej wnioskowanie o ich spełnieniu. Dzięki temu proces analizy harmonicznej można przedstawić w formie algorytmu przeszukującego graf.

W pracy omówione są wybrane, podstawowe zasady harmonii funkcyjnej oraz algorytm wnioskujący na ich podstawie o poprawności skomponowanego fragmentu utworu muzycznego. Badanie poprawności oparte jest na przykładach harmonizacji krótkich melodii i ich analizie. Większość z wybranych zasad jest aksjomatami harmonii funkcyjnej.

Powodem powstania pracy jest moje zamiłowanie do przedmiotu harmonii muzyki (związane z zawodowym wykształceniem muzycznym w zakresie gry na gitarze klasycznej) oraz osobista chęć do stworzenia pierwszego oprogramowania służącego do nauki kompozycji. Na podstawie konsultacji przeprowadzonych przeze mnie 20 września 2011r. z dr Agnieszką Draus pracującą na stanowisku Adiunkta w Katedrze Teorii i Interpretacji Dzieła Muzycznego Akademii Muzycznej w Krakowie ustaliłem, że obecnie w Polsce nie wykorzystuje się programów komputerowych w pracy dydaktycznej dotyczącej harmonii muzyki.

Program komputerowy do nauki zasad kompozycji może pomóc uczniom szkół muzycznych w nauce przedmiotów związanych z harmonizacją oraz analizą form muzycznych. Nauka podstaw harmonii funkcyjnej opiera się na dogłębnym poznaniu zasad oraz rozwiązywaniu skomplikowanych zadań z harmonizacji melodii. Aby stwierdzić poprawność rozwiązywanego zadania należy przeprowadzić jego analizę harmoniczną. Jest to proces długotrwały nie tylko dla początkujących. Wspomaganie go za pomocą programu komputerowego zmniejsza ryzyko popełniania błędów podczas analizy oraz skraca jej czas.

## **1.1. Muzyka**

Muzyka jest sztuką piękną, której dzieła cechuje wysokie uporządkowanie. Teoria muzyki jest ściśle powiązana z prawami wywodzącymi się z nauk ścisłych [1]. Dźwięk w muzyce pojawia gdy słup powietrza, pobudzony przez instrument muzyczny lub głos ludzki, drga z określoną częstotliwością i oddziałuje na ludzki narząd słuchu. Rozchodzi się on zgodnie z zasadami akustyki. Utwór muzyczny, będący najbardziej złożoną formą dzieła muzycznego, jest zbliżony do ludzkiej mowy. Posiada regularny rytm. Można w nim wyróżnić frazy akcentowane. Jest on podzielny na proporcjonalne części, z których podstawową jest zdanie muzyczne. Jego słownik stanowią poszczególne wysokości dźwięków. O ich ułożeniu w czasie decyduje gramatyka złożona z zasad harmonii. Podobnie jak mowę utwór muzyczny można zapisać w formie graficznej.

## **1.2. Teoria Muzyki**

Teoria muzyki jest zwięzłym, teoretycznym opisem wszystkich zasad dotyczących muzyki. W jej skład wchodzi między innymi zasady dotyczące notacji oraz harmonizacji. Stanowią one podstawę do tworzenia, odtwarzania i analizy dzieł muzycznych. Większość z tych zasad można opisać językiem ścisłym, pod warunkiem, że do ich określenia nie jest niezbędny subiektywny odbiór muzyki przez słuchacza.

### **1.2.1. Nutowa notacja muzyczna**

Notacja muzyczna jest formą wizualnego zapisu muzyki. Tworzy ona język symboli zrozumiały dla twórcy i wykonawcy utworu muzycznego. Podlega ona ściśle określonym regułom, które definiują między innymi chronologicznie uporządkowany zapis wysokości i czasu trwania dźwięków w utworze. Najważniejszą współczesną formą notacji muzycznej jest notacja nutowa. Alfabet nutowej notacji muzycznej tworzą między innymi pięciolinia, klucze, metrum, takty, znaki chromatyczne, nuty oraz pauzy.

Pięciolinia jest graficznym przedstawieniem odległości między dźwiękami.

Odległość między dwoma liniami odpowiada różnicy wysokości o dwa nazwane dźwięki. Aby można było określić fizyczną wysokość dźwięku na pięciolinii niezbędne jest umieszczenie na niej klucza. Położenie klucza na pięciolinii definiuje fizyczne wysokości dźwięków na poszczególnych liniach pięciolinii. Linie numerujemy od dołu do góry.

Metrum jest obrazowane za pomocą dwóch, ustawionych pionowo jedna za drugą, liczb. Pierwsza z nich (nazywana licznikiem) określa ilość jednostek metrycznych w takcie. Druga (nazywana mianownikiem) przypisuje długość trwania jednostce metrycznej w takcie. Jednostka metryczna wyznacza podstawowy rytm. Takty dzielą utwór na małe części. Każdy takt ma swój numer, odpowiadający jego kolejności w utworze. Takty dzielone są na pozycje, ilość pozycji w takcie odpowiada licznikowi metrum. Do opisu pozycji akordu lub nuty w utworze używa się pary złożonej z numeru taktu i pozycji w takcie.

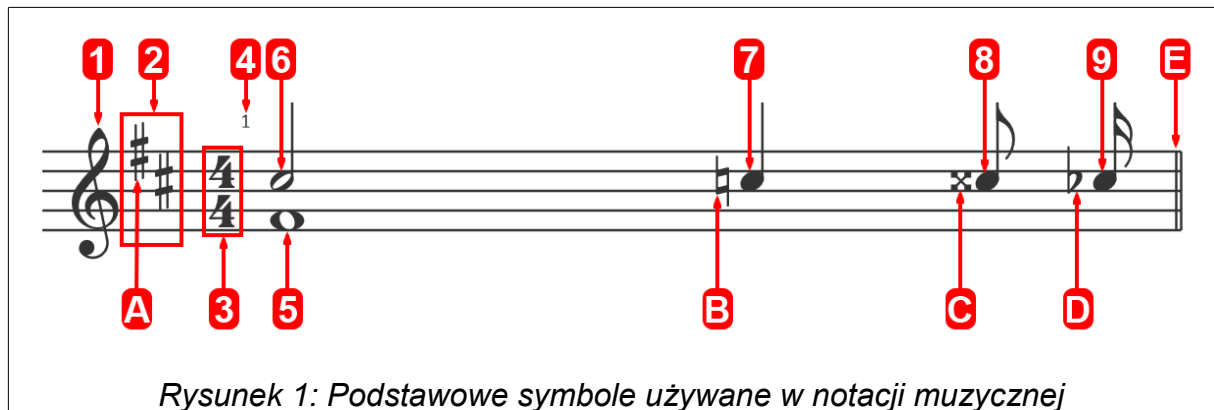
Klucz określa wysokości dźwięków odpowiadające liniom na pięciolinii. Klucz wiolinowy wskazuje dźwięk  $g^1$  (dźwięk  $g$  w oktawie *razkreślnej*) na drugiej linii. Klucz basowy wskazuje dźwięk  $f$  (dźwięk  $f$  w oktawie *małej*) na czwartej linii. Przy kluczu znajdują się znaki chromatyczne (krzyżyki lub bemole), które określają tonację utworu.

Nuty przedstawiają czas trwania dźwięku. Naniesione na pięciolinię, na której znajduje się klucz, wskazują wysokość dźwięku. Przy nucie występują znaki chromatyczne, które modyfikują wysokość dźwięku w skokach co półtonu.

Rysunek 1 przedstawia podstawowe symbole używane w notacji muzycznej naniesione na pięciolinie i opisane za pomocą czerwonych strzałek. Wykorzystane zostały następujące oznaczenia:

- 1) klucz (klucz wiolinowy)
- 2) znaki przy kluczu reprezentujące tonację (dwa krzyżyki)
- 3) metrum (cztery czwarte)
- 4) numer taktu
- 5) cała nuta
- 6) półnuta
- 7) ćwierćnuta

- 8) ósemka
- 9) szesnastka
- A) krzyżyk
- B) kasownik
- C) podwójny krzyżyk
- D) bemol
- E) kreska taktowa (podwójna kreska taktowa)



### 1.2.2. Harmonia funkcyjna

Harmonia wg podręcznika Jacka Targosza to nauka zajmująca się pionową organizacją dźwięków oraz następstwami tych pionów w czasie [1]. Większość zasad harmonii wynika z odczuwanych przez słuchaczy napięć muzycznych i stanowi kanon, który dla ogółu będzie odbierany jako naturalny.

Reguły harmonii funkcyjnej mają charakter nakazów i zakazów. Bardzo rzadko reguły te podlegają liberalizacji. Stopień ich swobodniejszego stosowania zależy od epoki oraz wiedzy i doświadczenia kompozytora. Zasad harmonii należy bezwzględnie przestrzegać w okresie nauki harmonii funkcyjnej.

Nakazy, które musi spełnić komponowany utwór muzyczny zależą od stylu muzycznego w jakim jest on tworzony [3]. Harmonia funkcyjna skupia się na zasadach ukształtowanych w okresie późnego borku, klasycyzmu i romantyzmu. Stanowi ona podstawę do zrozumienia muzyki dla kompozytorów, wykonawców oraz teoretyków.

Z zasad harmonii należy skorzystać podczas harmonizowania melodii.

Harmonizacja melodii to określenie następstwa funkcji harmoniczych jakie determinuje pierwszy głos (melodia). W praktyce oznacza to dokomponowanie akompaniujących głosów tak by wraz z melodią tworzyły pochod akordów reprezentujących te funkcje [1]. Melodia powinna składać z dźwięków, które przynależą do danej tonacji. Harmonizacja jest podstawą kompozycji utworów wielogłosowych, gdzie melodii akompaniują pozostałe głosy. Zwykle istnieje wiele poprawnych rozwiązań na harmonizację jednej melodii.

Utwór muzyczny można poddać analizie harmoniczej. Analiza harmoniczna polega na określeniu na podstawie zapisu i odsłuchu utworu jego pochod funkcji harmoniczych, a więc jest to proces odwrotny do harmonizacji. Należy podkreślić, że analiza może przynieść więcej niż jeden wynik. Powodem tego jest możliwość dopasowania kilku pochodów funkcji do danego ciągu akordów. Często ostatecznym kryterium wyboru rozwiązania jest subiektywne odczucie słuchacza i jego doświadczenie. Analiza zawsze jednoznacznie określa, czy dana realizacja wielogłosowa utworu jest poprawna z punktu widzenia zasad harmonii, czy nie.

Przy rozwiązywaniu zadań z harmonii funkcyjnej używa się faktury czterogłosowej. Jest ona prosta do zagrania na fortepianie oraz odpowiada czterem głosom w chórze, ułożonym od najwyższego: sopranowi, tenorowi, altowi i basowi. Głosy notujemy na dwóch pięcioliniach. Górna pięciolinia ma przypisany klucz wiolinowy, zapisujemy na niej linie melodyczne pierwszych dwóch głosów (sopran z laskami przy nutach do góry, alt z laskami przy nutach do dołu). Dolna pięciolinia ma przypisany klucz basowy, zapisujemy na niej linie melodyczne ostatnich dwóch głosów (tenor z laskami przy nutach do góry, bas z laskami przy nutach do dołu).

Podstawową jednostką rozpatrywaną w procesie analizy utworu pod kątem jego harmonizacji jest akord. Przypisywana jest mu funkcja harmoniczna jeśli wysokości jego składowych dźwięków odpowiadają wysokościami dźwięków funkcji określonym na podstawie tonacji utworu. Akord w harmonii funkcyjnej może wystąpić na co każdą jednostkę metryczną.

Następstwa funkcji harmoniczych wywołują wzrost napięć muzycznych odczuwanych przez słuchacza lub ich rozładowanie. Kierunek napięcia muzycznego można też opisać jako oddalanie się lub przybliżenie melodii i akompaniamentu do



tonacji utworu. Całkowite rozwiązanie napięcia muzycznego następuje gdy melodia powraca do dźwięku finalis. Połączenie funkcji toniki z subdominantą lub dominantą tworzy odniesienie odśrodkowe, odczuwane jako wzrost napięcia. Połączenie subdominanty lub dominanty z toniką tworzy odniesienie dośrodkowe odczuwalne jako spadek napięcia.

Funkcje w zapisie nutowym zapisujemy pod obiema pięcioliniami, pod dźwiękami, które tworzą akord. Zapis jest symboliczny.

Kadencje tworzą ułożone kolejno funkcje harmoniczne rozpoczynające się od odniesienia odśrodkowego, a zakończone odniesieniem dośrodkowym. Nastęstwo funkcji, jakie tworzy kadencja, jest aksjomatem harmonii funkcyjnej [1].

## 2. Reprezentacja teorii muzyki

W tym rozdziale opisane jest odwzorowanie zasad i elementów teorii muzyki na abstrakcyjne struktury danych, umożliwiające graficzne przedstawienie utworu w postaci notacji muzycznej oraz jego komputerową analizę. Dla większości rozważanych problemów wybrana została reprezentacja w formie grafu. Pozwala ona na wskazanie oraz szczegółowe uwarunkowanie zależności pomiędzy wybranymi elementami, reprezentowanymi za pomocą wierzchołków z wykorzystaniem zbioru krawędzi. Wierzchołki grafu mogą reprezentować zarówno elementy proste, takie jak wysokość dźwięku, jak i złożone – na przykład akord. Możliwość użycia krawędzi skierowanych jest szczególnie przydatna do odwzorowywania kolejności, która w większości zasad muzyki, takich jak melodia, faktura, harmonia, jest regułą dominującą. Graf skierowany umożliwia też reprezentowanie skomplikowanych i dozwolonych zależności pomiędzy funkcjami harmonicznymi z punktu widzenia zasad harmonii funkcyjnej.

Skomponowany utwór jest reprezentowany przez atrybutowany i etykietowany graf hierarchiczny. Pojedynczy akord w utworze jest reprezentowany przez atrybutowany i etykietowany graf skierowany. Grafy reprezentujące akordy są zagnieżdżane w wierzchołkach grafu utworu. Dozwolone przez harmonię funkcyjną następstwa funkcji harmonicznymi są również reprezentowane przez etykietowany graf skierowany.

Poniżej przedstawiona jest podstawowa notacja dotycząca wykorzystywanych przeze mnie grafów [5, 8, 10].

*Niech  $\Sigma$  będzie ustalonym zbiorem etykiet.*

### **Definicja 1. Etykietowany graf skierowany**

*Etykietowany graf skierowany jest trójką  $G=(V, E, lb)$  gdzie:*

- *$V$  jest skończonym zbiorem wierzchołków grafu*
- *$E \subseteq V \times V$  jest skończonym zbiorem krawędzi skierowanych, krawędź grafu*

skierowanego  $e=(v_1, v_2)$  jest skierowana od  $v_1$  do  $v_2$

- $lb: V \rightarrow \Sigma$  jest funkcją etykietowania wierzchołków grafu

**Definicja 2. Podgraf etykietowanego grafu skierowanego**

Podgrafem etykietowanego grafu skierowanego  $G=(V, E, lb)$  jest graf  $G'=(V', E', lb')$  w którym  $V' \subset V$  oraz  $E'=E \cap (V' \times V')$ , a  $lb'=lb|_{V'}$ .

Niech  $v$  będzie wierzchołkiem ze zbioru wierzchołków grafu skierowanego.

**Definicja 3. Stopień wierzchołka**

Stopniem wierzchołka w grafie skierowanym jest liczba incydujących z nim krawędzi oznaczana  $deg(v)$ . W grafie skierowanym stopniem wchodzącym wierzchołka jest liczba krawędzi dochodzących do wierzchołka oznaczana  $deg_{in}(v)$ , a stopniem wychodzącym jest liczba krawędzi wychodzących z wierzchołka oznaczana  $deg_{out}(v)$  [5].

**Definicja 4. Ścieżka w grafie**

Ścieżka (droga) w grafie skierowanym to niepusty ciąg wierzchołków  $P=(v_1, v_2, \dots, v_k)$  taki, że  $(v_i, v_{i+1}) \in E$  dla  $1 \leq i < k$ . Długość ścieżki  $P$  wynosi  $k-1$ .

**Definicja 5. Ścieżka Eulera**

Ścieżka Eulera (droga Eulera, łańcuch Eulera, szlak Eulera) to ścieżka w grafie, która przechodzi przez każdą jego krawędź dokładnie raz [7].

**Definicja 6. Graf półeulerowski**

Graf półeulerowski zawiera w sobie ścieżkę Eulera [7].

Niech  $A$  będzie ustalonym zbiorem atrybutów.

**Definicja 7. Atrybutowany i etykietowany graf skierowany**

Atrybutowany i etykietowany graf skierowany jest parą  $G_a=(G, atr)$  gdzie:

- $G=(V, E, lb)$  jest etykietowanym grafem skierowanym
- $atr:V \rightarrow 2^A$  jest funkcją atrybowania przypisującą podzbiory zbioru atrybutów wierzchołkom grafu

Niech  $RG_a$  oznacza rodzinę etykietowanych i atrybowanych grafów.

### **Definicja 8. Graf hierarchiczny**

Graf hierarchiczny jest parą  $G_h=(G_a, ch)$  gdzie:

- $G_a=(G=(V, E, lb), atr)$  jest atrybowanym i etykietowanym grafem skierowanym
- $ch:V \rightarrow RG_a$  jest funkcją zagnieżdżającą w wierzchołkach z  $V$  grafy z  $RG_a$  [10]

## **2.1. Reprezentacja utworu**

Utwór muzyczny jest bardzo złożoną strukturą. Analiza harmoniczna skupia się na badaniu tylko niektórych składowych jego elementów, takich jak wysokości dźwięków, faktura oraz następstwa akordów, pomijane są natomiast między innymi agogika, artykulacja, obsada, czy frazowanie [2]. Opisane w następnych podrozdziałach modele danych reprezentują wszystkie niezbędne elementy utworu do przeprowadzenia analizy harmonicznej utworu.

### **2.1.1. Dźwięk**

W muzyce dźwięk opisywany jest słownie poprzez nazwę diatoniczną dźwięku, znaki chromatyczne oraz oktawę, w której się znajduje. Dźwięk można też opisać fizycznie za pomocą częstotliwości drgania podstawowej składowej harmonicznej lub w sposób równoważny za pomocą tonów.

Częstotliwość drgania podstawowej składowej harmonicznej nie implikuje jednoznacznie nazwy dźwięku. Dzieje się tak, ponieważ dźwięk o zadanej częstotliwości może mieć więcej niż jedną nazwę. Na przykład dźwięk o

częstotliwości 440Hz możemy traktować jako dźwięk *a* w oktawie *razkreślnej* lub jako dźwięk *gisis* (podwójnie zwiększone *g*) w tej samej oktawie. Choć są to dźwięki identycznie brzmiące pełnią one w zapisie nutowym oraz sposobie wykonawczym zupełnie inną rolę.

Porównywanie wysokości dźwięków wymusiło stworzenie biblioteki funkcji operujących na wysokościach zapisanych jako ilość półtonów lub ukierunkowanych skokach interwałowych.

Wysokość dźwięku można podawać jako:

- bezwzględną ilość półtonów, uwzględniającą nazwę diatoniczną dźwięku, znaki chromatyczne oraz oktawę,
- względną ilość półtonów, uwzględniającą tylko nazwę diatoniczną dźwięku oraz znaki chromatyczne.

Z uwagi na to, że analiza harmoniczna jest oparta na zapisie nutowym, konieczne jest przechowywanie dźwięku w postaci trójelementowej struktury złożonej z: nazwy dźwięku diatonicznego, nazwy oktawy oraz nazwy znaku chromatycznego.

Niech  $D = \{c, d, e, f, g, a, h\}$  będzie zbiorem nazw dźwięków diatonicznych.  
 Niech  $O = \{\text{subkontra, kontra, wielka, mała, } 1', 2', 3', 4', 5'\}$  będzie zbiorem nazw oktaw,  
 a  $C = \{\text{podwójny bemol, bemol, kasownik, krzyżyk, podwójny krzyżyk}\}$  będzie zbiorem nazw znaków chromatycznych.

### **Definicja 9. Dźwięk**

Dźwięk jest trójką  $s = (d, o, c)$  gdzie:

- $d \in D$  jest nazwą diatoniczną dźwięku
- $o \in O$  jest nazwą oktawy, w której znajduje się dźwięk
- $c \in C$  jest nazwą znaku chromatycznego przypisanego do dźwięku

Niech  $S_n$  będzie skończonym zbiorem nazw dźwięków, a  $S$  będzie skończonym zbiorem dźwięków.

**Definicja 10. Nazwa dźwięku**

Funkcja  $s_n: S \rightarrow S_n$  przypisuje dźwiękowi  $s \in S$  nazwę  $s_n \in S_n$ .

Niech  $S_p = \{0, 1, \dots, 77\}$  będzie zbiorem liczb reprezentujących odległości między wysokościami dźwięków w półtonach.

**Definicja 11. Bezwzględna wysokość dźwięku**

Funkcja  $s_p: S \rightarrow S_p$  przypisuje dźwiękowi  $s \in S$  bezwzględną wysokość dźwięku  $s_p \in S_p$ .

Niech  $S_t = \{0, 1, \dots, 11\}$  będzie zbiorem liczb reprezentujących odległości między wysokościami dźwięków w półtonach.

**Definicja 12. Względna wysokość dźwięku**

Funkcja  $s_t: S \rightarrow S_t$  przypisuje dźwiękowi  $s \in S$  względną wysokość dźwięku  $s_t \in S_t$ .

**2.1.2. Funkcja harmoniczna**

Funkcja harmoniczna opisuje budowę i rolę akordu. Funkcja reprezentowana jest przez cztery interwały oraz stopień gamy stanowiący podstawę funkcji. Jeśli znana jest tonacja utworu, a więc znane są też względne wysokości dźwięków na poszczególnych stopniach gamy, można wyznaczyć względną wysokość dźwięku dla podstawy funkcji. Następnie dodając do niej niezależnie kolejne interwały przypisane do funkcji otrzymuje się zbiór względnych wysokości dźwięku nazywany składowymi funkcji harmonicznej.

Niech  $R = \{I, II, III, IV, V, VI, VIobn, VII\}$  oznacza zbiór stopni gamy, a  $I = \{1, 1<, 2>, 2, 3>, 3, 4, 4<, 5>, 5, 6>, 6, 6<, 7, 7<, 8\}$  oznacza zbiór interwałów.

**Definicja 13. Funkcja harmoniczna**

Funkcja harmoniczna jest dwójką  $f = (r, F_i)$ , gdzie:

- $r \in R$  jest stopniem gamy stanowiącym podstawę funkcji
- $F_i$  jest czteroelementowym zbiorem interwałów z  $I$

Niech  $F_n = \{T, S, S^6, S^{6-5}, {}^{\circ}S, {}^{\circ}S^6, {}^{\circ}S^{6>-5}, {}^{+}S, D, D^{64}, D^7, {}^{\circ}D, T_{IV}, T_{IVobn}\}$  oznacza zbiór nazw funkcji harmoniczných,  $F$  będzie skończonym zbiorem funkcji harmoniczných, a  $T$  będzie skończonym zbiorem tonacji  $T$ .

#### **Definicja 14. Nazwa funkcji harmonicznej**

Funkcja  $f_n: F \times T \rightarrow F_n$  przypisuje funkcji harmonicznej  $f \in F$  nazwę  $f_n$  zależną od tonacji  $t \in T$ .

Niech  $S_i = \{0, 1, \dots, 11\}$  będzie zbiorem liczb reprezentujących odległości między wysokościami dźwięków w półtonach,  $F_i$  będzie zbiorem czteroelementowym podzbiorów zbioru  $S_i$  reprezentujących względne wysokości dźwięków,  $F$  będzie skończonym zbiorem funkcji harmoniczných w postaci  $f = (r, F_i)$ , a  $T$  będzie skończonym zbiorem tonacji  $T$ .

#### **Definicja 15. Względne składowe funkcji harmonicznej**

Funkcja  $f_i: F \times T \rightarrow F_i$  określa względne składowe funkcji harmonicznej przypisując każdemu interwałowi  $i \in F_i$  funkcji  $f$  względną wysokość dźwięku ze zbioru  $f_i$  należącego do  $F_i$  zależną od tonacji  $t \in T$ .

### **2.1.3. Grafowa reprezentacja akordu**

Akord w muzyce składa się ze współbrzmiących dźwięków, których kolejność odpowiada kolejności głosów w utworze zaczynając od głosu najwyższego. Harmonia funkcyjna rozpatruje tylko te akordy, których czas wystąpienia, mierzony od chwili rozpoczęcia się utworu, jest podzielny przez czas trwania mianownika metrum utworu. Akord jest reprezentowany przez atrybutowany i etykietowany graf skierowany, w którym każdy wierzchołek posiada atrybut określający dźwięk oraz etykietę która jest nazwą tego dźwięku.

Niech  $td(s)$  będzie czasem trwania dźwięku  $s$ ,  $ta(s)$  będzie czasem wystąpienia dźwięku  $s$  mierzonym od chwili rozpoczęcia się utworu.

**Definicja 16. Współbrzmienie**

Dwa dźwięki  $s_1$  oraz  $s_2$  są współbrzmiające gdy  $ta(s_1) \leq ta(s_2) \leq ta(s_1) + td(s_1)$  lub  $ta(s_2) \leq ta(s_1) \leq ta(s_2) + td(s_2)$ .

Niech  $S_n$  będzie skończonym zbiorem nazw dźwięków, a zbiór atrybutów  $A$  zawiera jeden element „dźwięk”. Niech  $S$  będzie zbiorem wartości atrybutu „dźwięk”.

**Definicja 17. Graf akordu**

Graf reprezentujący akord jest atrybutowanym i etykietowanym grafem skierowanym  $G_A = (G = (V, E, lb), atr)$  nad  $S_n$  i  $A$ , póteulerowskim, gdzie  $\forall v \in V$  dla którego:

- $lb(v) = s_n \in S_n$
- $atr(v) = \text{"dźwięk"}$
- wartością atrybutu „dźwięk” dla  $v$  jest  $s \in S$ , takie, że  $s_n^{-1}(lb(v)) = s$  gdzie  $s_n$  jest funkcją przypisującą nazwę dźwięku do dźwięku
- $deg_{in}(v), deg_{out}(v) \leq 1$

Liczba wierzchołków grafu odpowiada ilości głosów w utworze.

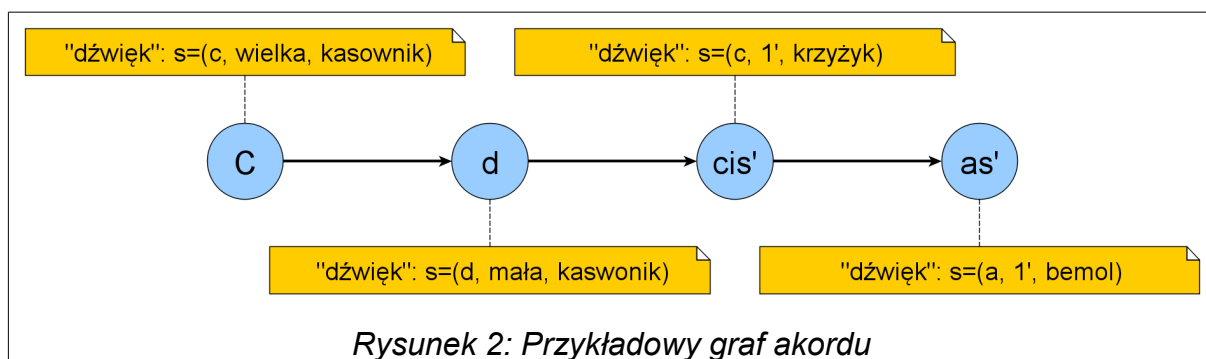
Niech  $S_t = \{0, 1, \dots, 11\}$  będzie zbiorem liczb reprezentujących odległości między wysokościami dźwięków w półtonach,  $A_t$  - zbiorem czteroelementowych podzbiorów zbioru  $S_t$ , a  $V_A$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu akordu  $G_A$ .

**Definicja 18. Względne składowe akordu**

Funkcja  $at: V_A \rightarrow A_t$  określa względne składowe akordu przypisując każdemu wierzchołkowi  $v \in V_A$  względną wysokość dźwięku  $a_t \in A_t$ .



Rysunek 2 przedstawia graf akordu reprezentujący akord składający się z dźwięków  $C$ ,  $d$ ,  $cis'$ ,  $as'$ . Wartością atrybutu „dźwięk” dla wierzchołka o etykiecie  $C$  jest dźwięk  $s=(c, wielka, kasownik)$ , wartością atrybutu „dźwięk” dla wierzchołka o etykiecie  $d$  jest dźwięk  $s=(d, mała, kasownik)$ , wartością atrybutu „dźwięk” dla wierzchołka o etykiecie  $cis'$  jest dźwięk  $s=(c, 1', krzyżyk)$ , wartością atrybutu „dźwięk” dla wierzchołka o etykiecie  $as'$  jest dźwięk  $s=(a, 1', bemol)$ .



#### 2.1.4. Grafowa reprezentacja utworu

Utwór poddawany analizie harmoniczej jest reprezentowany przez hierarchiczny, atrybutowany i etykietowany graf skierowany. W jego wierzchołkach zagnieżdżone są grafy akordów odpowiadające akordom w utworze. Każdy wierzchołek grafu utworu posiada:

- atrybut o nazwie „funkcja” reprezentujący przypisaną do akordu funkcję harmoniczną
- atrybut o nazwie „przewrót” reprezentujący numer przewrotu akordu.
- etykietę opisującą położenie akordu w utworze

Graf ten opisuje całkowitą strukturę utworu z wyłączeniem tonacji oraz metrum. Na jego podstawie można wnioskować o poprawnej budowie utworu.

Niech  $\Theta$  będzie skończonym zbiorem taktów w utworze. Niech ciąg  $\{\theta_i\}, i=1, \dots, n$  gdzie  $\theta_i \in \Theta_i$ , reprezentuje skończonym ciąg taktów w utworze.

Niech  $\mu$  będzie licznikiem metrum utworu.

### **Definicja 19. Pozycja w utworze**

Pozycja w utworze jest dwójką  $\pi = (i, j)$  gdzie:

- $i$  jest indeksem taktu w ciągu  $\{\Theta_i\}$
- $j, 1 \leq j \leq \mu$  jest indeksem pozycji w takcie

Niech  $RG_A$  oznacza rodzinę grafów akordów. Niech zbiór etykiet  $\Sigma$  będzie skończonym zbiorem pozycji w utworze. Niech zbiór atrybutów  $A = \text{"funkcja", "przewrót"}$ . Niech  $D_f$  (skończony zbiór funkcji harmoniczych) będzie zbiorem wartości atrybutu "funkcja", a  $D_r = \{0, I, II, III\}$  – zbiorem wartości atrybutu "przewrót".

### **Definicja 20. Graf utworu**

Graf reprezentujący utwór jest atryutowanym, hierarchicznym grafem skierowanym  $G_U = (G_a, ch)$  nad  $\Sigma$  i  $A$ , póteulerowskim, gdzie:

- $G_a = (G = (V, E, lb), atr)$  jest atryutowanym i etykietowanym grafem skierowanym, takim, że:
  - $\forall v \in V, lb(v) = (i, j)$  reprezentującą pozycję akordu w utworze
  - $\forall v \in V, atr(v) = A$
  - wartością atrybutu "funkcja" dla  $v$  jest  $f \in D_f$  określające funkcję harmoniczną przypisaną do akordu
  - wartością atrybutu "przewrót" dla  $v$  jest  $r \in D_r$  określające funkcję harmoniczną przypisaną do akordu
- $\forall v \in V, v: deg_{in}(v) \leq 1, deg_{out}(v) \leq 1$

Liczba wierzchołków grafu odpowiada  $k-1$ , gdzie:  $k = \bar{\Theta} * \mu$ ,  $\bar{\Theta}$  to skończony zbiór taktów w utworze,  $\mu$  to licznik metrum utworu.

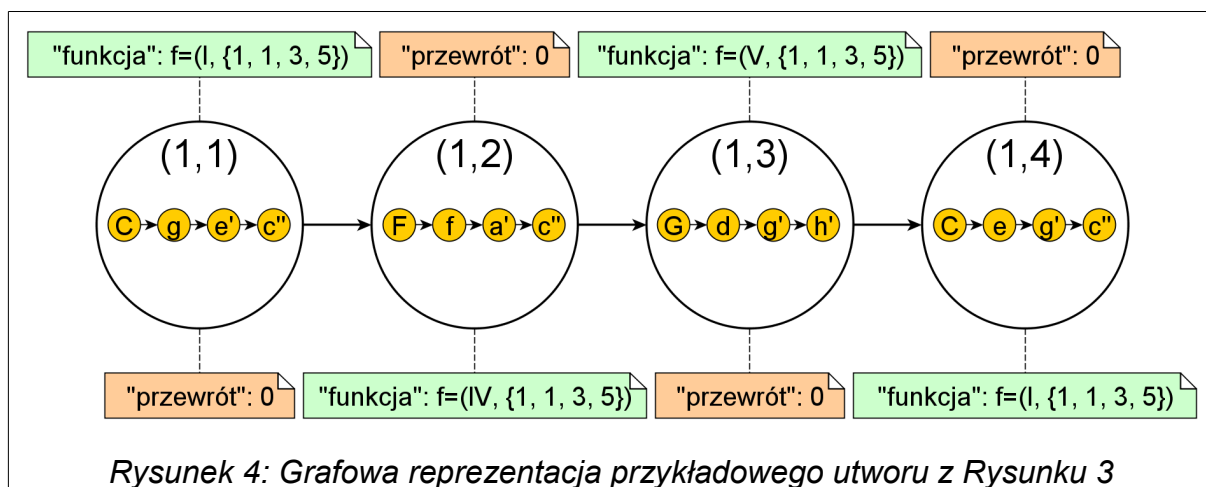
Rysunek 3 przedstawia zapis (za pomocą notacji muzycznej) krótkiego, jedno taktowego, przykładowego utworu w tonacji *C-dur* i metrum *4/4*, złożonego z czterech akordów o przypisanych kolejno funkcjach i pozycjach w utworze: tonika na pozycji (1,1), subdominanta na pozycji (1,2), dominanta na pozycji (1,3) oraz tonika na pozycji (1,4).



Rysunek 4 przedstawia grafową reprezentację utworu opisanego na rysunku 3. Utwór ma ustaloną tonację  $t$ . Graf reprezentujący utwór składa się z czterech etykietowanych wierzchołków. Każdy wierzchołek posiada dwa atrybuty. Wartość atrybutu "funkcja" dla:

- wierzchołka o etykiecie (1,1) jest równa  $f=(I,\{1,1,3,5\})$ , dla której  $fn(f,t)=T$
- dla wierzchołka o etykiecie (1,2) jest równa  $f=(IV,\{1,1,3,5\})$ , dla której  $fn(f,t)=S$
- dla wierzchołka o etykiecie (1,3) jest równa  $f=(V,\{1,1,3,5\})$ , dla której  $fn(f,t)=D$
- wierzchołka o etykiecie (1,4) jest równa  $f=(I,\{1,1,3,5\})$ , dla której  $fn(f,t)=T$

Atrybut "przewrót" dla wszystkich wierzchołków ma wartość 0. W każdym wierzchołku jest zagnieżdżony graf akordu reprezentujący akord na danej pozycji w utworze.



## 2.2. Graf dopuszczalnych następstw funkcji harmoniczych

W tym podrozdziale omówiony jest graf wykorzystywany do analizy harmoniczej utworu. Kolejność następowania po sobie funkcji harmoniczych w utworze jest ściśle ustalona i wynika z przebiegu napięć muzycznych. Na podstawie podręcznika do harmonii muzyki [1] zebrałem zbiór zasad dotyczących możliwej kolejności funkcji harmoniczych w utworze. Podczas jego analizy zauważyłem, że:

- poszczególne reguły mogą dotyczyć wymuszenia kolejności dla więcej niż dwóch następujących po sobie funkcji
- istnieją funkcje dla których możliwy jest wybór więcej niż jednego następnika
- istnieją funkcje dla których możliwy jest wybór więcej niż jednego poprzednika

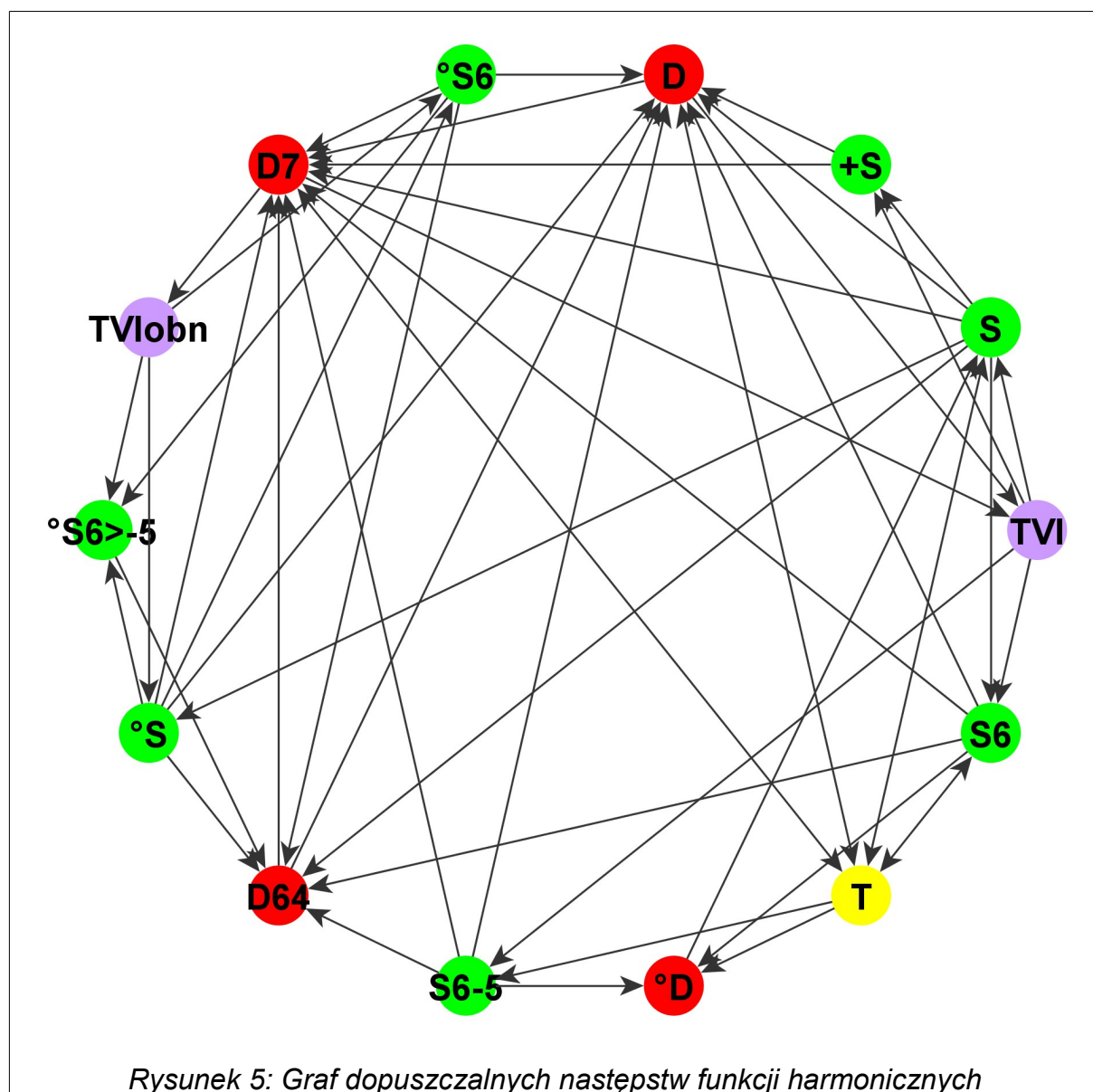
Dlatego postanowiłem przedstawić reguły decydujące o następstwach funkcji w postaci etykietowanego grafu skierowanego, którego wierzchołki reprezentują funkcje harmoniczne, a krawędzie dozwolone ich następstwa w utworze.

Niech  $\Sigma = \{T, S, S^6, S^{6-5}, {}^{\circ}S, {}^{\circ}S^6, {}^{\circ}S^{6>-5}, {}^{+}S, D, D^{64}, D^7, {}^{\circ}D, T_{IV}, T_{IVobn}\}$  będzie zbiorem etykiet reprezentujących nazwy funkcji harmoniczych.

**Definicja 21. Graf dopuszczalnych następstw funkcji harmonicznych**

Graf reprezentujący dopuszczalne następstwa funkcji harmonicznych jest etykietowanym grafem skierowanym  $G_F=(V, E, lb)$  zdefiniowanym nad  $\Sigma$ .

Rysunek 5 przedstawia graf dopuszczalnych następstw funkcji harmonicznych. Każdy wierzchołek grafu jest opisany za pomocą etykiety reprezentującej nazwę funkcji harmonicznej. Wierzchołki zostały pokolorowane wg reprezentowanych przez nie typów funkcji harmonicznych.



Aby sprawdzić, czy graf  $G_F=(V, E, lb)$  spełnia podstawowe prawo harmonii funkcyjnej o przechodzeniu wszystkich odniesień odśrodkowych w dośrodkowe

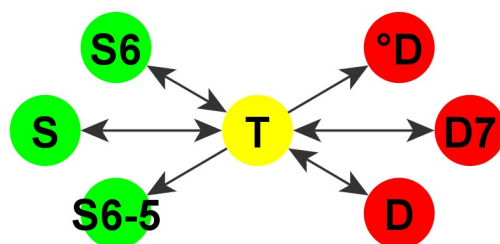
można zastosować algorytm przeszukiwania grafu wszerz (ang. Breadth-first search, w skrócie BFS)[9]. Zaczynając przeszukiwanie grafu  $G_F$  algorytmem BFS od wierzchołka  $v_T \in V$  o etykiecie T można wyznaczyć drzewo przeszukiwania wszerz  $ST_T$  (drzewo rozpinające) o korzeniu w  $v_T$ . Jeśli zbiór wierzchołków drzewa  $ST_T$  jest równy zbiorowi  $V$ , to  $\forall v_n \in V \setminus \{v_T\}$  istnieje co najmniej jedna droga łącząca  $v_T$  z  $v_n$ , a graf  $G_F$  jest spójny. Następnie dla  $\forall v_n \in V \setminus \{v_T\}$  stosując algorytm BFS od wierzchołka  $v_n$  można wyznaczyć drzewo przeszukiwania wszerz  $ST_n$  o korzeniu w  $v_n$ . Jeśli dla  $\forall v_n \in V \setminus \{v_T\}$  w zbiorze wierzchołków drzewa  $ST_n$  występuje  $v_T$ , to  $\forall v_n \in V \setminus \{v_T\}$  istnieje co najmniej jedna droga łącząca  $v_n$  z  $v_T$ . Podstawowe prawo harmonii funkcyjnej jest spełnione jeśli  $\forall v_n \in V \setminus \{v_T\}$  istnieje cykl o początku i końcu w  $v_T$ , przechodzący przez  $v_n$ .

W kolejnych podrozdziałach zostaną opisane szczegółowo cztery podgrafy grafu dopuszczalnych następstw funkcji harmoniczych. Każdy podgraf opisuje możliwe następniki kolejnych typów funkcji: toniki, subdominanty, dominanty, toniki szóstego stopnia.

### 2.2.1. Wierzchołek reprezentujący funkcje toniki

Tonika (T) jest najważniejszą funkcją harmoniczną. "Funkcję toniki spełnia akord, słyszany jako ten, który może zakończy utwór muzyczny lub jego fragment. Tonika jest więc funkcją, na której następuje rozwiązanie napięć harmoniczych" [1]. Dlatego tonika zawsze kończy utwór. Tonika może też rozpocząć utwór i dać początek większości odniesień odśrodkowych.

Rysunek 6 przedstawia podgraf grafu dozwolonych następstw funkcji harmoniczych, zawierający wszystkie wierzchołki incydentne dla wierzchołka o etykiecie T. Graf na rysunku reprezentuje wszystkie możliwe następniki funkcji toniki. Oznacza to, że od wierzchołka z etykietą T prowadzą krawędzie do wierzchołków o etykietach D, D<sup>7</sup>, °D oraz S, S<sup>6</sup>, S<sup>6-5</sup> – tonika zaczyna wszystkie podstawowe odniesienia odśrodkowe



*Rysunek 6: Podgraf grafu dozwolonych następstw funkcji harmoniczych, zawierający wierzchołki incydentne dla wierzchołka o etykiecie T*

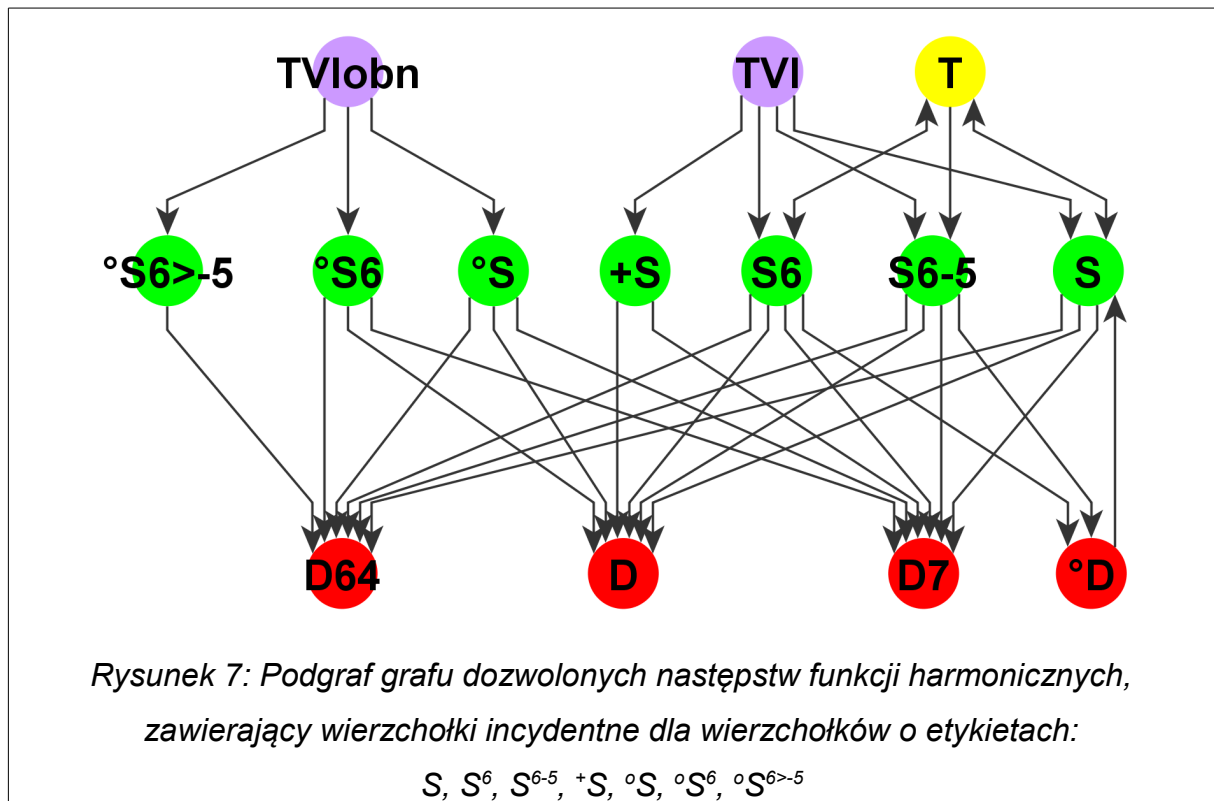
### 2.2.2. Wierzchołki reprezentujące funkcje typu subdominanty

Funkcje typu subdominanty występują w trzech podstawowych formach: subdominanta (D), subdominanta z sekstą ( $D^6$ ) oraz subdominanta z sekstą zamiast kwinty ( $D^{6-5}$ ). W tonacjach durowych dodatkowo mogą wystąpić formy: subdominanta molowa ( $^{\circ}D$ ), subdominanta molowa z sekstą ( $^{\circ}D^6$ ) oraz subdominanta molowa z obniżoną sekstą zamiast kwinty ( $^{\circ}D^{6>5}$ ). W tonacjach molowych może wystąpić forma subdominanty durowej ( $^{+}S$ ). “Funkcję subdominanty spełnia akord, w którym wyczuwamy dążność do oddalania się od toniki” [1], dlatego funkcja subdominanty zwykle występuje po tonice lub tonice szóstego stopnia, a jej typowym następnikiem jest dominanta.

Rysunek 7 przedstawia podgraf grafu dozwolonych następstw funkcji harmoniczych, zawierający wierzchołki incydentne dla wierzchołków o etykietach: S,  $S^6$ ,  $S^{6-5}$ ,  $^{+}S$ ,  $^{\circ}S$ ,  $^{\circ}S^6$ ,  $^{\circ}S^{6>5}$ . Graf na rysunku reprezentuje możliwe następniki wszystkich form funkcji subdominanty. Oznacza to, że:

- tylko do wierzchołków o etykietach S i  $S^6$  prowadzą krawędzie do wierzchołka T – tylko te dwie formy subdominanty tworzą odniesienia dośrodkowe
- od każdego wierzchołka reprezentującego dowolną formę subdominanty (etykiety S,  $S^6$ ,  $S^{6-5}$ ,  $^{+}S$ ,  $^{\circ}S$ ,  $^{\circ}S^6$ ,  $^{\circ}S^{6>5}$ ) prowadzi co najmniej jedna krawędź do wierzchołków które mają etykiety D,  $D^{64}$ ,  $D^7$  oraz  $^{\circ}D$  (czyli wierzchołków reprezentujących wszystkie formy dominanty)
- od każdego wierzchołka reprezentującego podstawową lub molową formę subdominanty prowadzi krawędź do wierzchołka  $D^{64}$

- od każdego wierzchołków o etykietach  $S$ ,  $S^6$ ,  $S^{6-5}$ ,  $+S$ ,  $^{\circ}S$  i  $^{\circ}S^6$  prowadzą krawędzie do wierzchołków  $D$  oraz  $D^7$
- tylko od wierzchołków o etykietach  $S^6$  i  $S^{6-5}$  prowadzą krawędzie do wierzchołka  $^{\circ}D$



### 2.2.3. Wierzchołki reprezentujące funkcje typu dominanty

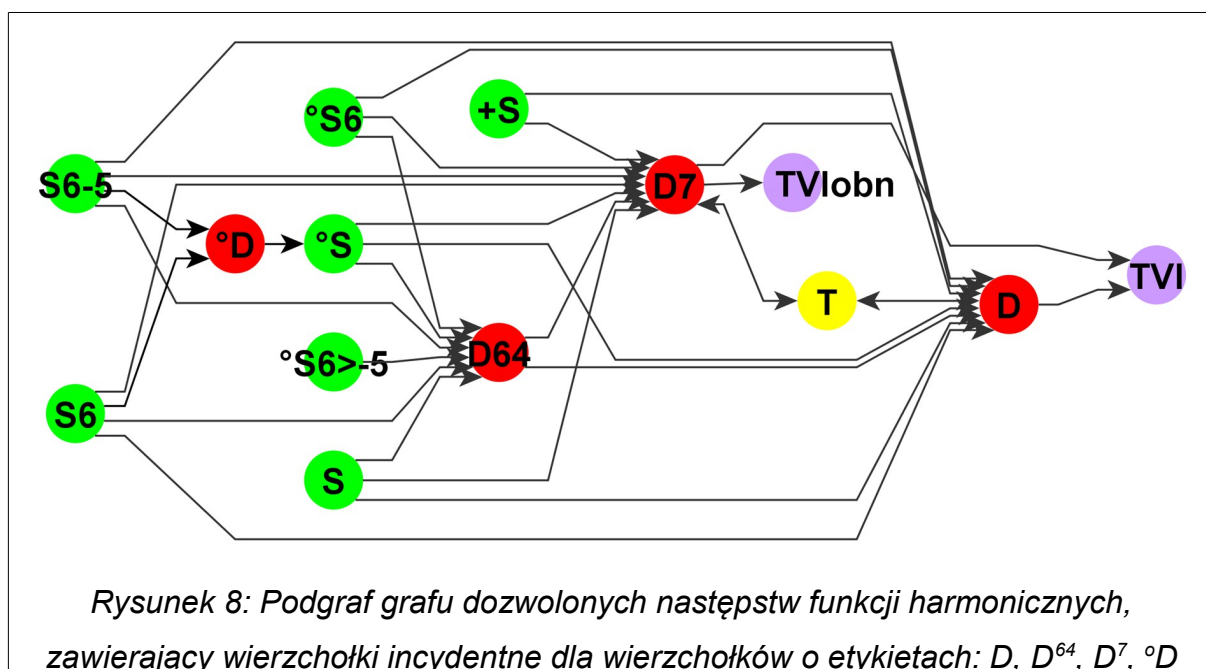
Funkcje typu dominanty mogą wystąpić w kilku formach. Podstawowymi formami dominanty są: dominanta ( $D$ ), dominanta septymowa ( $D^7$ ) oraz dominanta kwartsektowa ( $D^{64}$ ). W gamach durowych dodatkowo może wystąpić forma dominanty molowej ( $^{\circ}D$ ). Dominanta i dominanta septymowa rozpoczynają odniesienia dośrodkowe, dlatego po tych formach dominanty zwykle występuje tonika. Dominanta septymowa może nastąpić po dominancie, ale odwrotna kolejność ich wystąpień jest zabroniona [1]. Dominanta kwartsektowa nie pełni roli odniesienia dośrodkowego.

Rysunek 8 przedstawia podgraf grafu dozwolonych następstw funkcji harmoniczych, zawierający wierzchołki incydentne dla wierzchołków o etykietach:  $D$ ,



$D^{64}$ ,  $D^7$ ,  $^{\circ}D$ . Graf na rysunku ilustruje możliwe następniki wszystkich form funkcji dominanty:

- tylko od wierzchołka o etykiecie  $^{\circ}D$  prowadzi krawędź do wierzchołka S – jest to zwrot charakterystyczny, liberalizujący zasadę, zakazującą następowania funkcji subdominanty po dominancie [1]
- od wierzchołka o etykiecie  $D^{64}$  prowadzą krawędzie do wierzchołka D oraz  $D^7$
- od wierzchołka o etykiecie D prowadzi krawędź do wierzchołka  $D^7$
- tylko od wierzchołków o etykietach D i  $D^7$  prowadzą krawędzie do wierzchołka T – tylko dominanta i dominanta septymowa tworzą odniesienia dośrodkowe
- tylko od wierzchołków o etykietach D i  $D^7$  prowadzą krawędzie do wierzchołka  $T_{VI}$  – dominanta i dominanta septymowa mogą zostać rozwiązane zwodniczo (w sposób zaskakujący dla słuchacza) na tonikę szóstego stopnia
- tylko od wierzchołka o etykiecie  $D^7$  prowadzi krawędź do wierzchołka  $T_{Vlobn}$  – tylko dominanta septymowa może zostać rozwiązana zwodniczo na tonikę obniżonego szóstego stopnia

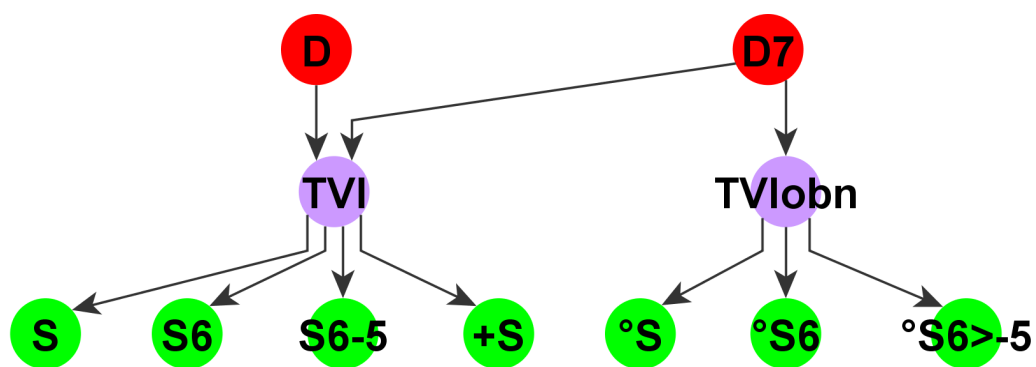


#### 2.2.4. Wierzchołki reprezentujące funkcję typu toniki szóstego stopnia

Funkcje typu toniki szóstego występują w dwóch formach. Tonika szóstego stopnia ( $T_{VI}$ ) to funkcja oparta na szóstym stopniu gamy. Następuje ona po dominancie lub dominancie septymowej. Tonika obniżonego szóstego stopnia ( $^{\circ}T_{Vlobn}$ ) to funkcja oparta na obniżonym o pół tonu szóstym stopniu gamy. Następuje ona po dominancie septymowej. Rozwiązanie dominanty na dowolną formę toniki szóstego stopnia nazywamy zwodniczym. Jest ono jednym z charakterystycznych (niespodziewanych dla słuchacza) zwrotów harmoniczych, gdzie odniesienie dośrodkowe zostaje osłabione. Do wyznaczenia krawędzi wychodzących z wierzchołków reprezentujących toniki szóstego stopnia została użyta następująca reguła: "Po rozwiązaniu zwodniczym: D - TVI następuje z zasady subdominanta w dowolnej postaci: jako trójdźwięk, akord z sekstą bez kwinty lub dorzuconą sekstą; po  $^{\circ}TVI_{obn}$  w tonacji durowej musi nastąpić jakaś forma subdominanty molowej" [1].

Rysunek 9 przedstawia podgraf grafu dozwolonych następstw funkcji harmoniczych, zawierający wierzchołki incydentne dla wierzchołków o etykietach:  $T_{VI}$ ,  $T_{Vlobn}$ . Graf na rysunku reprezentuje możliwe następniki wszystkich form funkcji toniki szóstego stopnia:

- tylko do wierzchołków reprezentujących molowe formy subdominanty (etykiety  $^{\circ}S$ ,  $^{\circ}S^6$ ,  $^{\circ}S^{6>-5}$ ) prowadzą krawędzie od wierzchołka  $T_{Vlobn}$  – wystąpienie w utworze toniki obniżonego szóstego stopnia zawsze wymusza następnik w postaci którejś z form subdominanty molowej
- tylko do wierzchołków reprezentujących wszystkie niemolowe formy subdominanty (etykiety  $S$ ,  $S^6$ ,  $S^{6-5}$ ,  $^+S$ ) prowadzą krawędzie od wierzchołka  $T_{VI}$  – po tonice szóstego stopnia zawsze występuje podstawowa lub molowa forma subdominanty



Rysunek 9: Podgraf grafu dozwolonych następstw funkcji harmoniczych, zawierający wierzchołki incydentne dla wierzchołków o etykietach:  $T$ ,  $T_{Vlobn}$

### 3. Analiza harmoniczna

Problemy na których skupia się analiza harmoniczna utworu można odwzorować na problemy dotyczące badania budowy grafu reprezentującego utwór. Rozdział ten opisuje algorytm analizy harmonicznej oraz, wykorzystywany przez niego, zbiór reguł dotyczących budowy grafu utworu. Reguły są podane w sposób opisowy lub formalny. Jednym z celów omówienia zbioru reguł jest zbadanie, czy dokonywane przez algorytm wnioskowanie o budowie grafu utworu jest poprawne.

Wybrane zasady harmonii funkcyjnej, wykorzystywane przy analizie, tworzą zbiór reguł  $Z$ , w którym można wyróżnić podzbiory:

- $Z_A \subset Z$  dotyczący poprawnej budowy akordu
- $Z_{A \rightarrow F} \subset Z$  dotyczący poprawnego przypisania funkcji do akordu
- $Z_{AA} \subset Z$  dotyczący poprawnego połączenia pary akordów
- $Z_F \subset Z$  dotyczący poprawnego wystąpienia funkcji w utworze
- $Z_{F \rightarrow} \subset Z$  dotyczący poprawnego ciągu następstw funkcji.

$$Z_A \cup Z_{A \rightarrow F} \cup Z_{AA} \cup Z_F \cup Z_{F \rightarrow} = Z \quad \text{oraz} \quad Z_A \cap Z_{A \rightarrow F} \cap Z_{AA} \cap Z_F \cap Z_{F \rightarrow} = \emptyset.$$

Zbiór reguł  $Z$  stanowi kanon harmonii funkcyjnej. Złamanie którejkolwiek reguły z tego zbioru jest traktowane jako poważny błąd. Niespełnienie przez utwór przy najmniej jednej reguły jest czynnikiem wystarczającym do odrzucenia poprawności zrealizowanej harmonizacji, natomiast spełnienie wszystkich reguł jest warunkiem wystarczającym do stwierdzenia poprawności kompozycji.

Analiza poprawności zharmonizowanego utworu zaczyna się od sprawdzenia jego podstawowych elementów. W kolejnych krokach analizy badane są coraz bardziej ogólne zależności między tymi elementami. Kierunek ten wybrany został przeze mnie nieprzypadkowo. Nauka harmonii wg podręcznika J. Targosza [1] rozpoczyna się od poprawnego budowania składu akordu, a dopiero w dalszej kolejności skupia się na przypisywaniu akordom funkcji harmonicznym, kończąc na

poznaniu dozwolonych następstw tych funkcji. Wszystkie elementy zbioru zasad zostały ułożone w kolejności odwzorowującej poziom ich szczegółowości. Im bardziej zasada skupia się na szczegółowej budowie utworu tym wcześniej występuje ona w kolejce.

### **3.1. Algorytm analizy harmonicznej**

Utwór poddany analizie harmonicznej powinien być jednoznacznie uznany za poprawnie skomponowany lub niepoprawnie skomponowany na podstawie tego, czy spełnia on wszystkie zasady harmonii. Algorytm analizy powinien wskazać miejsca błędnie zharmonizowane w utworze, tak by kompozytor mógł je poprawić bez samodzielnego poszukiwania miejsca ich wystąpienia.

Algorytm badający poprawność zharmonizowania utworu można przedstawić w następujących krokach:

1. wybierz pierwszą regułę  $z$  ze zbioru zasad  $Z$
2. sprawdź czy graf utworu  $G_U$  spełnia wybraną regułę  $z$ 
  - 2.1. jeśli podczas sprawdzania, czy graf utworu  $G_U$  spełnia regułę  $z$  znaleziono błędy dopisz je do wynikowej listy błędów
3. wybierz kolejną regułę  $z$  ze zbioru reguł  $Z$ 
  - 3.1. jeśli sprawdzone zostały wszystkie reguły ze zbioru reguł  $Z$  przejdź do kroku 4.
  - 3.2. w przeciwnym wypadku przejdź do kroku 2.
4. zakończ algorytm
  - 4.1. jeśli wynikowa lista błędów nie jest pusta wypisz ją
  - 4.2. w przeciwnym wypadku wypisz, że nie znaleziono błędów

Wynikiem algorytmu jest lista znalezionych podczas analizy błędów. Jeśli wynikowa lista jest pusta oznacza to, że analizowany utwór jest poprawnie zbudowany, w przeciwnym przypadku utwór ma niepoprawną budowę i jest źle

skomponowany. Nie spełnienie pojedynczej reguły nie kończy działania algorytmu.

## 3.2. Wnioskowanie o poprawności akordu

Harmonia funkcyjna narzuca zasady dotyczące prawidłowej budowy akordu w zharmonizowanym utworze. W tym podrozdziale opisane są trzy reguły, z podzbioru reguł dotyczących poprawnej budowy akordu  $Z_A$ . Sprawdzenie, czy reguły te są spełnione wymaga przeanalizowania budowy grafów akordów zagnieżdżonych w wierzchołkach grafu utworu. W trakcie przeszukiwania grafu utworu  $G_U$  w głąb (ang. Depth-first search, w skrócie DFS) [9], zaczynając od wierzchołka  $v$  o stopniu wejściowym 0, dla każdego napotkanego wierzchołka  $w$  w grafu  $G_U$  sprawdzamy czy zagnieżdżony w nim graf akordu  $G_U$  spełnia wszystkie warunki ze zbioru  $Z_A$ .

### 3.2.1. Faktura czterogłosowa

Pierwszą regułą dotyczącą prawidłowej budowy akordu jest spełnienie nakazu faktury czterogłosowej. Wszystkie akordy w utworze muszą być czterodźwiękami, czyli na ich współbrzmienie powinny składać się cztery dźwięki w czterech różnych głosach.

Niech  $V_A$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu akordu  $G_A$ .

#### **Warunek 1. ( $w_1$ ) Akord jest czterodźwiękiem**

Graf akordu  $G_A$  spełnia warunek  $w_1$  jeśli  $|V_A|=4$ .

Rysunek 10 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmonicznego dla komponowanego utworu. Akord na pozycji  $\pi=(1,2)$ , otoczony czerwoną elipsą ze strzałką, nie jest czterodźwiękiem – składa się z trzech nut o wysokości dźwięków  $c^2$ ,  $a^1$  oraz  $f$ . W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmonicznego, opis błędu o niespełnianiu przez ten akord warunku  $w_1$ .

▲ Znalezione błędy:

- takt: 1, pozycja: 2
- Akord nie jest czterodźwiękiem.
- Akord nie ma przypisanej funkcji harmonicznej.

Rysunek 10: Drugi akord nie jest czterodźwiękiem

### 3.2.2. Zakaz krzyżowania się głosów

Kolejną regułą dotyczącą prawidłowej budowy akordu jest zakaz krzyżowania się głosów. W żadnym akordzie w utworze nie może nastąpić krzyżowanie się głosów. Krzyżowanie głosów występuje, gdy pomiędzy dwoma współbrzmiącymi dźwiękami, dźwięk z niższego głosu ma wyższą wysokość niż dźwięk z głosu wyższego.

Niech  $V_A$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu akordu  $G_A$ , .  
 Niech  $S_9 = \{0, 1, \dots, 77\}$  będzie zbiorem liczb reprezentujących odległości między wysokościami dźwięków w półtonach.

**Warunek 2. ( $w_2$ ) W akordzie nie może wystąpić krzyżowanie się głosów**

Graf akordu  $G_A$  spełnia warunek  $w_2$  jeśli podczas przeszukiwania  $G_A$  w głąb (DFS), zaczynając od wierzchołka  $v$  o stopniu wejściowym 0, dla każdego napotkanego wierzchołka  $v_1$  i dla każdego wierzchołka  $v_2$  do którego prowadzi krawędź od  $v_1$  prawdziwa jest nierówność  $sp(\text{"dźwięk"}(v_1)) \geq sp(\text{"dźwięk"}(v_2))$ , gdzie  $sp(s)$  jest funkcją przypisującą dźwiękowi  $s \in S$  bezwzględną wysokość dźwięku  $s_p \in S_p$ .

Rysunek 11 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmonicznej dla

komponowanego utworu. W akordzie na pozycji  $\pi = (1,3)$ , występuje krzyżowanie się głosów pierwszego (laski nut do góry) i drugiego (laski nut do dołu). Nuty, których dotyczy krzyżowanie się głosu, zostały otoczona czerwoną elipsą ze strzałką. Nuta z laską do góry o wysokości dźwięku  $g^1$  znajduje się poniżej nuty z laską do dołu o wysokości dźwięku  $h^1$ . W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmonicznego, opis błędu o niespełnianiu przez akord na pozycji  $\pi = (1,3)$  warunku  $w_2$ .

**^ Znaleziono błędy:**

• takt: 1, pozycja: 3

Niedozwolone krzyżowanie głosów.

• takt: 1, pozycja: 4



T  
1
S  
1
D  
1
?

**Rysunek 11: W trzecim akordzie występuje krzyżowanie się głosów**

### 3.2.3. Skale głosów

Każdy głos w fakturze czterogłosowej ma ustalony dozwolony zakres wysokości dźwięków nazywaną skalą głosu. Są to przedziały zamknięte zdefiniowane następująco: dla pierwszego głosu (sopranu) pomiędzy “c1”, a “a2”; dla drugiego głosu (altu) pomiędzy “f”, a “c2”; dla trzeciego głosu (tenoru) pomiędzy “c”, a “a1”; dla czwartego głosu pomiędzy “E”, a “c1”. Dla każdego akordu w utworze wszystkie jego składowe dźwięki muszą mieścić się w skalach swoich głosów.

Niech  $V_A$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu akordu  $G_A$ . Niech  $S_p = \{0, 1, \dots, 77\}$  będzie zbiorem liczb reprezentujących odległości między wysokościami dźwięków w półtonach.

**Warunek 3. ( $w_3$ ) Wszystkie dźwięki akordu mieszczą się w skalach**



### **odpowiadających im głosów**

Graf akordu  $G_A$  spełnia warunek  $w_3$  jeśli podczas przeszukiwania  $G_A$  w głąb (DFS), zaczynając od wierzchołka  $v_1$  o stopniu wejściowym 0, dla:

- pierwszego napotkanego wierzchołka  $v_1 \in V_A$  jest prawdziwa nierówność  $48 \leq sp("dźwięk"(v_1)) \leq 69$
- drugiego napotkanego wierzchołka  $v_2 \in V_A$  jest prawdziwa nierówność  $43 \leq sp("dźwięk"(v_2)) \leq 60$
- trzeciego napotkanego wierzchołka  $v_3 \in V_A$  jest prawdziwa nierówność  $36 \leq sp("dźwięk"(v_3)) \leq 57$
- czwartego napotkanego wierzchołka  $v_4 \in V_A$  jest prawdziwa nierówność  $28 \leq sp("dźwięk"(v_3)) \leq 48$

gdzie  $sp(s)$  jest funkcją przypisującą dźwiękowi  $s \in S$  bezwzględną wysokość dźwięku  $s_p \in S_p, s_p \in \mathbb{N}$ .

Rysunek 12 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmonicznej dla komponowanego utworu. W akordzie na pozycji  $\pi=(1,2)$  wysokość dźwięku równa  $c^3$  dla nuty w pierwszym głosie, zaznaczonej elipsą ze strzałką, jest większa niż dozwolona maksymalna wysokość dźwięków w tym głosie wynosząca  $a^2$ . W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmonicznej, opis błędu o niespełnianiu przez akord na pozycji  $\pi=(1,2)$  warunku  $w_3$ .

**^ Znalezione błędy:**

- takt: 1, pozycja: 2

Dźwięk [c] wykracza poza skalę 1. głosu.

- takt: 1, pozycja: 3
- takt: 1, pozycja: 4

Rysunek 12: Dźwięk w pierwszym głosie drugiego akordu wykracza poza skalę swojego głosu

### 3.3. Wnioskowanie o poprawności przypisania funkcji

Kolejny podzbiór reguł dotyczy prawidłowego przypisania funkcji harmoniczej do akordu  $Z_{A \rightarrow F}$ . Przypisanie polega na podpisaniu akordu nazwą funkcji oraz przewrotu. W podrozdziale opisane są dwie reguły, z których każda bada własności wierzchołków grafu utworu podczas przeszukiwania w głąb (DFS). Reguły te są spełnione jeśli każdy wierzchołek grafu utworu spełnia warunki ze zbioru  $Z_{A \rightarrow F}$ .

#### 3.3.1. Przypisanie funkcji

Pierwszą regułą w tym podziorze jest obowiązkowe przypisanie funkcji harmoniczej do każdego akordu w utworze.

Niech  $V_U$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ , a  $F$  będzie skończonym zbiorem funkcji harmoniczych.

**Warunek 4. ( $w_4$ ) Akord ma przypisaną funkcję harmoniczną**

Wierzchołek  $v \in V_U$  spełnia warunek  $w_4$  jeśli "funkcja"( $v$ ) =  $f$ , gdzie  $f \in F$ .

Rysunek 13 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmonicznej dla komponowanego utworu. Akord na pozycji  $\pi=(1,2)$  nie ma przypisanej funkcji harmonicznej (symbol ? oznaczający brak przypisania funkcji do akordu został otoczony czerwoną elipsą ze strzałką). W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmonicznej, opis błędu o niespełnianiu przez akord na pozycji  $\pi=(1,2)$  warunku  $w_4$ .

**^ Znaleziono błędy:**

- takt: 1, pozycja: 2
  - Akord nie ma przypisanej funkcji harmonicznej.
- takt: 1, pozycja: 3
- takt: 1, pozycja: 4

T  
1

?

?

?

*Rysunek 13: Drugi akord nie ma przypisanej funkcji harmonicznej*

### 3.3.2. Prawidłowe przypisanie funkcji

Drugą regułą w tym podzbiorze jest wymaganie prawidłowego przypisania funkcji do akordu, tak by zbiór względnych wysokości współbrzmiących dźwięków akordu odpowiadał zbiorowi względnych wysokości dźwięków składowych funkcji harmonicznej w danej tonacji utworu.

Niech  $V_U$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ . Niech  $T$  będzie skończonym zbiorem tonacji utworu. Niech  $S_t = \{0, 1, \dots, 11\}$  będzie zbiorem liczb reprezentujących odległości między wysokościami dźwięków w półtonach,  $F_t$  – zbiorem czteroelementowym podzbiorów zbioru  $S_t$  reprezentujących względne wysokości dźwięków,  $A_t$  – zbiorem czteroelementowych podzbiorów zbioru  $S_t$

**Warunek 5. ( $w_5$ ) Funkcja harmoniczna jest prawidłowo przypisana do akordu**

Wierzchołek  $v \in V_U$  spełnia warunek  $w_5$  jeśli prawdziwa jest równość  $f_t = a_t$ , gdzie:

- $f_t \in F_t$  jest zbiorem względnych składowych funkcji harmonicznej  $f = \text{"funkcja"}(v)$  przypisanych jej funkcją  $ft$  ( $ft(f, t) = f_t$  gdzie  $t \in T$ )
- $a_t \in A_t$  jest zbiorem względnych składowych grafu akordu  $G_A$  zagnieżdżonego w wierzchołku  $v$  przypisanych temu wierzchołkowi funkcją  $at$  ( $at(v) = a_t$ ).

Rysunek 14 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmonicznej dla komponowanego utworu. Akord na pozycji  $\pi = (1, 3)$ , otoczony czerwoną elipsą ze strzałką, ma nieprawidłowo przypisaną funkcję harmoniczną. Składa się on z dźwięków o względnych wysokościach  $h, e, f, d$ . Przypisana mu funkcja dominanta, dla tonacji komponowanego utworu (C-dur), może pasować tylko do akordu którego składowe dźwięki mają względne wysokości:  $g, g, h, d$ . W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmonicznej, opis błędu o niespełnianiu przez ten akord warunku  $w_5$ .

**^ Znalezione błędy:**

- takt: 1, pozycja: 3

Składowe akordu [h, e, f, d] nie pasują do przypisanej funkcji harmonicznej [g, g, h, d].

takt: 1, pozycja: 4

**Rysunek 14: Trzeci akord ma nieprawidłowo przypisaną funkcję harmoniczną**

### 3.4. Wnioskowanie o poprawności połączeń akordów

Harmonia funkcyjna precyzuje, bardzo szczegółowo, możliwe sposoby łączenia dwóch następujących po sobie akordów. Zdecydowaną większość z nich można wyprowadzić ze zbioru podstawowych zakazów, których bezwzględnie nie wolno łamać podczas harmonizacji. W tym podrozdziale został opisany kolejny podzbiór reguł harmonii funkcyjnej dotyczący poprawnego połączenia pary akordów  $Z_{AA}$ .

Niech  $V_U$  jest skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ . Sprawdzenie, czy pary akordów są poprawnie połączone wymaga przeszukania grafu  $G_U$  w głąb (DFS), zaczynając od wierzchołka  $v$  o stopniu wejściowym 0. Reguły dotyczące poprawnego połączenia pary akordów są spełnione jeśli każda krawędź drzewa rozpinającego postaci  $(v_x, v_y)$  spełnia wszystkie warunki ze zbioru  $Z_{AA}$ .

#### 3.4.1. Zakaz równoległych oktav

W harmonii funkcyjnej niedozwolone jest prowadzenie głosów w równoległych oktavach. Reguła ta nie jest spełniona jeśli w parze sąsiadujących ze sobą akordów:

- w pierwszym z nich, między jego dwoma głosami występuje interwał oktawy oraz
- w drugim akordzie między dwoma tymi samymi głosami również występuje interwał oktawy.

Niech  $V_U$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ . Niech  $\Delta = \{1, 2, 3, 4\}$  opisuje zbiór nazw głosów w utworze, a  $RG_A$  będzie rodziną grafów akordów. Niech  $\gamma_8: RG_A \rightarrow 2^{\Delta \times \Delta}$  będzie funkcją przypisującą grafowi akordu  $G_A$  zbiór par nazw głosów między którymi występuje w tym grafie interwał oktawy.

**Warunek 6. ( $w_6$ ) Dla pary akordów niedozwolone są równoległe oktawy**

Krawędź  $(v_x, v_y)$  spełnia warunek  $w_6$  jeśli  $\nexists p \in 2^{A \times A}$  takie, że  $p \in \mathcal{Y}_8(G_{Ax})$  i  $p \in \mathcal{Y}_8(G_{Ay})$ , gdzie:

- $G_{Ax}$  jest grafem akordu zagnieżdżonym w wierzchołku  $v_x \in V_U$
- $G_{Ay}$  jest grafem akordu zagnieżdżonym w wierzchołku  $v_y \in V_U$

Rysunek 15 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmonicznego dla komponowanego utworu. Między akordami na pozycjach  $\pi_1=(1,1)$  i  $\pi_2=(1,2)$  występuje równoległe prowadzenie głosów w interwale oktawy. Zostało ono zaznaczone dwiema czerwonymi strzałkami między głosami drugim i czwartym. W czerwonej ramce znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmonicznego, opis błędu o niespełnieniu przez ten akord warunku  $w_6$ .

**^ Znalezione błędy:**

- takt: 1, pozycja: 2

Niedozwolone prowadzenie głosów w równoległych oktavach.

• takt: 1, pozycja: 3

• takt: 1, pozycja: 4

T<sub>1</sub>      S<sub>1</sub>      ?      ?

*Rysunek 15: Między pierwszym a drugim akordem występują równoległe oktawy*

### 3.4.2. Zakaz równoległych kwint

Kolejna reguła dotycząca połączeń między akordami jest bardzo podobna do poprzedniej, dotyczy jednak wystąpienia równoległych interwałów kwinty. Reguła ta nie jest spełniona jeśli w parze sąsiadujących ze sobą akordów:

- w pierwszym z nich, między jego dwoma głosami występuje interwał kwinty
- oraz

- w drugim akordzie między dwoma tymi samymi głosami również występuje interwał kwinty.

Niech  $V_U$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ . Niech  $\Delta = \{1, 2, 3, 4\}$  opisuje zbiór nazw głosów w utworze,  $RG_A$  będzie rodziną grafów akordów. Niech  $\gamma_5: RG_A \rightarrow 2^{\Delta \times \Delta}$  będzie funkcją przypisującą grafowi akordu  $G_A$  zbiór par nazw głosów między którymi występuje w tym grafie interwał kwinty.

**Warunek 7. ( $w_7$ ) Dla pary akordów niedozwolone są równoległe kwinty**

Krawędź  $(v_x, v_y)$  spełnia warunek  $w_7$  jeśli  $\nexists p \in 2^{\Delta \times \Delta}$  takie, że  $p \in \gamma_5(G_{Ax})$  i  $p \in \gamma_5(G_{Ay})$ , gdzie:

- $G_{Ax}$  jest grafem akordu zagnieżdżonym w wierzchołku  $v_x \in V_U$
- $G_{Ay}$  jest grafem akordu zagnieżdżonym w wierzchołku  $v_y \in V_U$

Rysunek 16 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmoniczej dla komponowanego utworu. Między akordami na pozycjach  $\pi_1 = (1, 1)$  i  $\pi_2 = (1, 2)$  występuje równoległe prowadzenie głosów w interwale kwinty. Zostało ono zaznaczone dwiema czerwonymi strzałkami między głosami trzecim i czwartym. W czerwonej ramce znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmoniczej, opis błędu o niespełnieniu przez ten akord warunku  $w_7$ .

**^ Znalezione błędy:**

takt: 1, pozycja: 2  

Niedozwolone prowadzenie  
głosów w równoległych  
kwintach.

takt: 1, pozycja: 3  
 takt: 1, pozycja: 4

T                      D                      ?                      ?  
 1                      1

*Rysunek 16: Między pierwszym a drugim akordem występują równoległe kwinty*

## 3.5. Wnioskowanie o poprawności wystąpień funkcji

W tym podrozdziale opisany jest zbiór  $Z_F$  dotyczący poprawnego wystąpienia funkcji w utworze. Istnieją trzy podstawowe reguły, które określają, czy akord z przypisaną funkcją może wystąpić na danej pozycji w utworze. Reguły te są spełnione jeśli wszystkie wierzchołki grafu znalezione podczas przeszukiwania grafu utworu  $G_U$  w głąb (zaczynając od wierzchołka  $v$  o stopniu wejściowym 0) spełniają warunki ze zbioru  $Z_F$ .

### 3.5.1. Akord przejściowy

Akord w drugim przewrocie pełni rolę akordu przejściowego. Akordy przejściowe nie mogą występować na słabych częściach taktu. Mocną częścią taktu jest pierwsza pozycja w takcie.

Niech  $V_U$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ .  
 Niech  $A_r = \{0, I, II, III\}$  będzie zbiorem przewrotów akordów.

**Warunek 8. ( $w_8$ ) Akord w drugim przewrocie nie może wystąpić na mocnej części taktu**

Wierzchołek  $v_U \in V_U$  spełnia warunek  $w_8$  jeśli:



- dla przewrotu akordu  $a_r = \text{"przewrót"}(v_U)$  prawdziwa jest nierówność  $a_r \neq \Pi$

*lub*

- dla przewrotu akordu  $a_r = \text{"przewrót"}(v_U)$  prawdziwa jest równość  $a_r = \Pi$  oraz dla pozycji w utworze  $\pi = (i, j)$  będącej etykietą wierzchołka  $v_U$  prawdziwa jest nierówność  $i_\mu \neq 1$

Rysunek 17 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmonicznego utworu. Akord na pozycji  $\pi = (1, 1)$ , zaznaczony czerwoną elipsą ze strzałką, jest podpisany symbolem  $\begin{smallmatrix} T \\ 5 \end{smallmatrix}$  jak akord w drugim przewrocie. Nie spełnia on warunku  $w_8$ , ponieważ znajduje się na mocnej części taktu (czyli jest na pierwszej pozycji w takcie). W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmonicznego, opis błędu.

**^ Znalezione błędy:**

- takt: 1, pozycja: 1

Akord w drugim przewrocie pełni rolę akordu pomocniczego, dlatego nie może on wystąpić na mocnej części taktu.

- takt: 1, pozycja: 2
- takt: 1, pozycja: 3
- takt: 1, pozycja: 4

*Rysunek 17: Akord w drugim przewrocie nie może wystąpić na mocnej części taktu*

### 3.5.2. Zakończenie na tonice

Tonika jest funkcją na której następuje rozwiązanie napięć harmoniczných. Dlatego utwór zawsze powinien kończyć się na tonice.

Niech  $V_U$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ . Niech  $\Theta$  będzie skończonym zbiorem taktów w utworze, a  $\mu$  będzie licznikiem metrum utworu. Niech  $T$  będzie nazwą funkcji harmoniczej reprezentującą tonikę.

**Warunek 9. ( $w_9$ ) Ostatni akord w utworze ma przypisaną funkcję toniki**

Wierzchołek  $v_U \in V_U$  spełnia warunek  $w_{12}$  jeśli:

- dla etykiety wierzchołka  $v_U$  prawdziwa jest nierówność  $lb(v) \neq (\bar{\Theta}, \mu)$
- dla etykiety wierzchołka  $v_U$  prawdziwa jest równość  $lb(v) = (\bar{\Theta}, \mu)$  oraz prawdziwa jest równość  $fn("funkcja"(v_U)) = T$ , gdzie  $fn(f)$  jest funkcją przypisującą nazwę funkcji harmoniczej  $f$ .

Rysunek 18 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmoniczej dla komponowanego utworu. Akord na pozycji  $\pi = (1, 4)$ , zaznaczony czerwoną elipsą ze strzałką, będący ostatnim akordem w utworze pełni funkcję dominanty. Nie spełnia on warunku  $w_9$ , ponieważ nie pełni on funkcji toniki. W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmoniczej, opis błędu.

**^ Znalezione błędy:**

• takt: 1, pozycja: 4

Utwór nie kończy się na tonice.

T  
1

S  
1

S  
3

D  
1

**Rysunek 18: Ostatni akord w utworze nie pełni funkcji toniki**

### 3.6. Wnioskowanie o poprawności następstw funkcji

Najważniejszym podzbiorem reguł harmonii funkcyjnej jest zbiór reguł dotyczących poprawnego ciągu następstw funkcji  $Z_{F \rightarrow}$ . Wystąpienie w utworze odpowiedniej kolejności funkcji harmoniczných buduje odczuwany przez słuchacza przebieg napięć muzycznych. Każdy przebieg powinien być rozładowany, stanowiąc zakończenie utworu lub jego części. Następstwo funkcji harmoniczných jest ściśle określone, ponieważ zastosowanie nieodpowiedniej ich kolejności powoduje niepożądany, źle brzmiący dla słuchacza, obiór napięć muzycznych. Burzy to spójność utworu i może powodować, że utwór może zostać potraktowany przez słuchacza jako chaotyczny [1].

Niech  $V_U$  jest skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ . Sprawdzenie, czy występuje poprawny ciąg następstw funkcji wymaga przeszukania grafu  $G_U$  w głąb (DFS), zaczynając od wierzchołka  $v$  o stopniu wejściowym 0. Reguły dotyczące poprawnego połączenia pary akordów są spełnione jeśli każda krawędź drzewa rozpinającego postaci  $(v_x, v_y)$  spełnia wszystkie warunki ze zbioru  $Z_{F \rightarrow}$ .

#### 3.6.1. Powtórzenie nuty w melodii

Jeżeli w melodii nuta powtarza się (nie zmienia się wysokość dźwięku) powinna nastąpić zmiana funkcji harmoniczných lub zmiana przewrotu akordu. Oznacza to, że jeśli dwa sąsiadujące ze sobą akordy w głosie najwyższym mają ten sam dźwięk, akordy nie mogą pełnić tej samej funkcji harmoniczných lub nie mogą być w tym samym przewrocie.

Niech  $V_U$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ .

**Warunek 10. ( $w_{10}$ )** *Jeśli w melodii występuje powtórzenie dźwięku para sąsiadujących akordów nie może być w tym samym przewrocie lub nie może mieć przypisanej tej samej funkcji harmoniczných*

Krawędź  $(v_x, v_y)$  spełnia warunek  $w_{10}$  jeśli:

- prawdziwa jest nierówność  $sp(s_x) \neq sp(s_y)$ , gdzie  $s_x = \text{"dźwięk"}(v_{Ax})$  jest

dźwiękiem dla wierzchołka  $v_{Ax}$  ( $\deg_{in}(v_{Ax})=0$ ), a  $s_y = \text{"dźwięk"}(v_{Ay})$  jest dźwiękiem dla wierzchołka  $v_{Ay}$  ( $\deg_{in}(v_{Ay})=0$ )

lub

- prawdziwa jest równość  $sp(s_x)=sp(s_y)$ , oraz prawdziwa jest nierówność  $\text{"przewrót"}(v_x) \neq \text{"przewrót"}(v_y)$

lub

- prawdziwa jest równość  $sp(s_x)=sp(s_y)$  oraz prawdziwa jest nierówność  $\text{"funkcja"}(v_x) \neq \text{"funkcja"}(v_y)$

Rysunek 19 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmonicznej dla komponowanego utworu. Dla akordów na pozycjach  $\pi_1=(1,1)$  oraz  $\pi_2=(1,2)$  dźwięki w melodii oraz podpisane funkcje harmoniczne, nie zmieniają się. Drugi akord w utworze nie spełnia warunku  $w_9$ , ponieważ nie nastąpiła z nim zmiana funkcji harmonicznej. W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmonicznej, opis błędu.

**^ Znalezione błędy:**

- takt: 1, pozycja: 2
- Niedozwolone prowadzenie głosów w równoległych oktawach.
- Nie nastąpiła zmiana funkcji harmonicznej dla powtarzającej się nuty w melodii.



**Rysunek 19: Przy powtarzającej się nucie w melodii nie nastąpiła zmiana funkcji harmonicznej**

### 3.6.2. Odniesienia odśrodkowe przechodzą w dośrodkowe

Ostania reguła realizuje aksjomat harmonii funkcyjnej o przechodzeniu wszystkich odniesień odśrodkowych w dośrodkowe. Jest to najważniejsza reguła harmonii funkcyjnej. Do sprawdzenia, czy utwór spełnia tą regułę wykorzystywany jest graf dozwolonych następstw funkcji harmoniczych  $G_F$ .

Niech  $V_U$  będzie skończonym zbiorem wierzchołków grafu utworu  $G_U$ .  
Niech  $G_F = (V_F, E_F, lb_F)$  opisuje graf dozwolonych następstw funkcji harmoniczych.

**Warunek 11. ( $w_{11}$ ) Uporządkowana para różnych funkcji harmoniczych przypisanych do sąsiadujących akordów musi występować w grafie dozwolonych następstw funkcji harmoniczych jako para incydentnych wierzchołków**

Krawędź  $(v_x, v_y)$  w grafie  $G_U$  spełnia warunek  $w_{11}$  jeśli:

- prawdziwa jest równość "funkcja"( $v_x$ )="funkcja"( $v_y$ )  
lub
- prawdziwa jest nierówność "funkcja"( $v_x$ ) $\neq$ "funkcja"( $v_y$ ) oraz  
 $\exists e = (v_{Fx}, v_{Fy}), e \in E_F$  dla której prawdziwe są równości  
 $lb(v_{Fx}) = fn("funkcja"(v_x))$  i  $lb(v_{Fy}) = fn("funkcja"(v_y))$  gdzie  $fn(f)$  jest funkcją przypisującą nazwę funkcji harmoniczej  $f$ .

Rysunek 20 przedstawia fragment interfejsu użytkownika programu do nauki harmonii muzyki po przeprowadzeniu przez niego analizy harmoniczej dla komponowanego utworu. Dla przypisanych funkcji harmoniczych, połączonych czerwoną strzałką, do akordów na pozycjach  $\pi_1 = (1,2)$  oraz  $\pi_2 = (1,3)$  występuje niedozwolone ich następstwo. Po dominancie nie może wystąpić subdominanta. W czerwonej ramce ze strzałką znajduje się prawidłowo wygenerowany, przez algorytm analizy harmoniczej, opis błędu.

**^ Znalezione błędy:**

• takt: **1**, pozycja: **3**

Nieprawidłowe następstwo  
akordów, oczekiwano  
następujących funkcji:

- tonika
- tonika szóstego stopnia
- dominanta septymowa

1

T<sub>1</sub> D<sub>1</sub> S<sub>1</sub> T<sub>1</sub>

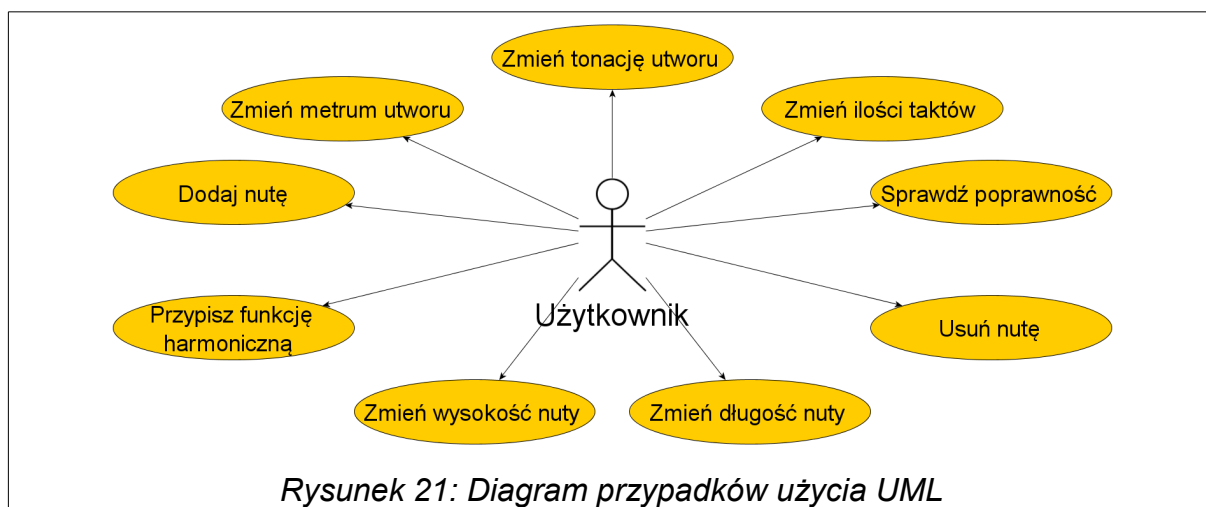
*Rysunek 20: Nieprawidłowe następstwo funkcji harmoniczych*

## 4. Program do nauki kompozycji

Ostatnim etapem pracy było napisanie programu, który będzie pomagał w nauce zasad harmonii funkcyjnej poprzez zautomatyzowanie analizy harmonicznej. Stworzona przeze mnie aplikacja zawiera wszystkie omówione w pracy reprezentacje grafowe oraz algorytm analizy harmonicznej. W kodzie programu grafy skierowane przedstawiłem za pomocą list sąsiedztwa lub tablic obiektów, jeśli reprezentację grafową można było zdegenerować do listy.

### 4.1. Diagram przypadków użycia

Przypadki użycia dla aplikacji przedstawiłem za pomocą diagramu zaprojektowanego przy użyciu języka UML. Rysunek 21 przedstawia diagram przypadków użycia, w którym aktorem jest użytkownik aplikacji.



Typowym scenariuszem użycia programu jest wybranie przez użytkownika w menu aplikacji tonacji, metrum i ilości taktów dla komponowanego utworu. Następnie zapisanie przez niego utworu poprzez umieszczanie, usuwanie i modyfikowanie nut w edytorze graficznym. W kolejnym kroku użytkownik przypisuje funkcje harmoniczne w edytorze graficznym. W ostatnim kroku użytkownik wykorzystuje aplikację do sprawdzenia poprawności jego kompozycji. Jeśli jest niepoprawna, użytkownik powraca do dodawania, usuwania i modyfikowania nut. W przeciwnym przypadku scenariusz kończy się.

## **4.2. Wymagania projektowe**

Przed przystąpieniem do pisania kodu programu wybrałem trzy podstawowe wymagania projektowe, które zadecydowały o wyborze technologii i wyglądzie zewnętrznym aplikacji.

Pierwszym postawionym przeze mnie wymaganiem projektowym było dopasowanie aplikacji do istniejącego sposobu nauczania harmonii funkcyjnej. Aplikacja powinna pozwalać na samodzielne rozwiązywanie zadań z podręcznika do harmonii funkcyjnej. Powinna też, bez udziału nauczyciela, weryfikować poprawność rozwiązywanych zadań oraz wskazywać ewentualne miejsca wystąpienia w nich błędów.

Drugim wymaganiem, jakie chciałem zawrzeć w pracy, było przygotowanie programu w formie umożliwiającej jego udostępnianie poprzez przeglądarkę internetową. Mając na uwadze, unikalność projektu i wąską grupę docelową, uznałem, że właśnie ta forma będzie w przyszłości najlepszym sposobem dostępu do tego typu aplikacji. Obecnie coraz więcej oprogramowania jest dostarczane on-line. Aplikacje działające w przeglądarce WWW są prostsze w utrzymaniu i dystrybucji. Wybór ten był też dla mnie okazją do jeszcze głębszego zapoznania się z technologiami WWW.

Ostatnim wymaganiem, które potraktowałem jako wyzwanie programistyczne, było stworzenie interfejsu użytkownika umożliwiającego zapisanie utworu w formie notacji muzycznej. Muzycy, podczas komponowania i nauki harmonii posługują się notacją muzyczną, dlatego naturalnym i koniecznym warunkiem dla interfejsu użytkownika w aplikacji było, udostępnienie graficznego edytora notacji nutowej umożliwiającego wprowadzanie i poprawianie treści utworu. Dodatkowo edytor ten powinien spełnić specyficzne wymagania takie jak możliwość przypisywania funkcji harmonicznego do akordu.

## **4.3. Budowa aplikacji**

Kod programu jest zorientowany obiektowo i napisany w języku skryptowym JavaScript wykonywanym w przeglądarce internetowej. Pliku „index.html” zawiera



interfejs użytkownika oraz linki do modułów. Dodatkowo do źródła programu załączone są pliki graficzne i style CSS.

#### 4.3.1. Interfejs użytkownika

Interfejs użytkownika składa się z panelu zakładek. Na pierwszej z nich znajduje się graficzny edytor notacji muzycznej. Edytor został stworzony od podstaw, ponieważ w wybranej technologii nie istnieją jeszcze podobne rozwiązania. Na drugiej znajduje się spis zaimplementowanych zasad harmonii funkcyjnej. W trzeciej zakładce została umieszczona pomoc. W ostatniej, czwartej zakładce znajduje się krótki opis programu.

Do rysowania symboli graficznych w edytorze notacji muzycznej wykorzystałem technologię Canvas dostępną w nowoczesnych przeglądarkach WWW. Udostępnia ona interfejs programistyczny (API) pozwalający między innymi na definiowanie dwuwymiarowych kształtów. Definiowanie polega na dodawaniu do obiektu Canvas wierzchołków krzywych wraz z atrybutami takimi jak kolor linii, kolor wypełnienia oraz grubość linii. Położenie wierzchołka określa punkt w dwuwymiarowym układzie współrzędnych, którego jednostkami są piksele. Obiekt Canvas jest umieszczony w strukturze DOM w oknie przeglądarki internetowej i jest przedstawiany poprzez automatycznie wygenerowaną bitmapę. Każda zmiana zawartości obiektu Canvas wymaga ponownego dodania do niego definicji kształtów i wygenerowania jego bitmapy. Jest to operacja bardzo szybka, ponieważ w nowoczesnych przeglądarkach WWW generowanie bitmapy może zostać oddelegowane do procesora graficznego.

#### 4.3.2. Moduły

Aby aplikacja była skalowalna i prostsza w zarządzaniu wydzielono w niej niezależne moduły. Każdy moduł umieszczono w osobnym pliku z rozszerzeniem „.js”. Moduły tworzą w kodzie aplikacji przestrzenie nazw. Wykorzystują one wzorzec projektowy modułu [6], który pozwala na wykorzystanie wzorca fasady [7]. Dzięki temu moduły komunikują się między sobą za pośrednictwem swoich interfejsów i ukrywają szczegóły implementacyjne.

Rdzeniem aplikacji jest biblioteka posiadająca interfejs programistyczny aplikacji

oraz jej konfigurację. Dodatkowo zawiera ona zestaw autorskich funkcji rozszerzających język JavaScript o możliwość porównywania i klonowania obiektów. Rdzeń udostępnia też podstawowe klasy reprezentujące listę oraz graf skierowany. Kolejnym modulem aplikacji jest samodzielna biblioteka zawierająca klasy reprezentujące elementy utworu takie jak: wysokość dźwięku, czas trwania dźwięku, interwał, akord, tonacja, metrum i funkcja harmoniczna. Najważniejszym modulem aplikacji jest biblioteka składająca się z obiektów implementujących grafy utworu i zasad harmonii funkcyjnej. Zawiera ona też algorytm analizy harmonicznej. Modulem odpowiedzialnym za rysowanie symboli w edytorze notacji muzycznej jest biblioteka klas reprezentujących nuty, pauzy, klucze, metrum oraz pięciolinie wraz z taktami. Ostatnim modulem aplikacji jest biblioteka zawierająca definicje ścieżek SVG dla symboli notacji muzycznej oraz metody pozwalające na odwzorowanie tych ścieżek na obiekcie Canvas.

#### 4.3.3. Wykorzystane zewnętrzne biblioteki

W aplikacji wykorzystane zostały dwie zewnętrzne biblioteki napisane w języku JavaScript oraz czcionkę Gonville w postaci ścieżek SVG. Wszystkie oparte są na licencji MIT oraz GNU General Public License (GPL) Version 2.

Pierwszą z nich jest KineticJS (<http://www.kineticjs.com/>), która pełni rolę adaptera do interfejsu Canvas w przeglądarce WWW. Umożliwia ona między innymi śledzenie zdarzeń kursora myszy nad narysowanymi kształtami w obiekcie Canvas oraz przesuwanie (tzw. drag&drop) kształtów wewnątrz obiektu Canvas. Wykorzystałem ją do obsługi kliknięć na narysowanych symbolach w edytorze nutowym, a także do przesuwania w pionie symboli nut.

Drugą użytą biblioteką jest jQuery (<http://www.jquery.com>). Biblioteka ta jest bardzo obszerna i służy między innymi do manipulowania obiektami DOM w przeglądarce WWW. Została ona wykorzystana do narysowania i animowania interfejsu użytkownika opartego na zakładkach.

Do zdefiniowania kształtów symboli notacji muzycznej w edytorze użyto czcionki Gonville (<http://www.chiark.greenend.org.uk/~sgtatham/gonville>) zapisanej w postaci ścieżek SVG.

#### 4.3.4. Wymagania

Do prawidłowego działania programu wymagane jest włączenie obsługi języka JavaScript w przeglądarce internetowej. Program został sprawdzony i przetestowany z następującymi przeglądarkami internetowymi obsługującymi technologię Canvas:

- Mozilla Firefox (ostatnia stabilna wersja);
- Google Chrome (ostatnia stabilna wersja);
- Internet Explorer (wersja 9 i nowsza).

### **4.4. Dokumentacja użytkowa**

Podrozdział opisuje sposób uruchomienia programu, użytkowania go oraz wymagania minimalne do działania aplikacji.

#### 4.4.1. Uruchomienie i menu aplikacji

Program uruchamiany jest poprzez wczytanie do przeglądarki internetowej pliku „index.html” z głównego katalogu zawierającego kod źródłowy aplikacji. Po załadowaniu treści w oknie przeglądarki program jest gotowy do użycia.

Główne menu programu stanowią cztery zakładki:

- Edytor – jest najważniejszą częścią aplikacji, umożliwiającą zapisanie utworu za pomocą notacji muzycznej, na tej zakładce znajduje się również przycisk „sprawdź”, który uruchamia automatyczną analizę harmoniczną
- Podstawowe zasady harmonii funkcyjnej – jest spisem użytych w programie reguł harmonii funkcyjnej, zawiera też ilustracje grafu możliwych następstw funkcji harmoniczych
- Pomoc – w tej zakładce znajduje się opis akcji i skrótów klawiaturowych używanych w edytorze
- O programie – treść zakładki stanowi opis kto jest autorem programu, na podstawie jakiego podręcznika został stworzony zbiór zasad harmonii funkcyjnej wykorzystywany przez program, jakie są wymagania minimalne do

działania aplikacji oraz z jakich bibliotek korzysta aplikacja

Rysunek 22 przedstawia główne menu programu złożone z czterech zakładek.



#### 4.4.2. Edytor notacji muzycznej

Edytor notacji muzycznej służy do tworzenia prostych kompozycji muzycznych. Notacja w utworze jest przystosowana do zasad harmonii funkcyjnej – czyli jest to czterogłos, na dwóch pięcioliniach, pierwsza z nich ma przypisany klucz wiolinowy, druga z nich ma przypisany klucz basowy. Pełny spis możliwych akcji do wykonania oraz skrótów klawiaturowych znajduje się na zakładce „Pomoc” menu głównego programu.

Na zakładce „Edytor” znajduje się pasek narzędzi oraz graficzny edytor notacji nutowej. Na pasku narzędzi znajdują się kolejno:

- przycisk „sprawdź” – wywołuje automatyczną analizę utworu
- przycisk „dodaj nutę” - dodaje nową nutę na pięciolinie, nuta dodawana jest do obecnie zaznaczonego głosu
- nazwa wybranej tonacji utworu
- przycisk „+” - zmienia tonację utworu na kolejną z koła kwintowego [2]
- przycisk „-” - zmienia tonację utworu na poprzednią z koła kwintowego [2]
- przycisk „( )” - zmienia tonację utworu na paralelną (zmienia tryb tonacji) [2]
- nazwa wybranego metrum
- przycisk „+” - zmienia metrum utworu na kolejne możliwe
- przycisk „-” - zmienia metrum utworu na poprzednie możliwe
- ilość taktów w utworze

- przycisk „+” - zwiększa ilość taktów
- przycisk „-” - zmniejsza ilość taktów

Rysunek 23 przedstawia pasek narzędzi. Na rysunku widać, że tonacją utworu jest tonacja *C-dur*, metrum utworu to *4/4*, a wybrana ilość taktów to jeden takt.

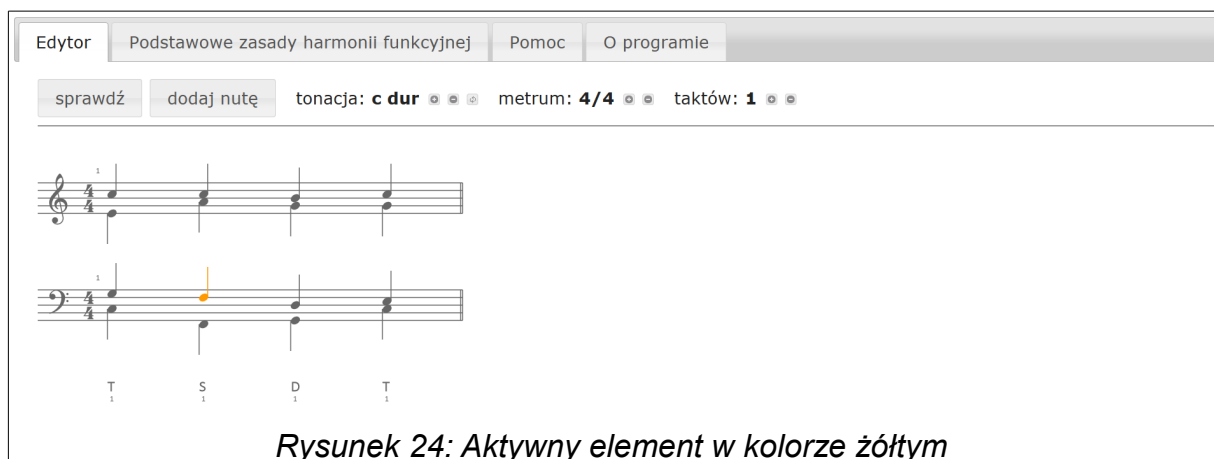


*Rysunek 23: Pasek narzędzi*

Edytor notacji muzycznej udostępnia następujące edytowalne symbole:

- klucze: wiolinowy, basowy
- metrum: 2/4, 3/4, 4/4
- znaki chromatyczne: kasownik, krzyżyk, podwójny krzyżyk, bemol, podwójny bemol
- nuty: cała nuta, półnuta, ćwierćnuta, ósemka, szesnastka
- pauzy: cało nutowa, półnutowa, ćwierćnutowa, ósemkowa, szesnastkowa

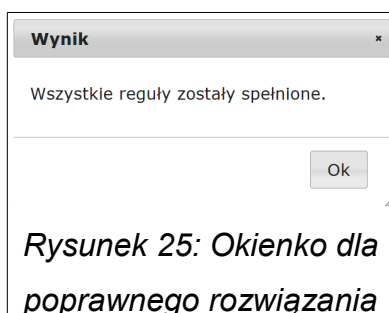
W edytorze notacji muzycznej symbole można edytować za pomocą skrótów klawiaturowych. Dodatkowo wysokości dźwięków można zmieniać przesuwając nuty w pionie za pomocą kursora myszki. Kursorem myszki można też wskazać aktywny element. Aktywny element ma kolor żółty. Dla niego odpalane są akcje podpięte pod skróty klawiaturowe. W edytorze może być wybrany tylko jeden aktywny element. Rysunek 24 przedstawia aktywny element w kolorze żółtym (2. nuta 3. głosu).



*Rysunek 24: Aktywny element w kolorze żółtym*

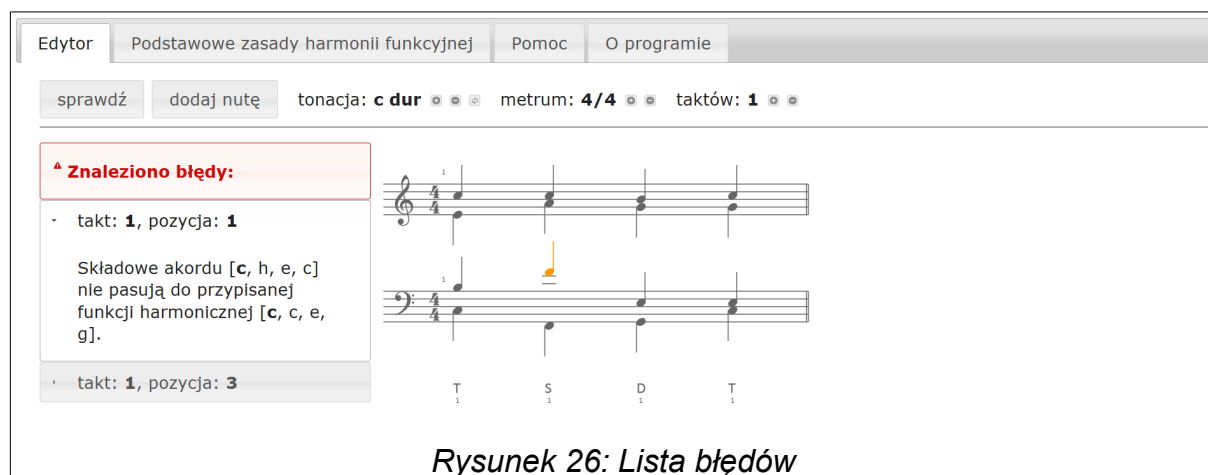
### 4.4.3. Analiza harmoniczna

Na zakładce „Edytor” w trakcie komponowania utworu można za pomocą przycisku „sprawdź” wywołać automatyczną analizę utworu. Analizę harmoniczną można powtarzać wielokrotnie. Jeśli podczas analizy nie znalezione zostaną żadne błędy w kompozycji program wyświetli okienko przedstawione na rysunku 25.



*Rysunek 25: Okienko dla poprawnego rozwiązania*

W przeciwnym wypadku edytor wyświetli w lewej kolumnie listę błędów zatytułowaną „Znaleziono błędy”. Przykładowa lista błędów została przedstawiona na rysunku 26.



*Rysunek 26: Lista błędów*

### 4.4.4. Wymagania

Do prawidłowego działania programu wymagane jest włączenie obsługi języka JavaScript w przeglądarce internetowej. Program został sprawdzony i przetestowany z następującymi przeglądarkami internetowymi obsługującymi technologię Canvas:

- Mozilla Firefox (ostatnia stabilna wersja);
- Google Chrome (ostatnia stabilna wersja);
- Internet Explorer (wersja 9 i nowsza).

## 5. Podsumowanie

Wynikiem mojej pracy jest poprawnie działająca aplikacja, której kod został oparty o grafową reprezentację zasad harmonii muzyki. Program spełnia wszystkie postawione wcześniej przed nim wymagania projektowe. Jest też pierwszym programem, który pomaga samodzielnie uczyć się podstaw kompozycji oraz wykorzystuje edytor notacji nutowej stworzony w języku JavaScript. Jego szkielet pozwala na dalszą rozbudowę oraz rozszerzenie jego treści merytorycznej. Przedstawione przykłady potwierdzają, że użyty w programie algorytm analizy działa poprawnie.

Aplikacja automatycznie analizuje komponowany utwór stosując reguły harmonii funkcyjnej. Reguły te zostały sformalizowane w postaci warunków, które muszą być spełnione przez graf utworu. Potwierdza to przypuszczenie, że muzykę można opisać językiem matematyki. Tworzenie kolejnych zbiorów reguł jest proste, dzięki czemu analizę utworu można rozszerzyć o inne dziedziny teorii muzyki. Grafowa reprezentacja umożliwia badanie budowy utworu na różnych poziomach dokładności. Jeśli reguła nie jest spełniona przez graf utworu nie przerywa to algorytmu analizy, dzięki czemu jednocześnie można sprawdzić wiele reguł dla wielu elementów utworu, nawet jeśli utwór nie jest jeszcze ukończony.

Analiza każdej z prezentowanych zasad harmonii funkcyjnej pozwala sądzić, że za pomocą grafu można przedstawić nawet bardzo skomplikowane elementy teorii muzyki. Dzięki algorytmowi analizy harmonicznego, który został użyty w programie komputerowym, można stwierdzić, czy badany utwór muzyczny ma prawidłową budowę z punktu widzenia harmonii muzyki. Prezentowane przeze mnie struktury mogą być wykorzystane również przy badaniu innych cech dzieła muzycznego, takich jak rytmika lub kontrapunkt.

Przedstawione w mojej pracy wyniki mogą być wstępem do stworzenia aplikacji traktującej w szerszym zakresie o zasadach harmonii muzyki funkcyjnej niż przeze mnie dotąd omówiony. W szczególności o specyficznych zasadach następowania funkcji harmonicznego zależnych od ułożenia akordu. W tym celu można rozszerzyć prezentowany graf następstw funkcji harmonicznego poprzez nadanie jego

krawędziom atrybutów zawierających szczegółowe reguły połączeń między wierzchołkami reprezentującymi funkcje harmoniczne.

Zaimplementowany zbiór zasad harmonii funkcyjnej można też rozszerzyć między innymi o reguły dotyczące występowania dźwięków obcych, akordów wtrąconych, stopni pobocznych oraz modulacji. W dalszej kolejności zbiór ten można by uogólnić do zbioru niezależnego od epoki muzycznej, dodając na przykład do niego zasady harmonii romantycznej, jazzowej i nowoczesnej.

Kolejnym przedsięwzięciem może być też rozwój edytora notacji muzycznej, aby wspierał on większą liczbę symboli graficznych i bardziej rozbudowaną fakturę. Jego interfejs można uprościć, a funkcjonalność rozszerzyć o odtwarzanie zapisanych dźwięków, zapisywanie i wczytywanie utworu oraz współdzielenie się kompozycjami z innymi użytkownikami programu.

Przetawiona praca była dla mnie okazją do połączenia dwóch teoretycznie odległych od siebie dziedzin, które na co dzień są mi bardzo bliskie. Jej wyniki zachęcają mnie do rozwiązywania kolejnych problemów związanych z analizą utworów muzycznych. Dodatkowo, w trakcie implementacji programu bardzo dobrze zapoznałem z technologią Canvas i językiem JavaScript.



## 6. Słownik terminów muzycznych

### I. Dźwięk

Wysokość dźwięku jest bezpośrednio powiązana z częstotliwością drgań powietrza, które odbiera ludzkie ucho. Im wyższa częstotliwość, tym wyższa wysokość dźwięku [2]. Słyszalny dźwięk składa się z szeregu harmonicznego, dlatego za wysokość dźwięku podaną za pomocą częstotliwości przyjmuje się pierwszą składową tego szeregu.

W muzyce europejskiej odległości między wysokościami dźwięków są skwantyfikowane. Najmniejszą odległością dzielącą dwa rozróżnialne dźwięki jest półton. Zmiana wysokości dźwięku o półton, odpowiada pomnożeniu jego częstotliwości w hercach przez [2].

Nazwy dźwięków są tworzone od siedmiu dźwięków diatonicznych (nie posiadających znaków chromatycznych). Są to dźwięki *c, d, e, f, g, a, h*. Odległości między nimi są zdefiniowane następująco: dwa półtony, dwa półtony, półton, dwa półtony, dwa półtony, dwa półtony, półton. Powtarzają się one cyklicznie co interwał oktawy. Są one ułożone od dźwięku najniższego do najwyższego. Cykle nazywane są oktavami, a każda kolejna z nich posiada swoją nazwę (kontra, wielka, mała, razkreślna, dwukreślna, trzykreślna, czterokreślna, pięciokreślna), symbolicznie zapisywaną przy nazwie dźwięku. Na przykład dźwięk *g* zapisany we wszystkich oktavach można przestawić za pomocą symbolu:  $\underline{\underline{G}}, \underline{G}, G, g, g^1, g^2, g^3, g^4, g^5$ .

Dźwięki mogą posiadać znaki chromatyczne, które podwyższają lub obniżają jego wysokość. Możliwymi znakami chromatycznymi są: krzyżyk  $\sharp$  (podwyższa o pół tonu); podwójny krzyżyk  $\times$  (podwyższa o cały ton); bemol  $b$  (obniża o cały ton); podwójny bemol  $bb$  (obniża o cały ton); kasownik  $\natural$  (kasuje modyfikacje). Jeśli dźwięk *g* zostanie zmodyfikowany chromatycznie (podwyższony lub obniżony), wszystkie inne następujące po nim lub współbrzmiające dźwięki *g* będą również tak samo zmodyfikowane, aż do wystąpienia kreski taktowej lub symbolu kasownika. Nazwy dźwięków ze znakami chromatycznymi tworzone są poprzez dodanie sufiksu odpowiedniego dla danego znaku: *-is* dla krzyżyka; *-isis* dla podwójnego krzyżyka,

-es dla bemola; -eses dla podwójnego bemola. Na przykład dźwięk *f* z krzyżykiem można zapisać jako *fis*, z podwójnym krzyżykiem jako *fisis*, bemolem jako *fes*, a z podwójnym bemolem jako *feses*.

## II. Enharmonia

III. Enharmonia polega na możliwości zapisania jednego dźwięku na więcej niż jeden sposób [2]. Np. podwyższony o pół tonu dźwięk *e* (*eis*) jest równoważny pod względem częstotliwości drgania z dźwiękiem *f*, a obniżony o pół tonu dźwięk *f* (*fes*) jest równoważny pod względem częstotliwości drgania z dźwiękiem *e*.

## IV. Czas trwania dźwięku

Czas trwania dźwięku określają wartości rytmiczne. Podstawową wartością rytmiczną jest cała nuta. Wartości rytmiczne tworzą ciąg, w którym każda kolejna jest o połowę krótsza od jej poprzednika. Pierwszymi elementami ciągu są: cała nuta, półnuta, ćwierćnuta, ósemka i szesnastka. Na przykład dźwięk o wartości rytmicznej półnuty trwa tyle samo co cztery dźwięki, z których każdy ma wartość rytmiczną ósemki.

## V. Skala

Skala to ciąg interwałów, tworzący odległości między stopniami w gramie, ułożony według stałego schematu [2]. Na przykład skala durowa składa się interwałów przedstawiających: dwa półtony, dwa półtony, półton, dwa półtony, dwa półtony, dwa półtony, półton. Dla tej skali gama D-dur składa się z dźwięków: *d*, *e*, *fis*, *g*, *a*, *h*, *cis*.

## VI. Dźwięk finalis

Dźwięk, który kończy melodię jest nazywany *finalis* [z łac. *finalis* - koniec].

## VII. Gama

Gama jest konkretną skalą. Dźwięk finalis jest jej pierwszym dźwiękiem. Gama, na podstawie schematu skoków interwałowych skali, definiuje jaki dźwięk znajduje się na jej kolejnych stopniach (symbole stopni zapisywane są za pomocą cyfr rzymskich). Na przykład dla gamy *D-dur* dźwiękiem na pierwszym (I) stopniu jest dźwięk *d*, a na czwartym (IV) *g*.

## **VIII. Tryb**

W harmonii funkcyjnej istnieją dwa tryby [2]: *dur* (+) i *moll* (°). Wyznaczają one skale: *durową* i *molową*.

## **IX. Tonacja**

Tonacja jest gamą tworząca zbiór podstawowych dźwięków w utworze [2]. Nazwa tonacji pochodzi od nazwy dźwięku finalis oraz trybu gamy., wg schematu gamy, tworzony jest zbiór dźwięków tonacji.

## **X. Faktura czterogłosowa**

Faktura jest to sposób notacji więcej niż jednego głosu. Faktura czterogłosowa opisuje cztery, uporządkowane od najwyższego do najniższego, głosy: pierwszy (sopran), drugi (alt), trzeci (tenor) oraz czwarty (bass). Zwykle pierwszy głos stanowi melodię utworu, zaś pozostałe głosy są dla niej akompaniamentem.

## **XI. Melodia**

Melodia jest szeregiem dźwięków o określonym czasie trwania oraz wysokości. Melodię można zapisać w postaci pojedynczego głosu [2].

## **XII. Akompaniament**

Akompaniament stanowi tło dla melodii. Składa się z jednego lub więcej głosów [2].

## **XIII. Współbrzmienia dźwięków**

Współbrzmienie występuje gdy w jednym czasie brzmią dwa dźwięki o określonej wysokości. Współbrzmienia można opisać za pomocą interwałów, które tworzą się pomiędzy współbrzmiącymi dźwiękami.

## **XIV. Interwały**

Interwały są zdefiniowanymi różnicami pomiędzy wysokościami dźwięków. Podstawowymi interwałami są:

- pryma (1) - bez skoku
- sekunda (2) - skok o jeden stopień gamy
- tercja (3) - skok o dwa stopnie gamy

- kwarta (4) - skok o trzy stopnie gamy
- kwinta (5) - skok o cztery stopnie gamy
- seksta (6) - skok o pięć stopni gamy
- septyma (7) - skok o sześć stopni gamy
- oktawa (8) - skok o siedem stopni gamy.

## **XV. Akord**

Akord jest współbrzmieniem kilku dźwięków, które stanowią jego składniki. Można w nim wyróżnić dźwięk stanowiący jego podstawę i definiujący nazwę. Jeśli najniższy dźwięk akordu jest jednocześnie jego podstawą akord znajduje się w postaci zasadniczej. Składniki akordu nazywane są od interwałów, które tworzą się między nimi a podstawą akordu w postaci zasadniczej. Na przykład akord C, którego podstawą jest dźwięk  $c$ , złożony z dźwięków:  $c^1$ ,  $e^1$ ,  $g^1$ ,  $c^2$  tworzą kolejno interwały: prymy (1), tercji (3), kwinty (5) oraz oktawy (8).

Akord jest w przewrocie jeśli nie znajduje się w postaci zasadniczej. Akord w pierwszym przewrocie to akord, którego wysokość najniższego dźwięku wraz z wysokością dźwięku w podstawie tworzą drugi interwał akordu. Akord w drugim przewrocie to akord, którego wysokość najniższego dźwięku wraz z wysokością dźwięku w podstawie tworzą trzeci interwał akordu. Zasadę tę można uogólnić do kolejnych przewrotów. Na przykład akord C, którego podstawą jest dźwięk  $c$ , złożony z dźwięków:  $g$ ,  $c^1$ ,  $g^1$ ,  $c^2$ , znajduje się w drugim przewrocie, ponieważ między dźwiękiem  $c$  i  $g$  tworzy się interwał kwinty (5), będący jednocześnie trzecim interwałem występującym w postaci zasadniczej.

## **XVI. Funkcja harmoniczna**

Funkcja harmoniczna ma przypisany stopień gamy od którego jest tworzona stanowiący jej podstawę [3]. Składowe funkcji harmonicznego formowane są przez przypisany do funkcji zbiór interwałów zależny od trybu. W zbiorze tym interwały mogą się powtarzać.

Podstawowymi interwałami składającymi się na funkcję są: pryma (1), tercja (3) oraz kwinta (5). W zapisie symbolicznym nie odnotowujemy podstawowego składu interwałów, jedynie jego zmiany (dodanie kolejnego interwału, lub usunięcie interwału z podstawowego składu).

Tryb funkcji zależy wprost od tonacji utworu. Może on też być odgórnie ustalony. W zapisie symbolicznym nie odnotowujemy domyślnego trybu funkcji (dopisujemy tryb tylko jeśli chcemy go wymusić).

Ze względu na stopień gamy tworzący funkcję możemy wyróżnić typy funkcji harmoniczych. Wszystkie funkcje tworzone od pierwszego stopnia gamy nazywamy typem toniki (T). Wszystkie tworzone od czwartego typem subdominanty (S), od piątego typem dominanty (D), od szóstego (lub obniżonego szóstego) typem toniką szóstego stopnia ( $T_{VI}$ ). Typy funkcji mogą występować w kilku formach. Na przykład typ dominanty może mieć cztery różne formy zależne od trybu lub dodatkowych interwałów w składzie akordu: dominanta (D), dominanta septymowa ( $D^7$ ), dominanta kwartsextowa ( $D^{64}$ ), dominanta molowa ( $^{\circ}D$ ).

Pełne symbole opisujące składowe funkcji są tworzone wg wzoru:  ${}^tF^i_p$ , gdzie:

- $F$  - symbol funkcji;
- $t$  - symbol trybu funkcji;
- $i$  - lista symboli interwałów tworzących funkcję;
- $p$  - symbol interwału, który tworzy dźwięk znajdujący się w najniższym głosie.

Symbol .. oznacza powtórzenie funkcji.

## 7. Bibliografia

- [1] Jacek Targosz: *Podstawy Harmonii Funkcyjnej*. Kraków: Polskie Wydawnictwo Muzyczne, 1993
- [2] Franciszek Wesolowski: *Zasady muzyki. Podręcznik do średnich szkół muzycznych*. Kraków: Polskie Wydawnictwo Muzyczne, 1962
- [3] Kandulski Witold: *O formach muzycznych*. Warszawa: C.O.K., 1972.
- [4] Alfred V. Aho, John E. Hopcroft, Jeffrey D. Ullman: *Data Structures and Algorithms*. Bell Telephone Laboratories, Incorporated, 1983
- [5] Reinhard Diestel: *Graph Theory*. <http://diestel-graph-theory.com/basic.html>, 2010
- [6] Addy Osmani: *Learning JavaScript Design Patterns Volume 1.5.2*. <http://addyosmani.com/resources/essentialjsdesignpatterns/book/>, 2012
- [7] Erich Gamma, Richard Helm, Ralph Johnson, John Vlissides: *Inżynieria oprogramowania: Wzorce projektowe*. Warszawa: WNT, 2008
- [8] Teoria grafów. [http://pl.wikipedia.org/wiki/Kategoria:Teoria\\_grafów](http://pl.wikipedia.org/wiki/Kategoria:Teoria_grafów)
- [9] Thomas Cormen, Charles Leiserson, Ronald Rivest, Clifford Stein: *Wprowadzenie do algorytmów*. WNT, 2001
- [10] G. Ślusarczyk: *Heuristic Methods and Hierarchical Graph Grammars in Design, Visual and Spatial Reasoning in Design III*, Key Centre of Design Computing and Cognition, University of Sydney, 2004, pp. 45-66.