

Funkcje tworzące

(Generating functions)

Bartosz Chomiński

Praca licencjacka

Promotor: prof. dr hab. Dariusz Buraczewski

Uniwersytet Wrocławski
Wydział Matematyki i Informatyki
Instytut Matematyczny

PROJEKT

Streszczenie

...

...

Spis treści

1. Szkic struktury pracy	7
1.1. Przedmowa	7
1.2. Motywacja	7
1.3. Podstawy teorii	7
1.3.1. Funkcje tworzące	7
1.3.2. Wykładnicze funkcje tworzące	7
1.3.3. Szeregi Dirichleta	8
1.3.4. Podsumowanie porównawcze	8
1.4. Zastosowania	8
1.5. Zaawansowane metody	8
1.6. Zadania do samodzielnego rozwiązania	8
1.7. Rozwiązania zadań	8
1.8. Podziękowania	8

Rozdział 1.

Szkic struktury pracy

1.1. Przedmowa

Celem jest napisanie wysokiej jakości materiału dydaktycznego celującego w ambitnego licealistę zaznajomionego z podstawowymi technikami używanymi na OM, który uczy czytelnika podstawowego warsztatu i zastosowań funkcji tworzących, wykładniczych funkcji tworzących i szeregów Dirichleta, a ponadto przekonuje go, że ta wiedza będzie przydatna.

1.2. Motywacja

Tu opowiem skąd bierze się potrzeba używania tego narzędzia. Najlepiej chyba jest to zrobić przedstawiając zadanie, które trudno rozwiązać inaczej, niż tą teorią.

1.3. Podstawy teorii

W każdej sekcji celem jest przedstawienie teorii do poziomu prostych lematów typu " $\mu * \mathbf{1} = \text{id}$ ".

1.3.1. Funkcje tworzące

Definicje formalne, tłumaczenie kilku prostych ciągów nieskończonych na ich funkcje tworzące, podstawowy lemat o jednoznaczności zapisu, tłumaczenie działań na ciągach na działania na funkcjach, spłot Cauchy'ego.

1.3.2. Wykładnicze funkcje tworzące

Definicje formalne, tłumaczenie kilku prostych ciągów nieskończonych na ich funkcje tworzące, podstawowy lemat o jednoznaczności zapisu, tłumaczenie działań na ciągach na działania na funkcjach.

1.3.3. Szeregi Dirichleta

Definicje formalne, tłumaczenie kilku prostych ciągów nieskończonych na ich szeregi Dirichleta, podstawowy lemat o jednoznaczności zapisu, tłumaczenie działań na ciągach na działania na szeregach, funkcje multiplikatywne, spłot Dirichleta, algebra spłotu.

1.3.4. Podsumowanie porównawcze

Tabela o czterech kolumnach: działanie na ciągach, działanie na funkcjach tworzących, działanie na wykładniczych funkcjach tworzących, działanie na szeregach Dirichleta.

Wśród działań: dodawanie, mnożenie przez skalar, translacja, spłot Cauchy'ego, mnożenie przez konkretne ciągi, etc.

1.4. Zastosowania

Tu opowiem o kilku przykładach zastosowań funkcji tworzących: rozwiązywanie rekurencji liniowych, wzór ogólny na liczby Catalana, jedno-dwa zadania z OM, funkcje charakterystyczne zmiennych losowych.

1.5. Zaawansowane metody

Tu opowiem o kilku ciekawszych metodach związanych z funkcjami tworzącymi: roots of unity filters, snake oil method, formuła inwersyjna Lagrange'a.

1.6. Zadania do samodzielnego rozwiązania

Garstka około 20 zadań typu olimpijskiego i kilku wykraczających poza szkołę średnią, które dają się efektywnie rozwiązać narzędziami opisanymi powyżej.

1.7. Rozwiązania zadań

Rozsądnej jakości i dokładności rozwiązania do powyższych zadań.

1.8. Podziękowania

Autor podziękuje tu kilku osobom, które spotkał w czasie studiowania.

...