

Neural Network Basic Assignment 1

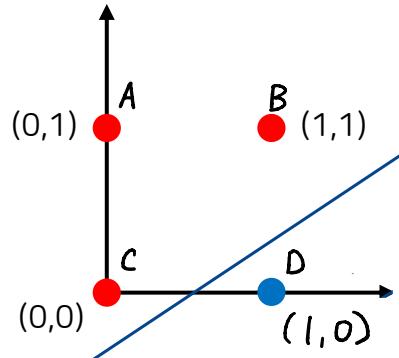
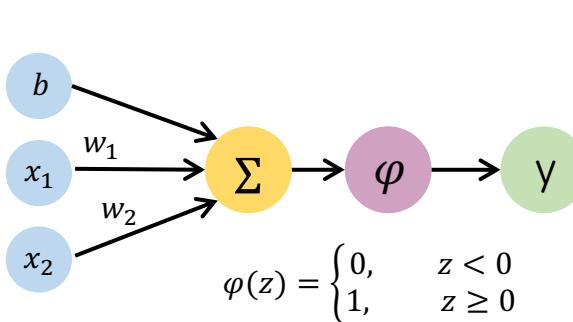
이름: 조민영

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dz} \sigma(z) &= \frac{d}{dz} (1+e^{-z})^{-1} = - (1+e^{-z})^{-2} \cdot (-e^{-z}) \\ &= \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1+e^{-z}-1}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1}{1+e^{-z}} - \frac{1}{(1+e^{-z})^2} \\ &= \frac{1}{1+e^{-z}} \left(1 - \frac{1}{1+e^{-z}} \right) = \sigma(z)(1-\sigma(z))\end{aligned}$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 $\bullet (=1)$, $\circ (=0)$ 을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.



2-1. \bullet , \circ 를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$$w_1 = -0.5, w_2 = 0.4, b = 0.6$$

$$A : 0.6 + (-0.5) \times 0 + 0.4 \times 1 = 1, \varphi(1) = 1$$

$$B : 0.6 + (-0.5) \times 1 + 0.4 \times 1 = 0.5, \varphi(0.5) = 1$$

$$C : 0.6 + (-0.5) \times 0 + 0.4 \times 0 = 0.6, \varphi(0.6) = 1$$

$$D : 0.6 + (-0.5) \times 1 + 0.4 \times 0 = 0.1, \varphi(0.1) = 0$$

모두 class가 1로 분류됨.

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

$$\eta = 0.2$$

i) b, w 1회 업데이트

(D에 대해)

$$b \leftarrow 0.6 + 0.2 \times (0-1) \times 1 = 0.4$$

$$w_1 \leftarrow (-0.5) + 0.2 \times (0-1) \times 1 = -0.7$$

$$w_2 \leftarrow 0.4 + 0.2 \times (0-1) \times 0 = 0.4$$

ii) $A : 0.4 + (-0.7) \times 0 + 0.4 \times 1 = 0.8, \varphi(0.8) = 1$

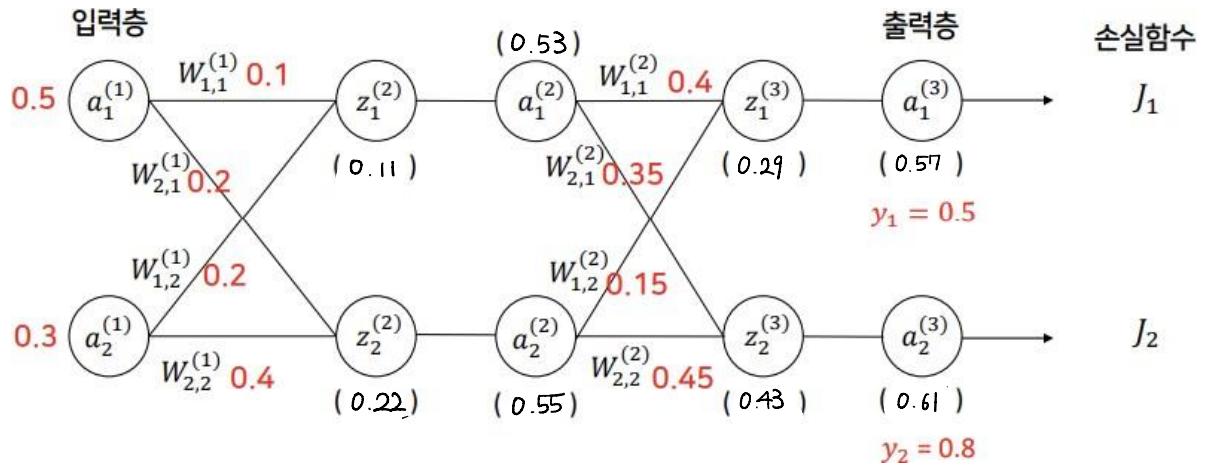
$B : 0.4 + (-0.7) \times 1 + 0.4 \times 1 = 0.1, \varphi(0.1) = 1$

$C : 0.4 + (-0.7) \times 0 + 0.4 \times 0 = 0.4, \varphi(0.4) = 1$

$D : 0.4 + (-0.7) \times 1 + 0.4 \times 0 = -0.3, \varphi(-0.3) = 0$

제대로 분류됨

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\phi(z) = \frac{1}{1+e^{-z}} \leftarrow \text{sigmoid}$$

$$z_1^{(2)} = w_{1,1}^{(1)} a_1^{(1)} + w_{1,2}^{(1)} a_2^{(1)} = (0.1)(0.5) + (0.2)(0.3) = 0.11$$

$$z_2^{(2)} = w_{2,1}^{(1)} a_1^{(1)} + w_{2,2}^{(1)} a_2^{(1)} = (0.2)(0.5) + (0.4)(0.3) = 0.22$$

$$a_1^{(2)} = \phi(z_1^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.11}} = 0.53$$

$$a_2^{(2)} = \phi(z_2^{(2)}) = \frac{1}{1+e^{-0.22}} = 0.55$$

$$z_1^{(3)} = w_{1,1}^{(2)} a_1^{(2)} + w_{1,2}^{(2)} a_2^{(2)} = (0.4)(0.53) + (0.15)(0.55) = 0.29$$

$$z_2^{(3)} = w_{2,1}^{(2)} a_1^{(2)} + w_{2,2}^{(2)} a_2^{(2)} = (0.35)(0.53) + (0.45)(0.55) = 0.43$$

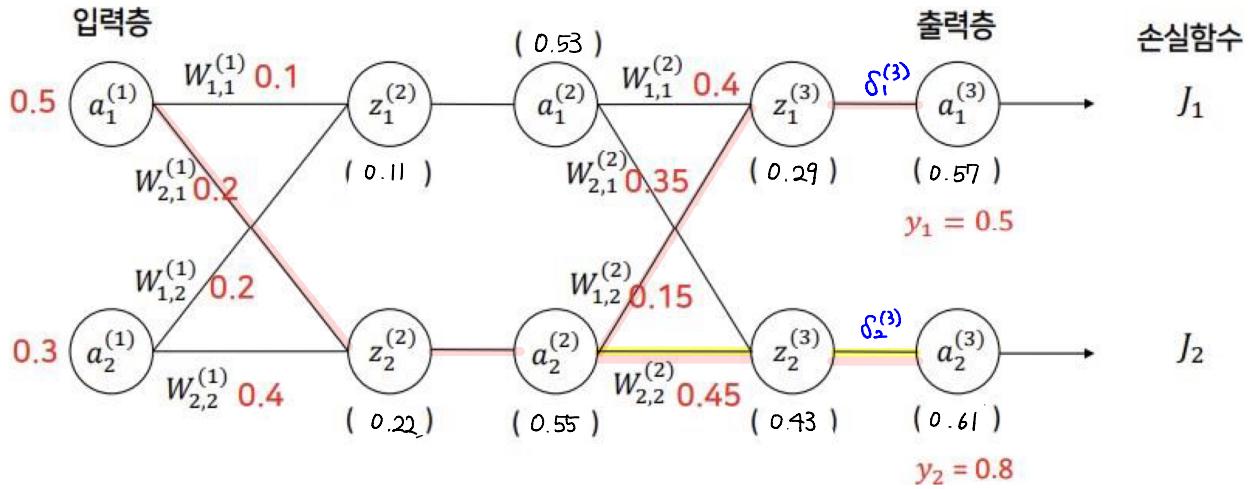
$$a_1^{(3)} = \phi(z_1^{(3)}) = \frac{1}{1+e^{-0.29}} = 0.57$$

$$a_2^{(3)} = \phi(z_2^{(3)}) = \frac{1}{1+e^{-0.43}} = 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2}(a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2}(a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = 0.01805$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,2}^{(1)}$ 과 $W_{2,1}^{(1)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(1)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$\text{i) } W_{2,2}^{(2)} = W_{2,2}^{(2)} - \eta \cdot \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = W_{2,2}^{(2)} - \eta \cdot \boxed{\frac{\partial J_2}{\partial W_{2,2}^{(2)}}}$$

$$\frac{\partial J_2}{\partial W_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(2)}} \times \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = (a_2^{(2)} - y_2) \times (a_2^{(2)}(1 - a_2^{(2)})) \times a_2^{(2)}$$

$$= (0.61 - 0.8) \times (0.61)(1 - 0.61) \times 0.55 = -0.025$$

$$\therefore \text{조정된 } W_{2,2}^{(2)} = 0.45 - (0.1)(-0.025) = 0.4525$$

$$\text{ii) } W_{2,1}^{(1)} = W_{2,1}^{(1)} - \eta \cdot \boxed{\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,1}^{(1)}}}$$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial W_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial a_2^{(1)}} \times \frac{\partial a_2^{(1)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \left(\frac{\partial J_1}{\partial a_2^{(1)}} + \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(1)}} \right) \times \frac{\partial a_2^{(1)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}}$$

$$= \left(\frac{\partial J_1}{\partial z_1^{(3)}} \times \frac{\partial z_1^{(3)}}{\partial a_2^{(1)}} + \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(3)}} \times \frac{\partial z_2^{(3)}}{\partial a_2^{(1)}} \right) \times \frac{\partial a_2^{(1)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}}$$

$$= (\delta_1^{(3)} \times w_{1,2}^{(2)} + \delta_2^{(3)} \times w_{2,2}^{(2)}) \times a_2^{(1)}(1 - a_2^{(1)}) \times a_1^{(1)}$$

$$= ((0.017)(0.15) + (-0.045)(0.45)) \times (0.55)(1 - 0.55) \times (0.5) = -0.002$$

$$\delta_1^{(3)} = \frac{\partial J_1}{\partial z_1^{(3)}} = (a_1^{(3)} - y_1) \times a_1^{(3)}(1 - a_1^{(3)}) = (0.57 - 0.5) \times (0.57)(1 - 0.57) = 0.017$$

$$\delta_2^{(3)} = \frac{\partial J_2}{\partial z_2^{(3)}} = (a_2^{(3)} - y_2) \times a_2^{(3)}(1 - a_2^{(3)}) = (0.61 - 0.8) \times (0.61)(1 - 0.61) = -0.045$$

$$\therefore \text{조정된 } W_{2,1}^{(1)} = 0.2 - (0.1)(-0.002) = 0.2002$$