

DSP ラジオの原理

2016 年 6 月 25 日

技術書典

AM 変調、IQ 検波の理論的解説



はじめに

アラフォーオヤジが若い頃、PC はまだ非常に高価で、とても子供の手に届くものではありませんでした。(私が母親との賭けで勝って最初に買った PC は 40 万円以上しました。勤続 20 年の小学校教諭の夏のボーナスが飛ぶといったら想像できるでしょうか。)

そんな時代、技術好きの少年たちはラジオに夢中でした。エアチェックといって、ただラジオ放送を録音する事にはじまり、遠くの放送局から放送されている放送を聴くために、アンテナや受信機をいじり始め、最後は自作するところまで。(九州の田舎者が文化放送を聴くためには、技術力が必要だったのです。) ハンダ付けを習得したのはラジオを作るのが目的だった方も多いのではないのでしょうか。

アナログからデジタルの時代になって久しいですが、ラジオも例外ではなく、アンテナで受信した信号を数値に変換し、信号処理用のコンピュータ (DSP) を使って復調されています。つまり、昔ながらのコイルとコンデンサで作られた共振回路ではなく、数値計算を使って、放送局から送信された電波から音声信号が取り出されています。そしてその数値計算するためのコンピュータや、プログラム、周辺機器の多くは IC チップに実装され、たった数百円で購入できます。

今回は、AM ラジオの変調から、DSP 中で行われいる IQ 検波の理論的な部分をご紹介します。

AM とは

AM ラジオだ FM ラジオだ言っていますが、そういえば AM とか FM ってなんでしょう。AM、FM は電波の変調方式を示しています。つまり、電波に音を乗せる方式のことです。音声信号を遠く離れたリスナーに届ける電波のことを搬送波（はんそうは）と言います。この搬送波を変化させて音声信号を載せるわけですが、振幅を変化させて音声信号を載せる方式を、Amplitude Modulation、つまり AM と言います。ちなみに FM は Frequency Modulation で周波数を変化させて音声信号を載せています。

AM 変調の数学的理解

周波数 f の電波がアンテナに受信された時、その出力電圧を V とすると、

$$V = A \sin(2\pi f t + \phi) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (1)$$

と書けます。ここで A を振幅、 $\omega = 2\pi f$ を角振動数、 t は時間、 ϕ を初期位相です。この A を変化させて信号を乗せるのが、AM です。

この搬送波の周波数を f_c 、振幅を C とすると、搬送波は

$$V_c = C \sin(2\pi f_c t) = C \sin \omega_c t \quad (2)$$

と書けます。初期位相が 0 なだけで、(1) 式と全く同じ式です。

搬送波に寄せられる信号波 V_s は、音声信号が単一の周波数 f_s のみで構成

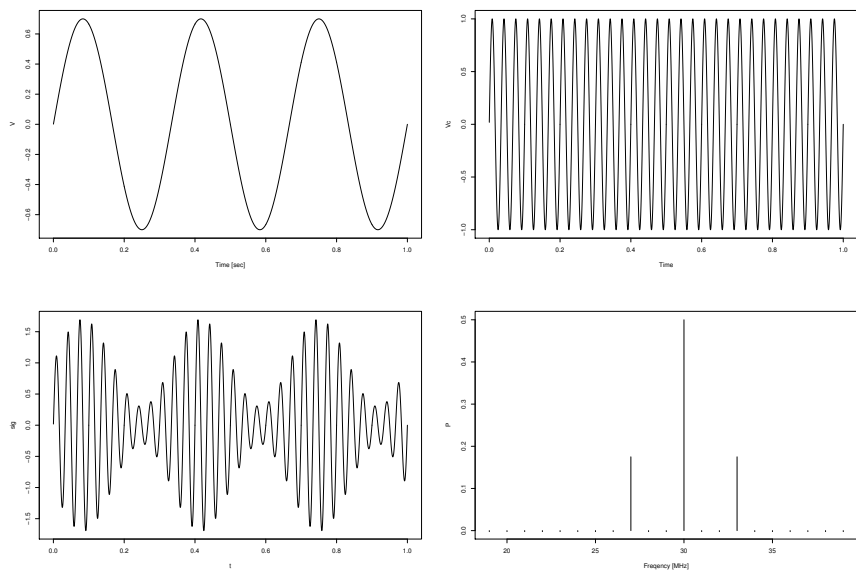


図1 信号波 (上段左)、搬送波 (上段右)、AM 変調波 (下段左)、AM 変調波のスペクトル (下段右) の例

されているとすると、振幅を S とすると、以下のように書けます。

$$V_s = S \sin(2\pi f_s t) = S \sin \omega_s t \quad (3)$$

この搬送波 V_c が、 V_s に AM 変調されると、

$$V_m = (V_s + C) \sin \omega_c t \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &= (S \sin \omega_s t + C) \sin \omega_c t \\ &= V_s \sin \omega_s t \sin \omega_c t + C \sin \omega_c t \\ &= \frac{V_s}{2} \{ \sin(\omega_c + \omega_s)t + \sin(\omega_c - \omega_s)t \} + C \sin \omega_c t \end{aligned} \quad (5)$$

となります。ここでは三角関数の公式 $\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha -$

$\beta)\}$ を用いました。

図 1 に信号波、搬送波、変調波、周波数スペクトルの図を示します。右上の搬送波に左上の信号波を変調すると、左下のように波の高さが信号波に応じて変化しているのがわかります。これが AM 変調波です。右下の周波数スペクトルは、横軸が周波数のグラフで、左下の図に含まれている周波数の分布を示しています。3 本の縦線が見えると思います。真ん中の長い線が、搬送波の周波数です。残りの 2 本が信号波の成分です。式 (5) を見ると、 \sin が 3 つ出てきていますね。カッコの中身がそれぞれ違っています。1 つは $\omega_c + \omega_s$ 、もうひとつは $\omega_c - \omega_s$ 、最後に ω_c 。つまり、搬送波の周波数を中心に、信号波の周波数分だけ離れた周波数の信号があることがわかります。

ここで、信号は ω_s の単一の周波数成分しかもたないことを仮定しましたが、実際は複数の周波数成分をもっています。よって式 (4) は、

$$\begin{aligned} V_m &= \left(\sum_n s_n \sin \omega_n t + C \right) \sin \omega_c t \\ &= \sum_n a_n \sin \omega_n t \sin \omega_c t + C \sin \omega_c t \\ &= \frac{1}{2} \sum_n a_n \{ \sin(\omega_c + \omega_n)t + \sin(\omega_c - \omega_n)t \} + C \sin \omega_c t \end{aligned}$$

となります。これはシグマが付いているだけで、式 (5) と同じ形ですので、これ以降は、簡単のために信号波単一の周波数成分からなるものとしましょう。

IQ 検波

さて、本題の DSP を使った、AM 変調波から信号波を取り出す原理を説明しましょう。ちなみに、変調波から信号波を取り出すことを復調とか検波といいます。AM ラジオの検波の流れを示すために、DSP ラジオ IC Si4825-A10 のデータシートにあるブロックダイアグラム図 2 を見てみま

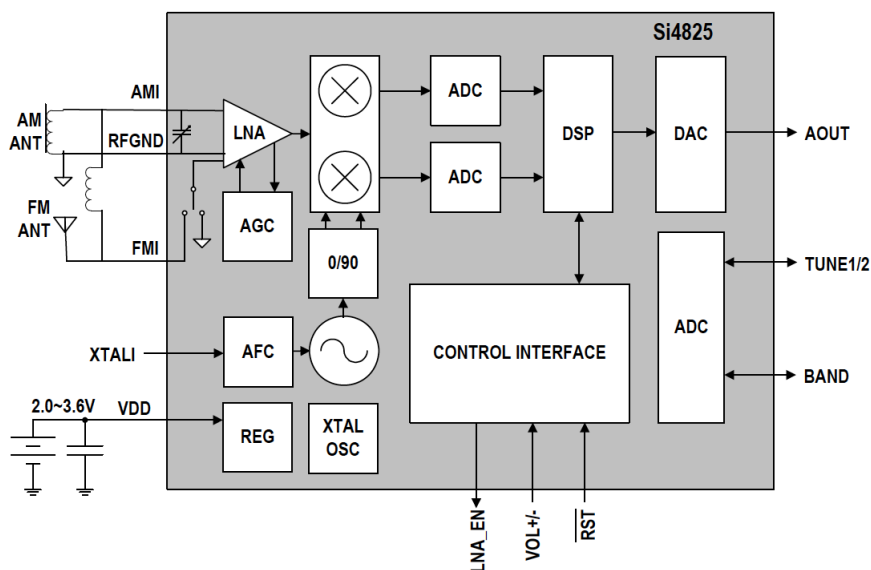


図2 DSP ラジオ IC Si4825-A10 のブロックダイアグラム

しょう。

アンテナから入力された信号は、ALC(Auto Level Control) 回路で増幅率を制御された低ノイズアンプ (LNA:Low Noise Amp) で増幅することで入力レベルを一定にしています。バツ印がマルで囲まれた記号は、Double Balanced Mixer (DBM) という回路です。DBM は、入力信号と、基準信号を入力し、それらの掛け算を出力する回路です。

基準信号は、AFC(Auto Frequency Control) で制御された、一定周波数の発信機 (マルにニヨロの記号) から作られます。これを局部発振器と言います。

090 と書かれたものは位相器で、波の位相を 90 度ずらした基準信号とずらさない基準信号を出力します。

さて、アンテナで受信された電波はアンプで増幅され、二分割されてそれぞれ DBM の入力端子に入力されます。局部発振器でつくった基準信号は位相器で位相を 90 度ずらしたものの、ずらさなかったものをそれぞれ DBM に入力します。位相を 90 度変化させた基準信号とアンテナからの入力を混合したものを Q 成分、位相を変化させないものと混合したものを I 成分と呼びます。これらの二つの信号が、ADC(Analog/Digital Converter) でデジタル信号に変換されて DSP で数値計算処理されます。

局部発振器で作られた正弦波の周波数を f_L とし、振幅を A_L とすると、局部発振器の出力は

$$V_L = A_L \sin(2\pi f_L t) = A_L \sin \omega_L t \quad (6)$$

となります。ここで $\omega_L = 2\pi f_L$ です。DBM は、二つの入力端子の積を出力するので、I 成分は、

$$\begin{aligned} V_I &= V_m A_L \sin(\omega_L t + \frac{\pi}{2}) \\ &= V_m A_L \cos \omega_L t \\ &= (V_s + C) \sin \omega_c t \cos \omega_L t \\ &= \frac{V_s + C}{2} \{ \sin(\omega_c + \omega_L)t + \sin(\omega_c - \omega_L)t \} \end{aligned} \quad (7)$$

となり、Q 成分も同様に

$$\begin{aligned} V_Q &= V_m A_L \sin \omega_L t \\ &= (V_s + C) \sin \omega_c t \sin \omega_L t \\ &= \frac{V_s + C}{2} \{ \cos(\omega_c + \omega_L)t - \cos(\omega_c - \omega_L)t \} \end{aligned} \quad (8)$$

となります。ここでは、(4) 式の $V_m = (V_s + C) \sin \omega_c t$ を使いました。

数値計算による AM 変調波の検波

さて、信号処理用のコンピュータである DSP の中では何が行われているのでしょうか。

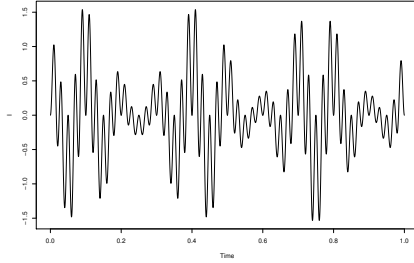


図 3 I 成分

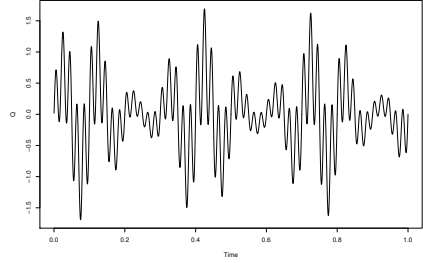


図 4 Q 成分

(7)、(8) 式を見てわかるように、 \sin のカッコの中が $\omega_c + \omega_L$ と $\omega_c - \omega_L$ の二種類があります。両方に同じ信号の成分は含まれていますので、どちらか一方だけ使えば十分です。一般に周波数が高くなると、ケーブルが理想的ではなくなったりして回路を作成することが難しくなります。よって周波数の高い $\omega_c + \omega_L$ の成分を捨てて $\omega_c \omega_L$ の成分だけを使うことにします。すると、I 成分、Q 成分は以下ようになります。

$$V'_I = \frac{V_s + C}{2} \cos(\omega_c - \omega_L) \quad (9)$$

$$V'_Q = \frac{V_s + C}{2} \sin(\omega_c - \omega_L) \quad (10)$$

準備ができたので、式 (9) と式 (10) を二乗して足したものの平方根を計算します。

$$\sqrt{V'^2_I + V'^2_Q} = \frac{V_s + C}{2} \sqrt{\cos^2(\omega_c - \omega_L)t + \sin^2(\omega_c - \omega_L)t} \quad (11)$$

$$= \frac{V_s}{2} + \frac{C}{2} \quad (12)$$

なんとなくでしょう。sin が消えて信号波の振幅 V_s と、搬送波の振幅 C の足し算になったではありませんか。 C は、DSP に入力される前に ALC でほぼ一定になっていますので、 C は定数です。DSP で高域フィルタ (High

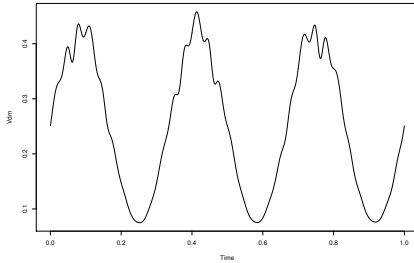


図 5 IQ 検波された信号波

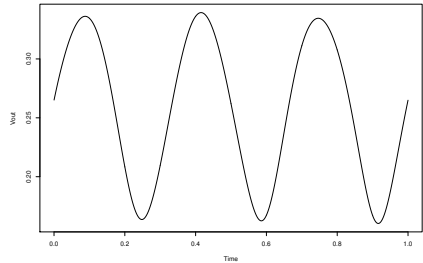


図 6 LPF 通過後の出力信号

Pass Filter) の処理をすれば直流成分 C を除去することができます。これではれて、信号波 V_s だけ取り出すことができました。これが IQ 検波による AM 変調波復調の原理です。

最後に、GNU R を使ってシミュレーションをしました。結果を図 5 に示します。上部がガタガタして、高周波成分が残っているようです。今回のシミュレーションでは実装したフィルターがいまいちだったようです。実際の回路や DSP の信号処理でも素子の非線形性や、外乱などで回路やデジタル処理は理想的なものではありません。(言い訳) そこで高調波成分を LPF で除去すると、図 6 のようにきれいに信号波を、取り出すことができました。これは図 1 の上段左と同じ波形です！あとは、スピーカーで音が出る程度にアンプで増幅してあげれば、AM ラジオのできあがりです。

シミュレーションに用いたソースコードを、Listing1 に示しておきます。GNU R のインストール方法、詳細は、<http://www.r-project.org> を参照してください。主要な Linux ディストリビューションではパッケージになっているので、そちらを使ったほうが楽にインストールできるでしょう。

Listing 1 シミュレーションのソースコード

```
1  # Low Pass Filter (LPF)
2  lpf <- function(signal, time, cutoff, smplfreq){
3      offset <- min(signal)
4      if(offset>0){
5          offset = 0
6      }
7      spec <- fft(signal + abs(offset))
8      idx = cutoff/(smplfreq/length(signal))
9      spec[idx:length(spec)] = 0
10     abs(fft(spec, inverse=TRUE))/length(spec)+offset
11 }
12
13 N <- 10000 # Sampling Frequency
14 t <- 1:N/N # Time
15 C = 1      # Carrier Amplitude
16 fc= 30     # Carrier Frequency
17 A = 0.7    # Signal Amplitude
18 fs= 3      # Signal Frequency
19 fl= 20     # Local Osc Freq
20
21 # AM Modulation
22 Vam <- (A*sin(2*pi*fs*t) + C) * sin(2*pi*fc*t)
23
24 Q = Vam * cos(2*pi*fl*t)
25 I = Vam * sin(2*pi*fl*t)
```

```
26
27  cutoff = 15 # Cutoff Frequency of LPF
28  Q2 <- lpf(Q, t, cutoff, N)
29  I2 <- lpf(I, t, cutoff, N)
30
31  # Demodulated Signal
32  Vdm = sqrt(Q2*Q2 + I2*I2)
33
34  # Outout Signal
35  Vout = lpf(Vdm, t, 10, N)
```

おまけ

Wifi に技適が必要な理由

はじめに

Wifi インターフェースを搭載した Raspberry Pi 3 model B が発売されました。まだ技適を受けていないので個人輸入は控えたほうが良い(注：現在は取得済み)という書き込みを見て、Wifi デバイスが技適を受けなければならない法的根拠を調べてみました。以下、引用は法令データ提供サービスからで、強調は引用者が行ったものです。

免許が不要な無線局

まず無線局を開設する時、原則総務大臣から免許を受けなければなりません。これは電波法第4条に規定されています。

電波法 第四条 無線局を開設しようとする者は、総務大臣の免許を受けなければならない。ただし、次の各号に掲げる無線局については、この限りでない。

(中略)

三 空中線電力が一ワット以下である無線局のうち総務省令で定

めるものであつて、次条の規定により指定された呼出符号又は呼出名称を自動的に送信し、又は受信する機能その他総務省令で定める機能を有することにより他の無線局にその運用を阻害するような混信その他の妨害を与えないように運用することができるもので、かつ、適合表示無線設備のみを使用するもの

電波法第4条は、無線局の開設には免許が必要である事を規定していますが、同時に免許が不要な無線局についても規定しています。ここに規定されている「総務省令で定めるもの」は、電波法施行規則に規定されています。

電波法施行規則 第六条 法第四条第一号に規定する発射する電波が著しく微弱な無線局を次のとおり定める。

(中略)

4 法第四条第三号の総務省令で定める無線局は、次に掲げるものとする。

(中略)

四 主としてデータ伝送のために無線通信を行うもの(電気通信回線設備に接続するものを含む。)であつて、次に掲げる周波数の電波を使用し、かつ、空中線電力が〇・五ワット以下であるもの(以下「小電力データ通信システムの無線局」という。)

(1) 二、四〇〇MHz以上二、四八三・五MHz以下の周波数

(2) 二、四七一MHz以上二、四九七MHz以下の周波数

(3) 五、一五〇MHzを超え五、三五〇MHz以下の周波数(屋内その他電波の遮蔽効果が屋内と同等の場所であつて、総務大臣が別に告示する場所において使用するものに限る。)

(4) 五、四七〇MHzを超え五、七二五MHz以下の周波数(上空にあつては、航空機内で運用する場合に限る。)

(以下略)

無線 LAN で使用されている周波数の 2.4GHz 帯は各チャンネルの中心周波数 2412MHz～2472MHz で、専有周波数帯幅は 20MHz（片側 10MHz）なので、(1) に該当します。また 5GHz 帯は、各チャンネルの中心周波数 5180MHz～5320MHz と 5500MHz～5700MHz で、専有周波数帯幅が 20MHz なので、(3) と (4) に該当します。よって、電波法第 4 条 3 項の規定により、適合表示無線設備すなわち、技術適合証明を受けた機器のみを使用する場合に限り、無免許で 사용할 ことができます。逆に言えば、技適を受けていない無線 LAN デバイスを日本国内で使用すると、免許を受けずに無線局を開設したことになり、電波法 第百十条により、1 年以下の懲役または 100 万円以下の罰金に処せられます。

無線 LAN を無線従事者でなくとも操作できる理由

そういえば、無線局とはなんでしょう。無線局は電波法第 2 条で定義されています。

電波法 第二条 この法律及びこの法律に基づく命令の規定の解釈
に關しては、次の定義に従ふものとする。

（中略）

四 「無線設備」とは、無線電信、無線電話その他電波を送り、又は受けるための電氣的設備をいう。

五 「無線局」とは、無線設備及び無線設備の操作を行う者の総体をいう。但し、受信のみを目的とするものを含まない。

電波法第二条第四号により、無線 LAN デバイスが無線設備であることは明らかです。また第五号で、無線局は無線設備と無線設備の操作を行う者の集合であると規定されています。さらに電波法第三十九条には、無線操作を行う者は、原則無線従事者免許を受けた者でなければならないことが規定されています。

電波法 第三十九条 第四十条の定めるところにより無線設備の操作を行うことができる無線従事者以外の者は、無線局の無線設備の操作（簡易な操作であつて総務省令で定めるものを除く。）を行つてはならない。（一部略）

どうやら、「簡易な操作であつて総務省令で定めるもの」であれば、無線従事者でなくても良いようです。この簡易な操作は、電波法施行規則にありました。

電波法施行規則 第三十三条 法第三十九条第一項本文の総務省令で定める簡易な操作は、次のとおりとする。ただし、第三十四条の二各号に掲げる無線設備の操作を除く。

一 法第四条第一号から第三号までに規定する免許を要しない無線局の無線設備の操作
（略）

第一号で無線従事者でなくとも操作ができるのは電波法第四条第一号から第三号までと規定されています。無線 LAN デバイスは、電波法第四条第三号に該当しますので、無線 LAN デバイスは無線従事者でなくとも操作することができます。

陸上無線従事者の操作範囲に通信操作が含まれない理由

余談ですが、無線従事者の資格の操作範囲は、通信操作と技術操作に分かれています。通信操作とは、例えばマイクやキーボードや電鍵を使って電文を送信することです。一方技術操作は、アンテナを立てたり、無線機を設置、操作したり、調整したりといった操作です。これには無線設備を設計といったことから、無線機の電源を入れる事も含まれます。

実は、陸上の無線従事者の資格の操作範囲に通信操作が含まれていませ

ん。以前から疑問に思っていたのですが、今回いろいろ調べていて、偶然、陸上無線の操作範囲に 通信操作を含まない法的根拠を見つけました。

電波法施行規則 第三十三条 法第三十九条第一項本文の総務省令で定める簡易な操作は、次のとおりとする。ただし、第三十四条の二各号に掲げる無線設備の操作を除く。

（中略）

四 次に掲げる無線局（特定無線局に該当するものを除く。）の無線設備の通信操作

（１） 陸上に開設した無線局（海岸局、航空局、船上通信局、無線航行局及び海岸地球局並びに次号（４）の航空地球局を除く。）

（２） 携帯局

（３） 航空機地球局（航空機の安全運航又は正常運航に関する通信を行わないものに限る。）

（４） 携帯移動地球局

なんと陸上の無線従事者の操作範囲に含まれるすべての通信操作は簡易な操作であり、無線従事者でなくても行うことができるとは。

編集後記

DSP ラジオの原理をお送りします。これはコミケ等で頒布した、雑音工房 偽術部彙報に、私の個人 blog noisefactory (<http://www.k.nakao.name/blog>) に書いた記事 (無線 LAN デバイスが技術適合証明を受けなければならない理由) を追加したものです。

十分にチェックしたつもりですが、計算やロジックに間違いがある可能性があります。もし間違いがありましたらそれは 100% 私の責任です。何かありましたら、下記の twitter アカウント、もしくは github リポジトリ (<https://github.com/chomy/DSPRadioFundamental>) の Issue でお知らせください。

さて今後ですが、夏コミには、「Nginx で LuaLua する」というタイトルで、Nginx の Lua 拡張を使って何か Web サービスを作って見た的なものを出そうと考えています。(まだ 1 文字も書いていませんが、もしかしたらこのイベントに間に合うかもしれません) また先日、私事ですが学者を廃業して IT セキュリティの世界に入りましたのでセキュリティ絡みで何か書けなかなと画策しております。

最後に、この同人誌は Debian/GNU Linux、 \TeX Live2015、psutils、git、GNU Make、vim といった、オープンソースソフトウェアを使って作成されました。また日本語のフォントは IPAex フォントを PDF に埋め込んでいます。このような有益なソフトウェアを開発、維持、管理していただいているすべての皆様に感謝します。また、このページまでたどり着いてくれた読者の方 (おそらくあなただけです) に感謝します。ありがとうございました。

2016 年 6 月 Keisuke Nakao (@jm6xxu)

参考文献

- 中島将光「マイクロ波工学」 森北出版 ISBN4-627-71030-5
- 常川光一「線状アンテナから電波が出るしくみ」 CQ 出版社 RF ワールド No.11 pp.30-39, ISBN978-4-7898-4890-9
- SI4825-A10 データシート [http://www.silabs.com/Support Documents/TechnicalDocs/Si4825-A10.pdf](http://www.silabs.com/Support/Documents/TechnicalDocs/Si4825-A10.pdf)
- 法令データ提供サービス <http://law.e-gov.go.jp/cgi-bin/idxsearch.cgi>
電波法、電波法施行規則

この作品はクリエイティブ・コモンズ・ライセンス 表示 - 継承 2.1 日本 の下に提供されています。このライセンスのコピーを見るためには、<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.1/jp/> をご覧ください。