

# 概率论

aima 范

## 目录

<b>1 随机事件与概率</b>	<b>2</b>
1.1 概率的基本性质与公式 . . . . .	2
<b>2 一维随机变量及其分布</b>	<b>2</b>
2.1 一些常见的分布 . . . . .	2
<b>3 多维随机变量及其分布</b>	<b>3</b>
3.1 二维随机变量 . . . . .	3
3.2 多维随机变量函数的分布 . . . . .	3
<b>4 随机变量的数字特征</b>	<b>3</b>
4.1 一维随机变量的数字特征 . . . . .	3
4.2 二维随机变量数字特征 . . . . .	3
<b>5 大数定律与中心极限定理</b>	<b>4</b>
5.1 大数定理 . . . . .	4
5.2 中心极限定理 . . . . .	4
<b>6 数理统计</b>	<b>4</b>
6.1 统计量及其分布 . . . . .	4
6.2 参数的点估计 . . . . .	5
6.3 参数的区间估计, 假设检验, 两类错误 . . . . .	5

## 1 随机事件与概率

### 1.1 概率的基本性质与公式

1. 若  $A, B$  是随意的两个事件，有下列公式，请写出结果

$$P(A \cup B) = \quad (1)$$

$$P(A - B) = \quad (2)$$

$$P(B|A) = \quad (3)$$

$$P(AB) = \quad (4)$$

$$P(A\bar{B}) = \quad (5)$$

$$P(A_1 A_2 A_3 \dots A_n) = \quad (6)$$

$$\text{全概率公式} \quad (7)$$

$$\text{贝叶斯公式} \quad (8)$$

2. 如果两个事件独立，那么下列式子：

$$P(AB) = \quad (9)$$

3. 三个事件相互独立和两两独立的区别

## 2 一维随机变量及其分布

### 2.1 一些常见的分布

1. 8 大分布有哪八大
2. 写出这些分布的某点概率或是概率密度，期望，方差

分布	中文名称	分布列 $p_k$ 或概率密度 $f(x)$	期望	方差
$H(n, N, M)$			xx	xx
$P(\lambda)$				
$B(1, p)$				
$G(p)$				
$B(n, p)$				

分布	中文名称	概率密度	期望	方差
$E(\lambda)$				
$N(\mu, \epsilon^2)$				
$U(a, b)$				

3. 正态分布的标准化
4.  $X \sim N(0, 1) \Rightarrow -X \sim N(0, 1)$

### 3 多维随机变量及其分布

#### 3.1 二维随机变量

1. 对于  $(X, Y) \sim p_{ij}$ , 那么  $P\{X = x_i | Y = y_i\} =$
2. 对于二位连续型随机变量, 则  $F(x, y)$  与  $f(x, y)$  的关系是, 分别  $F$  用  $f$  表示,  $f$  用  $F$  表示
3. 对于二位连续型随机变量,  $G$  是平面上的某个区域, 则  $P\{(X, Y) \text{属于} G\} =$
4. 对于二位连续型随机变量,  $f_X(x) =$ ,  $f_Y(y) =$
5. 对于离散型随机变量独立性的条件是
6. 对于连续型随机变量独立性的条件是

#### 3.2 多维随机变量函数的分布

1.  $Z = X + Y$ ,  $f_Z(z) =$
2.  $Z = X - Y$ ,  $f_Z(z) =$
3.  $Z = XY$ ,  $f_Z(z) =$
4.  $Z = \frac{X}{Y}$ ,  $f_Z(z) =$

### 4 随机变量的数字特征

#### 4.1 一维随机变量的数字特征

1. 对于一个连续型随机变量  $X$ , 他的数学期望计算公式是
2.  $D(x) =$
3.  $D(aX + b) =$
4.  $D(X \pm Y) =$
5. 如果  $X$  和  $Y$  相互独立, 那么  $D(aX + bY) =$
6.  $P\{|X - EX| \geq \epsilon\} =$

#### 4.2 二维随机变量数字特征

1.  $(X, Y)$  是连续型随机变量, 他的概率密度是  $f(x, y)$ , 那么  $E(g(X, Y)) =$
2.  $Cov(X, Y) =$
3.  $\rho_{xy} =$

## 5 大数定律与中心极限定理

### 5.1 大数定理

1. 大数定理的结论
2. 切比雪夫大数定律的条件
3. 辛钦大数定律的条件

### 5.2 中心极限定理

1. 中心极限定理的结论
2. 中心极限定理的条件

## 6 数理统计

### 6.1 统计量及其分布

1. 样本均值  $\bar{X} =$
2. 样本方差  $S^2 =$
3. 假设总体  $X$  的期望  $EX = \mu$ , 方差  $DX = \sigma^2$ , 则以下
  - (a)  $E\bar{X} =$
  - (b)  $D\bar{X} =$
  - (c)  $E(S^2) =$
4. 三大分布的构成与自由度的意义
  - (a)  $\chi^2(n)$ , 若  $X \sim \chi^2(n)$ , 那么  $EX =$ ,  $DX =$
  - (b)  $t(n)$ , 已知  $t_{0.25}(n)$ , 求  $t_{0.75}(n) =$
  - (c)  $F(n, m)$ , 若  $F \sim F(n_1, n_2)$ , 那么  $\frac{1}{F} \sim$ ; 已知  $F_{0.25}(n_1, n_2)$  求  $F_{0.75}(n_2, n_1)$  的大小
5. 若  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自  $N(\mu, \sigma^2)$  的若干样本, 则以下
  - (a) 若  $\mu, \sigma^2$  均已知, 则  $\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2 \sim$
  - (b) 若  $\mu$  未知,  $\sigma^2$  已知, 则  $\sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \bar{X}}{\sigma}\right)^2 \sim$
  - (c) 若  $\sigma^2$  未知,  $\mu$  已知, 则  $\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu)}{S} \sim$ , 并有  $\frac{n(\bar{X} - \mu)^2}{S^2} \sim$
  - (d) 有  $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim$

## 6.2 参数的点估计

1. 矩估计法的步骤
2. 最大似然估计法的步骤
3. 无偏性，有效性和一致性的评价指标是什么

## 6.3 参数的区间估计，假设检验，两类错误

待估参数	其他参数	置信区间
$\mu$	$\sigma^2$ 已知	
$\mu$	$\sigma^2$ 未知	

1.  $P\{\text{接受}H_0|H_0\text{为假}\}$  是第几类错误
2.  $P\{\text{拒绝}H_0|H_0\text{为真}\}$  是第几类错误