

Inhaltsverzeichnis

1 Rechnen mit Zahlen



1.1	Grundgesetze	9
1.1.1	Vertauschungsgesetz, Verbindungsge- setz, Verteilungsgesetz	9
1.1.2	Bruchrechnen	10
1.2	Potenzen	12
1.2.1	Zehnerpotenzen	12
1.2.2	Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten	14
1.3	Rechnen mit Wurzeln	15
1.4	Logarithmen	16
1.4.1	Zehnerlogarithmen	16
1.4.2	Logarithmische Darstellung, Linearisieren ..	17
1.5	Kehrwert, Prozentrechnen	18
1.6	Funktionen	19
1.6.1	Beschreibungsformen bei Funktionen	19
1.6.2	Lineare Funktionen	20
1.6.3	Trigonometrische Funktionen	21

2 Rechnen mit Größen



2.1	Begriffe beim Rechnen mit Größen	24
2.2	Umrechnen der Einheiten	25
2.3	Addition und Subtraktion	25
2.4	Multiplikation und Division	26

3 Rechnen mit Formeln



3.1	Umdrehen von Formeln	27
3.2	Formel als Größengleichung	29
3.2.1	Längen und Flächen	29
3.2.2	Satz des Pythagoras	30
3.2.3	Geschwindigkeiten	31

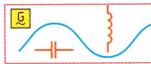
4 Elektrotechnische Grundlagen



4.1	Stromdichte	32
4.2	Widerstände	32
4.2.1	Widerstand und Leitwert	32
4.2.2	Widerstand und Temperatur	33
4.2.3	Leiterwiderstand	34
4.3	Das Ohm'sche Gesetz	35
4.4	Messen	36
4.4.1	Anzeigefehler bei Zeigermessgeräten	36
4.4.2	Digitales Messen mit DMM	37
4.4.3	Digitales Multimeter DMM	38
4.5	Rechnen mit Bezugspfeilen	39
4.6	Elektrische Leistung bei Gleichspannung ..	40
4.7	Arbeit und Energie	42
4.7.1	Elektrische Arbeit	42
4.7.2	Mechanische Arbeit und Leistung	43
4.7.3	Leistung und Arbeit bei Drehbewegung ..	44

4.7.4	Wirkungsgrad und Arbeitsgrad	45
4.8	Grundschaltungen	46
4.8.1	Reihenschaltung	46
4.8.2	Parallelschaltung	47
4.8.3	Gemischte Schaltungen	48
4.8.4	Spannungsteiler	51
4.9	Brückenschaltungen	52
4.10	Erzeuger-Ersatzschaltungen	53
4.10.1	Spannungs erzeuger	53
4.10.2	Spannungs erzeugung mit Fotovoltaik ..	54
4.10.3	Sekundärelemente (der Energielektronik) aufladen	55
4.10.4	Anpassungsarten	56
4.11	Schaltungen simulieren	58
4.11.1	Schaltungen simulieren mit Multisim ..	58
4.11.2	Schaltungen simulieren mit PSpice ..	60
4.12	Temperatur und Wärme	62
4.12.1	Wärme und Wärmekapazität	62
4.12.2	Wärmewiderstand	63

5 Wechselstromtechnik



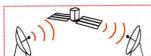
5.1	Wechselgrößen	64
5.1.1	Periode, Frequenz, Kreisfrequenz, Wel- lenlänge	64
5.1.2	Maximalwert, Spitze-Tal-Wert, Effektivwert	64
5.1.3	Impulse	66
5.2	Kondensator	68
5.2.1	Elektrisches Feld	68
5.2.2	Ladung und Kapazität	68
5.2.3	Kraftwirkung und Energie des elektri- schen Feldes	69
5.2.4	Kapazität	70
5.2.5	Schaltungen von Kondensatoren	70
5.2.6	RC-Schaltung an Gleichspannung und Rechteckspannung	71
5.2.7	Kapazitiver Blindwiderstand	72
5.3	Spule	73
5.3.1	Elektromagnetismus	73
5.3.2	Induktion und Induktivität	76
5.3.3	RL-Schaltungen an Gleichspannung	77
5.3.4	Induktiver Blindwiderstand	78
5.4	Schaltungen mit Blindwiderständen	79
5.4.1	RC- und RL-Schaltungen	79
5.4.2	RLC-Schaltungen	84
5.5	Wechselstromleistungen bei Einphasen- wechselstrom	88
5.6	Drehstrom	90
5.6.1	Sternschaltung	90
5.6.2	Dreieckschaltung	92
5.6.3	Leistungen bei Drehstrom	93
5.7	Transformator	94
5.7.1	Transformatorhauptgleichung	94
5.7.2	Übersetzung von Spannung, Strom und Widerstand	95



6	Elektronische Schaltungen	
6.1	Schaltungen mit nicht linearen Widerständen.....	96
6.1.1	Differenzieller Widerstand	96
6.1.2	Impedanzen im Arbeitspunkt	96
6.1.3	Zeichnerische Lösung der Reihenschaltung	97
6.1.4	Messschaltungen mit Pt100-Widerstandssensoren.....	99
6.2	Schaltungen mit Dioden	100
6.2.1	Festlegung des Arbeitspunktes	100
6.2.2	Gleichrichterschaltungen	102
6.2.3	Spannungsstabilisierung mit Z-Dioden.....	105
6.3	Licht.....	107
6.4	Schaltungen mit fotoelektronischen Bauelementen	109
6.5	Verstärker mit bipolaren Transistoren.....	110
6.5.1	Arbeitspunkt in der Emitterschaltung	110
6.6	Kippschaltungen.....	113
6.6.1	Transistoren als elektronische Schalter	113
6.6.2	Schalten bei Ohm'scher, induktiver und kapazitiver Last	114
6.7	Verstärker mit Feldeffekttransistoren	115
6.7.1	Gleichstromgrößen von FET in Sourceschaltung	115
6.7.2	Wechselstromgrößen von FET in Sourceschaltung.....	116
6.7.3	Anologschalter mit FET	117
6.8	Leistungselektronik	119
6.8.1	IGBT.....	119
6.8.2	Thyristoren als elektronische Schalter	120
6.8.3	Gesteuerte Stromrichter	121
6.9	Operationsverstärker	123
6.9.1	Eingangsschaltung des Operationsverstärkers	123
6.9.2	Verstärkung ohne Gegenkopplung	124
6.9.3	Komparatoren	125
6.9.4	Invertierender Verstärker.....	126
6.9.5	Summierverstärker.....	127
6.9.6	Nicht invertierender Verstärker und Impedanzwandler	128
6.9.7	Subtrahierverstärker und Differenzverstärker	129
6.9.8	Instrumentenverstärker (INV).....	130
6.9.9	Differenzier-Invertierer	131
6.9.10	Integrier-Invertierer	132
6.10	Kippschaltungen	133
6.10.1	Astabile Kippschaltung	133
6.10.2	Monostabile Kippschaltung	134
6.10.3	Schwellwertschalter	135
6.11	Stabilisieren und Regeln	137
6.11.1	Spannung stabilisieren	137
6.11.2	Strom stabilisieren	138
6.11.3	Spannung regeln mit IC	139
6.11.4	Schaltnetzteile (SNT)	140
7	Digitaltechnik	
7.1	Aufbau der Zahlensysteme	143
7.2	Dualzahlen	144
7.2.1	Umwandlung von Dualzahlen in Dezimalzahlen	144
7.2.2	Umwandlung von Dezimalzahlen in Dualzahlen	145
7.2.3	Addition und Subtraktion von Dualzahlen	146
7.2.4	Multiplikation und Division von Dualzahlen	146
7.2.5	Subtraktion durch Komplementaddition	147
7.3	BCD-Codes	148
7.4	Hexadezimalzahlen	148
7.4.1	Hexadezimalzahlen und Dualzahlen	148
7.4.2	Addition und Subtraktion von Hexadezimalzahlen	149
7.4.3	Hexadezimalzahlen und Dezimalzahlen	150
7.5	Kombinatorische Digitaltechnik (Schaltnetze)	151
7.5.1	Schaltalgebraische Begriffe	151
7.5.2	Kommutativgesetz der Schaltalgebra	152
7.5.3	Assoziativgesetz der Schaltalgebra	153
7.5.4	Distributivgesetze der Schaltalgebra	154
7.5.5	Schaltalgebraische Funktionen	155
7.6	Logische Verknüpfungen von Zahlen	157
7.7	Minimieren und Realisieren von Schaltfunktionen	158
7.7.1	Algebraisches Minimieren	158
7.7.2	Realisieren mit NAND-Elementen	159
7.7.3	Aufstellen des KV-Diagramms	160
7.7.4	Minimieren mit dem KV-Diagramm	161
7.8	Lastfaktoren	163
8	Sequentielle Digitaltechnik (Schaltwerke)	
8.1	JK-Kippschaltungen	164
8.2	Wertetabelle und Zeitablaufdiagramm aus der Schaltung	165
8.3	Schaltfunktion aus Wertetabelle	166
8.4	Schaltung aus Schaltfunktion	167
8.5	Synchrone Zähler mit T-Kippgliedern	168
8.6	Frequenzteiler	169
8.7	Direkte digitale Synthese DDS	170
8.8	PAL-Schaltkreise anwenden	171
8.9	Programmieren mit VHDL	174
9	Computertechnik	
9.1	Berechnung der Speicherkapazität	175
9.2	Bildschirmauflösung und Speicherkapazität	176
9.3	PC-Firmware	177
9.3.1	PC-BIOS einstellen	177
9.3.2	UEFI	178
9.4	C/C++ und ARDUINO	179
9.4.1	Lineare Programme	179
9.4.2	Programmverzweigungen	180
9.4.3	Programmschleifen	181
9.4.4	Felder (eindimensional)	182
9.4.5	Programmieren mit Vorgaben	182
9.5	Datenbank anlegen	183
9.5.1	Datenbanken mit Access erstellen	183
9.5.2	Arbeiten mit Access	184
9.5.3	Datenbanksprache SQL	185



10 Kommunikationstechnik



10.1	Kommunikationsanlagen	187
10.1.1	Übertragungsgrößen	187
10.1.2	Kenngrößen von Richtantennen	190
10.2	Schaltungen der Kommunikationstechnik	191
10.2.1	Leistungsverstärker für Niederfrequenz	191
10.2.2	Akustik	194

11 Datenübertragung



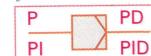
11.1	Signalabtastung	197
11.2	Signalumsetzer	198
11.3	Digitale Modulation	199
11.3.1	PSK und QAM	199
11.3.2	Pulsmodulation	200
11.3.3	Quantisierung und Codierung	201
11.4	Geschwindigkeit der Datenübertragung	202
11.5	Zeitmultiplexübertragung	204
11.6	Fehlerhäufigkeit	205
11.7	Pegel und Dämpfung von Datenleitungen	206
11.8	Wellenwiderstand und Ausbreitungsgeschwindigkeit	207
11.9	Verbindungstechnik	208
11.9.1	Glasfasertechnik	208
11.9.2	Übertragungsreichweiten in Glasfaser- netzen	209

12 Netztechnik



12.1	Aufbau von IT-Netzen, Routingtabelle	210
12.1.1	Routingtabellen auslesen	211
12.1.2	Errichten lokaler Netzwerke	212
12.2	Messen im LAN	215
12.2.1	Grundlagen NEXT, FEXT	215
12.2.2	Messen und Fehlersuche	216
12.3	Adressierung von Netzen	217
12.3.1	Internetadressierung IPv4	217
12.3.2	Internetadressierung IPv6	218
12.3.3	Subnetze	219
12.3.4	Aufteilung in Subnetze	220

13 Regelungstechnik



13.1	Unstetige Regler	221
13.2	Stetige Regler	222
13.2.1	P-Regler	222
13.2.2	Analyse von Regelstrecken	224
13.2.3	PI-Regler	226
13.2.4	PDT ₁ -Regler und PD-Regler	227
13.2.5	PID-Regler	228
13.2.6	Regler einstellen (Ziegler/Nichols)	229
13.2.7	Auswahl der Reglerkennwerte	230

14 Antriebstechnik



14.1	Antrieb mit Gleichstrommotoren	232
14.2	Ein-Quadranten-Steller (1Q-Steller)	233

14.3	H-Brücke	234
14.4	Drehstromasynchronmotor (DASM)	235
14.5	Kennwerte von Asynchronmotoren	236
14.6	Schrittmotoren	237
14.6.1	Schrittinkel und Drehzahl	237
14.6.2	Schrittmotoren ansteuern	238

15 Projektaufgaben

? Test
3

15.1	Aufgaben der Analogtechnik	240
15.2	Aufgaben der Digitaltechnik	242
15.3	Schaltungen mit monostabilen Kippgleidern	245
15.4	Transportbandsteuerung	246
15.5	Codeprüfung	247

16 Arbeiten mit Datenblättern



16.1	Einführung in den Datenblattgebrauch	248
16.1.1	Allgemeine Angaben	248
16.1.2	Technische Kenngrößen in Datenblättern	249
16.1.3	Umgang mit Datenblättern von Spannungsreglern und Timer-Bausteinen	251
16.2	Strombelastbarkeit von Leitungen bei Umgebungstemperatur $\vartheta_u = 30^\circ\text{C}$	252
16.3	Überstromschutzeinrichtungen	253
16.4	Kleintransformatoren	254

17 Rechnungswesen und Controlling



17.1	Arbeiten mit EXCEL	255
17.2	Finanzbuchhaltung	257
17.3	Kostenrechnung	258
17.3.1	Fixe und variable Kosten	258
17.3.2	Kostenstellenrechnung	259
17.3.3	Kostenträgerrechnung im produzierenden Gewerbe	261
17.3.4	Kostenträgerrechnung in Handelsbetrieben	263

18 Markt- und Kundenbeziehungen



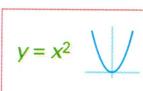
18.1	Lieferantenauswahl	264
18.1.1	ABC-Analyse	264
18.1.2	Nutzwertanalyse	264
18.2	Bestellung und Lagerhaltung	265
18.2.1	Bestellpunktverfahren	265
18.2.2	Lagerkennziffern	265
18.2.3	Optimale Bestellmenge	266
18.2.4	Eigenfertigung oder Fremdbezug	267
18.3	Prüfungsaufgaben IT	268
18.3.1	Unternehmensgründung	268
18.3.2	Beschaffung und Betrieb von Datenprojekten	269
18.3.3	Kommunikationskosten	270
18.3.4	Druckerkosten	271

19 Ergänzendes Fachwissen Elektrotechnik, Kommunikationstechnik



19.1	Netzwerkschaltungen	272
19.1.1	Überlagerung bei linearen Netzwerken	272
19.1.2	Ersatzspannungsquelle	273
19.1.3	Ersatzstromquelle	274
19.2	Ermittlung von Kühlflächen	275
19.3	Felder in der Elektrotechnik	276
19.3.1	Elektrische Flussdichte	276
19.3.2	Energie und Energiedichte des magnetischen Feldes	277
19.4	RC-Schaltungen	278
19.4.1	Ersatz-Reihenschaltung und Ersatz-Parallelschaltung	278
19.4.2	Einfache RC-Siebschaltungen	279
19.5	Schwingungszerzeugung mit Wien-Oszillator	280
19.6	Entscheidungsgehalt und Redundanz von Codes	282
19.7	Schaltkreis PAL 16RP8	283
19.8	Verteilnetze	284
19.8.1	Pegelrechnung in HF-Verteilnetzen	284
19.8.2	Rauschabstand in HF-Verteilnetzen	286
19.8.3	Pegelrechnung in Breitband-Kommunikationsanlagen	287
19.8.4	Trägerrauschabstand in Satelliten-Empfangsanlagen	288
19.8.5	Pegelrechnung in Satelliten-Empfangsanlagen	289
19.8.6	Grenzwerte bei Mobilfunkanlagen	290
19.8.7	Mechanische Sicherheit der Antennenstandrohre und Ausrichtung der Satellitenantennen	291
19.8.8	100-V-Normausgang	292
19.9	Analoge Signalübertragung	293
19.9.1	Modulation, Mischung und Demodulation	293
19.9.2	Mischung und Frequenzumsetzung	297
19.10	Fehlererkennung	298
19.11	Zuverlässigkeit von Bauelementen und Schaltungen	300

20 Ergänzendes Fachwissen Mathematik



20.1	Gleichungen	301
20.1.1	Lineare Gleichungen mit einer Unbekannten	301
20.1.2	Lineares Gleichungssystem mit zwei Unbekannten	302
20.1.3	Quadratische Gleichungen	303
20.1.4	Sinussatz und Kosinussatz	305
20.2	Funktionen	306
20.2.1	Quadratische Funktionen	306
20.2.2	Exponentialfunktionen	307
20.3	Differenzieren	308
20.3.1	Differenzenquotient und Differenzialquotient	308
20.3.2	Ableitungen von Funktionen	309
20.4	Integrieren	310
20.4.1	Unbestimmtes Integral	310
20.4.2	Bestimmtes Integral	312
20.4.3	Mittelwerte	313
20.5	Funktionen mit komplexen Größen	314
20.5.1	Zahlen in der komplexen Zahlenebene	314
20.5.2	Grundrechenarten mit komplexen Zahlen	315
20.5.3	Widerstand und Leitwert in der komplexen Ebene	316
20.6	Reihen	317
20.6.1	Arithmetische Reihe	317
20.6.2	Geometrische Reihe	317

Anhang

Kurzlösungen zu den Aufgaben im Buch	318
Wichtige Größen und Einheiten	373
Mathematische Begriffe und Basiseinheiten	374
Wichtige Normen	375
Formelzeichen und ihre Bedeutung	376
Indizes, Zeichen und ihre Bedeutung	377
Vorsätze, Größen und Einheiten der IT-Technik	378
7-Bit-ASCII-Code – DIN 66003-Code	379
Code page für Latin1 (1252)	380
Sachwortverzeichnis	381

1 Rechnen mit Zahlen

Zahlen bestehen aus Ziffern. Im dekadischen Zahlensystem (von lat. decem = zehn) verwendet man Dezimalzahlen, die aus den Ziffern 0 bis 9 gebildet werden. Reelle Zahlen (Kurzzeichen \mathbb{R}) sind Zahlen, die durch Brüche darstellbar sind (rationale Zahlen, Kurzzeichen \mathbb{Q}) oder es sind Komma-zahlen mit unendlich vielen nicht periodischen Nachkommastellen (irrationale Zahlen), **Tabelle 1**.

Die Zahlen gehören meist mehreren Zahlenmengen an. So gehört z.B. die Zahl 5 den Mengen der natürlichen Zahlen, der ungeraden natürlichen Zahlen, der ganzen Zahlen und der rationalen Zahlen an. Die Zahl 5 ist jeweils ein Element (Kurzzeichen \in , sprich: ist Element von) der angegebenen Zahlenmengen.

■ Beispiel 1: Zahlen zuordnen

Zu welchen Zahlenmengen gehören die Zahlen

- a) 3 b) 1,8 c) π ?

Lösung:

- a) $3 \in \mathbb{N}, \mathbb{Z}$ b) $1,8 \in \mathbb{R}, \mathbb{Q}$
c) \mathbb{R}, π ist eine **irrationale Zahl**.

1.1 Grundgesetze

1.1.1 Vertauschungsgesetz, Verbindungsgesetz, Verteilungsgesetz

Vertauschungsgesetz (Kommutativgesetz)¹

Bei der Addition kann man die Glieder eines Terms beliebig vertauschen. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

Ein Term (von lat. terminus = Ausdruck) besteht aus Zahlen, die mit Rechenzeichen verknüpft sind, z.B. $-4 + 7$. Bei der Multiplikation sind die Vorzeichenregeln zu beachten.

Verbindungsgesetz (Assoziativgesetz)²

Bei der Addition können die Glieder eines Terms beliebig durch Klammern zusammengefasst werden. Dasselbe gilt für die Multiplikation.

Die Klammern werden zuerst ausgerechnet. Das Malzeichen oder Multiplikationszeichen (\cdot) kann zwischen Faktoren entfallen, außer bei Zahlen ohne Klammern.

¹ lat. commutare = ändern, vertauschen, ² lat. associare = verbinden

Tabelle 1: Reelle Zahlen \mathbb{R}

Rationale Zahlen \mathbb{Q}	
Ganze Zahlen \mathbb{Z} z. B. $-2; -1; 0; 11; 12; \dots$	Gebrochene Zahlen (Brüche)
Natürliche Zahlen \mathbb{N}_0 z. B. $0; 1; 2; 3; 4; \dots$	z. B. $\frac{3}{4}, \frac{5}{7}, 0,5, 0,3$
Zahlengerade	$\frac{-3}{4} \quad \frac{+3}{4}$
Irrationale Zahlen $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$	
Algebraische irrationale Zahlen z. B. $\sqrt{2}; \sqrt[3]{5}$	Transzendente irrationale Zahlen z. B. $e, \pi, \log 7$
Zahlengerade	$\log 7 \quad \sqrt{2} \quad e \quad \pi$
Komplexe Zahlen siehe S. 314	

Vorzeichenregeln

$+ \cdot + = +$	$+ \cdot - = -$
$- \cdot + = -$	$- \cdot - = +$
$+ : + = +$	$+ : - = -$
$- : + = -$	$- : - = +$

■ Beispiel 2: Kommutativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Term $(-3) \cdot 5 \cdot (-6)$ das Kommutativgesetz an und berechnen Sie ihn.

Lösung:

$$(-3) \cdot 5 \cdot (-6) = 5 \cdot (-3) \cdot (-6) = (-6) \cdot (-3) \cdot 5 = 90$$

■ Beispiel 3: Assoziativgesetz anwenden

Wenden Sie auf den Produktterm $3 \cdot 2 \cdot 5$ das Assoziativgesetz an und berechnen Sie.

Lösung:

$$3 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 5) = 3 \cdot 10 = 30$$

Verteilungsgesetz (Distributivgesetz)¹

Kommen in einer Rechnung Addition, Multiplikation, Subtraktion und Division gemischt vor, ohne dass Klammern gesetzt sind, so sind zuerst die durch Malzeichen oder durch Teilzeichen verbundenen Terme zu berechnen (Punktrechnung geht vor Strichrechnung), z.B. ist $5 + 2 \cdot 4 = 5 + 8 = 13$. Wenn anders gerechnet werden soll, setzt man Klammern, z.B. ist $(5 + 2) \cdot 4 = 7 \cdot 4 = 28$.

Bei der Multiplikation von Klammern wird jeder Summand mit dem Faktor multipliziert.

Beispiel 1: Distributivgesetz anwenden

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz: $(-5) \cdot (2 + 7)$.

Lösung:

$$(-5) \cdot (2 + 7) = (-5) \cdot 2 + (-5) \cdot 7 = -10 - 35 = -45$$

Aufgaben zu 1.1.1

Wenden Sie das Kommutativgesetz an und berechnen Sie die Terme.

- | | |
|------------------------------|------------------------------|
| 1. a) $3 - 5 + 8 - 1$ | b) $6 + 12 - 10 - 3$ |
| c) $2 - 4 + 5 - 9$ | d) $8 - 7 + 5$ |
| 2. a) $7 - 3 - 2 + 8$ | b) $5 - 2 + 3 - 1$ |
| c) $9 - 2 + 7$ | d) $3 - 1 - 5 + 23$ |
| 3. a) $(-3) \cdot 2 \cdot 2$ | b) $2 \cdot (-5) \cdot (-3)$ |
| c) $2 \cdot 3 \cdot (-7)$ | d) $3 \cdot (-2) \cdot 9$ |
| 4. a) $(-8) \cdot 4 \cdot 2$ | b) $3 \cdot (-5) \cdot (-3)$ |
| c) $2 \cdot 5 \cdot (-2)$ | d) $6 \cdot (-1) \cdot 1$ |

Wenden Sie das Assoziativgesetz auf Terme an und berechnen Sie diese.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 5. a) $6 + 2 + 4$ | b) $-3 + 2 - 5$ |
| c) $3 - 8 + 11$ | d) $8 + 2 - 4$ |
| 6. a) $5 + 4 + 3$ | b) $4 + 2 - 3$ |
| c) $3 - 9 + 6$ | d) $8 + 2 - 4$ |
| 7. a) $3 \cdot 5 \cdot 4$ | b) $(-3) \cdot 5 \cdot 2$ |
| 8. a) $6 \cdot 4 \cdot 2$ | b) $(-2) \cdot 4 \cdot 3$ |

Berechnen Sie nach dem Distributivgesetz.

- | | |
|--------------------|-----------------|
| 9. a) $3(5+2)$ | b) $5(7-4)$ |
| 10. a) $4(8+3)$ | b) $3(5-2)$ |
| 11. a) $(-2)(7+5)$ | b) $3(7-6+1)$ |
| c) $(-6)(8-3)$ | d) $(-5)(6-14)$ |
| 12. a) $(-7)(8-6)$ | b) $5(9-5-4)$ |
| c) $(-4)(6-2)$ | d) $(-9)(8-12)$ |

1.1.2 Bruchrechnen

Brüche entstehen bei der Division von z.B. ganzen Zahlen. Die Vorzeichenregeln beim Dividieren entsprechen den Vorzeichenregeln beim Multiplizieren. Man unterscheidet verschiedene Arten von Brüchen (**Tabelle 1**).

Tabelle 1: Arten von Brüchen

Echter Bruch	Unechter Bruch	Scheinbruch
$\frac{2}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{1}$
Zähler kleiner als Nenner	Zähler größer als Nenner	Nenner gleich 1
Zahlengerade		
$-\frac{6}{2}$	$-\frac{6}{5}$	$\frac{2}{5}$
-3	-2	-1
0	+1	+2
		+3
Gemischte Zahl	Gleichnamige Brüche	Ungleichnamige Brüche
$1\frac{2}{7} = 1 + \frac{2}{7}$	$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$	$\frac{2}{5}, \frac{1}{7}, \frac{5}{9}$
Ganze Zahl und Bruch	Alle Nenner gleich	Alle Nenner ungleich
Zahlengerade		
$-\frac{4}{5}$	$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}$	$1\frac{2}{7}$
-1	0	+1
		+2

Beispiel 2: Rechnen mit Brüchen

Schreiben Sie $15 : 6$ als Bruch und berechnen Sie den Dezimalbruch.

Lösung:

$$15 : 6 = \frac{15}{6} = 2\frac{3}{6} = 2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = 2,5$$

Für das Rechnen mit Brüchen gelten besondere Rechenregeln (**Tabelle 1**, folgende Seite).

Brüche werden erweitert oder gekürzt, indem man Zähler und Nenner mit der gleichen Zahl vervielfacht oder durch die gleiche Zahl teilt.

Ein Bruch wird durch einen Bruch geteilt, indem man mit dem Kehrwert des zweiten Bruchs multipliziert.

¹ lat. distribuere = verteilen

Aufgaben zu 1.1.2

Berechnen Sie.

1. a) $\frac{+65}{+13}$ b) $\frac{+144}{+16}$ c) $\frac{-96}{+4}$ d) $\frac{+48}{-3}$

e) $\frac{-27}{-9}$ f) $\frac{+169}{-13}$ g) $\frac{-144}{-12}$ h) $\frac{-27}{+9}$

2. a) $\frac{+88}{-11}$ b) $\frac{+136}{+17}$ c) $\frac{+64}{-16}$ d) $\frac{+156}{-12}$

e) $\frac{-81}{-9}$ f) $\frac{+171}{-19}$ g) $\frac{-232}{-8}$ h) $\frac{-36}{-6}$

3. a) $\frac{1}{4} + \frac{2}{5} + \frac{5}{6}$ b) $\frac{3}{5} - \frac{2}{15} + \frac{7}{30}$

c) $\frac{7}{24} - \frac{11}{30} - \frac{8}{15} + \frac{3}{8}$ d) $\frac{2}{8} + \frac{4}{7} - \frac{8}{6}$

4. a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{8} - \frac{5}{24} + \frac{5}{48}$

c) $\frac{17}{18} - \frac{7}{9} + \frac{11}{12} - \frac{1}{4}$ d) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$

5. a) $\frac{2}{53} \cdot 8$ b) $\frac{5}{7} : \frac{3}{4}$ c) $\frac{8}{21} \cdot 1\frac{2}{5}$

d) $\frac{5}{31} : \frac{2}{13}$ e) $8\frac{5}{7} : 3\frac{3}{5}$ f) $\frac{3}{9} : \frac{4}{8}$

6. a) $\frac{5}{37} \cdot 7$ b) $\frac{3}{27} \cdot 4\frac{1}{2}$ c) $\frac{2}{15} \cdot 2\frac{3}{7}$

d) $\frac{7}{8} : \frac{13}{5}$ e) $\frac{4}{7} : \frac{9}{5}$ f) $\frac{3}{5} : \frac{11}{9}$

7. Wandeln Sie in Dezimalbrüche um.

a) $\frac{3}{5}$ b) $\frac{4}{15}$ c) $\frac{12}{125}$ d) $\frac{35}{55}$ e) $\frac{154}{224}$

8. Wandeln Sie in Brüche um.

a) 0,25 b) 0,875 c) 1,23 d) 2,05 e) 0,0075

9. Berechnen Sie.

a) $\left(\frac{5}{6} - \frac{5}{9}\right) \cdot \left(2\frac{2}{5} - \frac{5}{4}\right)$

b) $\left(4\frac{4}{5} - 3\frac{1}{4}\right) \cdot \left(2\frac{1}{5} + 1\frac{5}{6}\right)$

10. Berechnen Sie.

a) $8\frac{7}{5} - 6\frac{5}{8}$ b) $\frac{4\frac{5}{8} - 6\frac{3}{4} + 3\frac{1}{2}}{6\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{8}}$

Tabelle 1: Rechnen mit Brüchen

Art	Regeln, Beispiele
Addition/Subtraktion	Gleichnamige Brüche: Zähler addieren oder subtrahieren, Nenner bleibt gleich. $\frac{2}{5} - \frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{2-1+4}{5} = \frac{5}{5} = 1$
	Ungleichnamige Brüche: Nenner gleichnamig machen (Hauptnenner bilden, Bruch erweitern). $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{2}{5} \cdot \frac{12}{12} + \frac{3}{4} \cdot \frac{15}{15} - \frac{2}{3} \cdot \frac{20}{20} = \frac{24+45-40}{60} = \frac{29}{60}$
Multiplication	Ganze Zahl mit Bruch: Ganze Zahl mal Zähler, Nenner bleibt gleich. $5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{7} = \frac{5 \cdot 3}{1 \cdot 7} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$
Division	Bruch mit Bruch: Zähler mal Zähler, Nenner mal Nenner. $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 7} = \frac{12}{35}$
	Gemischte Zahl mit ganzer Zahl: Gemischte Zahl in Bruch verwandeln. $2\frac{1}{5} \cdot 4 = \frac{11}{5} \cdot 4 = \frac{11}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{44}{5} = 8\frac{4}{5} \quad \text{oder}$ $2\frac{1}{5} \cdot 4 = \left(2 + \frac{1}{5}\right) \cdot 4 = 8 + \frac{4}{5} = 8\frac{4}{5}$
	Gemischte Zahl mit gemischter Zahl: Gemischte Zahlen in Brüche verwandeln. $1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{3}{5} = \frac{5 \cdot 13}{3 \cdot 5} = \frac{13}{3} = 4\frac{1}{3}$
	Bruch durch ganze Zahl: Ganze Zahl mal Nenner, Zähler bleibt gleich. $\frac{1}{4} : 5 = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{20}$
	Ganze Zahl durch Bruch: Ganze Zahl mal Kehrwert des Bruches. $5 \cdot \frac{3}{7} = \frac{5}{1} \cdot \frac{7}{3} = \frac{5 \cdot 7}{3} = \frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$
	Bruch durch Bruch: Zählerbruch mal Kehrwert des Nennerbruches. $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$



1.2 Potenzen

In der Mathematik versteht man unter einer Potenz ein Produkt gleicher Zahlen in verkürzter Schreibweise.

1.2.1 Zehnerpotenzen

1.2.1.1 Werte der Zehnerpotenzen

Wird die Zahl 10 als Faktor n-mal verwendet, so bildet man die Potenz, indem man die Grundzahl (Basis) 10 hinschreibt und n als Hochzahl (Exponent) dazusetzt (**Bild 1**).

Beispiel 1: Als Zehnerpotenz schreiben

Schreiben Sie $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ als Zehnerpotenz.

Lösung:

$$10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^4 \text{ (sprich: zehn hoch vier).}$$

Umgekehrt berechnet man eine Zehnerpotenz, indem man sie als Faktorenreihe hinschreibt und diese ausrechnet (**Tabelle 1**).

Beispiel 2: Potenzwert berechnen

Berechnen Sie 10^9 (sprich: zehn hoch neun).

Lösung:

$$10^9 = 10 \cdot 10 \\ = 1000000000$$

Man berechnet den Kehrwert einer Potenz, indem man das Vorzeichen der Hochzahl ändert.

Eine negative Hochzahl bedeutet also, dass der Kehrwert der Potenz mit derselben positiven Hochzahl zu berechnen ist.

Beispiel 3: Negativen Exponenten berechnen

Berechnen Sie 10^{-3} (sprich: zehn hoch minus drei).

Lösung:

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0,001$$

Sehr große oder sehr kleine Zahlen sind als Produktterme von übersehbaren Zahlen und Zehnerpotenzen darstellbar, durch Ermittlung der Zehnerpotenz der Einerstelle des Faktors.

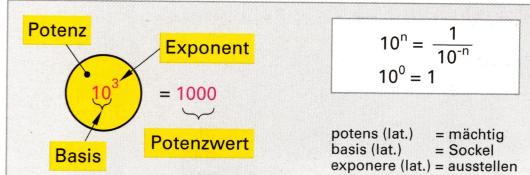
Beispiel 4: Kommastellen versetzen

Die Zahl 0,000 000 00152 ist so darzustellen, dass 1,52 der Faktor ist.

Lösung:

Die 1 steht an 9. Nachkommastelle $\hat{=} 10^{-9}$

$$\Rightarrow 0,000\,000\,00152 = 1,52 \cdot 10^{-9}$$



potens (lat.) = mächtig
basis (lat.) = Sockel
exponere (lat.) = aussstellen

Bild 1: Zehnerpotenz und Kehrwert

Tabelle 1: Zehnerpotenzen (Beispiele)

Potenz	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}
Potenzwert	100	10	1	0,1	0,01

Bei Computern und Taschenrechnern werden große und kleine Zahlen als Produktterme mit Zehnerpotenzen ausgegeben und können auch so eingegeben werden. Für die Basis 10 wird dabei E oder EE ausgegeben oder eingegeben; die nach E folgende Zahl ist der Exponent zur Basis 10. Vor E muss ein Faktor stehen, z.B.: 1E6 $\hat{=} 1 \cdot 10^6$.

Beispiel 5: Potenzwert als Zahl darstellen

Als Ergebnis erscheint auf einem Bildschirm 10.5 E+4.

Welcher Zahlenwert ist das?

Lösung:

$$10.5 \text{ E+4} = 10,5 \cdot 10^4 = 105000$$

Aufgaben zu 1.2.1.1

Schreiben Sie als Faktorenreihe.

1. a) 10^{+4} b) 10^{-1} c) 10^{+3} d) 10^{-6}
2. a) 10^{-2} b) 10^{+5} c) 10^{-7} d) 10^{+8}

Berechnen Sie die Werte folgender Potenzen.

3. a) 10^6 b) 10^{-3} c) 10^{-2} d) 10^{-9}
4. a) 10^{-1} b) 10^0 c) 10^{-6} d) 10^8

Bilden Sie die Kehrwerte.

5. a) 10^{-6} b) 10^7 c) 10^9 d) 10^{-12}
6. a) 10^{-3} b) 10^0 c) 10^3 d) 10^1

Berechnen Sie die Dezimalzahl der Kehrwerte.

7. a) 10^0 b) 10^1 c) 10^{-3} d) 10^4
8. a) 10^{-6} b) 10^{-4} c) 10^2 d) 10^{-5}

Schreiben Sie als Produkt mit einer Zehnerpotenz.

9. a) 24000 b) 0,0023 c) 700000
10. a) 12000 b) 0,000 12 c) 340000

1.2.1.2 Rechnen mit Zehnerpotenzen

Addition und Subtraktion sind vereinfacht bei gleichen Exponenten.

Beispiel 1: Potenzen addieren

Berechnen Sie $10^6 + 10^3$.

Lösung:

$$10^6 + 10^3 = 1000 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 = 1001 \cdot 10^3 = 1001\,000$$

Zehnerpotenzen werden multipliziert, indem man die Hochzahlen addiert.

Beispiel 2: Potenzen multiplizieren

Berechnen Sie $10^6 \cdot 10^3$.

Lösung:

$$10^6 \cdot 10^3 = 10^{6+3} = 10^9$$

Durch eine Zehnerpotenz wird dividiert, indem man deren Hochzahl subtrahiert.

Beispiel 3: Potenzen dividieren

Berechnen Sie $10^6 / 10^3$.

Lösung:

$$10^6 / 10^3 = 10^{6-3} = 10^3$$

Zehnerpotenzen werden potenziert, indem man die Hochzahlen multipliziert.

Beispiel 4: Potenzen potenzieren

Berechnen Sie $(10^3)^4$.

Lösung:

$$(10^3)^4 = 10^{3 \cdot 4} = 10^{12}$$

Oft werden für die Darstellung von Zehnerpotenzen Einheitenvorsätze verwendet (**Tabelle 1**).

Tabelle 1: Vorsätze (anstelle von Zehnerpotenzen)

Zeichen	Vorsatz	Faktor	Zeichen	Vorsatz	Faktor
Z	Zetta	10^{21}	d	Dezi	10^{-1}
E	Exa	10^{18}	c	Zenti	10^{-2}
P	Peta	10^{15}	m	Milli	10^{-3}
T	Tera	10^{12}	μ	Mikro	10^{-6}
G	Giga	10^9	n	Nano	10^{-9}
M	Mega	10^6	p	Piko	10^{-12}
k	Kilo	10^3	f	Femto	10^{-15}
h	Hekto	10^2	a	Atto	10^{-18}
da	Deka	10^1	z	Zepto	10^{-21}

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$$

a, b beliebige Zahlen

m, n Hochzahlen

Aufgaben zu 1.2.1.2

Berechnen Sie.

1. a) $10^6 + 10^2 - 10^0$ b) $10^{-3} + 10^1 - 10^2$
c) $10^6 + 10^3 + 10^3$

2. a) $10^2 - 10^1 - 10^{-2}$ b) $10^{-6} + 10^{-7} + 10^0$
c) $10^{-3} + 10^3 - 10^{-6}$

Stellen Sie als Zehnerpotenz dar.

3. a) $10^{13} : 10^9$ b) $10^6 \cdot 10^5$ c) $10^{12} : 10^{-6}$
4. a) $10^9 : 10^6$ b) $10^{27} : 10^{14}$ c) $10^{-3} \cdot 10^{-6}$

Berechnen Sie.

5. a) $10^{-12} \cdot 10^{12}$ b) $10^3 \cdot 10^{-6}$ c) $10^8 \cdot 10^0 \cdot 10^{-6}$
6. a) $10^0 : 10^{12}$ b) $10^1 \cdot 10^{-6}$ c) $10^{-3} \cdot 10^9$

Berechnen Sie für folgende Brüche den Wert als Dezimalzahl.

7. a) $\frac{10 \cdot 10^6}{10^{-3} \cdot 10^6}$ b) $\frac{1}{10^6 \cdot 10^{-3}}$ c) $\frac{10^3 \cdot (10^{-6})^2}{10^{-9} \cdot 10^{-2}}$
8. a) $\frac{10^2 \cdot 10^{-4}}{10^{-12} \cdot 10^9}$ b) $\frac{10^{-3} \cdot 10^6}{10^{-4} \cdot 10^5}$ c) $\frac{10^{-2} \cdot (10^6)^2}{10^3 \cdot 10^4}$

Zerlegen Sie in Faktoren mit Zehnerpotenzen und berechnen Sie.

9. a) $\frac{42000 \cdot 500}{0,06}$ b) $\frac{46000 \cdot 0,5}{50000}$
c) $\frac{0,0065 \cdot 0,025}{13000 \cdot 0,0005}$ d) $\frac{4200 \cdot 0,007}{35000}$

10. a) $\frac{0,0035 \cdot 620}{310 \cdot 0,07}$ b) $\frac{0,007 \cdot 630}{0,0009}$
c) $\frac{28000 \cdot 0,4}{7000 \cdot 400}$ d) $\frac{22 \cdot 0,0004}{880}$

11. $\frac{(28 \cdot 10^2 - 2,6 \cdot 10^3) \cdot 4,47 \cdot 7,6 \cdot 10^{-6} \cdot 43 \cdot 10^7}{12,7 \cdot 10^{-3} \cdot 122 \cdot 10^{-3}}$

12. $\frac{(22,7 \cdot 10^5 - 2,8 \cdot 10^4) \cdot 343 \cdot 10^{-6} \cdot 66 \cdot 10^{-7}}{21,9 \cdot 10^{-2} \cdot 12,2 \cdot 10^{-4}}$



1.2.2 Sonstige Potenzen mit ganzen Exponenten

Man kann sämtliche Zahlen als Grundzahlen (Basis) für Potenzen verwenden.

Je nach Basis unterscheidet man außer den Zweierpotenzen z.B. Zweierpotenzen, Achterpotenzen und Sechzehnerpotenzen.

Bei Speichern in der Datentechnik wird z.B. die Anzahl der Speicherelemente aus der Anzahl der Adressleiter und der Anzahl der Datenleiter mit Zweierpotenzen berechnet (**Bild 1**).

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert. Sie werden dividiert, indem man die Exponenten subtrahiert. Sie werden potenziert, indem man die Exponenten multipliziert. Potenzen mit gleichen Exponenten werden multipliziert oder dividiert, indem man auf die Basen das Assoziativgesetz anwendet und das Ergebnis potenziert.

Beispiel 1: Speicherzellenzahl berechnen

Wie viele Speicherzellen können mit 20 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden (**Bild 1**)?

Lösung:

$$z = 2^{20} \cdot 2^3 = 2^{23} = 8388608$$

Beispiel 2: Potenzen dividieren

Berechnen Sie $8^4 : 2^4$.

Lösung:

$$8^4 : 2^4 = \left(\frac{8}{2}\right)^4 = 4^4 = 256$$

Beispiel 3: Potenzwert berechnen

Berechnen Sie die Potenz $(3^2)^4$.

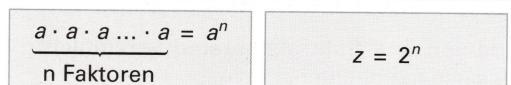
Lösung:

$$(3^2)^4 = 3^{2 \cdot 4} = 3^8 = 6561$$

Aufgaben zu 1.2.2

1. Bestimmen Sie die Zweierpotenzen mit folgenden Exponenten.

a) 2 b) 1 c) 0 d) 4



$$z = 2^n$$

a beliebige Zahl

n ganzer Exponent (Hochzahl), z.B. Adressleiter

z Anzahl der Speicherzellen

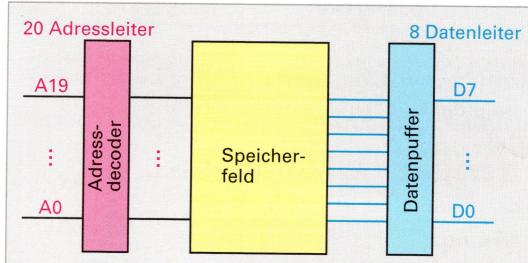


Bild 1: Vereinfachter Speicheraufbau

2. Ermitteln Sie die Achterpotenzen mit folgenden Exponenten.

a) 2 b) 1 c) 0 d) 3

Berechnen Sie.

3. a) $8^2 + 6^2$ b) $8^2 \cdot 8^3$ c) $8^2 \cdot 4^2$ d) $\frac{8^4}{2^4}$

4. a) $\frac{16^2}{8^2}$ b) $4^2 \cdot 4^3$ c) $\frac{4^3}{4^4}$ d) $(4^2)^3$

5. a) $\frac{3^2 \cdot 6^3}{3^4 \cdot 6^4}$ b) $\frac{10^2 \cdot 6^3}{3^{-1} \cdot 6^4}$ c) $\frac{2^8 \cdot 2^{-5}}{2^{-3} \cdot 2^4}$

6. a) $\frac{4^2 \cdot 6^3}{3^3 \cdot 8^2}$ b) $\frac{3^4}{1,5^4} + 3^8 \cdot 3^{-6}$ c) $\frac{3^{-2}}{3^4}$

7. a) $\frac{(8^4)^3}{64^3}$ b) $3^{-6} : (3 \cdot 3 \cdot 3)^{-2}$

8. a) $\left(\frac{28 \cdot 2^{-3}}{4 \cdot 2^{-4}}\right)^2$ b) $\left(\frac{7^3 - 3,5^2}{7^3 \cdot 2^2}\right)^{-1}$

9. Wie viele Speicherzellen können mit 8 Adressleitern bei 8 Datenleitern adressiert werden?

10. Beim Speicher **Bild 1** ist D7 unterbrochen. Welche Zahlen können mit D0 bis D6 noch dargestellt werden?

11. Die Adressleiter A18 und A19 sind unterbrochen (**Bild 1**). Wie viele Speicherzellen können noch benutzt werden?

1.3 Rechnen mit Wurzeln

Beim Wurzelziehen oder Radizieren¹ zerlegt man eine Zahl a in eine mögliche Anzahl n gleicher Faktoren. Der Faktor ist die Wurzel c .

Wurzeln haben bei geradem Exponenten positives Vorzeichen, bei ungeradem Exponenten ist auch ein negatives Vorzeichen möglich (**Tabelle 1**).

Die 2. Wurzel heißt auch Quadratwurzel. Bei allen Wurzeln außer der Quadratwurzel müssen die Wurzelexponenten angegeben werden.

Wurzeln können auch als Potenzen geschrieben werden. Der Radikand erhält dabei als Exponent den Kehrwert des Wurzelexponenten. Für die Berechnung von in Potenzen umgewandelten Wurzeln gelten die Potenzrechenregeln.

Quadratwurzeln berechnet man mit dem Taschenrechner. Zur Ermittlung der Stellenzahl der Wurzel zerlegt man die Radikanden in einen Faktor und eine Zehnerpotenz mit *geradzahliger* Hochzahl.

■ Beispiel 1: Quadratwurzel bestimmen

Zerlegen Sie die Zahl $a = 36$ in $n = 2$ gleiche Faktoren und geben Sie die Wurzel an.

Lösung:

$$36 = 6 \cdot 6 \Rightarrow \sqrt{36} = \sqrt{6 \cdot 6} = 6$$

($\sqrt{36}$ sprich: Wurzel aus 36)

■ Beispiel 2: 3. Wurzel berechnen

Berechnen Sie die 3. Wurzel aus 27.

Lösung:

$$27 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \Rightarrow \sqrt[3]{27} = 3$$

($\sqrt[3]{27}$ sprich: Dritte Wurzel aus 27)

■ Beispiel 3: Potenzwert berechnen

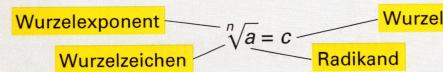
Wandeln Sie $\sqrt[6]{74}$ in eine Potenz um und berechnen Sie.

Lösung:

$$\sqrt[6]{74} = 74^{\frac{1}{6}} = 74^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \left(74^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{\sqrt{74}} = 2,049$$

Ist der Radikand ein Summenterm, wird dieser zuerst berechnet und anschließend die Wurzel gezogen.

¹ lat. radix = Wurzel



$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\left(\frac{m}{n}\right)}$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\left(\frac{1}{n}\right)}$$

a, b beliebige Zahlen
 m, n Exponenten
|| Kurzzeichen für Betrag

Tabelle 1: Vorzeichen von Wurzeln

Wurzelart	Wurzelvorzeichen	Beispiel
Wurzelexponent geradzahlig, Radikand positiv	+	$\sqrt{36} = +6$
Wurzelexponent ungerade, Radikand positiv	+	$\sqrt[3]{27} = +3$ da $(+3)^3 = +27$
Wurzelexponent ungerade, Radikand negativ	-	$\sqrt[3]{-27} = -3$ da $(-3)^3 = -27$

Aufgaben zu 1.3

Berechnen Sie.

1. a) $\sqrt{49}$ b) $\sqrt{2500}$ c) $\sqrt{144}$ d) $\sqrt{1600}$
2. a) $\sqrt[3]{64}$ b) $\sqrt[3]{3600}$ c) $\sqrt[3]{81}$ d) $\sqrt[3]{900}$
3. a) $\sqrt[4]{4240}$ b) $\sqrt[6]{68775}$ c) $\sqrt[5]{455870}$ d) $\sqrt[3]{30428}$
4. a) $\sqrt[6]{6540}$ b) $\sqrt[4]{41433}$ c) $\sqrt[8]{867654}$ d) $\sqrt[3]{3422}$
5. a) $\sqrt{3^2 + 5^2}$ b) $\sqrt{3,5^2 + 4,2^2}$ c) $\sqrt{2^2 + 2,5^2}$
6. a) $\sqrt[3]{5^2 + 2^2}$ b) $\sqrt[4]{4,2^2 + 5,3^2}$ c) $\sqrt[3]{2,5^2 + 3^2}$
7. a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}$ b) $\sqrt[3]{6} \cdot \sqrt[3]{17}$ c) $\sqrt{16} : \sqrt{4}$
d) $\sqrt[3]{35} : \sqrt[3]{5}$ e) $(\sqrt{5})^3$ f) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}$
8. a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{7}$ b) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{32}$ c) $\sqrt[25]{25} : \sqrt{5}$
d) $\sqrt[3]{64} : \sqrt[3]{8}$ e) $(\sqrt{7})^3$ f) $\sqrt[4]{\sqrt{256}}$



1.4 Logarithmen

1.4.1 Zehnerlogarithmen

Die Zehnerlogarithmen, z.B. $\lg 2$, haben die Basis 10. Man berechnet sie mit dem Taschenrechner mit der Taste **[log]**.

In der Elektronik benötigt man zur Darstellung von Kennlinien oft logarithmische Maßstäbe, um einen großen Zahlenbereich zu umfassen. Der Abstand eines beliebigen Wertes x vom Anfangspunkt der Achse lässt sich berechnen. Die Zusammenhänge zeigt **Bild 1**.

Logarithmische Maßstäbe dienen zur Darstellung großer Zahlenbereiche.

Beispiel 1: Logarithmische Einteilung

Teilen Sie eine Strecke von 5 cm von 1 bis 10 im logarithmischen Maßstab.

Lösung:

Man sucht die Zehnerlogarithmen von 1 bis 10 und multipliziert sie jeweils mit der Länge der gewählten Strecke. Die sich ergebenden Werte trägt man vom Anfang der Strecke aus ab und beschriftet die Punkte mit 1 ... 10 (**Bild 2**).

Durch Einteilen einer Strecke in

3 Teile – 4 Teile – 3 Teile

erhält man eine logarithmische Teilung für die Werte 1, 2, 5 und 10 (**Bild 3**).

Aufgaben zu 1.4.1

Berechnen Sie.

1. a) $\lg 15$ b) $\lg 23$ c) $\lg 41$ d) $\lg 86$ e) $\lg 87$

2. a) $\lg 26$ b) $\lg 68$ c) $\lg 77$ d) $\lg 96$ e) $\lg 240$

3. a) $\lg 0,5$ b) $\lg 3,5$ c) $\lg 6,8$ d) $\lg 0,043$

4. a) $\lg 0,7$ b) $\lg 8,7$ c) $\lg 5,925$ d) $\lg 0,0084$

5. Teilen Sie eine Strecke von 16 cm im logarithmischen Maßstab von 1 bis 100000 auf einer Strecke mit der Länge von 15 cm her.

6. Stellen Sie eine logarithmische Teilung von 1 bis 100000 auf einer Strecke mit der Länge von 15 cm her.

7. Welchen Wert l_x in cm hat der Punkt $x = 50$, wenn der Anfangswert $x_A = 10$, Endwert $x_E = 150$ und $l_{10} = 8$ cm sind?

$$\lg x = \log_{10} x$$

$$\lg x = 0,4343 \cdot \ln x$$

$$\lg x = \frac{\ln x}{\ln 10}$$

$$l_x = l_{10} \cdot \lg \frac{x}{x_A}$$

\lg Zehnerlogarithmus

\ln natürlicher Logarithmus

l_x Abstand des Wertes x von x_A

l_{10} Abstand für den Faktor 10

x Zahlenwert an der Achse

x_A Zahlenwert am Anfang der Achse

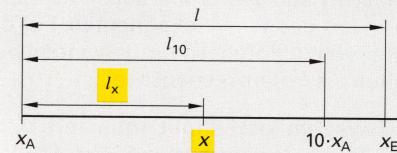


Bild 1: Logarithmische Teilung

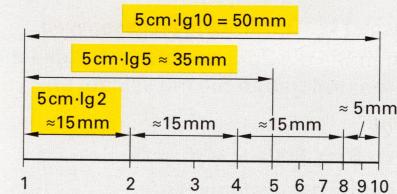


Bild 2: Längeneinteilung bei logarithmischer Teilung



Bild 3: Maßstab zum Zeichnen

8. Welchen Wert l_x in cm hat der Punkt $x = 0,04$ einer Achsteilung, wenn der Endwert $x_E = 0,1$ ist? Anfangswert $x_A = 0,01$, $l_{10} = 10$ cm.
9. Der Wert x_E einer Achsteilung entspricht 0,3. Sein Abstand vom Achsanfang mit $x_A = 0,01$ beträgt 9,54 cm. Wie groß ist l_{10} ?
10. Bei einer Achsteilung ist $l_{10} = 8$ cm und entspricht dem Endwert 0,5. Welchem Wert x entspricht $l_x = 6,23$ cm ($x_A = 0,05$)?

1.4.2 Logarithmische Darstellung, Linearisieren

Durch logarithmische Teilung der Achsen können mehrere Zehnerpotenzen einer Kennlinie übersichtlich dargestellt werden.

Bild 1 zeigt die Kennlinie eines lichtabhängigen Widerstandes (LDR) in doppelt logarithmischer Darstellung. **Bild 2** zeigt die Linearisierung durch Logarithmierung, links linearer, rechts doppelt logarithmischer Maßstab.

Logarithmisch geteilte Achsen haben keinen Nullpunkt.

Beispiel 1: LDR – Stromstärke ablesen

Welcher Strom I_p fließt bei einer Beleuchtungsstärke von 10^3 lx nach **Bild 1**?

Lösung:

Abgelesen aus Kennlinie: $I_p = 80 \mu\text{A}$

Natürlicher Logarithmus

Natürliche Logarithmen, z.B. $\ln 5$, haben die Basis $e = 2,718\dots$. Man kann sie meist direkt mit dem Taschenrechner berechnen, $\ln x = \log_e x$.

Aufgaben zu 1.4.2

1. Lesen Sie die jeweils zugehörige Beleuchtungsstärke nach **Bild 1** ab für a) $I = 200 \mu\text{A}$, b) $I = 5 \mu\text{A}$.
2. Lesen Sie die jeweils zugehörige Stromstärke nach **Bild 1** ab für a) $E = 100 \text{ lx}$, b) $E = 2000 \text{ lx}$.
3. Lesen Sie den jeweils zugehörigen Spannungswert nach **Bild 2** ab für a) $f = 1000 \text{ Hz}$, b) $f = 500 \text{ Hz}$.
4. Lesen Sie die jeweils zugehörige Frequenz nach **Bild 2** ab für a) $U = 30 \text{ V}$, b) $U = 5 \text{ V}$.
5. Lesen Sie die jeweilige zugehörige Ausgangsspannung V_{OUT} für alle drei angegebenen Temperaturwerte nach **Bild 3** ab für a) Ausgangstrom $I_{\text{OUT}} = 1 \text{ mA}$, b) $I_{\text{OUT}} = 50 \text{ mA}$.
6. Am LM 2775 nach **Bild 3** soll die Ausgangsspannung V_{OUT} bei einer Umgebungstemperatur von $T_A = 85^\circ\text{C}$ 5 V betragen. Lesen Sie den zugehörigen Ausgangstrom ab.

Ermitteln Sie die natürlichen Logarithmen.

7. a) $\ln 12$ b) $\ln 24$ c) $\ln 47$ d) $\ln 86$ e) $\ln 96$
8. a) $\ln 35$ b) $\ln 21$ c) $\ln 56$ d) $\ln 75$ e) $\ln 89$

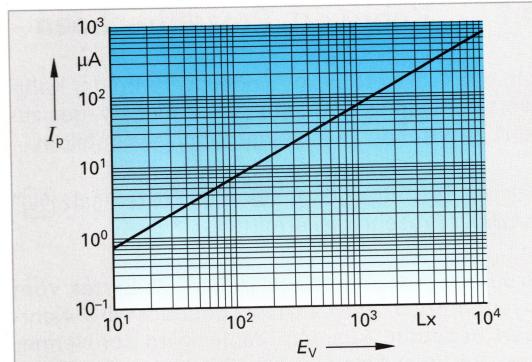


Bild 1: Kennlinie lichtabhängiger Widerstand in doppelt logarithmischer Darstellung

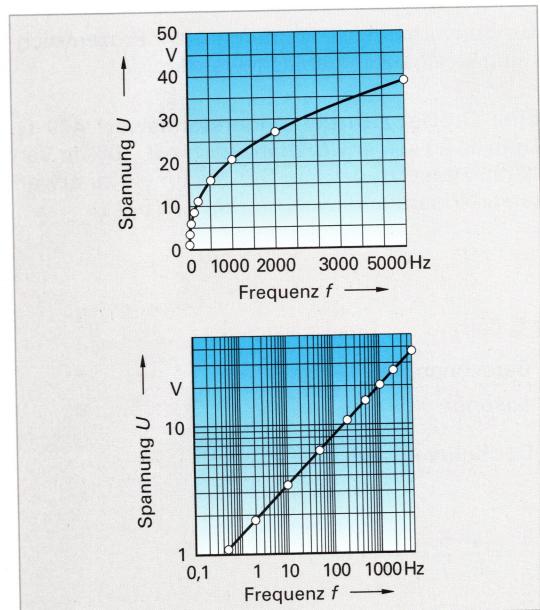


Bild 2: Linearisierung einer Kennlinie

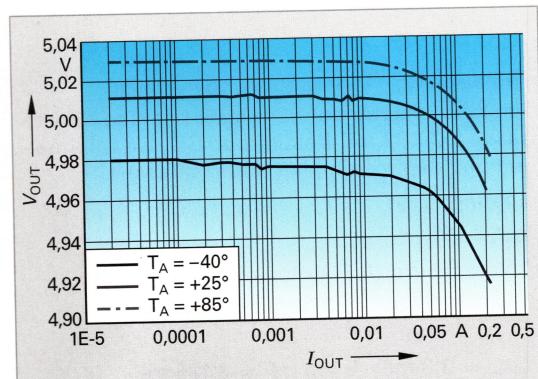


Bild 3: Lastkennlinie LM 2775

1.5 Kehrwert, Prozentrechnen

Mit der Kehrwerttaste $\frac{1}{x}$ oder x^{-1} wird der Kehrwert der zuletzt eingegebenen Zahl bzw. des zuletzt ermittelten Zwischenergebnisses gebildet.

Mit der Tastfolge „Grundwert \times Prozentsatz $\%$ “ wird der Prozentwert ermittelt.

Brüche werden dividiert, indem als Erstes vom zweiten Bruch der Kehrwert gebildet wird. Kehrwert bedeutet: Aus dem Zähler wird der Nenner und aus dem Nenner der Zähler. Anschließend werden die beiden Brüche multipliziert (Zähler mal Zähler und Nenner mal Nenner).

Größenverhältnisse können mit der Prozentrechnung anschaulich gemacht werden.

Eine Größe, z.B. der Widerstandswert 470Ω , kann so zu seinem Toleranzwert, z.B. 10% in Verhältnis gesetzt werden. Der maximale zu erwartende Widerstandswert beträgt z.B. 517Ω .

Beispiel 1: Brüche dividieren

Berechnen Sie $\frac{4}{5} : \frac{7}{6}$

Lösung:

Der Kehrwert von $\frac{7}{6}$ ist $\frac{6}{7}$.

$$\frac{4}{5} : \frac{7}{6} = \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{24}{35}$$

Beispiel 2: Kapazitätswert berechnen

Ein Kondensator der E24-Reihe hat eine Kapazität von $C = 33 \text{ mF}$. Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Kapazitätswert.

Lösung:

$$\Delta C = W$$

Toleranzbereich E24-Reihe 5%

$$\Delta C = \pm \frac{G \cdot p}{100} = \pm \frac{3,3 \text{ mF} \cdot 5}{100} = 0,165 \text{ mF}$$

$$C_{\min} = 3,3 \text{ mF} - 0,165 \text{ mF} = 3,135 \text{ mF}$$

$$C_{\max} = 3,3 \text{ mF} + 0,165 \text{ mF} = 3,435 \text{ mF}$$

$1\% = \frac{1}{100}$	$\frac{p}{100} = \frac{W}{G}$
% p Prozentsatz	W G Prozentwert Grundwert

Aufgaben zu 1.5

Berechnen Sie

1. a) $\frac{1}{4} : \frac{1}{9}$ b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{7} - \frac{1}{5}$ c) $\frac{1}{7+4-3}$
2. a) $\frac{9}{16} \cdot \frac{1}{6}$ b) $\frac{1}{8} + \frac{1}{20} - \frac{1}{4}$ c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{15}$
3. a) $\frac{6}{1} : \frac{1}{2}$ b) $6 : \frac{1}{2}$ c) $\frac{6}{1} \cdot \frac{1}{2}$ d) $6 \cdot \frac{1}{2}$ e) $\frac{15}{49} : \frac{20}{49}$
4. a) $\frac{1}{2} \cdot 5$ b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ c) $5 : \frac{1}{2}$
d) $\frac{1}{2} \cdot 2 \frac{2}{3}$ e) $2 \frac{2}{3} : 1 \frac{1}{2}$
5. a) $\frac{1}{2} \frac{1}{2} + 2 \frac{2}{3}$ b) $2 \frac{2}{3} - 1 \frac{1}{2}$ c) $\frac{48}{24} + \frac{24}{12}$
d) $\frac{24}{12} - \frac{48}{24}$ e) $\frac{17}{18} \cdot \frac{11}{18}$
6. a) $4 \frac{1}{7} : 1 \frac{4}{7}$ b) $4 \frac{3}{4} : 5$ c) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{5}$
d) $\frac{5}{12} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{5}{7}$ e) $\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} + \frac{8}{15}$
7. a) $14\% \text{ von } 458$ b) $162\% \text{ von } 384 \text{ €}$
8. a) $28,5\% \text{ von } 64 \text{ N}$ b) $18,5\% \text{ von } 680 \text{ m}^2$
9. Ein Widerstand der E24-Reihe hat einen Widerstandswert von $R = 4,7 \text{ k}\Omega$. Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Widerstandswert.
10. Ein Kondensator der E48-Reihe hat eine Kapazität von $C = 15 \text{ mF}$. Bestimmen Sie den minimalen und den maximalen Kapazitätswert.
11. Ein Großhändler gewährt seinem Kunden einen pauschalen Rabatt von 8% auf die Rechnungssumme. Welchen Betrag spart ein Kunde, wenn die Rechnungssumme 1570 € beträgt?
12. Ein IT-Händler gewährt bei Zahlung innerhalb 10 Tagen 2% Skonto. a) Welchen Betrag darf der Kunde abziehen, wenn ein PC für 1850 € gekauft wird? b) Wie viel kostet der PC nach Abzug des Skonto?