



3.1.2 Strom im Magnetfeld

Wenn sich elektrische Ladung in einem Magnetfeld senkrecht zu den Feldlinien, so wirkt auf die Ladung eine Kraft, die senkrecht zum Magnetfeld und senkrecht zu den Feldlinien steht.

■ Beispiel 1: Kraft auf Spulenseite berechnen

In einem Magnetfeld der wirksamen Breite $l = 15 \text{ cm}$ und der Flussdichte $B = 1,2 \text{ Vs/m}^2$ befindet sich eine Spulenseite mit $z = 15$ Leitern. Welche Kraft F wirkt auf die Spulenseite, die von $0,3 \text{ A}$ durchflossen ist?

Lösung:

$$\begin{aligned} F &= B \cdot I \cdot l \cdot z = 1,2 \text{ Vs/m}^2 \cdot 0,3 \text{ A} \cdot 15 \text{ cm} \cdot 15 \\ &= 5,4 \frac{\text{VAs}}{\text{m}^2} \cdot 0,15 \text{ m} = 0,81 \frac{\text{VAs}}{\text{m}} \\ &= 0,81 \frac{\text{Nm}}{\text{m}} = \mathbf{0,81 \text{ N}} \end{aligned}$$

Beim Halleffekt¹ ruft die auf die Ladung ausgeübte Kraft eine Hallspannung hervor (**Bild 1**).

Die Hallspannung ist umso größer, je größer die Stromstärke und die magnetische Flussdichte sind und je kleiner die Dicke des Hallplättchens und die Raumladungsdichte sind. Für Hallplättchen verwendet man meist Indiumarsenid oder Indiumantimonid.

Das beschaltete Hallplättchen wird als Hallgenerator bezeichnet und in Hallsensoren eingesetzt. Bürstenlose Motoren (EC-Motoren) nutzen Hallsensoren zur elektronischen Kommutierung (**Bild 2**).

Aufgaben zu 5.3.1.2

- Die Tauchspule eines Lautsprechers mit 20 Windungen hat die Windungslänge $l = 6 \text{ cm}$. Auf die Spule wirkt die Flussdichte $B = 1,1 \text{ Vs/m}^2$. Welche Stromstärke I bewirkt die Kraft $F = 1 \text{ N}$?
- Durch die Tauchspule eines Lautsprechers mit 24 Windungen fließen 100 mA . Eine Windung ist $l = 8 \text{ cm}$ lang. Auf die Spule wirkt die Flussdichte $B = 1,3 \text{ T}$. Berechnen Sie die Kraft F .
- Das Hallplättchen aus einem N-Leiter **Bild 1** hat die Hallkonstante $R_H = 0,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/(\text{As})$. Berechnen Sie die Hallspannung.
- Ein Hallgenerator ($R_H = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/(\text{As})$, $s = 0,1 \text{ mm}$) wird in den Luftspalt eines Lautsprechers gesteckt. Beim Hallstrom von $0,1 \text{ A}$ wird die Hallspannung $U_H = 0,5 \text{ mV}$ gemessen. Berechnen Sie die magnetische Flussdichte.

$$F = B \cdot I \cdot l \cdot z$$

$$U_H = \frac{R_H \cdot I \cdot B}{s}$$

$$[F] = \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot \text{A} \cdot \text{m} = \frac{\text{VAs}}{\text{m}} = \frac{\text{Nm}}{\text{m}} = \text{N} \quad [R_H] = \frac{\text{m}^3}{\text{A} \cdot \text{s}}$$

F Kraft

B Flussdichte senkrecht zum Strom

I Stromstärke

l wirksame Breite des Magnetfeldes (senkrecht zum Strom)

z Leiterzahl

U_H Hallspannung

R_H Hallkonstante (materialabhängig) (Kehrwert der Raumladungsdichte)

s Dicke des Hallplättchens

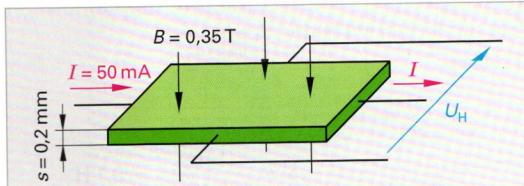


Bild 1: Halleffekt beim N-Leiter

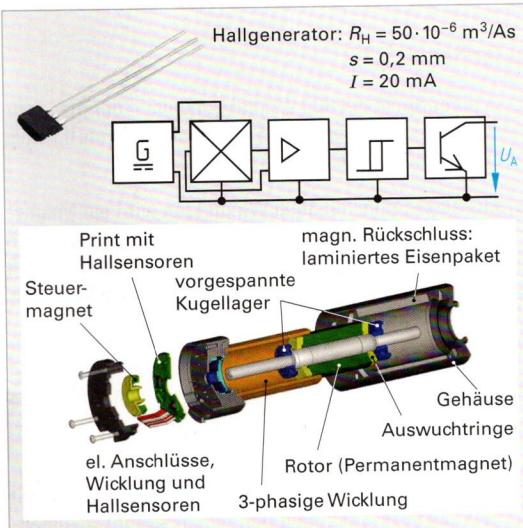
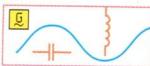


Bild 2: EC-Motor mit Hallsensor

- Der Hallgenerator zur elektronischen Kommutierung des EC-Motors (**Bild 2**) liefert eine Hallspannung von $14,4 \text{ mV}$. Welche Flussdichte wirkt auf den Hallgenerator?

¹ Edwin Herbert Hall, amerikanischer Physiker, 1855 bis 1938



5.3.2 Induktion und Induktivität

Ändert sich der magnetische Fluss, der eine Spule durchsetzt, so wird in der Wicklung eine Spannung induziert.

Bewegt sich ein Leiter in einem Magnetfeld senkrecht zur Feldrichtung, dann wird im Leiter eine Spannung induziert.

Mit der Spulenkonstanten A_L wird der magnetische Leitwert des Spulenkerne angegeben. A_L ist die Induktivität, wenn die Spule aus nur einer Windung ($N = 1$) besteht.

Beispiel 1: Induktivität berechnen

In einer Spule entsteht die Spannung 15 V, wenn während der Zeitdauer 1 ms der Strom gleichmäßig um 0,15 A abnimmt. Berechnen Sie die Induktivität der Spule.

Lösung:

$$u_i = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t} \Rightarrow L = -u_i \cdot \frac{\Delta t}{\Delta i}$$

$$= -15 \text{ V} \cdot \frac{1 \text{ ms}}{(-0,15 \text{ A})} = 0,1 \text{ H}$$

$$[u_i] = \frac{\text{Wb}}{\text{s}} = \frac{\text{Vs}}{\text{s}} = \text{V}$$

$$u_i = -N \cdot \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

$$[u_i] = \frac{\text{H} \cdot \text{A}}{\text{s}} = \frac{\text{Vs}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \text{V}$$

$$u_i = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$

$$u_i = B \cdot l \cdot v \cdot z$$

$$L = N^2 \cdot A_L$$

u_i induzierte Spannung

N Windungszahl

$\Delta \Phi$ Flussänderung

Δt Zeitdauer der Änderung

L Induktivität

Δi Stromänderung

l wirksame Breite des Magnetfeldes

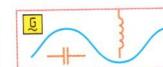
v Geschwindigkeit senkrecht zum Magnetfeld

z Zahl der Leiterschleifen (Windungen)

A_L Spulenkonstante

Aufgaben zu 5.3.2

1. In einer Spule mit 600 Windungen nimmt der magnetische Fluss während $\Delta t = 15 \text{ ms}$ gleichmäßig um 0,4 mVs ab. Berechnen Sie die induzierte Spannung.
2. Aus einer Spule mit 3600 Windungen wird ein Magnet so herausgezogen, dass der die Spule durchsetzende Fluss während 3 ms gleichmäßig von 0,3 mWb auf null zurückgeht. Welche Spannung wird dabei in der Spule induziert?
3. Welche Spannung wird in einer Spule der Induktivität 5 mH induziert, wenn der Spulenstrom während 0,2 ms von 10 mA auf 2 mA gleichmäßig abnimmt?
4. Durch eine Spule der Induktivität 1,5 H fließt der Gleichstrom 0,2 A. Welche Zeitdauer ist erforderlich, damit die induzierte Spannung bei gleichmäßiger Stromabnahme die Grenze $u_i = 600 \text{ V}$ nicht übersteigt?
5. Von einem Ferrit-Schalenkern mit Luftspalt wurde durch einen Versuch die Spulenkonstante A_L bestimmt. Dazu wurde auf dem Spulenkörper eine Wicklung mit $N_1 = 100$ Windungen aufgebracht und danach die Induktivität zu $L_1 = 35 \text{ mH}$ gemessen.
 - a) Berechnen Sie die Spulenkonstante A_L .
 - b) Welche Induktivität L_2 hat eine Spule mit diesem Kern, wenn sie $N_2 = 2500$ Windungen besitzt?
6. Eine Spule mit 1500 Windungen besitzt die Induktivität 0,225 H. Berechnen Sie die Spulenkonstante A_L .
7. Wie viele Windungen benötigt eine Spule mit der Spulenkonstanten $A_L = 2,8 \mu\text{Vs}/\text{A}$ für die Induktivität 2 H?
8. Ein Ferrit-Schalenkern mit Luftspalt hat die Spulenkonstante $A_L = 0,25 \mu\text{Vs}/\text{A}$. Wie viele Windungen werden für die Induktivität 15 mH benötigt?
9. Ein Sensor zur dynamischen Wegmessung besteht aus einer Tauchspule mit $z = 50$ Windungen, die sich in einem homogenen Magnetfeld bewegt. Die Flussdichte des Magnetfeldes beträgt 1,2 T, die wirksame Breite 18,8 mm. Berechnen Sie die induzierte Spannung, wenn die Tauchspule mit einer Geschwindigkeit von 0,22 m/s durch das Magnetfeld bewegt wird.
10. In einem Magnetfeld mit der Flussdichte von 1,15 T und der wirksamen Breite (Windungslänge) von 20,4 mm befindet sich die Tauchspule eines Schallsensors, die 40 Windungen besitzt. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich die Tauchspule, während die induzierte Spannung 180 mV beträgt?



3.3 RL-Schaltungen an Gleichspannung

Legt man die Reihenschaltung aus einer Spule und einem Widerstand (**Bild 1**) an eine Gleichspannung, so steigt der Strom stetig (ohne Sprünge) an (**Bild 2**). Während der Dauer 1τ nimmt der Strom jeweils um das 0,63-fache des bis zum Endwert fehlenden Restes zu. Nach 5τ fließt fast der volle Strom (> 99 % seines Endwertes). Nach dem Abschalten nimmt der Strom stetig ab und die Spannung an der Spule wechselt ihre Richtung.

Damit der Spulenstrom auch nach dem Abschalten weiterfließen kann, muss auch bei geöffnetem Schaltkontakt ein geschlossener Stromkreis vorhanden sein. Dafür verwendet man meist eine Freilaufdiode, die leitend wird, sobald die Spannung an der Spule beim Abschalten sich umpolst (Bild 1).

■ Beispiel 1: Zeitkonstante berechnen

Die Reihenschaltung aus einer Spule mit $L = 200 \text{ mH}$ und einem Widerstand mit $R = 1,2 \text{ k}\Omega$ wird zur Zeit $t = 0$ an die Gleichspannung $U_0 = 10 \text{ V}$ gelegt. Wie groß ist die Zeitkonstante?

Lösung:

$$\tau = \frac{L}{R} = \frac{200 \text{ mH}}{1,2 \text{ k}\Omega} = \frac{200 \cdot 10^{-3} \text{ Vs/A}}{1,2 \cdot 10^3 \text{ V/A}} = 167 \mu\text{s}$$

Aufgaben zu 5.3.3

- Welchen Wirkwiderstand R muss eine Spule mit $0,8 \text{ H}$ mindestens besitzen, damit $0,5 \text{ s}$ nach dem Einschalten fast der volle Strom vorhanden ist?
- Ein Relais mit $0,2 \text{ H}$ und $R = 24 \Omega$ wird an die Gleichspannung 6 V gelegt. Berechnen Sie
 - Zeitkonstante,
 - Endwert des Stromes.
- Bei einem Relais, das an die Gleichspannung 10 V gelegt wurde, stieg der Strom bis auf 200 mA . Zum Zeitpunkt 5 ms nach dem Einschalten war die Stromstärke 126 mA .
 - Wie groß ist die Zeitkonstante?
 - Welche Induktivität besitzt das Relais?
- Eine Spule mit Schnittbandkern hat die Induktivität $L = 630 \text{ H}$ und den Wicklungswiderstand $R = 240 \Omega$. Zur Zeit $t = 0$ wird die Spule an die Gleichspannung $U_0 = 24 \text{ V}$ gelegt. Berechnen Sie
 - Zeitkonstante,
 - Endwert des Spulenstromes,
 - Energie des Magnetfeldes,
 - Stromstärke zur Zeit $t = 1,0 \text{ s}$ nach dem Einschalten.

$$[\tau] = \frac{H}{\Omega} = \frac{Vs/A}{A/V} = s$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Nach dem Schließen des Schalters:

$$i = \frac{U_0}{R} \cdot (1 - e^{-t/\tau})$$

$$i = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-t/\tau}$$

$$u_L = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

$$u_L = -U_0 \cdot e^{-t/\tau}$$

τ Zeitkonstante
 L Induktivität
 R Widerstand
 i Stromstärke (Augenblickswert)

U_0 Gleichspannung
 t Zeit nach dem Schalten
 u_L Spannung an der Spule (Augenblickswert)

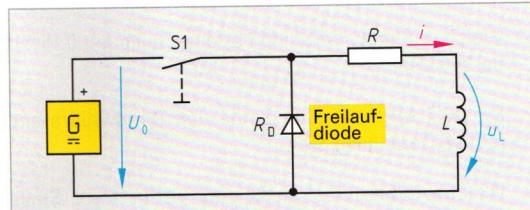


Bild 1: Spule und Widerstand im Gleichstromkreis

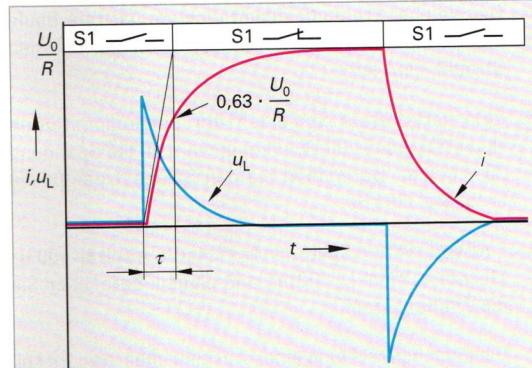
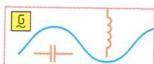


Bild 2: Strom und Spannung an der Spule

- Eine Spule der Induktivität $L = 40 \text{ mH}$ mit vernachlässigbar kleinem Wicklungswiderstand wird über einen Vorwiderstand R an die Gleichspannung $U_0 = 15 \text{ V}$ gelegt. Die Zeitkonstante soll $40 \mu\text{s}$ betragen. Wie groß sind
 - Vorwiderstand,
 - Endwert der Stromstärke,
 - Strom und Spannung an der Spule zur Zeit $t = 60 \mu\text{s}$ nach dem Einschalten?



5.3.4 Induktiver Blindwiderstand

An Wechselspannung stellt die verlustfreie Spule einen reinen Blindwiderstand dar. Der Strom i eilt dann der Spannung u_{BL} um $\varphi = 90^\circ$ nach (**Bild 1**). Bei der verlustfreien Spule ist die Blindspannung gleich der angelegten Spannung.

$$[X_L] = \frac{1}{s} \cdot H = \frac{1}{s} \cdot \frac{Vs}{A}$$

$$= \frac{V}{A} = \Omega$$

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$X_L = \frac{U_{BL}}{I} = \frac{\hat{U}_{BL}}{\hat{I}}$$

X_L induktiver Blindwiderstand
 ω Kreisfrequenz
 L Induktivität
 U_{BL} induktive Blindspannung
 I Stromstärke

Beispiel 1: Induktivität berechnen

Eine Spule soll bei der Frequenz 470 kHz den Blindwiderstand 1 kΩ besitzen. Berechnen Sie die Induktivität.

Lösung:

$$X_L = \omega \cdot L$$

$$\Rightarrow L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{1 \text{ k}\Omega}{2\pi \cdot 470 \text{ kHz}} = 0,338 \frac{\text{mVs}}{\text{A}} = 0,338 \text{ mH}$$

Aufgaben zu 5.3.4

- Welchen Blindwiderstand hat eine Spule mit 0,15 mH bei 260 kHz?
- Bei 10,7 MHz hat eine Spule den Blindwiderstand 0,7 kΩ. Berechnen Sie L .
- Welche Induktivität muss eine verlustfreie Spule besitzen, die am Netz 50 Hz 230 V die Stromstärke $I = 15,9 \text{ mA}$ aufnimmt?
- Bei welcher Frequenz nimmt eine verlustfreie Spule mit der Induktivität 5,3 mH an der Spannung 15 V den Strom 1,5 mA auf?
- Eine verlustfreie Spule mit der Spulenkonstanten $A_L = 0,5 \mu\text{H}$ und 200 Windungen wird an die Spannung 20 V gelegt. Berechnen Sie den Spulenstrom für die Frequenz 320 kHz.
- Eine verlustfreie Spule mit $A_L = 1,4 \mu\text{Vs/A}$ soll an 400 Hz 115 V den Strom $I = 100 \text{ mA}$ aufnehmen. Berechnen Sie die Windungszahl.
- Die Eingangswicklung eines Ausgangsübertragers soll bei der unteren Grenzfrequenz von $f_t = 40 \text{ Hz}$ den Blindwiderstand $X_{L1} = 5 \text{ k}\Omega$ besitzen. Die Spulenkonstante des Kernes M74 aus Elektroblech IV ist $3,5 \mu\text{Vs/A}$. Berechnen Sie die Windungszahl N_1 .

- Mit der Messschaltung **Bild 2** werden die zeitlichen Verläufe der Spulenspannung u_{BL} und des Spulenstroms i einer Spule mit Ferrit-Schalenkern gemessen. **Bild 1** zeigt das Schirmbild des Oszilloskops. Die eingestellten Ablenkkoefizienten sind: $A_x = 10 \mu\text{s/DIV}$ für die x-Achse, $A_{y1} = 2 \text{ V/DIV}$ für Kanal CH1 der y-Achse und $A_{y2} = 0,2 \text{ V/DIV}$ für Kanal CH2.

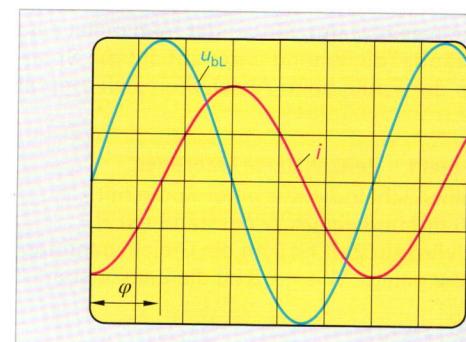


Bild 1: Schirmbild

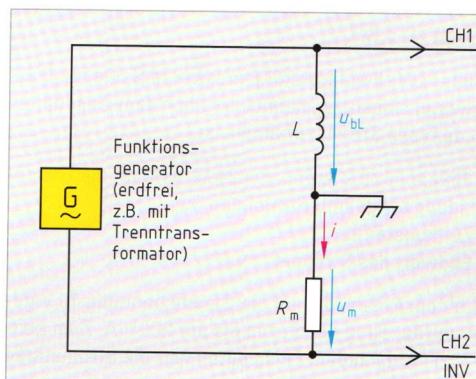
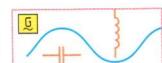


Bild 2: Messschaltung für Oszilloskop

- Geben Sie A_{y2} in mA/DIV an für die Strommessung mit dem Messwiderstand $R_m = 100 \Omega$ (**Bild 2**).
- Bestimmen Sie die Spitze-Tal-Werte \hat{U}_{BL} und \hat{i} , die Periodendauer T und die Frequenz f der Messspannung.
- Berechnen Sie den induktiven Blindwiderstand X_L und die Induktivität L der Spule.



5.4 Schaltungen mit Blindwiderständen

5.4.1 RC- und RL-Schaltungen

5.4.1.1 Reihenschaltung von Wirkwiderstand und Blindwiderstand

Spannungen und Widerstände können mithilfe von Spannungsdreieck und Widerstandsdreieck rechnerisch und rechnerisch ermittelt werden (Bild 1, Bild 2).

RC-Schaltungen und RL-Schaltungen werden z.B. in EMV-Filtern verwendet.

■ Beispiel 1: Scheinwiderstand und Stromstärke

Ein Widerstand von $10 \text{ k}\Omega$ und ein Kondensator von $5,6 \text{ nF}$ sind in Reihe an eine Wechselspannung von $3 \text{ kHz } 5 \text{ V}$ angeschlossen. Wie groß sind Scheinwiderstand und Stromstärke?

Lösung:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 3 \text{ kHz} \cdot 5,6 \text{ nF}} = 9,48 \text{ k}\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(10 \text{ k}\Omega)^2 + (9,48 \text{ k}\Omega)^2} = 13,78 \text{ k}\Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{5 \text{ V}}{13,78 \text{ k}\Omega} = 0,363 \text{ mA}$$

Aufgaben zu 5.4.1.1

- Ein Kondensator mit $5,6 \mu\text{F}$ und ein Widerstand mit 680Ω liegen in Reihe an einer Wechselspannung von $50 \text{ Hz } 230 \text{ V}$. Berechnen Sie a) Scheinwiderstand, b) Stromstärke, c) Wirkspannung, d) kapazitive Blindspannung, e) Phasenverschiebungswinkel.
- Ein Widerstand mit $22 \text{ k}\Omega$ und ein Kondensator mit $0,1 \mu\text{F}$ sind in Reihe an eine Wechselspannung von $100 \text{ Hz } 50 \text{ V}$ angeschlossen. Berechnen Sie a) Scheinwiderstand, b) Stromstärke, c) Wirkspannung, d) Blindspannung, e) Phasenverschiebungswinkel.
- Ein Kondensator von 150 pF ist mit einem Widerstand von $1,2 \text{ k}\Omega$ in Reihe an eine Wechselspannung mit 800 kHz angeschlossen. Durch die Schaltung fließt ein Strom von 2 mA . Ermitteln Sie a) Wirkspannung, b) Blindspannung, c) Gesamtspannung, d) Scheinwiderstand, e) Phasenverschiebungswinkel.
- An einer Wechselspannung von 8 kHz liegen ein Widerstand von $10 \text{ k}\Omega$ und ein Kondensator von $1,5 \text{ nF}$ in Reihe. Die Blindspannung beträgt 25 V . Berechnen Sie a) Scheinwiderstand, b) Stromstärke, c) Wirkspannung, d) Gesamtspannung.

Bei Reihenschaltung:

$$U = \sqrt{U_w^2 + U_b^2}$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$X = Z \cdot \sin \varphi$$

$$\tan \varphi = \frac{U_b}{U_w} = \frac{X}{R}$$

$$Z = \frac{U}{I}$$

U Gesamtspannung

U_w Wirkspannung

U_b Blindspannung

Z Scheinwiderstand

R Wirkwiderstand

X Blindwiderstand

I Stromstärke

φ Phasenverschiebungswinkel

(φ griech. Kleinbuchstabe Phi)

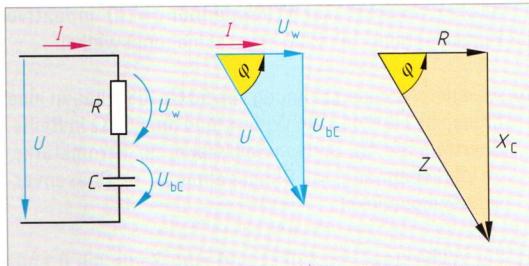


Bild 1: Reihenschaltung aus R und C

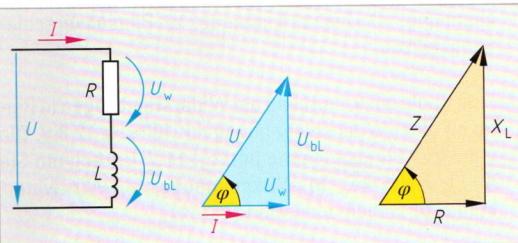
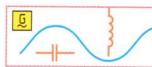


Bild 2: Reihenschaltung aus R und L

- Eine Reihenschaltung aus einem Widerstand und einem Kondensator von 10 pF liegt an einer Wechselspannung von $100 \text{ MHz } 40 \text{ V}$. Der Scheinwiderstand beträgt 300Ω . Ermitteln Sie a) Wirkwiderstand, b) Stromstärke, c) Wirkspannung, d) Blindspannung.



- 6.** An einer Wechselspannung von 460 kHz 5 V liegen ein Widerstand von 1,8 kΩ und ein Kondensator in Reihe. Die Stromstärke beträgt 1,3 mA. Berechnen Sie a) Scheinwiderstand, b) Kapazität, c) Wirkspannung, d) Blindspannung.
- 7.** Für einen Stromkreis wird eine Spannung von 100 V und eine Stromstärke von 0,3 A benötigt. Welche Kapazität muss ein Vorschaltkondensator haben, wenn dieser Stromkreis an ein Netz 50 Hz 230 V angeschlossen werden soll?
- 8.** Einem 100-W-Lötkolben, der an ein Netz 50 Hz 230 V angeschlossen ist, sollen in den Lötpausen nur 150 V zugeführt werden. Welche Kapazität muss der Vorschaltkondensator haben?
- Die Spulen sind als verlustfrei zu betrachten, der Wirkwiderstandsanteil wird vernachlässigt:
- 9.** Eine Spule mit 1 H sowie ein Widerstand mit 220 Ω sind in Reihe an eine Wechselspannung von 50 Hz 70 V angeschlossen. Berechnen Sie a) Scheinwiderstand, b) Stromstärke, c) Wirkspannung, d) induktive Blindspannung, e) Phasenverschiebungswinkel.
- 10.** An einer Wechselspannung von 50 Hz 106 V liegen eine Spule mit 2,4 H und ein Widerstand mit 560 Ω in Reihe. Ermitteln Sie a) Scheinwiderstand, b) Stromstärke, c) Wirkspannung, d) Blindspannung, e) Phasenverschiebungswinkel.
- 11.** Ein Widerstand mit 470 Ω und eine Spule mit 0,1 mH liegen in Reihe an einer Wechselspannung mit 500 kHz. Durch die Schaltung fließen 2 mA. Ermitteln Sie a) Scheinwiderstand, b) Wirkspannung, c) Blindspannung, d) Gesamtspannung, e) Phasenverschiebungswinkel.
- 12.** Eine Spule mit 0,1 mH und ein Widerstand liegen in Reihe an einer Wechselspannung mit 100 kHz 19,8 V. Die induktive Blindspannung beträgt 14 V. Berechnen Sie a) Stromstärke, b) Wirkspannung, c) Wirkwiderstand, d) Scheinwiderstand.
- 13.** Legt man eine Spule an Gleichspannung von 4 V, so fließt ein Strom von 0,8 A. Legt man die Spule an Wechselspannung von 50 Hz 4 V, so fließen nur 0,5 A. Berechnen Sie a) Wirkwiderstand der Spule, b) Scheinwiderstand, c) Induktivität.
- 14.** Durch eine Spule, die an Gleichspannung von 2 V liegt, fließen 0,25 A. Legt man die Spule an Wechselspannung von 10 kHz 3 V, so fließen 0,955 mA. Ermitteln Sie a) Wirkwiderstand der Spule, b) Scheinwiderstand, c) Induktivität.

5.4.1.2 Verluste der Spule

Eine Spule mit Verlusten kann in der Ersatzschaltung durch die Reihenschaltung eines Wirkwiderstandes mit einem induktiven Blindwiderstand dargestellt werden (**Bild 1**).

$\delta = 90^\circ - \varphi$	$d = \tan \delta$
$Q = \frac{1}{d}$	$Q = \frac{X_L}{R_v}$
d Verlustfaktor δ Verlustwinkel (δ griech. Kleinbuchstabe Delta) φ Phasenverschiebungswinkel Q Gütfaktor X_L induktiver Blindwiderstand R_v Reihenverlustwiderstand	

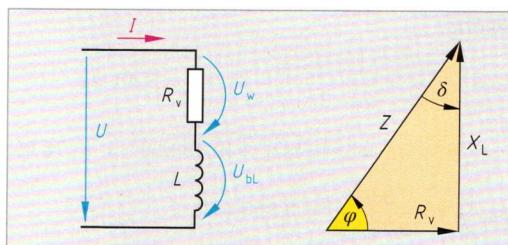
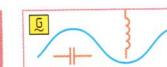


Bild 1: Spule mit Verlusten

Aufgaben zu 5.4.1.2

- Bei einer Spule ist $R_v = 400 \Omega$ und $X_L = 3,8 \text{ k}\Omega$. Berechnen Sie a) Gütfaktor, b) Verlustwinkel.
- Eine Spule mit 0,15 mH hat bei 1,8 MHz den Reihenverlustwiderstand $R_v = 18 \Omega$. Berechnen Sie a) Gütfaktor, b) Verlustwinkel.
- Bei einer Spule mit 10,5 μH beträgt bei der Frequenz 10,7 MHz der Verlustwinkel 0,3°. Berechnen Sie a) Gütfaktor, b) Verlustwiderstand R_v .
- Eine Spule nimmt an der Wechselspannung 12 V den Strom $I = 15 \text{ mA}$ auf. Die Phasenverschiebung ist dabei $\varphi = 78^\circ$. Berechnen Sie a) Gütfaktor, b) Blindwiderstand X_L .
- Eine Siebdrossel mit 3 H und $R_v = 75 \Omega$ wird vom Wechselstrom 100 Hz 40 mA durchflossen. Berechnen Sie a) Gütfaktor, b) Wechselspannung an der Drossel.
- An der Siebdrossel mit $L = 5 \text{ H}$ und $R_v = 125 \Omega$ liegt die Wechselspannung 55 V mit der Brummfrequenz 50 Hz. Berechnen Sie a) Verlustfaktor, b) Wechselstrom durch die Drossel.



4.1.3 Parallelschaltung von Wirkwiderstand und Blindwiderstand

Ströme und Leitwerte von Parallelschaltungen können mithilfe von Stromdreieck und Leitwertdreieck (**Bild 1 a) und b)**) ermittelt werden.

Aufgaben zu 5.4.1.3

Ein Widerstand von $10 \text{ k}\Omega$ und ein Kondensator von 10 nF sind parallel an eine Wechselspannung von $1 \text{ kHz } 144 \text{ V}$ angeschlossen. Berechnen Sie a) Wirkstrom, b) kapazitiven Blindstrom, c) Gesamtstrom, d) Scheinwiderstand, e) Phasenverschiebungswinkel.

a) Ein Widerstand von $560 \text{ k}\Omega$ ist mit einem Kondensator von $5,6 \text{ nF}$ parallel geschaltet. Die angelegte Wechselspannung hat $50 \text{ Hz } 10 \text{ V}$. Ermitteln Sie a) Wirkstrom, b) Blindstrom, c) Gesamtstrom, d) Scheinwiderstand, e) Phasenverschiebungswinkel.

b) In einer Gegenkopplungsleitung ist ein Kondensator von 47 nF mit einem Widerstand von $100 \text{ k}\Omega$ überbrückt. Wie groß ist bei $f = 100 \text{ Hz}$ der Scheinwiderstand?

c) Bei einem Basseinsteller ist ein Kondensator von 270 pF mit einem Potentiometer überbrückt. Für $f = 100 \text{ Hz}$ soll der Scheinwiderstand $2,6 \text{ M}\Omega$ betragen. Auf welchen Widerstandswert muss das Potentiometer eingestellt sein?

d) Ein Widerstand von $3,9 \text{ k}\Omega$ und eine Spule von 20 mH liegen parallel an einer Wechselspannung von $30 \text{ kHz } 10 \text{ V}$. Berechnen Sie a) Wirkstrom, b) Blindstrom, c) Gesamtstrom, d) Scheinwiderstand e) Phasenverschiebungswinkel.

e) Eine Spule und ein Widerstand von 470Ω liegen parallel an einer Wechselspannung von $200 \text{ kHz } 0,5 \text{ V}$. Der Scheinwiderstand beträgt 200Ω . Ermitteln Sie a) Gesamtstrom, b) Wirkstrom, c) Blindstrom, d) Induktivität.

f) An einer Wechselspannung mit 460 kHz liegen eine Spule von 4 mH und ein Widerstand von $12 \text{ k}\Omega$ parallel. Der Wirkstrom beträgt $1,2 \text{ mA}$. Berechnen Sie a) Spannung, b) Blindstrom, c) Gesamtstrom, d) Scheinwiderstand.

Bei Parallelschaltung:

$$I = \sqrt{I_w^2 + I_b^2}$$

$$G = Y \cdot \cos \varphi$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B^2}$$

$$B = Y \cdot \sin \varphi$$

$$\tan \varphi = \frac{I_b}{I_w} = \frac{R}{X}$$

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$Z = \frac{1}{Y}$$

$$Z = \frac{R \cdot X}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

I Gesamtstrom

I_w Wirkstrom

I_b Blindstrom

Y Scheinleitwert

G Wirkleitwert

B Blindleitwert

Z Scheinwiderstand

R Wirkwiderstand

X Blindwiderstand

U Spannung

φ Phasenverschiebungswinkel

Beispiel 1: Gesamtstrom berechnen

Ein Widerstand von $4,7 \text{ k}\Omega$ und eine verlustfreie Spule von 100 mH sind parallel an eine Spannung von $5 \text{ kHz } 8 \text{ V}$ angeschlossen. Wie groß ist der Gesamtstrom?

Lösung:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot 5 \text{ kHz} \cdot 100 \text{ mH} = 3,14 \text{ k}\Omega$$

$$I_w = \frac{U}{R} = \frac{8 \text{ V}}{4,7 \text{ k}\Omega} = 1,70 \text{ mA}$$

$$I_{bL} = \frac{U}{X_L} = \frac{8 \text{ V}}{3,14 \text{ k}\Omega} = 2,55 \text{ mA}$$

$$I = \sqrt{I_w^2 + I_{bL}^2} = \sqrt{(1,70 \text{ mA})^2 + (2,55 \text{ mA})^2}$$

$$= \sqrt{2,89 + 6,50} \text{ mA} = \sqrt{9,39} \text{ mA} = 3,06 \text{ mA}$$

g) Ein Widerstand und eine Spule von 15 mH liegen parallel an einer Wechselspannung von $200 \text{ kHz } 500 \text{ mV}$. Der Gesamtstrom beträgt $41,6 \mu\text{A}$. Ermitteln Sie a) Scheinwiderstand, b) Wirkwiderstand, c) Wirkstrom, d) Blindstrom.

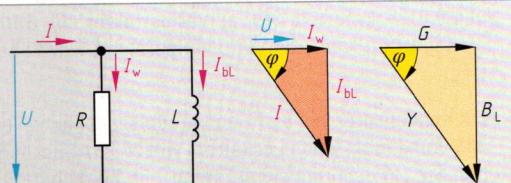
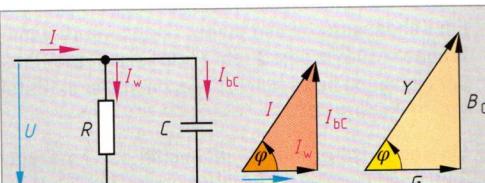
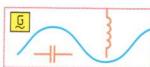


Bild 1: a) Parallelschaltung aus R und C, b) Parallelschaltung aus R und L



5.4.1.4 Verluste des Kondensators

Die Verluste durch Erwärmung, Umpolarisieren oder Leckströme werden durch einen Verlustwiderstand parallel zum idealen Kondensator dargestellt (**Bild 1**).

Der Verlustfaktor d ist das Verhältnis von Blindanteil X_C zu Wirkanteil R_p . Er wirkt sich bei Wechselstromkondensatoren, die mit großen Strömen belastet werden, aus (**Tabelle 1**). Ein zu großer Verlustfaktor kann durch die aufgenommene Wirkleistung zu übermäßiger Erwärmung und damit zu verkürzter Lebensdauer führen.

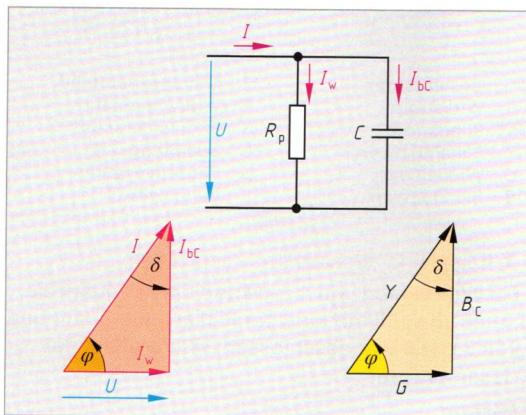


Bild 1: Kondensator mit Verlusten

Aufgaben zu 5.4.1.4

- Ein Kondensator mit 180 pF hat bei 1,2 MHz einen Verlustwiderstand von 4 MΩ. Berechnen Sie a) Verlustfaktor, b) Verlustwinkel, c) Gütefaktor.
- Ein Kondensator mit 390 pF hat bei 800 kHz einen Verlustwiderstand von 3,6 MΩ. Berechnen Sie a) Gütefaktor, b) Verlustfaktor, c) Verlustwinkel.
- Ein Kondensator mit 470 pF hat bei 600 kHz einen Verlustwinkel von 0,0167°. Berechnen Sie a) Verlustfaktor, b) Gütefaktor, c) Verlustwiderstand.
- Ein Kondensator hat bei 500 kHz einen Verlustwinkel von 0,018°. Ermitteln Sie a) Verlustfaktor, b) Güte, c) Kapazität, wenn der Verlustwiderstand 10 MΩ beträgt.
- Ein Kondensator von 8 µF liegt an Gleichspannung von 200 V und führt einen Leckstrom von 200 µA. Berechnen Sie a) Isolationswiderstand, b) Zeitkonstante der Entladung, c) Gütefaktor für 50 Hz, d) Verlustfaktor, e) Verlustwinkel.

$$\delta = 90^\circ - \varphi$$

$$d = \tan \delta$$

$$Q = \frac{1}{d}$$

$$\tan \delta = \frac{X_C}{R_p}$$

d Verlustfaktor

δ Verlustwinkel (δ griech. Kleinbuchstabe Delta)

φ Phasenverschiebungswinkel

Q Gütefaktor

X_C kapazitiver Blindwiderstand

R_p paralleler Verlustwiderstand

Beispiel 1: Kondensatorgrößen berechnen

Ein Kondensator hat bei der Frequenz von 1 MHz einen Verlustfaktor von $0,2 \cdot 10^{-3}$. Wie groß sind Gütefaktor, Verlustwinkel und paralleler Verlustwiderstand, wenn $X_C = 2 \text{ k}\Omega$ beträgt?

Lösung:

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{1}{0,2 \cdot 10^{-3}} = 5000$$

$$d = \tan \delta = 0,2 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \delta = 0,0115^\circ$$

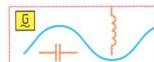
$$d = \frac{X_C}{R_p}$$

$$\Rightarrow R_p = \frac{X_C}{d} = \frac{2 \text{ k}\Omega}{0,2 \cdot 10^{-3}} = 10 \text{ M}\Omega$$

Tabelle 1: Verlustwinkel von Kondensatoren

Art	Verlustwinkel
Metallpapierkondensator	10^{-2} bis 10^{-3}
Kunststofffolienkondensator	10^{-2} bis $5 \cdot 10^{-3}$
Keramikkondensator	10^{-2} bis $5 \cdot 10^{-3}$

- Ein verlustbehafteter Kondensator von 1 µF hat eine Zeitkonstante der Selbstentladung von 20 s. Ermitteln Sie a) Isolationswiderstand, b) Gütefaktor für 50 Hz, c) Verlustfaktor, d) Verlustwinkel.
- Ein Kondensator nimmt an der Spannung 10 V mit der Frequenz 10 kHz den Strom $I = 8 \text{ mA}$ auf. Die Phasenverschiebung beträgt 87°. Berechnen Sie a) Gütefaktor, b) Kapazität.
- Ein Kondensator mit 120 nF besitzt bei der Frequenz 3 kHz den Gütefaktor 30. Berechnen Sie a) Verlustfaktor, b) Verlustwinkel, c) Phasenverschiebungswinkel, d) Stromaufnahme bei $U = 3 \text{ V}$.



5.4.1.5 Hochpässe und Tiefpässe

Die Frequenz, bei der der Blindwiderstand und Wirkwiderstand gleich groß sind, nennt man Grenzfrequenz. Die Spannung am Blindwiderstand und die Spannung am Wirkwiderstand betragen dann in der Reihenschaltung das 0,707-Fache der Gesamtspannung, d. h. die Teilspannungen sind um 3 dB kleiner als die Gesamtspannung.

Bei RC-Schaltung:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C}$$

Bei RL-Schaltung:

$$f_c = \frac{R}{2\pi \cdot L}$$

f_c Grenzfrequenz (c von cut off = abschneiden)
 R Wirkwiderstand
 C Kapazität
 L Induktivität

■ Beispiel 1: Grenzfrequenz berechnen

Ein Widerstand von $1 \text{ k}\Omega$ und ein Kondensator von $5,6 \text{ nF}$ sind in Reihe an eine Wechselspannung von $3 \text{ kHz} 5 \text{ V}$ angeschlossen. Berechnen Sie die Grenzfrequenz.

Lösung:

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 10 \text{ k}\Omega \cdot 5,6 \text{ nF}}$$

$$= \frac{1}{2\pi \cdot 10^3 \Omega \cdot 5,6 \cdot 10^{-9} \text{ s}/\Omega} = 28,4 \text{ kHz}$$

Aufgaben zu 5.4.1.5

- a) Berechnen Sie für den RC-Tiefpass (**Bild 1a**) mit $R = 3,9 \text{ k}\Omega$ und $C = 22 \text{ nF}$ die Grenzfrequenz.
- b) Berechnen Sie für einen RL-Tiefpass (**Bild 1c**) mit $R = 120 \Omega$ und $L = 22 \text{ mH}$ die Grenzfrequenz.
- c) Berechnen Sie für den RC-Hochpass (**Bild 1b**) mit $f = 3,2 \text{ kHz}$ und $R = 2,7 \text{ k}\Omega$ die Kapazität des Kondensators C .
- d) Berechnen Sie für den RL-Hochpass (**Bild 1d**) mit $R = 390 \Omega$ und $L = 20 \text{ mH}$ die Grenzfrequenz.

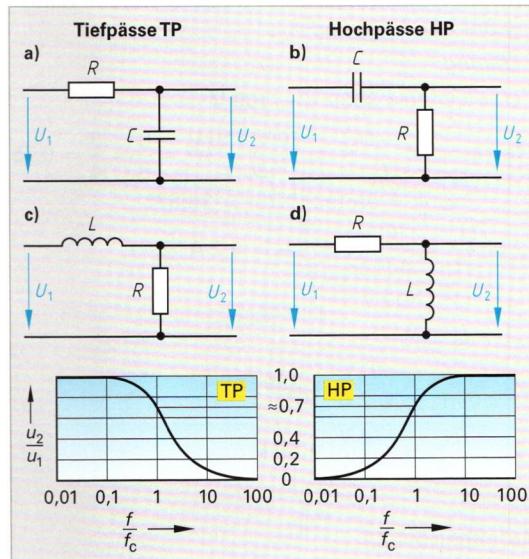


Bild 1: Tiefpässe, Hochpässe, Durchlasskurven

Durchlasskurven werden meist halblogarithmisch dargestellt, die Spannung wird linear und die Frequenz logarithmisch aufgetragen.

- a) Berechnen Sie für $R_1 C_1$ von **Bild 2** die Grenzfrequenz.
- b) Wie groß muss für diese Grenzfrequenz die Gesamtspannung U_1 sein, damit $U_{R1} = 80 \text{ mV}$ beträgt?
- c) Wie groß ist dann U_{C1} ?
- a) Berechnen Sie die Kapazität für den Hochpass $R_3 C_3$ von **Bild 2** für die Grenzfrequenz $10,62 \text{ Hz}$.
- b) Wie groß ist für diese Frequenz U_2 , wenn $U_{R1} = 80 \text{ mV}$ beträgt und der Feldeffekttransistor den Spannungsverstärkungsfaktor 54 hat?
- a) Aus der Betriebsspannung für den Feldeffekttransistor soll mit $R_4 C_4$ von **Bild 2** die 100-Hz-Brummspannung herausgesiebt werden. Die Grenzfrequenz beträgt $2,85 \text{ Hz}$.
 - a) Wie groß ist R_4 ?
 - b) Wie groß ist U_{C4} , wenn die Brummspannung 2 V beträgt?
- a) Wie groß ist R_2 von **Bild 2**, wenn die Grenzfrequenz von $R_2 C_2$ 1 Hz beträgt?
- b) Berechnen Sie für 10 Hz den Scheinwiderstand dieses RC-Gliedes.

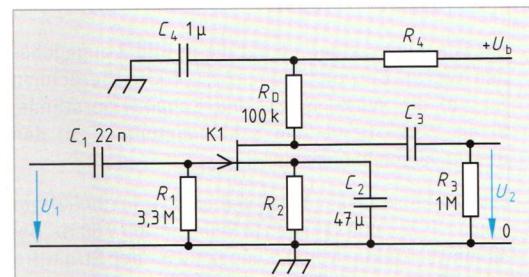
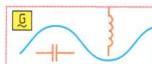


Bild 2: Verstärker mit J-FET





5.4.2 RLC-Schaltungen

RLC-Schaltungen haben induktives oder kapazitives Verhalten. Sind die Blindanteile gleich groß ist $Z = R$ (Resonanzfall, siehe Seite 85).

5.4.2.1 Reihenschaltung von R, L und C

Beispiel 1: Reihenschaltung berechnen

Für die Schaltung Bild 1 mit $R = 400 \Omega$ werden die Spannungen $U_w = 80 \text{ V}$, $U_{bL} = 70 \text{ V}$, $U_{bC} = 10 \text{ V}$ gemessen. Berechnen Sie die Gesamtspannung U , den Phasenwinkel φ , den Strom I , den Scheinwiderstand Z und die Blindwiderstände X_L und X_C .

Lösung:

$$U = \sqrt{6400 + 3600} \text{ V} = 100 \text{ V}$$

$$\tan \delta = \frac{U_{bL} - U_{bC}}{U_w} = \frac{70 \text{ V} - 10 \text{ V}}{80 \text{ V}} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\Rightarrow \varphi = \arctan(0,75) = 36,87^\circ$$

$$I = \frac{U_w}{R} = \frac{80 \text{ V}}{400 \Omega} = \frac{1}{5} \text{ A} = 0,2 \text{ A}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{100 \text{ V}}{0,2 \text{ A}} = 500 \Omega$$

$$X_L = \frac{U_{bL}}{I} = \frac{70 \text{ V}}{0,2 \text{ A}} = 350 \Omega$$

$$X_C = \frac{U_{bC}}{I} = \frac{10 \text{ V}}{0,2 \text{ A}} = 50 \Omega$$

Aufgaben 5.4.2.1

- Ein Wirkwiderstand mit $R = 100 \Omega$, eine Induktivität mit $L = 1,5 \text{ H}$ und eine Kapazität mit $C = 8,2 \mu\text{F}$ sind in Reihe geschaltet. Berechnen Sie a) den Scheinwiderstand Z , b) die Stromstärke I , c) die Teilspannungen U_w , U_{bL} , U_{bC} und d) den Phasenverschiebungswinkel φ .
- Ein Widerstand $R = 220 \Omega$, eine Induktivität $L = 3,3 \text{ H}$ und ein Kondensator $C = 10 \mu\text{F}$ liegen in Reihe an 230 V 50 Hz . Berechnen Sie a) die Scheinleistung Z , b) die Wirkleistung P , c) die Blindleistungen, d) die Teilspannungen.
- Ein Spannungszeigerbild hat die in Bild 2 angegebenen Werte. Betriebsfrequenz $f = 1 \text{ kHz}$. Berechnen Sie a) die Wirk-, Blind- und Scheinwiderstände, b) die Wirk-, Blind- und Scheinleistungen, c) den Phasenverschiebungswinkel φ .
- Ein Kondensator $C = 10 \mu\text{F}$ und eine verlustbehaftete Spule mit $X_L = 600 \Omega$ liegen in Reihe an 400 V 50 Hz . Bei einem Wirkfaktor von $0,5$ kapazitiv ist der Strom $I = 0,8 \text{ A}$. Ermitteln Sie für die Spule a) den Wirkwiderstand und b) die Induktivität.

Reihenschaltung:

$$U = \sqrt{U_w^2 + U_b^2}$$

$$U_b = U_{bL} - U_{bC}$$

$$U_w = R \cdot I$$

$$U_{bL} = X_L \cdot I$$

$$U = Z \cdot I$$

$$U_{bC} = X_C \cdot I$$

$$\tan \varphi = \frac{U_b}{U_w}$$

U Gesamtspannung

U_b Blindspannung

U_x Teilspannungen x statt w, bC, bL

I_x Teilstrome

Z Scheinwiderstand

I Gesamtstrom

I_b Blindstrom

φ Phasenverschiebungswinkel

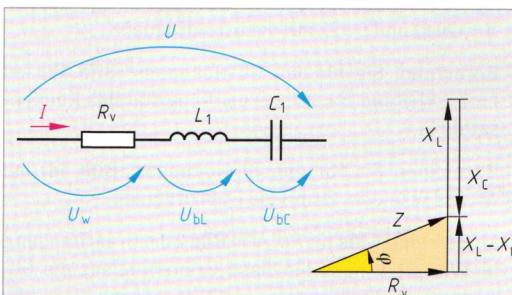


Bild 1: Reihenschaltung aus R , X_L und X_C und Zeigerdiagramm

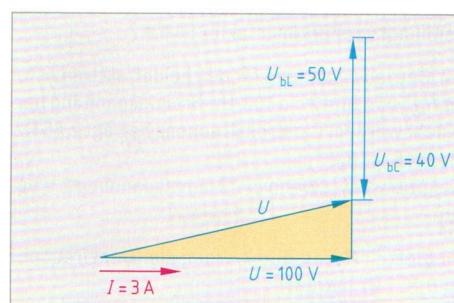
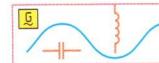


Bild 2: Spannungszeigerbild



4.2.2 Schwingkreise

Man unterscheidet Reihenschwingkreise und Parallelschwingkreise (**Bild 1**). Der Verlustwiderstand der Spule wird berücksichtigt, der des Kondensators wird vernachlässigt. Der Verlustwiderstand der Spule ist jeweils der Ersatzwirkwiderstand der Schaltung.

■ Beispiel 1: Reihenschwingkreis berechnen

Eine Spule mit 1 mH ist mit einem Kondensator mit 22 nF in Reihe geschaltet. Der Verlustwiderstand der Spule beträgt 100Ω . Wie groß ist der Scheinwiderstand bei $f = 50 \text{ kHz}$?

Lösung:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot 50 \text{ kHz} \cdot 1 \text{ mH} \\ = 2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{\text{s}} \cdot 10^{-3} \Omega \cdot \text{s} = 314 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ kHz} \cdot 22 \text{ nF}} \\ = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 10^3 \cdot \frac{1}{\text{s}} \cdot 22 \cdot 10^{-9} \text{ s/F}} = 144,76 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R_v^2 + (X_L - X_C)^2} \\ = \sqrt{(100 \Omega)^2 + (314 \Omega - 144,76 \Omega)^2} \\ = \sqrt{10^4 \Omega^2 + 2,86 \cdot 10^4 \Omega^2} \\ = \sqrt{3,86 \cdot 10^4 \Omega^2} = 1,965 \cdot 10^2 \Omega = 196,5 \Omega$$

■ Beispiel 2: Scheinwiderstand berechnen

Ein Parallelschwingkreis hat $X_L = 333,5 \Omega$, $X_C = 353,4 \Omega$ und $R_v = 5 \Omega$. Wie groß ist der Scheinwiderstand?

Lösung:

$$R_p \approx \frac{X_L^2}{R_v} = \frac{(333,5 \Omega)^2}{5 \Omega} = 22,24 \text{ k}\Omega$$

$$G = \frac{1}{R_p} = \frac{1}{22,24 \text{ k}\Omega} = 44,96 \mu\text{S}$$

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{333,5 \Omega} = 3 \text{ mS}$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{353,4 \Omega} = 2,83 \text{ mS}$$

$$\tan \varphi = \frac{B_L - B_C}{G} = \frac{3 \text{ mS} - 2,83 \text{ mS}}{44,96 \mu\text{S}} \\ = \frac{170 \mu\text{S}}{44,96 \mu\text{S}} = 3,78 \Rightarrow \varphi = 75,2^\circ$$

$$\cos \varphi = \cos 75,2^\circ = 0,255$$

$$Y = \frac{G}{\cos \varphi} = \frac{44,96 \mu\text{S}}{0,255} = 176,31 \mu\text{S}$$

$$Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{176,31 \mu\text{S}} = 5,67 \text{ k}\Omega$$

Beim Reihenschwingkreis:

$$Z = \sqrt{R_v^2 + (X_L - X_C)^2}$$

Beim Parallelschwingkreis:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

$$G = \frac{1}{R_p} \quad R_p \approx \frac{X_L^2}{R_v}$$

Z Scheinwiderstand

Y Scheinleitwert

G Wirkleitwert

R_v Verlustwiderstand der Spule

R_p Paralleler Verlustwiderstand der Spule

X_L Induktiver Blindwiderstand

X_C Kapazitiver Blindwiderstand

B_L Induktiver Blindleitwert

B_C Kapazitiver Blindleitwert

Die Berechnung von Z bzw. Y kann auch mit den Winkelfunktionen erfolgen.

Beim Parallelschwingkreis rechnet man den Verlustwiderstand der Spule R_v in den parallelen Verlustwiderstand der Spule R_p um, ebenso den Blindwiderstand. Dann liegt an allen Schaltelementen wieder die gleiche Spannung und die Zeigerbilder vereinfachen sich.

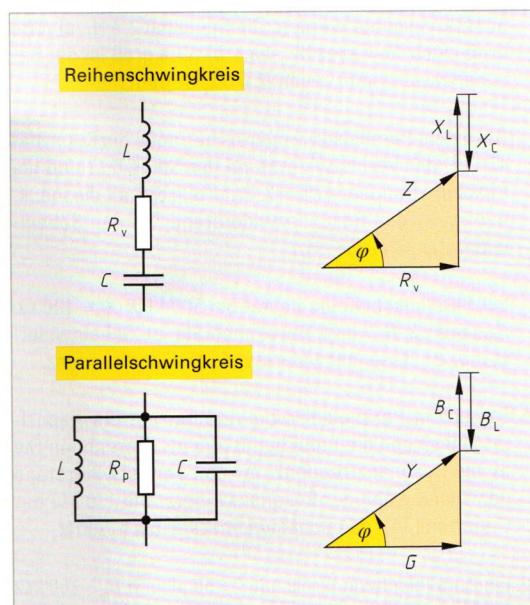
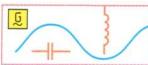


Bild 1: Schwingkreise



Im Resonanzfall sind die Blindanteile von Spule und Kondensator gleich groß, d.h. $X_L = X_C$ und $B_L = B_C$. Der Resonanzwiderstand ist so groß wie der entsprechende Wirkwiderstand (**Bild 1**, vorhergehende Seite).

Aufgaben zu 5.4.2.2

- Eine Spule mit $21 \mu\text{H}$ liegt in Reihe zu einem Kondensator mit 68 pF . Der Verlustwiderstand der Spule beträgt 4Ω . Berechnen Sie für $f = 4,1 \text{ MHz}$ den Scheinwiderstand.
- Ein Reihenschwingkreis hat die Werte $L = 200 \mu\text{H}$ und $C = 270 \text{ pF}$. Bei der Frequenz von 680 kHz beträgt der Scheinwiderstand $18,8 \Omega$. Wie groß ist der Verlustwiderstand der Spule?
- Wie groß sind für Aufgabe 1 a) die Resonanzfrequenz und b) der Resonanzwiderstand?
- Wie groß sind für Aufgabe 2 a) die Eigenfrequenz und b) der Resonanzwiderstand?
- Mit einem Saugkreis (Reihenschwingkreis) ist im Eingang eines Empfängers eine Spannung von 500 mV mit der Frequenz von $1,1 \text{ MHz}$ auszusieben. Die Kapazität beträgt 150 pF . Wie groß muss die Induktivität sein?
- Aus einem Frequenzgemisch soll mit einem Parallelschwingkreis die Spannung von 2 V mit der Frequenz 50 Hz ausgesiebt werden. Die Spule hat $2,4 \text{ H}$. a) Wie groß muss die Kapazität sein? b) Wie groß ist der Resonanzwiderstand, wenn $R_v = 5 \Omega$ beträgt?
- Bei einem Parallelschwingkreis betragen die Kapazität 470 pF , der Verlustwiderstand der Spule 6Ω und die Resonanzfrequenz 470 kHz . Ermitteln Sie a) die Induktivität, b) den Resonanzwiderstand, c) den Scheinwiderstand bei 468 kHz .
- Ein Parallelschwingkreis hat bei 500 kHz : $X_L = 400 \Omega$, $X_C = 500 \Omega$, $R_v = 8 \Omega$. Berechnen Sie a) Scheinwiderstand, b) Resonanzwiderstand, c) Eigenfrequenz.
- Bei einem Parallelschwingkreis beträgt die Kapazität 300 pF und die Induktivität $255 \mu\text{H}$. Berechnen Sie a) die Resonanzfrequenz, b) den Verlustwiderstand der Spule, wenn der Resonanzwiderstand $170 \text{ k}\Omega$ beträgt soll, c) den Scheinwiderstand bei 577 kHz .
- Ein Parallelschwingkreis mit $C = 50 \text{ pF}$ und $R_p = 300 \text{ k}\Omega$ besitzt eine Eigenfrequenz von 1 MHz . Ermitteln Sie a) L , b) R_v , c) Z_r .

Resonanzfrequenz:

$$f_r = \frac{1}{2\pi \sqrt{L \cdot C}}$$

Verlustwiderstand:

$$R_p \approx \frac{L}{C \cdot R_v}$$

Beim Reihenschwingkreis:

$$Z_r = R_v$$

$$Z_r = R_p$$

f_r Resonanzfrequenz, Eigenfrequenz

L Induktivität

C Kapazität

R_p paralleler Verlustwiderstand der Spule

R_v Verlustwiderstand der Spule

Z_r Resonanzwiderstand

Beispiel 1: Resonanzfrequenz berechnen

Eine Spule mit 1 mH liegt mit einem Kondensator mit 22 nF in Reihe. Wie groß ist die Resonanzfrequenz?

Lösung:

$$f_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{1 \text{ mH} \cdot 22 \text{ nF}}} \\ = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{10^{-3} \Omega \cdot \text{s} \cdot 22 \cdot 10^{-9} \text{ s}/\Omega}} = 34 \text{ kHz}$$

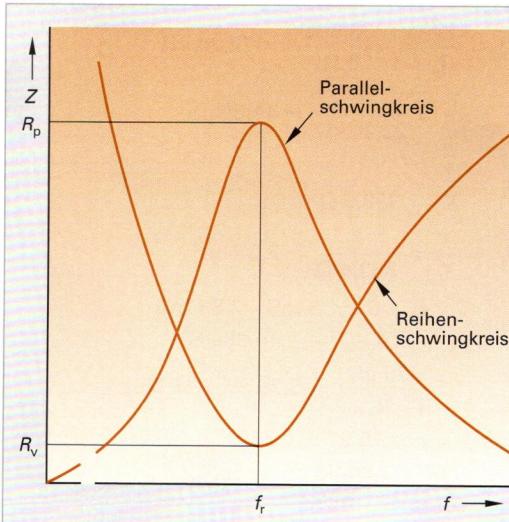
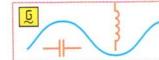


Bild 1: Scheinwiderstand in Abhängigkeit von der Frequenz



4.2.3 Güte und Bandbreite bei Schwingkreisen

Bei Schwingkreisen (**Bild 1**) ist die Bandbreite die Differenz der Frequenzen, bei denen die Resonanzkurve auf das $1/\sqrt{2}$ -fache, also etwa auf 70 % des Höchstwertes abgefallen ist (**Bild 2**). Je kleiner die Güte des Schwingkreises ist, desto niedriger und breiter ist die Resonanzkurve.

■ Beispiel 1: Schwingkreisgrößen berechnen

Ein Parallelschwingkreis mit $X_r = 343 \Omega$ und $R_v = 5 \Omega$ hat bei Resonanz eine Resonanzfrequenz von 9 kHz. Wie groß sind a) die Güte, b) die Bandbreite, c) der parallele Verlustwiderstand der Spule?

Lösung:

$$a) Q = \frac{X_r}{R_v} = \frac{343 \Omega}{5 \Omega} = 68,6$$

$$b) B = \frac{f_r}{Q} = \frac{9 \text{ kHz}}{68,6} = 131,2 \text{ Hz}$$

$$c) Q \approx \frac{R_p}{X_r}$$

$$\Rightarrow R_p \approx Q \cdot X_r = 68,6 \cdot 343 \Omega = 23,53 \text{ k}\Omega$$

Aufgaben zu 5.4.2.3

1. Eine Antenne ($L_A = 20 \mu\text{H}$; $C_A = 300 \text{ pF}$; $R_A = 8 \Omega$), die als Reihenschwingkreis aufzufassen ist, soll auf die Notfrequenz von 2182 kHz abgestimmt werden, um eine größere Empfangsspannung am Empfänger zu erhalten. Berechnen Sie a) Kapazität des Kondensators, der zuzuschalten ist, um auf Resonanz zu kommen, b) Resonanzwiderstand, c) Güte.

2. Der Reihenschwingkreis eines Empfängers siebt aus einem Signalgemisch den Signalanteil bei 460 kHz heraus. Die Kapazität des Kondensators beträgt 220 pF. Die Bandbreite beträgt 20 kHz. Berechnen Sie a) die Güte, b) die Induktivität und c) den Reihenverlustwiderstand der Spule.

3. Von einem Parallelschwingkreis sind folgende Daten bekannt: $L = 10 \mu\text{H}$, $C = 10 \text{ nF}$ und $R_v = 0,5 \Omega$. Berechnen Sie a) Resonanzfrequenz, b) Resonanzwiderstand, c) Güte, d) Bandbreite.

4. Der Parallelschwingkreis eines kapazitiven Näherungsschalters ist auf die Resonanzfrequenz von 4 MHz bemessen. Die Güte beträgt 100 und die Kapazität 68 pF. Berechnen Sie a) die Induktivität, b) den Resonanzwiderstand, c) die Bandbreite, d) den Reihenverlustwiderstand der Spule und e) den Scheinwiderstand bei $f = 4,1 \text{ MHz}$.

Beim Parallelschwingkreis:

$$Q^2 \approx \frac{R_p}{R_v}$$

$$Q = \frac{X_r}{R_v} \approx \frac{R_p}{X_r}$$

Beim Reihenschwingkreis:

$$Q = \frac{X_r}{R_v}$$

$$B = \frac{f_r}{Q}$$

Q Güte

X_r Blindwiderstand von L oder C bei Resonanz

R_v Reihenverlustwiderstand der Spule

R_p Paralleler Verlustwiderstand der Spule

B Bandbreite

f_r Resonanzfrequenz, Eigenfrequenz

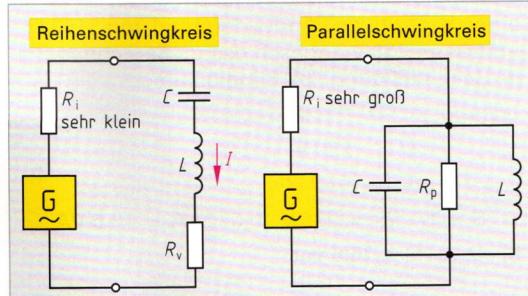


Bild 1: Schwingkreise

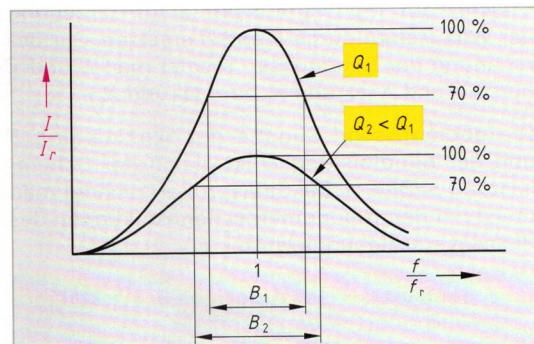
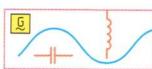


Bild 2: Resonanzkurven verschiedener Reihenschwingkreise

5. Ein Parallelschwingkreis hat eine Resonanzfrequenz von 7 MHz, eine Güte von 200 und einen Resonanzwiderstand von 80 kΩ. Berechnen Sie a) Bandbreite, b) Scheinwiderstand an den Bereichsenden der Bandbreite, c) Induktivität, d) Kapazität, e) Reihenverlustwiderstand der Spule.



5.5 Wechselstromleistungen bei Einphasenwechselstrom

Das Produkt aus messbarer Stromstärke und messbarer Spannung heißt Scheinleistung. Zur Unterscheidung wird bei der Scheinleistung anstelle der Einheit W meist VA geschrieben (Tabelle 1).

Die Scheinleistung ist in einem Wirkwiderstand gleich der Wirkleistung, in einem Blindwiderstand gleich der Blindleistung.

Bei der Blindleistung wird anstelle der Einheit W meist var geschrieben (Tabelle 1).

Beispiel 1: Leistungen berechnen

Ein Kondensator ohne Verluste hat bei 50 Hz einen kapazitiven Blindwiderstand von 3180Ω und ist an 230 V angeschlossen. Berechnen Sie a) Scheinleistung, b) Blindleistung.

Lösung:

$$\text{a)} I_{bc} = \frac{U}{X_C} = \frac{230 \text{ V}}{3180 \Omega} = 0,0723 \text{ A}$$

$$S = U \cdot I_{bc} = 230 \text{ V} \cdot 0,0723 \text{ A} = 16,6 \text{ VA}$$

$$\text{b)} Q_C = S = 16,6 \text{ var}$$

Die Berechnung der Leistungen in den einzelnen Widerständen erfolgt dementsprechend wie bei Gleichstrom. Man kann S und Z zur Berechnung der Wirkgrößen durch P und R ersetzen. Zur Berechnung der Blindgrößen ersetzt man S und Z durch Q und X (Q_L und X_L oder Q_C und X_C).

Die geometrische Summe der Wirkleistung P und der Blindleistung Q ist gleich der Scheinleistung S (Bild 1). Bei Sinusgrößen rechnet man meist mit den trigonometrischen Funktionen des Phasenverschiebungswinkels φ .

Bei Sinusgrößen wird der $\cos \varphi$ Wirkfaktor oder Leistungsfaktor genannt.

Beispiel 2: Leistungen berechnen

Die Schaltung Bild 2 wird von 0,2 A durchflossen. Berechnen Sie a) Wirkleistung, b) kapazitive Blindleistung, c) induktive Blindleistung.

Lösung:

$$P = I^2 \cdot R = 0,2^2 \text{ A}^2 \cdot 20 \Omega = 0,8 \text{ VA} = 0,8 \text{ W}$$

$$Q_C = I^2 \cdot X_C = 0,2^2 \text{ A}^2 \cdot 10 \Omega = 0,4 \text{ VA} = 0,4 \text{ var}$$

$$Q_L = I^2 \cdot X_L = 0,2^2 \text{ A}^2 \cdot 5 \Omega = 0,2 \text{ VA} = 0,2 \text{ var}$$

Bei Einphasenwechselspannung:

$$[S] = V \cdot A = VA$$

$$S = U \cdot I$$

$$S = I^2 \cdot Z$$

$$S = \frac{U^2}{Z}$$

Bei Sinusgrößen:

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi$$

Für $Q_L > Q_C$:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$Q = Q_L - Q_C$$

S Scheinleistung

Z Scheinwiderstand

U Spannung

P Wirkleistung

I Stromstärke

Q Blindleistung

φ Phasenverschie-

bungswinkel

(φ griech. Kleinbuch-
stabe Phi)

Tabelle 1: Leistungen bei Wechselstrom

Größe	Formelzeichen	Einheitenzeichen
Wirkleistung	P	W
Scheinleistung	S	VA
kapazitive Blindleistung	Q_C	var
induktive Blindleistung	Q_L	var

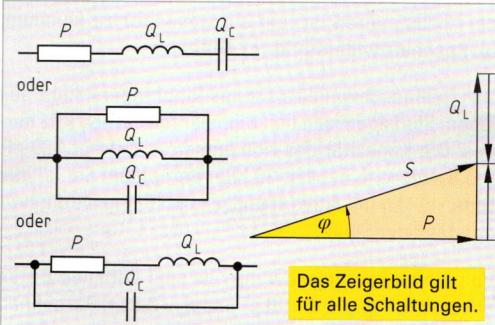


Bild 1: Zeigerbild der Leistungen

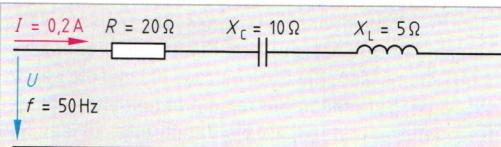
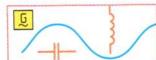


Bild 2: RLC-Reihenschaltung



Aufgaben zu 5.5

Der Motor eines Lüfters in **Bild 1** nimmt an 50 Hz 230 V einen Strom von 30 mA auf. Berechnen Sie die Scheinleistung.

Beim Kleintransformator in **Bild 2** sind 24 V, 3 A angegeben. Wie groß ist die Scheinleistung?

Beim Netztransformator in **Bild 2** ist die Bemessungsleistung 220 VA. Berechnen Sie den Ausgangsstrom bei einer Ausgangsspannung von 300 V.

Ein Steuertransformator hat die Bemessungsleistung von 500 VA. Wie groß ist die Bemessungs-Ausgangsspannung, wenn der Bemessungs-Ausgangstrom 2,17 A beträgt?

Der ideale Kondensator in **Bild 1** soll an 50 Hz 230 V einen Strom von 6 A aufnehmen. Wie groß ist die erforderliche Blindleistung?

Die ideale Drosselspule in **Bild 1** nimmt an 50 Hz 230 V einen Strom von 2 A auf. Berechnen Sie die Blindleistung.

Beim Heizgerät (reiner Wirkwiderstand) in **Bild 1** wurden 230 V, 10 A gemessen. Berechnen Sie a) Scheinleistung, b) Wirkleistung, c) Blindleistung.

Berechnen Sie von Schaltung **Bild 2**, vorhergehende Seite, die kapazitive Blindleistung bei einem Strom von 100 mA.

Wie groß ist in Schaltung **Bild 2**, vorhergehende Seite, die induktive Blindleistung bei einem Strom von 600 mA?

0. Berechnen Sie von Schaltung **Bild 3** bei $I = 100 \text{ mA}$
a) Wirkleistung, b) Scheinleistung.

1. Berechnen Sie von Schaltung **Bild 3** bei $I = 60 \text{ mA}$
a) induktive Blindleistung, b) Scheinleistung.

2. Berechnen Sie von Schaltung **Bild 4** für einen Spulenstrom von 10 mA, 50 Hz und $L = 200 \text{ mH}$ a) Wirkleistung, b) induktive Blindleistung, c) erforderliche Kapazität des Kondensators, wenn er dieselbe Blindleistung wie die Induktivität haben soll.

3. In Schaltung **Bild 4** betragen die Induktivität 600 mH und der Spulenstrom 400 mA bei 50 Hz. a) Wie groß ist die Scheinleistungsaufnahme der Spule? b) Berechnen Sie die Kapazität des Kondensators, wenn die Gesamtschaltung nur als Wirkwiderstand wirken soll.

4. Wie lautet die Gleichung für die Berechnung der Blindleistung Q_c von C der Schaltung **Bild 3** in Abhängigkeit von der Spannung U und der Stromstärke I , des Wirkstromes I_w und des Blindstromes I_{bl} ?

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}$$

$$\sin \varphi = \frac{Q}{S}$$

λ Leistungsfaktor (nicht sinusförmige Größen)

P Wirkleistung

S Scheinleistung

Bei Sinusform:

$\sin \varphi$ Blindfaktor

$\cos \varphi$ Wirkfaktor

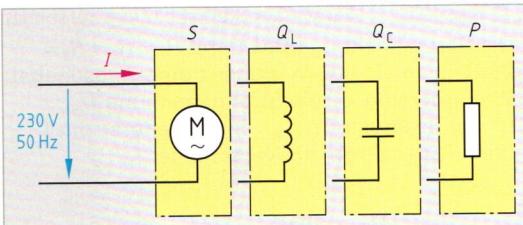


Bild 1: Leistungsverbraucher am Netz

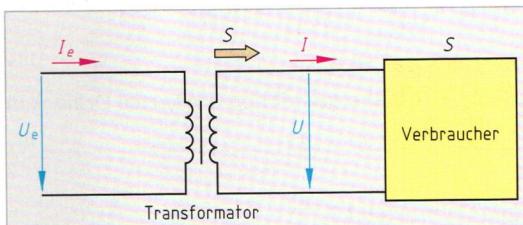


Bild 2: Belasteter Transformator

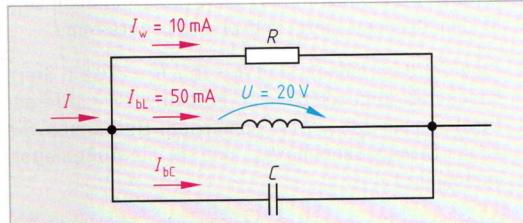


Bild 3: RLC-Parallelschaltung

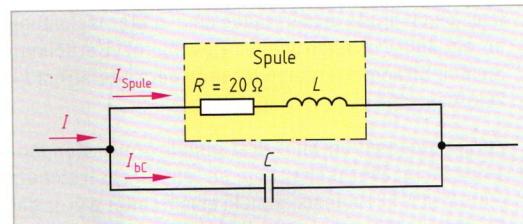
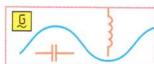


Bild 4: Komensation der Blindleistung



5.6 Drehstrom

5.6.1 Sternschaltung

5.6.1.1 Symmetrische, gleichartige Belastung

In der Sternschaltung ist der Leiterstrom I gleich dem Strangstrom I_{Str} (**Bild 1**). Bei symmetrischer Belastung ist die Strangspannung U_{Str} um den Verkettungsfaktor $\sqrt{3}$ kleiner als die Außenleiterspannung U (**Bild 2**). Im Neutralleiter fließt dann kein Strom.

Beispiel 1: Werte einer Sternschaltung berechnen

Die Sternschaltung (**Bild 1**) mit $R_1 = R_2 = R_3 = 23 \Omega$ ist an ein 400-V-Drehstromnetz geschaltet. Wie groß sind a) die Strangspannung U_{Str} , b) der Strangstrom I_{Str} , c) der Leiterstrom I und d) der Strom im Neutralleiter I_N .

Lösung:

$$\text{a)} U_{\text{Str}} = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{400 \text{ V}}{\sqrt{3}} = 230 \text{ V}$$

$$\text{b)} I_{\text{Str}} = \frac{U_{\text{Str}}}{R_{\text{Str}}} = \frac{230 \text{ V}}{23 \Omega} = 10 \text{ A}$$

$$\text{c)} I = I_{\text{Str}} = 10 \text{ A}$$

d) $I_N = 0$, siehe gestrichelt ergänztes Dreieck in **Bild 3**.

Aufgaben zu 5.6.1.1

- Drei gleiche Widerstände mit 44Ω sind in Sternschaltung an ein 400-V-Drehstromnetz angeschlossen (**Bild 4**). Berechnen Sie a) die Strangspannung U_{Str} , b) den Strangstrom I_{Str} und c) den Leiterstrom I .
- An ein Drehstromnetz sind $R_1 = R_2 = R_3 = 21 \Omega$ in Stern geschaltet angeschlossen. Im Leiter L2 wurde der Strangstrom $I_{\text{Str}} = 11 \text{ A}$ gemessen. Berechnen Sie a) die Strangspannung U_{Str} und b) die Außenleiterspannung U .
- Berechnen Sie den Wert der Strangwiderstände R in der Schaltung **Bild 4**, wenn die drei Strangstrome $I_{\text{Str}} = 34,6 \text{ A}$ betragen.
- Drei gleich große Widerstände sind in Sternschaltung an ein 400-V-Drehstromnetz geschaltet. Berechnen Sie den Strangwiderstand R , wenn der Leiterstrom $I = 20,6 \text{ A}$ beträgt.
- Zur Kompensation sind drei gleich große Kondensatoren in Sternschaltung an ein Drehstromnetz 400V/230V 50Hz geschaltet. In einem Leiter wurde der Strom $I = 1,75 \text{ A}$ gemessen. Berechnen Sie die Kapazitäten C der Kondensatoren.

$$U = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Str}}$$

$$I = I_{\text{Str}}$$

U Außenleiterspannung I Leiterstrom
 U_{Str} Strangspannung I_{Str} Strangstrom

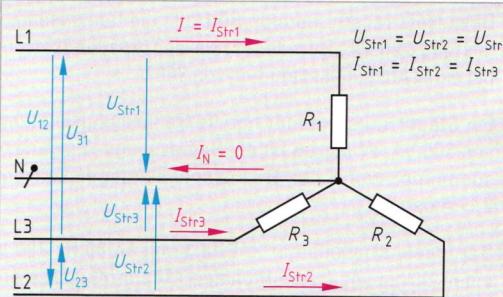


Bild 1: Sternschaltung mit symmetrischer Wirklast

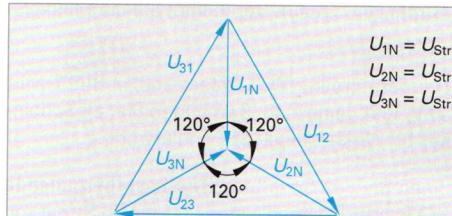


Bild 2: Zeigerbild der Spannungen bei symmetrischer Belastung

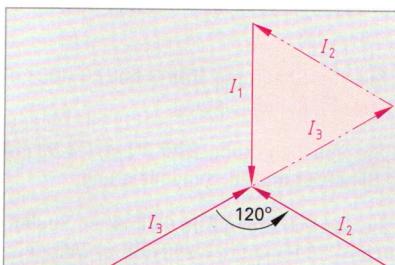


Bild 3: Sternschaltung, Zeigerbild der Ströme

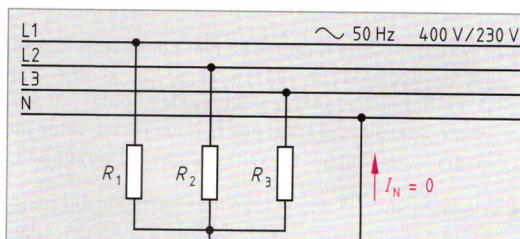
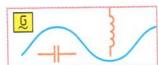


Bild 4: Widerstände in Sternschaltung



5.6.1.2 Unsymmetrische, gleichartige Belastung

Bei unsymmetrischen Belastungen der einzelnen Leiter, z.B. mit Wirkwiderständen, wird das Vierleiter-Drehstromnetz mit den Leitern L1, L2, L3 und dem Neutralleiter N verwendet (**Bild 1**). Im Neutralleiter N fließt der Ausgleichsstrom I_N .

Der Ausgleichsstrom wird durch geometrische Addition der Leiterströme ermittelt (**Bild 2**).

Beispiel 1: Ströme im Drehstromnetz berechnen

Ein Drehstrom-Vierleiternetz 400V/230V ist mit folgenden Verbrauchern belastet: Zwischen L1 und N liegt ein Heizwiderstand mit 30 Ω , zwischen L2 und N ein Heizgerät mit einer Stromaufnahme von 5 A und zwischen L3 und N ein Heizwiderstand von 20 Ω . Wie groß sind a) die Leiterströme, b) wie groß ist die Stromstärke im Neutralleiter?

Lösung:

$$a) I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{230 \text{ V}}{30 \Omega} = 7,67 \text{ A}; \quad I_2 = 5 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_3} = \frac{230 \text{ V}}{20 \Omega} = 11,5 \text{ A}$$

$$b) I_N = 5,4 \text{ A} \text{ (Bild 2)}$$

Aufgaben zu 5.6.1.2

In einem Vierleiter-Drehstromnetz (**Bild 3**) fließen in den Wirkwiderständen R_1 , R_2 und R_3 die Leiterströme $I_1 = 4 \text{ A}$, $I_2 = 6 \text{ A}$, $I_3 = 10 \text{ A}$. Bestimmen Sie zeichnerisch den Strom I_N im Neutralleiter.

Die Wirkwiderstände $R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 22,5 \Omega$ und $R_3 = 30 \Omega$ einer Heizanlage sind in Sternschaltung an ein Vierleiter-Drehstromnetz angeschlossen. Ermitteln Sie a) durch Rechnung die Strangströme $I_{\text{Str}1}$, $I_{\text{Str}2}$, $I_{\text{Str}3}$, b) zeichnerisch den Strom I_N im Neutralleiter.

Die Sternschaltung (**Bild 3**) wird an einem Drehstromnetz 400V/230V betrieben. Berechnen Sie a) die Leiterströme I_1 , I_2 und I_3 , b) die Strangspannungen $U_{\text{Str}1}$, $U_{\text{Str}2}$ und $U_{\text{Str}3}$.

Drei Kondensatoren mit $C_1 = 33 \mu\text{F}$, $C_2 = 47 \mu\text{F}$, $C_3 = 22 \mu\text{F}$ sind in Stern an ein Drehstromnetz 400 V/230 V 50 Hz geschaltet. a) Berechnen Sie die Leiterströme I_1 , I_2 und I_3 und b) bestimmen Sie zeichnerisch den Strom im Neutralleiter I_N .

In einer Sternschaltung mit den Wirkwiderständen $R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 22,5 \Omega$ und $R_3 = 30 \Omega$ sind der Neutralleiter und der Leiter L1 ausgefallen. Berechnen Sie die Ströme in den Leitern L2 und L3.

$U = \sqrt{3} \cdot U_{\text{Str}}$	$I = I_{\text{Str}}$
U Außenleiterspannung U_{Str} Strangspannung	I Leiterstrom I_{Str} Strangstrom

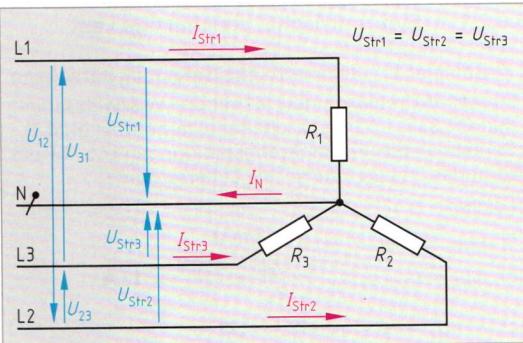


Bild 1: Sternschaltung mit unsymmetrischer Wirklast

Bei unsymmetrischer Belastung fließt im Neutralleiter ein Ausgleichsstrom I_N .

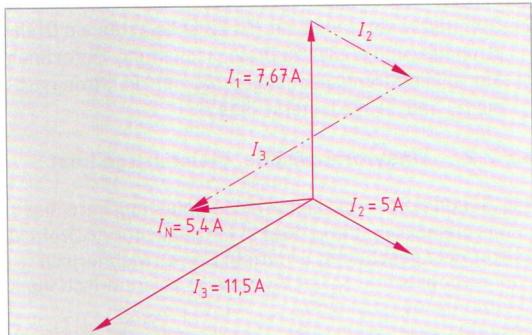


Bild 2: Zeigerbild der Ströme bei unsymmetrischer gleichartiger Belastung

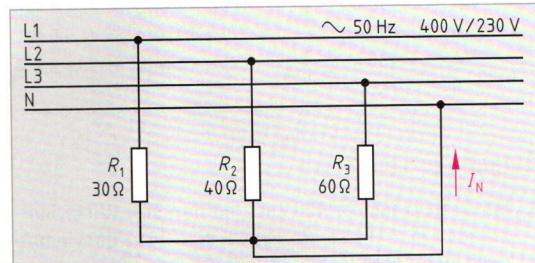


Bild 3: Unsymmetrische Belastung mit Wirkwiderständen in Sternschaltung

5.6.2 Dreieckschaltung

Dreieckschaltungen werden nur an die Außenleiter angeschlossen (**Bild 1**). Die Außenleiterspannungen U sind gleich groß wie die Strangspannungen U_{Str} . Die Leiterströme I sind bei symmetrischer Belastung um den Verkettungsfaktor $\sqrt{3}$ größer als die Strangstrome I_{Str} (**Bild 2**).

$$U = U_{\text{Str}}$$

$$I = \sqrt{3} \cdot I_{\text{Str}}$$

U Außenleiterspannung I Leiterströmstrom
 U_{Str} Strangspannung I_{Str} Strangstrom

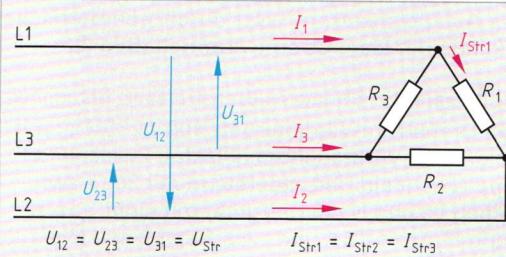


Bild 1: Dreieckschaltung symmetrische Last

5.6.2.1 Symmetrische, gleichartige Last

■ Beispiel 1: Symmetrische Belastung berechnen

Ein 400-V-Drehstromnetz ist mit drei Wirkwiderständen $R = 33 \Omega$ in Dreieckschaltung verbunden (**Bild 1**). Berechnen Sie a) die Strangspannungen U_{Str} , b) die Strangstrome I_{Str} und c) die Leiterströme I .

Lösung:

a) $U_{\text{Str}1} = U_{\text{Str}2} = U_{\text{Str}3} = 400 \text{ V}$

b) $I_{\text{Str}1} = I_{\text{Str}2} = I_{\text{Str}3} = \frac{U_{\text{Str}}}{R_{\text{Str}}} = \frac{400 \text{ V}}{33 \Omega} = 12 \text{ A}$

c) $I_1 = I_2 = I_3 = \sqrt{3} \cdot 12 \text{ A} = 21 \text{ A}$

Aufgaben zu 5.6.2.1

- Ein 400-V-Drehstromnetz wird mit drei Wirkwiderständen $R = 80 \Omega$ in Dreieckschaltung belastet (**Bild 1**). Berechnen Sie a) die Strangspannungen U_{Str} , b) die Strangstrome I_{Str} und c) die Leiterströme I .
- Drei Heizwiderstände mit $R = 22 \Omega$ belasten ein Drehstromnetz 400 V/230 V in Dreieckschaltung. Berechnen Sie a) die Strangspannungen U_{Str} , b) die Strangstrome I_{Str} und c) die Leiterströme I .

5.6.2.2 Unsymmetrische, gleichartige Last

■ Beispiel 2: Unsymmetrische Belastung berechnen

Eine Dreieckschaltung (**Bild 3**) ist an ein 400-V-Drehstromnetz geschaltet. Ermitteln Sie a) rechnerisch die Strangströme I_{12} , I_{23} , I_{31} und b) zeichnerisch die Leiterströme I_1 , I_2 und I_3 .

Lösung:

a) $I_{12} = \frac{U_{\text{Str}}}{R_1} = \frac{400 \text{ V}}{133 \Omega} = 3 \text{ A}$

b)

Aus **Bild 4** abgelesen:

$I_{12} = \frac{400 \text{ V}}{R_2} = \frac{400 \text{ V}}{100 \Omega} = 4 \text{ A}$

$I_1 \triangleq 40 \text{ mm} \Rightarrow I_1 = 8 \text{ A}$
 $I_2 \triangleq 30 \text{ mm} \Rightarrow I_2 = 6 \text{ A}$

$I_{31} = \frac{400 \text{ V}}{R_3} = \frac{400 \text{ V}}{67,5 \Omega} = 6 \text{ A}$

$I_3 \triangleq 44 \text{ mm} \Rightarrow I_3 = 8,8 \text{ A}$

Aufgabe zu 5.6.2.2

- Ein Drehstromnetz 400V ist mit den drei Wirkwiderständen $R_1 = 100 \Omega$, $R_2 = 80 \Omega$, $R_3 = 30 \Omega$ unsymmetrisch in Dreieck belastet (**Bild 3**). Ermitteln Sie a) rechnerisch die Strangstrome und b) zeichnerisch die Leiterströme.

Zeigerbild

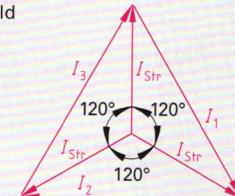


Bild 2: Ströme bei symmetrischer Last

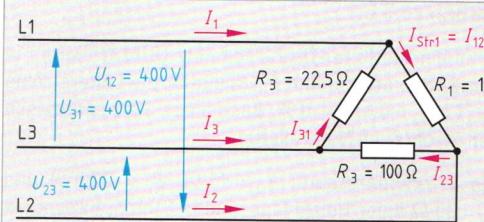


Bild 3: Dreieckschaltung mit unsymmetrischer Wirklast

Zeigerbild

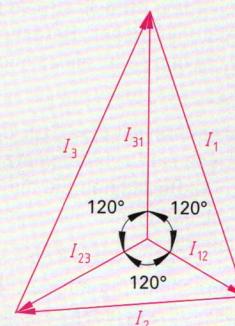
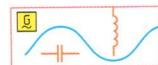


Bild 4: Ströme bei unsymmetrischer Last



6.3 Leistungen bei Drehstrom

den drei Strängen fließen bei Dreiphasenwechselspannung Einphasenwechselströme (**Tabelle 1**). Je nach Schaltung (Sternschaltung oder Dreieckschaltung) liegt am Strang die Sternspannung U_Y (sprich: U Stern) oder die Dreieckspannung U_Δ .

Aus der Scheinleistung werden die Wirkleistung und die Blindleistung wie bei Einphasenwechselspannung berechnet.

Beispiel 1: Leistungen berechnen

Ein Drehstrommotor nimmt am 400-V-Netz einen Strom von 0,5 A auf, der Leistungsfaktor beträgt 0,7. Berechnen Sie a) Scheinleistung, b) Wirkleistung, c) Blindleistung.

Lösung:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I = \sqrt{3} \cdot 400 \text{ V} \cdot 0,5 \text{ A} = 346 \text{ VA} \\ \text{b)} \quad & P = S \cdot \cos \varphi = 346 \text{ VA} \cdot 0,7 = 242 \text{ W} \\ \text{c)} \quad & \cos \varphi = 0,7 \\ & \Rightarrow \sin \varphi = 0,714 \\ & Q = S \cdot \sin \varphi = 346 \text{ VA} \cdot 0,714 = 246 \text{ var} \end{aligned}$$

Aufgaben zu 5.6.3

- Ein Drehstrommotor ist in Y geschaltet und nimmt an 400 V eine Scheinleistung von 66 VA auf. Berechnen Sie a) Strangspannung, b) Strangstrom, c) Leiterstrom.
- Ein eingesetzig in Y geschalteter Transformator versorgt einen Drehstromgleichrichter. Der Transformator nimmt am 400-V-Netz in jedem Außenleiter 10 A auf. Berechnen Sie a) Strangstrom, b) Strangspannung, c) Strang-Scheinleistung.
- Ein Drehstrommotor nimmt am 400-V-Netz einen Strom von 5 A auf, der Leistungsfaktor beträgt 0,8. Berechnen Sie a) Scheinleistung, b) Wirkleistung, c) Blindleistung.
- Eine Thyristor-Brückenschaltung nimmt bei voller Aussteuerung beim Anschluss an ein 500-V-Netz einen Strom von 6 A auf, der Leistungsfaktor ist 0,9. Berechnen Sie a) Scheinleistung, b) Wirkleistung, c) Blindleistung.
- Drei Kondensatoren von je $100 \mu\text{F}$ sind in Dreieck geschaltet und an das 400-V-Netz mit 50 Hz angeschlossen. Berechnen Sie a) Strangstrom, b) Scheinleistung, c) Blindleistung (Verluste bleiben unberücksichtigt).

Im gleichen Netz:

$$S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I$$

$$P_\Delta = 3 \cdot P_Y$$

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

$$Q = S \cdot \sin \varphi$$

$$Q = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin \varphi$$

S Scheinleistung

U Leiterspannung

I Leiterstrom

P Wirkleistung

φ Phasenverschiebungswinkel

Q Blindleistung

Δ Dreieckschaltung

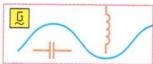
Y Sternschaltung

Tabelle 1: Größen bei Dreiphasenwechselspannung

Größe	Schaltung	
	Dreieck Δ	Stern Y
Strangspannung	$U_{\text{Str}} = U$	$U_{\text{Str}} = U/\sqrt{3}^*$
Strangstrom	$I_{\text{Str}} = I/\sqrt{3}^*$	$I_{\text{Str}} = I$
Strang-Scheinleistung	$S_{\text{Str}} = U \cdot I_{\text{Str}}$	$S_{\text{Str}} = U_{\text{Str}} \cdot I$
	$S_{\text{Str}} = \frac{S}{3} = \frac{U \cdot I}{\sqrt{3}}$	

* Diese Formeln gelten nur bei symmetrischer (gleicher) Last

- 6. Drei Heizwiderstände von je 40Ω sind in Stern geschaltet und an das 400-V-Netz angeschlossen. Berechnen Sie a) Strangstrom, b) Scheinleistung, c) Wirkleistung.
- 7. Ein Drehstrommotor ist in Sternschaltung an 50 Hz, 400 V angeschlossen und nimmt eine Wirkleistung von 6 kW sowie eine Blindleistung von 4,5 kvar auf. Der Wirkungsgrad ist 0,85. Berechnen Sie a) Scheinleistung, b) Stromaufnahme, c) Leistungsfaktor, d) Leistungsabgabe.
- 8. Ein Drehstrommotor mit Dreieckschaltung an 50 Hz, 500 V nimmt 9 kW Wirkleistung auf und gibt 8 kW Leistung ab. Der Leistungsfaktor beträgt 0,85. Berechnen Sie a) Scheinleistung, b) Stromaufnahme, c) Blindleistung, d) Wirkungsgrad.



5.7 Transformator

Transformatoren dienen zur Spannungsanpassung, Stromanpassung und Widerstandsanpassung der Last an den Erzeuger.

velplus/
MELGS32

5.7.1 Transformatorhauptgleichung

Die Transformatorhauptgleichung gilt für jede Wicklung des festgekoppelten, verlustfreien Transformators.

Die Windungszahlen und damit die Baugröße des Transformators können umso kleiner gehalten werden, je größer der Scheitelwert \hat{B} der magnetischen Flussdichte gewählt wird. Die Größe \hat{B} darf jedoch nicht in den Sättigungsbereich der Magnetisierungskennlinie kommen, da sonst der Magnetisierungsstrom und die Transformatorverluste zu groß würden.

Beispiel 1: Windungszahlen berechnen

Ein Transformator für das Netz 230 V, 50 Hz hat einen Kern M85. Die Wicklung sitzt auf einem Schenkel mit dem Eisenquerschnitt $A = 8,4 \text{ cm}^2$. Der Scheitelwert der magnetischen Flussdichte beträgt $1,2 \text{ Vs/m}^2$.

- Welche Eingangswindungszahl N_1 ist erforderlich?
- Welcher Wert ergibt sich mit der Näherungsformel?

Lösung:

$$\begin{aligned} a) U_0 &= 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A \cdot N \Rightarrow U_1 = 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A \cdot N_1 \\ \Rightarrow N_1 &= \frac{U_1}{4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A} \\ &= \frac{230 \text{ V}}{4,44 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 1,2 \text{ Vs/m}^2 \cdot 8,4 \cdot 10^{-4} \cdot \text{m}^2} \\ &= 1028 \\ b) N_1 &\approx 38 \frac{\text{cm}^2}{\text{V}} \cdot \frac{U_1}{\text{A}} = 38 \frac{\text{cm}^2}{\text{V}} \cdot \frac{230 \text{ V}}{8,4 \text{ cm}^2} = 1040 \end{aligned}$$

Aufgaben zu 5.7.1

- Ein Transformator für das Netz 230 V, 50 Hz hat den Kern M102a mit 11 cm^2 Eisenquerschnitt. Wie groß ist die Windungszahl für $\hat{B} = 1,2 \text{ T}$?
- Für das Netz 230 V, 50 Hz soll ein Transformator mit dem Kern M74 gebaut werden, dessen Eisenquerschnitt $A = 6,7 \text{ cm}^2$ beträgt. Berechnen Sie die Eingangswindungszahl N_1 für $1,4 \text{ Vs/m}^2$.
- Ein Netztransformator hat nach Anschluss an das Netz 230 V, 50 Hz die maximale Flussdichte $\hat{B}_1 = 1,2 \text{ T}$. a) Bei welcher Spannung U_2 eines Netzes mit 60 Hz wird die gleiche Flussdichte erreicht? b) Welche Flussdichte \hat{B}_2 stellt sich bei diesem Transformator ein, wenn er an ein Netz mit 230 V, 60 Hz gelegt wird?
- Ein Transformator hat nach Anschluss an das Netz 230 V, 60 Hz die maximale Flussdichte $\hat{B}_1 = 1,1 \text{ Vs/m}^2$. a) Bei welcher Spannung U_2 eines Netzes mit 50 Hz wird die gleiche Flussdichte erreicht? b) Welche Flussdichte \hat{B}_2 stellt sich bei diesem Transformator ein, wenn er an ein Netz 230 V, 60 Hz angeschlossen wird?
- Ein Transformator mit dem Eisenquerschnitt $A = 6,7 \text{ cm}^2$ für das Bordnetz in Flugzeugen mit der Frequenz $f = 400 \text{ Hz}$ soll den Scheitelwert $\hat{B} = 0,6 \text{ T}$ der magnetischen Flussdichte erhalten. Wie viele Windungen benötigt eine Wicklung für die Spannung $U_0 = 115 \text{ V}$?
- Bei einem Transformator mit dem Eisenquerschnitt $A = 14 \text{ cm}^2$ für das Eisenbahnenetz der Frequenz $f = 16,7 \text{ Hz}$ hat für die 20-V-Wicklung $N = 138$ Windungen. Wie groß ist der Scheitelwert \hat{B} der magnetischen Flussdichte?
- Welcher Scheitelwert der magnetischen Flussdichte \hat{B} gilt bei der Näherungsformel für 50 Hz?
- Stellen Sie eine Gleichung auf, wie sie in Aufgabe vorkommt, aber für die Bordfrequenz in Flugzeugen $f = 400 \text{ Hz}$ und die magnetische Flussdichte $\hat{B} = 0,8 \text{ T}$.

Bei Sinusgrößen:

$$U_0 = N \cdot \omega \cdot A \cdot \frac{\hat{B}}{\sqrt{2}}$$

$$U_0 = 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A \cdot N$$

Näherungsformel
für 50 Hz:

$$4,44 \quad \frac{2\pi}{\sqrt{2}}$$

$$N_1 \approx 38 \frac{\text{cm}^2}{\text{V}} \cdot \frac{U_1}{\text{A}}$$

U_0 Leerlaufspannung

N Windungszahl

ω Kreisfrequenz

A Eisenquerschnitt

\hat{B} Scheitelwert der magnetischen Flussdichte

f Frequenz

N_1 Windungszahl der Eingangswicklung

U_1 Spannung an der Eingangswicklung

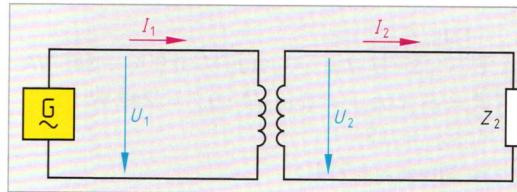
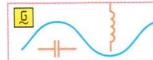


Bild 1: Transformator

welcher Spannung U_2 eines Netzes mit 60 Hz wird die gleiche Flussdichte erreicht? b) Welche Flussdichte \hat{B}_2 stellt sich bei diesem Transformator ein, wenn er an ein Netz mit 230 V, 60 Hz gelegt wird?

- Ein Transformator hat nach Anschluss an das Netz 230 V, 60 Hz die maximale Flussdichte $\hat{B}_1 = 1,1 \text{ Vs/m}^2$. a) Bei welcher Spannung U_2 eines Netzes mit 50 Hz wird die gleiche Flussdichte erreicht? b) Welche Flussdichte \hat{B}_2 stellt sich bei diesem Transformator ein, wenn er an ein Netz 230 V, 60 Hz angeschlossen wird?
- Ein Transformator mit dem Eisenquerschnitt $A = 6,7 \text{ cm}^2$ für das Bordnetz in Flugzeugen mit der Frequenz $f = 400 \text{ Hz}$ soll den Scheitelwert $\hat{B} = 0,6 \text{ T}$ der magnetischen Flussdichte erhalten. Wie viele Windungen benötigt eine Wicklung für die Spannung $U_0 = 115 \text{ V}$?
- Bei einem Transformator mit dem Eisenquerschnitt $A = 14 \text{ cm}^2$ für das Eisenbahnenetz der Frequenz $f = 16,7 \text{ Hz}$ hat für die 20-V-Wicklung $N = 138$ Windungen. Wie groß ist der Scheitelwert \hat{B} der magnetischen Flussdichte?
- Welcher Scheitelwert der magnetischen Flussdichte \hat{B} gilt bei der Näherungsformel für 50 Hz?
- Stellen Sie eine Gleichung auf, wie sie in Aufgabe vorkommt, aber für die Bordfrequenz in Flugzeugen $f = 400 \text{ Hz}$ und die magnetische Flussdichte $\hat{B} = 0,8 \text{ T}$.



5.7.2 Übersetzung von Spannung, Strom und Widerstand

Die Transformatorwicklung mit der größeren Windungszahl hat die höhere Spannung und die kleinere Stromstärke.

Bei Netztransformatoren und Übertragern ist der Kopplungsfaktor $K \approx 1$.

■ Beispiel 1: Windungszahl berechnen

Ein Transformator für das Netz 50 Hz 230 V besitzt einen Kern M102b und die Eingangswicklung mit $N_1 = 523$ Windungen. Die Ausgangswicklung soll eine Projektionslampe 12 V 12,5 A speisen. Berechnen Sie die Ausgangswindungszahl für $K = 1$.

Lösung:

$$\frac{U_2}{U_1} = K \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

$$\Rightarrow N_2 = \frac{1}{K} \cdot \frac{N_1 \cdot U_2}{U_1} = 1 \cdot \frac{523 \cdot 12 \text{ V}}{230 \text{ V}} = 27$$

■ Beispiel 2: Windungszahl berechnen

Ein Übertrager mit der Eingangswindungszahl $N_1 = 1800$ soll den Scheinwiderstand $Z_2 = 5 \Omega$ der Tauchspule eines Lautsprechers auf $Z_1 = 800 \Omega$ transformieren. Berechnen Sie N_2 .

Lösung:

$$\frac{Z_2}{Z_1} \approx \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2 \Rightarrow N_2 \approx N_1 \cdot \sqrt{\frac{Z_2}{Z_1}} = 1800 \cdot \sqrt{\frac{5 \Omega}{800 \Omega}} = \frac{1800 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{800}} = \frac{1800 \cdot 2,24}{28,3} = 142$$

Aufgaben zu 5.7.2

- Ein Experimentiertransformator mit $N_1 = 1200$ und $N_2 = 600$ wird an die Spannung $U_1 = 230 \text{ V}$ gelegt und mit Bemessungsstrom belastet. Die Ausgangsspannung beträgt dabei 66 V. Wie groß ist der Kopplungsfaktor?
- Ein Experimentiertransformator mit $N_1 = 1200$ und $N_2 = 300$ liegt an $U_1 = 230 \text{ V}$. Wie groß ist die Ausgangsspannung für Bemessungsbelastung, wenn dabei der Kopplungsfaktor $K = 0,57$ beträgt?
- Welchen Widerstand Z_2 muss eine Tauchspule besitzen, damit sie von einem Übertrager mit $N_1 = 2690$ und $N_2 = 60$ auf $Z_1 = 10 \text{ k}\Omega$ transformiert wird?
- Ein Lautsprecher mit $Z_2 = 7,5 \Omega$ ist an einen Übertrager mit $N_1 = 1500$ und $N_2 = 130$ angeschlossen. Transformieren Sie den Lautsprecherwiderstand auf den Eingang.

Für $K \approx 1$:

$$\frac{U_2}{U_1} = K \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

$$\frac{I_2}{I_1} \approx \frac{N_1}{N_2}$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} \approx \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2$$

$$\frac{L_2}{L_1} \approx \left(\frac{N_2}{N_1} \right)^2$$

$$\frac{C_2}{C_1} \approx \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

K Kopplungsfaktor

Z_1, Z_2 Scheinwiderstände

N_1, N_2 Windungszahlen

L_1, L_2 Induktivitäten

C_1, C_2 Kapazitäten

$1, 2$ Indizes für Eingangs-, Ausgangsgrößen

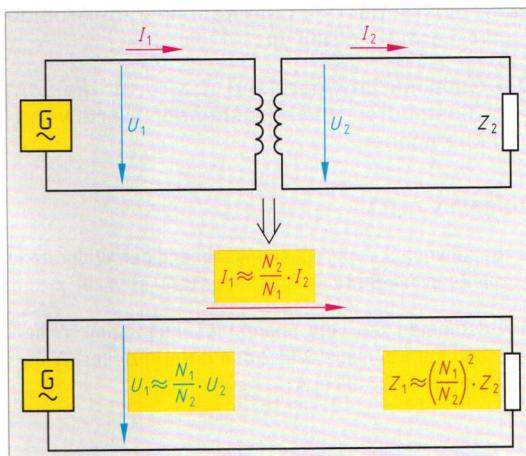


Bild 1: Transformation des Ausgangs auf die Eingangsseite

5. Ein Übertrager soll den Widerstand $Z_1 = 200 \Omega$ eines Tauchspulmikrofons auf den Eingang des Verstärkers transformieren. Welches Übersetzungsverhältnis $N_1 : N_2$ ist für $Z_2 = 200 \text{ k}\Omega$ erforderlich?
6. Berechnen Sie jeweils die fehlenden Größen. Zum Ausgleich des inneren Spannungsfalls wurde die Ausgangswindungszahl N_2 mit dem Faktor 1,1 vergrößert.

	a)	b)	c)	d)
U_1	230 V	230 V	135 V	230 V
U_2	6,3 V	gesucht	230 V	8 kV
N_1	1150	718	700	gesucht
N_2	gesucht	87	gesucht	29 260
I_1	0,165 A	0,57 A	gesucht	gesucht
I_2	gesucht	gesucht	0,2 A	12 mA



6 Elektronische Schaltungen

6.1 Schaltungen mit nicht linearen Widerständen

6.1.1 Differenzieller Widerstand

Bei spannungsabhängigen Widerständen VDR unterscheidet man den differenziellen Widerstand r für eine Stromänderung und den Gleichstromwiderstand R . Beide Widerstände sind vom Arbeitspunkt abhängig.

Der differenzielle Widerstand r wird aus der Steigung der Tangente an die Kennlinie im Arbeitspunkt A ermittelt (**Bild 1**).

Der Gleichstromwiderstand R wird für die vom Koordinatenursprung ausgehenden Werte von U und I berechnet.

Aufgaben zu 6.1.1

- Bestimmen Sie vom spannungsabhängigen Widerstand mit Kennlinie **Bild 2** im Arbeitspunkt A₁ a) R , b) r .
- Bestimmen Sie vom spannungsabhängigen Widerstand mit Kennlinie **Bild 2** den differenziellen Widerstand a) in A₂, b) in A₃.

6.1.2 Impedanzen im Arbeitspunkt

Wenn am Eingang eines Spannungsteilers nach **Bild 3** der Wechselspannungsanteil einer Mischspannung viel kleiner ist als der Gleichspannungsanteil, führt man die Berechnungen getrennt durch, und zwar für die Gleichgrößen mit den Gleichstromwiderständen und für die Wechselgrößen mit den differenziellen Widerständen.

Aufgaben zu 6.1.2

- An einem linearen Widerstand liegt eine Mischspannung mit $U_{1-} = 6 \text{ V}$ und $U_{1+} = 0,1 \text{ V}$. Beim reihengeschalteten nicht linearen Widerstand betragen $U_{2-} = 4 \text{ V}$ und $U_{2+} = 10 \text{ mV}$. Der differenzielle Widerstand beträgt im vorliegenden Arbeitspunkt $r_2 = 50 \Omega$. Berechnen Sie a) I , b) R_1 , c) I , d) R_2 .
- Ein nicht linearer Widerstand R_2 hat in einem Arbeitspunkt $R_3 = 200 \Omega$ und $r_3 = 100 \Omega$ und ist in Reihe zu einem Widerstand $R_1 = 500 \Omega$ an eine Mischspannung mit $U_- = 15 \text{ V}$ und $U_+ = 1 \text{ V}$ angeschlossen. Welche Teilspannungen ergeben sich an R_2 ?

Im Arbeitspunkt:

$$R = \frac{U}{I}$$

$$r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$$

R Gleichstromwiderstand

r differenzieller Widerstand

I Gleichstrom

ΔI Stromänderung

U Gleichspannung

ΔU Spannungsänderung

Beispiel 1: Widerstände berechnen

Berechnen Sie aus **Bild 1** für den Arbeitspunkt A den

- Gleichstromwiderstand R
- differenziellen Widerstand r

Lösung:

$$\text{a) } R = \frac{U}{I} = \frac{2,25 \text{ V}}{22,5 \text{ mA}} = 100 \Omega$$

$$\text{b) } r = \frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{3,45 \text{ V}}{10 \text{ mA}} = 345 \Omega$$

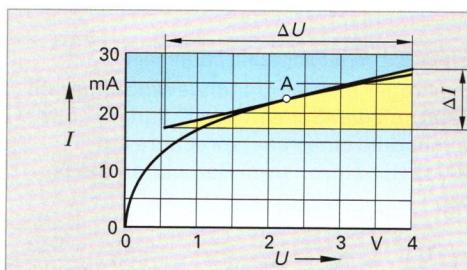


Bild 1: $I(U)$ -Kennlinie

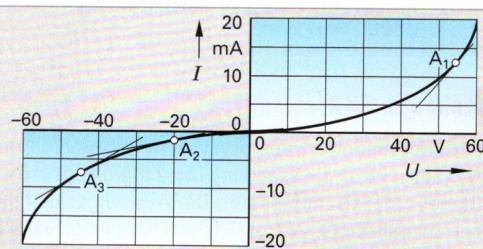


Bild 2: Kennlinie eines VDR

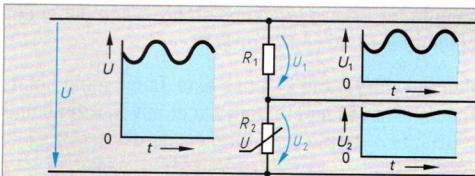


Bild 3: Unterschiedliche Spannungsteilung für Gleichspannung und Wechselspannung



1.3 Zeichnerische Lösung der Reihenschaltung

Aus den Kennlinien von elektrischen Bauelementen können Wertepaare ermittelt werden (**Bild 1**). Das gilt auch dann, wenn die Kennlinie spiegelbildlich gezeichnet ist, wie z.B. die Kennlinie **Bild 2**.

Für die Reihenschaltung zweier Widerstände wird das Schaubild des einen Widerstandes seitenverkehrt so über das Schaubild des andern gezeichnet, dass sich die Spannungsachsen decken und der Nullpunktabstand der angelegten Spannung entspricht (**Bild 3**). Die beiden Schaubilder müssen für gleiche Größen gleiche Maßstäbe haben. Den so entstandenen Schnittpunkt der beiden Kennlinien nennt man Arbeitspunkt. Die seitenverkehrte Kennlinie nennt man Arbeitsgerade.

■ Beispiel 1: Arbeitspunkt ermitteln

- a) Bilden Sie das Schaubild der Reihenschaltung aus den Widerständen R_1 (**Bild 1**) und R_2 (**Bild 2**) für die Spannung $U = 5,5 \text{ V}$. b) Ermitteln Sie aus dem Schaubild der Reihenschaltung die Arbeitspunktwerte (Stromstärke und Spannungen).

Lösung:

a) Bild 3

$$\text{b) } I = 2,2 \text{ mA}, U_1 = 2,2 \text{ V}, U_2 = 3,3 \text{ V}$$

Ein Vorteil ist die zeichnerische Darstellung der Reihenschaltung, wenn ein Widerstand nicht linear dabei ist (**Bild 4**). Die abgebildete Kennlinie GL einer Halogenlampe schneidet sich mit der Kennlinie des in Reihe geschalteten Vorwiderstandes.

■ Beispiel 2: Lampenspannung berechnen

Eine Halogenlampe hat die Kennlinie GL in **Bild 4**. Sie ist mit einem Widerstand von $R_v = 40 \Omega$ in Reihe an $U = 12 \text{ V}$ angeschlossen. Ermitteln Sie die sich einstellende Lampenspannung.

Lösung:

- Markieren der Gesamtspannung U von 12 V auf der Spannungsachse.
- Man berechnet $I = \frac{U}{R_v} = \frac{12 \text{ V}}{40 \Omega} = 0,3 \text{ A}$ und markiert diesen Strom auf der Stromachse.
- Verbinden der Punkte 1 und 2 ergibt die Arbeitsgerade.
- Der Schnittpunkt der halogenlampenkennlinie mit der Arbeitsgeraden ist der Arbeitspunkt. Er liegt bei $U = 1,95 \text{ V}$.

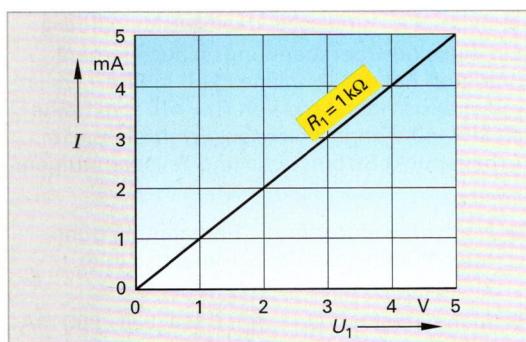


Bild 1: Strom-Spannungs-Kennlinie

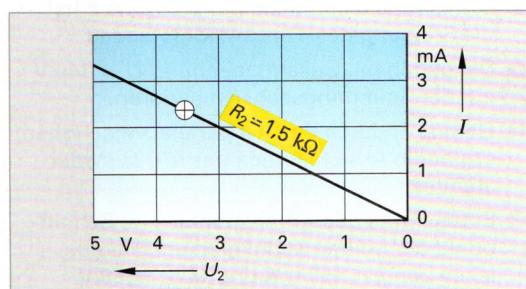


Bild 2: Strom-Spannungs-Kennlinie

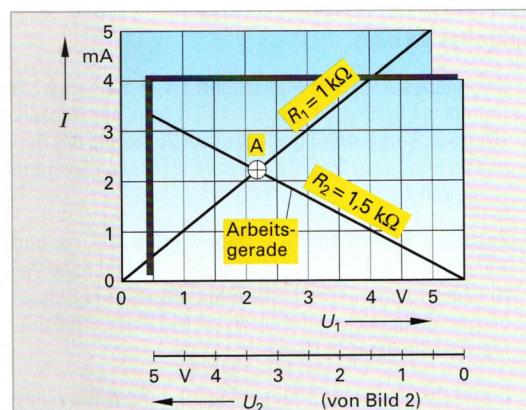


Bild 3: Bestimmung der Teilspannungen

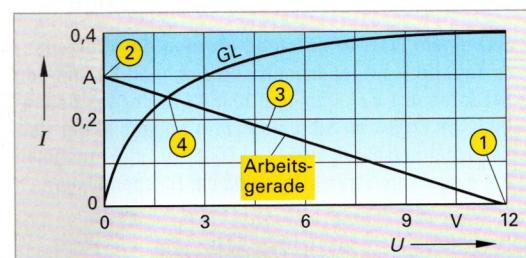


Bild 4: Strom-Spannungs-Kennlinien



Beispiel 1: Grafische Arbeitspunkttermittlung

Ein Zinkoxid-Überspannungsschutzelement (Varistor) hat die Kennlinie ZNR¹ in **Bild 1**. Es ist mit einem Widerstand von $R_v = 470 \Omega$ in Reihe an $U = 140 \text{ V}$ angeschlossen. Ermitteln Sie im Arbeitspunkt Stromstärke und Teilspannungen.

Lösung:

- ① Markieren eines für die Berechnung günstigen Punktes auf der Stromachse (hier 200 mA).
- ② Man berechnet $U_v = R_v \cdot I = 470 \Omega \cdot 200 \text{ mA} = 94 \text{ V}$ und markiert diese Spannung auf der Spannungsachse.
- ③ Die Gerade 3 durch die Punkte 1 und 2 hat die Steigung des 470Ω -Widerstandes.
- ④ Die gegebene Gesamtspannung $U = 140 \text{ V}$ auf der Spannungsachse markieren.
- ⑤ Gerade 3, durch Punkt 4 parallel verschoben, ergibt die Arbeitsgerade des 470Ω -Widerstandes.
- ⑥ Einzeichnen des Arbeitspunktes im Schnittpunkt der beiden Kennlinien und Herauslesen von $I = 150 \text{ mA}$ und $U_{\text{ZNR}} = 68 \text{ V}$.
 $U_{Rv} = U - U_{\text{ZNR}} = 140 \text{ V} - 68 \text{ V} = 72 \text{ V}$.

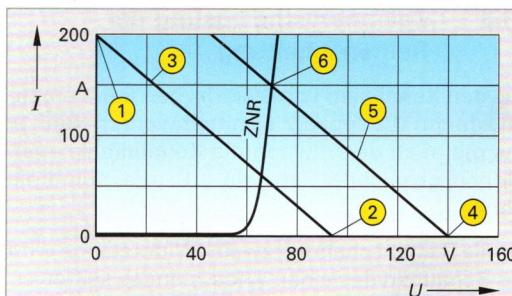


Bild 1: Strom-Spannungs-Kennlinien

Tabelle 1: NTC-Widerstand

U in V	2	4	6	8	9
I in mA	1,5	10	28	65	100

Tabelle 2: VDR

U in V	2	4	6	8	10
I in mA	2	10	25	50	100

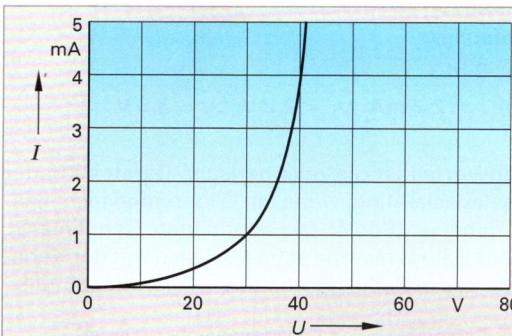


Bild 2: Kennlinie eines VDR

Aufgaben zu 6.1.3

1. Zeichnen Sie mit den Maßstäben $1 \text{ V} \triangleq 1 \text{ cm}$ und $1 \text{ A} \triangleq 1 \text{ cm}$ ein Schaubild von $R_1 = 1 \Omega$ (Länge der Achsen: 10 cm) und ergänzen Sie dieses zum Schaubild der Reihenschaltung mit $R_2 = 2 \Omega$ an $U = 10 \text{ V}$. Messen Sie darin U_1 , U_2 und I .
2. Zeichnen Sie mit den Maßstäben $100 \text{ V} \triangleq 1 \text{ cm}$ und $100 \text{ mA} \triangleq 1 \text{ cm}$ ein Schaubild von $R_a = 1 \text{ k}\Omega$ (Länge der Achsen: 10 cm) und ergänzen Sie dieses zum Schaubild der Reihenschaltung mit $R_b = 1,5 \text{ k}\Omega$ für $I = 360 \text{ mA}$. Messen Sie darin U , U_a und U_b .
3. Ermitteln Sie für die Halogenlampe mit der Kennlinie GL in **Bild 4**, vorhergehende Seite, zechnerisch den Vorwiderstand R_v , der den Lampenstrom bei einer Gesamtspannung von $U = 9 \text{ V}$ auf $I = 0,3 \text{ A}$ begrenzt.
4. Bei einem NTC-Widerstand wurden die Wertepaare **Tabelle 1** aufgenommen. a) Zeichnen Sie mit den Maßstäben $1 \text{ V} \triangleq 1 \text{ cm}$ und $10 \text{ mA} \triangleq 1 \text{ cm}$ das Schaubild. b) Ergänzen Sie dieses zum Schaubild der Reihenschaltung mit $R_2 = 40 \Omega$ an $U = 8,5 \text{ V}$. c) Entnehmen Sie diesem die Stromstärke und die Teilspannungen.
5. Bei einem VDR² wurden die Wertepaare **Tabelle 2** gemessen. a) Zeichnen Sie mit den Maßstäben $1 \text{ V} \triangleq 1 \text{ cm}$ und $10 \text{ mA} \triangleq 1 \text{ cm}$ das Schaubild. b) Ergänzen Sie dieses zum Schaubild der Reihenschaltung mit $R_2 = 22 \Omega$ an $U = 10 \text{ V}$. c) Entnehmen Sie diesem Schaubild die Stromstärke und die Teilspannungen.
6. Über einen Vorwiderstand wirken auf den VDR mit Kennlinie **Bild 2** unterschiedlich hohe Spannungspulse von im Mittel 60 V. Am VDR sollen ausgeglichenere Spannungspulse von im Mittel nur noch 30 V entstehen. Ermitteln Sie zechnerisch a) den Vorwiderstand, b) den Höchstwert des Spannungspulses am VDR, wenn der Höchstwert am Schaltungseingang 80 V beträgt.

¹ ZNR von zinc oxide resistor = Zinkoxid-Widerstand

² VDR von voltage dependent resistor = spannungsabhängiger Widerstand

1.4 Messschaltungen mit Pt100-Widerstandssensoren

Widerstandstemperaturfühler aus Platin sind Halbleiter (PTC) mit annähernd linearer Kennlinie (**Bild 1**). Pt100-Sensoren haben bei 0 °C einen Nennwiderstand von 100 Ω. Weitere genormte Nennwiderstände sind z.B. Pt50, Pt500, und Pt1000. Sensoren werden von -200 °C bis 850 °C eingesetzt (DIN IEC 60751). Zur Temperaturmessung wird dem Sensorwiderstand ein konstanter Leiterström durch den Sensorzweileiter zugeführt. Durch Sensoren mit 3- oder 4-Leiteranschluss lässt sich der Leitungswiderstand der Zuleitungen kompensieren.

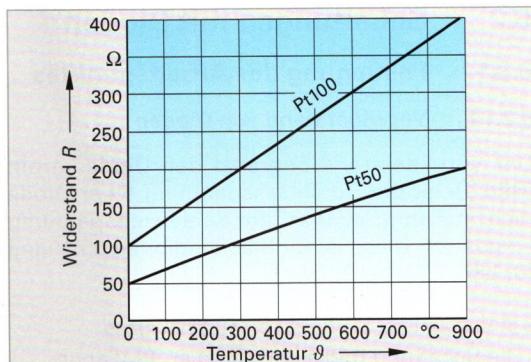


Bild 1: Kennlinien von Platin-Widerstandssensoren

■ Beispiel 1: Widerstand bestimmen

Bestimmen Sie den Widerstand eines Pt100-Sensors bei 100 °C durch a) Kennlinie und b) Berechnung.

Lösung:

a) Ablesewert aus **Bild 1**: $R_{100} = 140 \Omega$

$$\begin{aligned} b) R_{100} &= R_0 (1 + \alpha_{Pt} \cdot \Delta \theta) \\ &= 100 \Omega (1 + 0,00385 \frac{1}{K} \cdot 100 K) = 138,5 \Omega \end{aligned}$$

Aufgaben zu 6.1.4

1. Die Widerstandsänderung beträgt bei einem Pt100 gerundet $\approx 0,37 \Omega/K$. Überprüfen Sie diese Größe für das Wertepaar 0 °C und 400 °C.

Ein Pt100 wird über eine 100 m lange Doppelader aus Kupfer im Zweileiter-Messverfahren bei 0 °C und 80 °C gemessen (**Bild 2**). Der Leitungswiderstand einer Ader beträgt 4 Ω.

- a) Wie groß sind die zu erwartenden Widerstandswerte des Pt100 ohne und mit Zuleitung.
- b) Um wie viel Grad C wird zu viel gemessen, wenn der Einfluss der Zuleitung unberücksichtigt bleibt?

Beim Dreileiter-Messverfahren müssen die Adern der Messleitung gleiche Widerstände besitzen (**Bild 3**), sowie $R_3 = R_4$.

- a) Wie groß ist U_A bei abgeglichen Brücke ($U_{AB} = 0 V$)?
- b) Welcher Temperatur ist der Pt100 ausgesetzt, wenn bei abgeglichen Brücke an $R_1 = 137,0 \Omega$ abgelesen werden ($\alpha_{Pt} = 0,00385 \frac{1}{K}$)?

4. Ein Pt100 wird mit der Vierleiter-Schaltung bei einem konstanten Strom von 1 mA gemessen (**Bild 4**). Die vier Leitungswiderstände haben jeweils 4 Ω/Ader.
- a) Wie groß ist der Spannungsfall am Pt100 bei 0 °C?
 - b) Berechnen und bewerten Sie die Größe der Fehlerspannung in der Zuleitung zum Spannungsmesser.

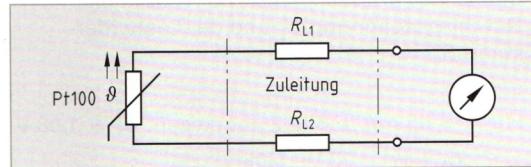


Bild 2: Zweileiter-Messverfahren

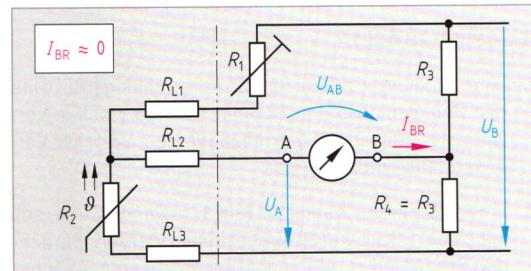


Bild 3: Dreileiter-Messverfahren

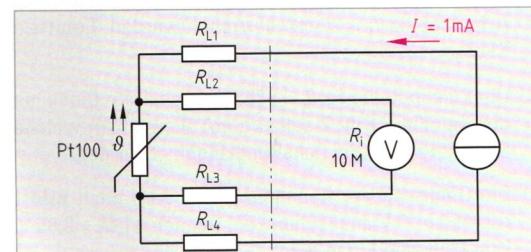


Bild 4: Vierleiter-Messverfahren

5. Über ein 20 m langes Zuleitungskabel mit 136 Ω/km soll die Temperatur an einem Pt100 bestimmt werden (**Bild 2**). Der Gesamtwiderstand beträgt 120,84 Ω. Ermitteln Sie die fehlerbereinigte Temperatur am Pt100 ($\alpha_{Pt} = 0,00385 \frac{1}{K}$).

6.2 Schaltungen mit Dioden

6.2.1 Festlegung des Arbeitspunktes

6.2.1.1 Vorwiderstand von Dioden

Der Vorwiderstand begrenzt den Diodenstrom (**Bild 1**). Ist die Durchlassspannung einer Diode nicht bekannt, so wird die Schleusenspannung eingesetzt. Diese ist für Siliziumdioden 0,7 V und für LED 1,2 V bis 3,5 V.

■ Beispiel 1: Lastwiderstand bestimmen

Die Schaltung **Bild 1** links wird an 12 V angeschlossen. Durch den Lastwiderstand sollen 45 mA fließen. Die Diode hat die Kennlinie **Bild 2**. Wie groß sind im Arbeitspunkt die Durchlassspannung U_F und der Lastwiderstand R_L ?

Lösung:

Für $I_F = 45 \text{ mA}$ in **Bild 2** abgelesen: $U_F = 1,08 \text{ V}$

$$R_L = \frac{U_1 - U_F}{I} = \frac{12 \text{ V} - 1,08 \text{ V}}{45 \text{ mA}} = 243 \Omega$$

Aufgaben zu 6.2.1.1

- Eine Lumineszenzdiode für Infrarotstrahlung (IRED) mit den Bemessungsdaten 28,8 mA bei 1,23 V soll in Vorwärtsrichtung an 9 V betrieben werden. Welcher Vorwiderstand wird benötigt?
- Eine LED mit der Kennlinie **Bild 1**, folgende Seite, soll mit einem Strom von 20 mA betrieben werden. Berechnen Sie U_F und R_v , wenn die Gesamtspannung 5 V beträgt.
- Die Si-Diode mit der Kennlinie **Bild 2** soll an 20 V im Arbeitspunkt $I_F = 20 \text{ mA}$ betrieben werden. Ermitteln Sie R_v .
- Über die in Reihe zu $R_v = 330 \Omega$ geschaltete Diode mit der Kennlinie **Bild 2** sollen 5 mA fließen. An welche Spannung muss die Schaltung angelegt werden?
- Die Diode mit der Kennlinie **Bild 2** wird nach **Bild 1** rechts an 15 V angeschlossen. Danach ist $U_2 = 0,85 \text{ V}$. Wie groß sind I_F und R_v ?
- In der Schaltung **Bild 1** rechts sollen statt einer Diode drei in Reihe geschaltete Si-Dioden mit der Kennlinie **Bild 2** verwendet werden. Die Ausgangsspannung soll ohne Belastung 2,7 V betragen. R_v hat 300 Ω . Wie groß muss die Spannung U_1 sein?
- Eine Taschenlampe (**Bild 3**) ist mit 4 LED ausgestattet. Im Arbeitspunkt einer LED gilt $U_F = 3,5 \text{ V}$ und $I_F = 20 \text{ mA}$.
 - Bestimmen Sie R_v .

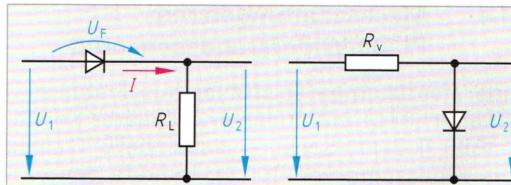


Bild 1: Diodenschaltungen

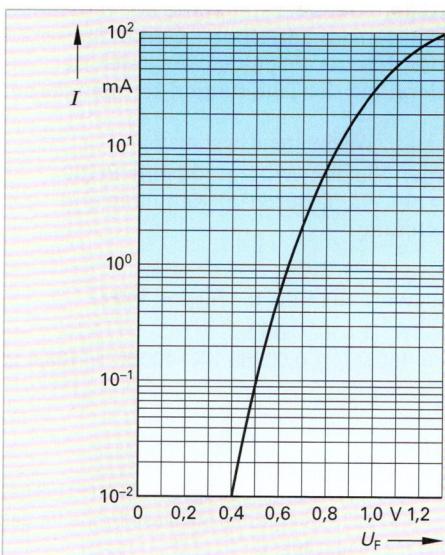


Bild 2: Diodenkennlinie (halblogarithmische Darstellung)

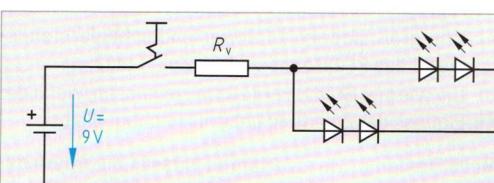
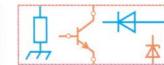


Bild 3: Taschenlampe mit Leuchtdioden

- Gewählt wurde $R_v = 47 \Omega$. Wie groß ist der Vorwärtsstrom einer LED, wenn die Spannung der Batterie auf 8 V abgesunken ist?
- Der Arbeitsbereich einer Z-Diode mit $P_{tot} = 800 \text{ mW}$ liegt zwischen 12,2 V bei $I_Z = 5 \text{ mA}$ und 13,4 V bei $I_Z = 60 \text{ mA}$. Der Vorwiderstand beträgt $R_v = 270 \Omega$, der Lastwiderstand $R_L = 220 \Omega$. Die Bemessungsleistungen beider Widerstände betragen 4 W. In welchem Bereich darf die Eingangsspannung schwanken, damit die Z-Diode noch im Arbeitsbereich betrieben wird?



6.2.1.2 Zeichnerische Bestimmung des Arbeitspunktes

Dioden sind nicht lineare Widerstände. Mit der Diodenkennlinie und der Arbeitsgeraden (Widerstandsgeraden) kann bei der Reihenschaltung von Diode und Widerstand der Arbeitspunkt zeichnerisch ermittelt werden.

Der Arbeitspunkt der Reihenschaltung von Diode und Widerstand ist der Schnittpunkt der Diodenkennlinie mit der Arbeitsgeraden.

Aufgaben zu 6.2.1.2

Inweis: Übertragen Sie die benötigten Kennlinien auf Ihr Lösungsblatt.

- An der im Bild 2 an 4 V angeschlossenen LED mit der Kennlinie Bild 1 sollen 1,7 V liegen. Ermitteln Sie
 - I_F ,
 - R_v .
 - Zeichnen Sie die Arbeitsgerade.
- Die LED mit der Kennlinie Bild 1 wird an 5 V angeschlossen. Im Arbeitspunkt ist $I_{F1} = 20 \text{ mA}$. Ermitteln Sie
 - U_{F1} ,
 - R_v ,
 - mithilfe der Arbeitsgeraden U_{F2} und I_{F2} , wenn die Betriebsspannung auf 6 V erhöht wird.
- Die Si-Diode mit der Kennlinie Bild 1 soll im Arbeitsbereich 20 mA bis 40 mA bei einer Eingangsspannung von 2 V betrieben werden.
 - Skizzieren Sie für die Grenzwerte die Arbeitsgeraden. Zwischen welchen Werten darf der Widerstand R_v liegen?
 - Zwischen welchen Werten schwankt dann die Durchlassspannung der Diode?
- Eine Z-Diode BZX 97 C5V1 mit der Kennlinie Bild 3 wird über einen Vorwiderstand R_v an 12 V angeschlossen. Ihr Arbeitsbereich geht von $I_Z = 5 \text{ mA}$ bis $I_Z = 70 \text{ mA}$.
 - In welchem Bereich schwankt U_Z ?
 - In welchem Bereich muss im unbelasteten Fall der Vorwiderstand liegen?
 - Bei welchem R_v ist $I_Z = 40 \text{ mA}$?
- Eine Z-Diode BZX 97 C7V5 mit der Kennlinie Bild 3 wird über $R_v = 330 \Omega$ an $U = 18 \text{ V}$ angeschlossen. Ermitteln Sie zeichnerisch I_Z , U_Z und U_{RV} für
 - unbelasteten Fall,
 - mit $R_L = 820 \Omega$ parallel zur Z-Diode. Lösungshinweis: Wenn die Z-Diode sperrt, gilt $U_2 = U \cdot R_L / (R_v + R_L)$.

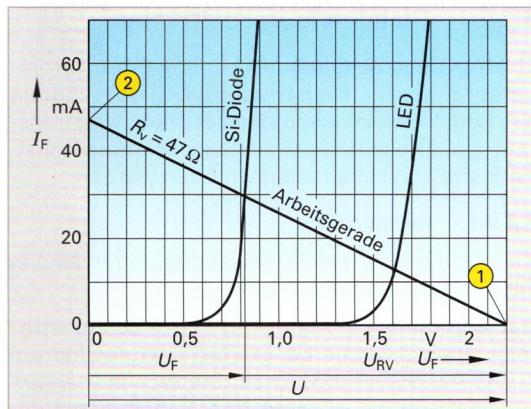


Bild 1: Kennlinien von Si-Diode und LED

Beispiel 1: Arbeitspunkt bestimmen

Die Si-Diode mit der Kennlinie Bild 1 wird nach Bild 1 links, vorhergehende Seite, über $R_v = 47 \Omega$ an 2,2 V angeschlossen. Ermitteln Sie I_F , U_F und U_2 .

Lösung:

- Bei $I_F = 0 \text{ mA}$ ist $U_F = U = 2,2 \text{ V}$ (Bild 1, Punkt ①). Bei $U_F = 0 \text{ V}$ wäre $I_F = U/R_v = 2,2 \text{ V}/47 \Omega = 46,8 \text{ mA}$ (Punkt ②). Die Verbindung dieser Punkte ergibt die Widerstandsgerade.
- Der Schnittpunkt der Arbeitsgeraden mit der Diodenkennlinie ist der Arbeitspunkt. Im Arbeitspunkt können abgelesen werden $I_F = 29,5 \text{ mA}$ und $U_F = 0,82 \text{ V}$. Die Ergänzung zu U ist $U_{RV} = U_2 = U - U_F = 2,2 \text{ V} - 0,82 \text{ V} = 1,38 \text{ V}$.

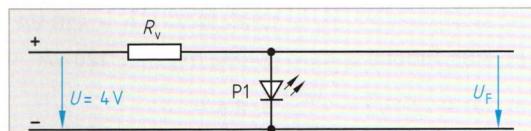


Bild 2: Schaltung mit LED

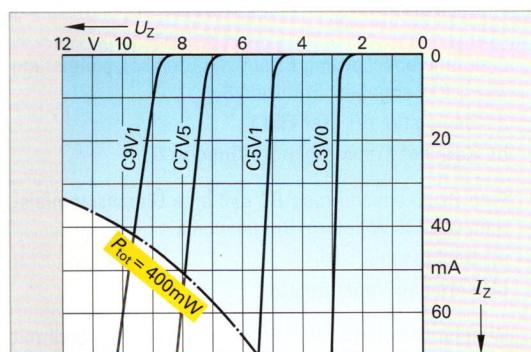


Bild 3: Kennlinien von Z-Dioden



6.2.2 Gleichrichterschaltungen

Elektronische Schaltungen benötigen zur Stromversorgung Gleichspannungen. Diese können aus dem Wechselspannungsnetz über Netztransformator, Gleichrichterschaltung, Glättungsschaltung und Siebschaltung gewonnen werden.

6.2.2.1 Kenngrößen

Kenngrößen für Gleichrichterschaltungen sind in **Tabelle 1** zusammengestellt.

Der *arithmetische Mittelwert* I_Z des Diodenstromes eines Zweiges hängt vom *Lastgleichstrom* I_d und der Schaltungsart ab. Die *ideelle Leerlaufgleichspannung* U_{di} und den *Scheitelwert der Sperrspannung* \hat{U}_R berechnet man aus der *Anschlusswechselspannung* U_1 (größte gleichrichterseitige Wechselspannung).

Versorgt ein Transformator eine Gleichrichterschaltung, dann muss seine Bauleistung P_T größer sein als die Gleichstromleistung P_d . Die Transformatorbauleistung P_T hängt von der Größe des Transformatorkerns ab (**Tabelle 2**).

Beispiel 1: Netzteilkenngrößen berechnen

Ein Ladegerät für 12 V Leerlaufgleichspannung und 8 A Gleichstrom enthält eine Brückenschaltung B2. a) Welche Bauleistung muss der Transformator aufweisen? b) Wählen Sie einen geeigneten Transformatorkern. c) Berechnen Sie U_1 für $U_{di} \approx 12$ V.

Lösung:

a) Aus **Tabelle 1**: $P_T/P_d = 1,23$

$$\Rightarrow P_T = 1,23 \cdot P_d = 1,23 \cdot 12 \text{ V} \cdot 8 \text{ A} = 118 \text{ VA}$$

b) Aus **Tabelle 2**: Kern M102a mit $P_T \leq 120 \text{ VA}$

$$\text{c)} U_1 = U_{di}/\sqrt{2} = \frac{12 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 8,5 \text{ V}$$

Aufgaben zu 6.2.2.1

- Eine Einwegschaltung E1 soll die Gleichstromleistung $P_d = 3,8 \text{ W}$ abgeben. Ermitteln Sie
 - Bauleistung P_T (**Tabelle 1**),
 - Kern des Transformators (**Tabelle 2**).
- Eine Brückenschaltung B2 soll eine Gleichstromleistung von 145 W liefern. Bestimmen Sie
 - Bauleistung,
 - Kern des Transformators.
- Welche Gleichstromleistung darf einem Netzteil mit Transformatorkern M85 bei Schaltung B2 entnommen werden?

Tabelle 1: Gleichrichterschaltungen mit C_G

Schaltung	$\frac{f_p}{f}$	$\frac{P_T}{P_d}$	$\frac{I_Z}{I_d}$	$\frac{U_{di}}{U_1}$	$\frac{\hat{U}_R}{U_1}$
Einwegschaltung E1	1	3,1	1	$\sqrt{2}$	$2 \cdot \sqrt{2}$
Brückenschaltung B2	2	1,23	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$
Brückenschaltung B6	6	1,1	$\frac{1}{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$

C_g Kapazität des Glättungskondensators

f Netzfrequenz

f_p Brummfrequenz (Pulsfrequenz)

I_d Lastgleichstrom

I_Z Diodenstrom eines Zweiges

P_d Gleichstromleistung

P_T Bauleistung des Transformators

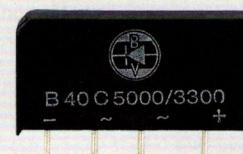
U_1 Anschlusswechselspannung

U_{di} ideelle Leerlaufgleichspannung

\hat{U}_R Scheitelwert der Sperrspannung

Tabelle 2: Transformatorkerne und Bauleistung P_T

Kern	M42	M55	M74	M85
P_T in VA	4,5	12	48	62
Kern	M 102a	M 102b	EI 130a	EI 130b
P_T in VA	120	180	210	260



© Diotec

B Brückenschaltung B2
40 maximale Anschlusswechselspannung in V
C Kondensatorlast zulässig:
5000 mA max. Dauerstrom (auf Metallchassis montiert)
3300 mA max. Dauerstrom (freistehend)

Bild 1: Brückengleichrichter

- Welche Gleichstromleistung darf einem Netzteil mit Transformatorkern M42 bei Schaltung E1 entnommen werden?
- Ein Transformator mit dem Kern M102a wird durch eine Gleichrichterschaltung B2 (**Bild 1**, folgende Seite) voll ausgelastet. Welcher Gleichstrom fließt bei der Gleichspannung von 12 V?
- Der Brückengleichrichter (**Bild 1**) ist freistehend in einem Netzteil eingebaut.
 - Wie groß ist die maximal zulässige Stromstärke?
 - Berechnen Sie U_{di} bei maximaler Anschlusswechselspannung.