El perímetro de una circunferencia es 2pi por su radio, y su área es pi por el radio al cuadrado.

Pero, ¿por qué?

Bueno, el perímetro es por definición. El área... es más complicado.

Desde la antigüedad los matemáticos se preguntaban por el perímetro de una circunferencia. ¿Qué hicieron? Aproximarla por un polígono regular, cuyo perímetro podían calcular. A medida que aumentaban los lados del polígono, se acercaba a la forma de un círculo, acercando el valor del perímetro al de una circunferencia.

¿Conclusión? El perímetro es el diámetro por una constante 3.141592.., etc. Esta constante, la razón entre la circunferencia y su diámetro, la llamamos "PI", y el perímetro queda como pi por el diámetro...

...aunque como se suele usar el radio, la mitad del diámetro, lo dejamos como 2pi por el radio.

—

Ya, ¿y qué hay del área del círculo?

Lo mismo: lo aproximamos con polígonos regulares con cada vez más lados, pero ahora buscamos sus áreas.

Mira este pentágono, por ejemplo. Es regular, así que sus lados miden lo mismo y sus ángulos también. Desde cada vértice, dibuja una línea que divide cada ángulo por la mitad. Estas 5 líneas se juntan todas en el centro, dividiendo el pentágono en 5 triángulos. Todos con los mismos 3 ángulos, y la misma base: uno de los lados del pentágono. Eso los vuelve triángulos congruentes: tienen los mismos lados, la misma altura, la misma ÁREA.

La altura de cada triángulo es lo que en el pentágono original era la distancia entre un lado y el centro, que se llama "apotema".

Por lo que el área de un triángulo es su base (uno de los lados L del pentágono), por su altura (el apotema a del pentágono), dividido en 2. L por a partido en 2. Y como estos 5 triángulos de igual área reconstruyen el pentágono, el área de este pentágono es 5 veces el área de un triángulo: 5La/2.

En un hexágono regular, lo mismo: se divide en 6 triángulos congruentes, todos tienen la misma base (un lado del hexágono) y la misma altura (el apotema), y por ende la misma área (La/2), por lo que el área del hexágono es 6 veces La/2.

Y en general un polígono regular de n lados se divide en n triángulos de área La/2. La fórmula general del área sería entonces **nLa/2**, para cualquier polígono regular.

Ahora la idea es ir aumentando hasta el infinito la cantidad de lados, acercándonos más a una circunferencia, ¡y listo! Podemos encontrar el área del círculo con esta fórmula...

...mmm, momento. Algo anda mal. La cantidad n de lados es infinitamente grande, y cada lado L es infinitamente pequeño.

Volvamos al principio, al pentágono. Su área es 5La / 2. Mira ese 5L, el largo de un lado, por 5. Ese es justamente el PERÍMETRO del pentágono. Así que dejamos el área como PERÍMETRO por apotema partido en 2.

Lo mismo con el hexágono. Su área es 6La/2, pero 6L es el perímetro del hexágono. En general para un polígono de n lados cuya área es nLa/2, ese nL, la medida L de su lado por la cantidad n de lados que tiene, es su PERÍMETRO P. O sea que para todos estos polígonos, su área es Pa/2. No importa qué tantos lados tengan. Si aumentamos n hacia el infinito, acercándonos a una circunferencia, la fórmula debiera seguir siendo la misma: perímetro por apotema sobre 2.

PERO: el perímetro de la circunferencia es 2pi por su radio. El apotema termina siendo justamente EL RADIO. Solo nos queda reemplazar esto en la fórmula del área, y simplificar.

Y es por esto, que el área del círculo es pi por el radio al cuadrado.

Hasta aquí llega el video, espero que les haya gustado, y que tengan un feliz año.z