

GUÍA N°2

FÍSICA GENERAL II

LEY DE GAUSS Y CAMPO ELÉCTRICO

Objetivos de aprendizaje:

Esta guía es una herramienta que usted debe usar para lograr los siguientes objetivos:

- Definir el concepto de flujo de campo eléctrico.
- Comprender, calcular y aplicar la ley de Gauss, analizar bajo cuales condiciones es aplicable para el cálculo de campo eléctrico.
- Cálculo de campos eléctricos para diferentes distribuciones continuas de carga mediante el teorema de Gauss.
- Calcular la carga eléctrica de una configuración determinada, a partir de su densidad de carga.

I. PREGUNTAS CONCEPTUALES

Responda usando argumentos técnicos las siguientes preguntas. Apóyese en gráficos y ecuaciones según corresponda. Sea preciso y claro en sus respuestas. Ver capítulos 22 del libro [1] Y/O los capítulos correspondientes de cualquiera de los otros libros de consulta que aparecen en el reglamento.

- a) Una superficie encierra a un dipolo eléctrico, ¿qué puede usted decir acerca del flujo eléctrico en esta superficie?
- b) Una carga puntual está rodeada por una superficie gaussiana esférica de radio R . Si la esfera se sustituye por otra superficie gaussiana cubica de arista R , ¿el flujo de campo eléctrico sobre la segunda superficie es mayor, menor o igual?
- c) ¿Es útil la ley de gauss para calcular el campo eléctrico debido a tres cargas puntuales iguales situadas en los vértices de un triángulo equilátero?
- d) Suponga que un campo eléctrico situado en cierta región tiene una dirección constante pero está decreciendo en intensidad en esa dirección. ¿qué concluiría usted acerca de la carga en la región? Trace las líneas de campo.
- e) ¿Qué condiciones se deben dar para que la ley de Gauss sea útil para determinar el campo eléctrico producido por un sistema de carga sobre un punto cualquiera del espacio?
- f) ¿Cómo se distribuyen los excesos de carga en un cuerpo de material aislante? ¿Qué podemos concluir sobre el campo eléctrico en dichos cuerpos?
- g) Una carga puntual se coloca en el centro de una superficie Gaussiana esférica. Indicar si el flujo de campo eléctrico, E , cambia en cada uno de los siguientes casos:
 - i) Si la superficie se reemplaza por un cubo del mismo volumen.
 - ii) Si la carga no se encuentra en el centro de la esfera (pero sí dentro).
 - iii) Si la carga se coloca fuera de la esfera original, pero muy cerca.
 - iv) Si se coloca una segunda carga afuera y muy cerca de la esfera original.
 - v) Si se coloca una segunda carga adentro de la superficie Gaussiana.

II. PROBLEMAS PROPUESTOS DE LIBROS

Se sugiere revisar y resolver al menos un tercio de los siguientes ejercicios:

- i) Preguntas para el análisis, cap. 22, pag. 773 de [1]: 22.1, 22.4, 22.6, 22.8, 22.10, 22.13
- ii) Ejercicios, cap. 22, pag. 774 de [1]: 22.5, 22.8, 22.11, 22.12, 22.27, 22.29, 22.31, 22.32, 22.34, 22.37, 22.39, 22.42, 22.44, 22.45, 22.51, 22.57, 22.59, 22.61, 22.63, 22.65, 22.66

III. PROBLEMAS PROPUESTOS

1. En el espacio tenemos el siguiente campo eléctrico:

$$\vec{E}(x, y, z) = \begin{cases} E_0 \frac{x^2}{a^2} \hat{x}, & -a \leq x \leq a \\ 0, & |x| > a \end{cases} \quad (1)$$

Este campo es producido por cargas que están en el espacio. Determine la cantidad de carga en la caja $\Omega = (x, y, z); 0 \leq x, y, z \leq a$.

2. Se tiene el cilindro Gaussiano de la FIG. 1, y una carga Q_0 fuera de él. No hay otras cargas. Las caras del cilindro están rotuladas como se muestra en la FIG. 1. Si $\Phi_A = -20 [Nm^2/C]$ y $\Phi_C = 5 [Nm^2/C]$, el valor de Φ_B es:

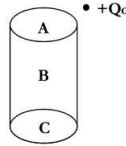


FIG. 1. Cilindro Gaussiano de tapas A, C y manto B .

3. Un cilindro sólido de altura H y radio R , tiene una densidad de carga eléctrica, $\rho(r) \equiv \partial Q / \partial \text{Vol}$. Donde r es la distancia radial al eje de simetría del cilindro. Determine, el campo eléctrico generado por el cilindro a una distancia r de su centro, para $r \leq R$.
- a) Si $\rho(r) = \rho_0$ constante.
- b) Si $\rho(r) = \rho_0 r^2 / R^2$.
4. Considere una placa vertical hecha de un material aislante, infinita en sus dimensiones z e y , limitada por los planos infinitos de ecuaciones $x = -D/2$ y $x = +D/2$, respectivamente. La placa tiene espesor D y contiene una distribución de carga volumétrica positiva de densidad constante ρ . Fuera de los planos que limitan la placa no hay cargas eléctricas. Calcule el campo eléctrico $\vec{E}(x, y, z)$ dentro de la placa. [Sugerencia: ¿Cuál es el campo en $x = 0$? Después de responder esto, aplique la ley de Gauss.]

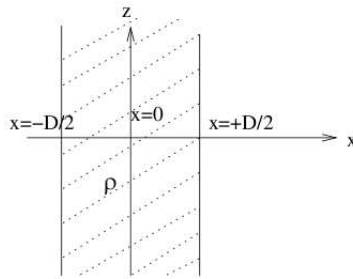


FIG. 2. Corte transversal de la placa se muestra en la siguiente figura.

5. Considere tres láminas delgadas planas largas, con las densidades de carga superficiales mostradas en la figura ($+\sigma_0, +\sigma_0, -\sigma_0$). La magnitud del campo eléctrico en los puntos A, B, C y D es, respectivamente [Sugerencia: aplique el principio de superposición.]

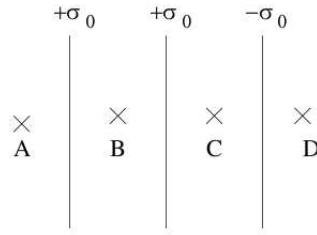


FIG. 3. Tres láminas delgadas planas.

6. En la figura se muestran cuatro cargas puntuales, y se considera una superficie gaussiana imaginaria que rodea las cargas q_1 y q_2 . El punto P está sobre la superficie gaussiana. Respecto de la situación se afirma que:

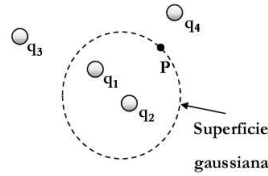


FIG. 4. Distribución de cargas discreta.

- El campo eléctrico en el punto P , depende sólo de las cargas q_1 y q_2 .
 - El flujo eléctrico en la superficie gaussiana, depende sólo de las cargas q_1 y q_2 .
 - El potencial eléctrico en el punto P , depende sólo de las cargas q_1 y q_2 .
7. La figura 5, muestra tres placas conductoras P , Q y S , donde las placas P y S están conectadas a tierra. Nota: Un conductor conectado a tierra, implica dos cosas: 1) siempre está a un potencial constante, igual al de la tierra y 2) la tierra es una fuente infinita de carga. Si se cumple que: $d_2 = 3d_1$, entonces ¿Cuál es la relación entre la magnitud de los campos eléctricos en el espacio entre las placas? Donde E_{12} es el campo entre placas P y Q y E_{34} es el campo entre placas Q y S .

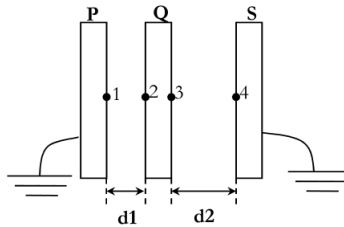


FIG. 5. Placas conectadas a tierra.

8. Una carga puntual q_0 se encuentra ubicada en el centro geométrico de un cubo de lado L . Entonces el flujo Φ_E del campo eléctrico a través de una de las caras del cubo es igual a:

IV. RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS PROPUESTOS

1. $E_0 a^2 \varepsilon_0$.
 2. $\Phi_B = 15 [Nm^2/C]$.
 3. a) $\rho(r) = \rho_0 \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\rho_0 r}{2\varepsilon_0} \hat{r}$. b) $\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R} \Rightarrow \vec{E}(r) = \frac{\rho_0 r^3}{4\varepsilon_0 R^2} \hat{r}$.
 4. $\rho x / \varepsilon_0 (1, 0, 0)$.
 5. $E_A = E_B = E_D = \sigma_0 / (2\varepsilon_0)$ y $E_C = 3\sigma_0 / (2\varepsilon_0)$.
 6. Sólo ii).
 7. $E_{12} / E_{34} = 3$.
 8. $\frac{q_0}{6\varepsilon_0}$.
-

[1] Sears & Zemansky, *Física Universitaria con Física Moderna*, Vol 2, décimo segunda edición.